

УДК 519.6+536.7

В.С. СЕКЕРЖИЦКИЙ, А.И. СЕРЫЙ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА
ВЫРОЖДЕННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В
МАГНИТНОМ ПОЛЕ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ**

Задача о вычислении химического потенциала крайне вырожденного электронного газа в магнитном поле в общем случае (т.е. для произвольных соотношений между $\mu_B B$ (где μ_B – магнетон Бора, B –

индукция магнитного поля) и энергией Ферми) аналитически не решается, поэтому приходится использовать либо языки программирования, либо системы компьютерной математики.

Хорошо известные предельные случаи вместе с общим случаем отражены в таблице 1. В качестве источника можно использовать [1, с. 204, 278–281; 2, с. 194–196, 201; 3, с. 19–20, 39]. В дальнейшем нам понадобится уравнение (его корни при различных значениях B и n_e используются для вычисления химического потенциала в общем случае, как видно из таблицы 1)

$$\frac{2}{3} \left(\frac{\zeta_0}{\mu_B B} \right)^{3/2} = \sqrt{x} + 2 \sum_{n=1}^{\left[\frac{x}{2} \right]} \sqrt{x - 2n} \quad (1)$$

Таблица 1 – Формулы для нахождения химического потенциала

| Случай | Нерелятивистские электроны | Релятивистские электроны |
|---|---|--|
| 1. Магнитное поле отсутствует | $\zeta(0) \equiv \zeta_0 = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_e^{2/3}}{2m_e}$ | $\chi(0) = \sqrt{m_e c^2 (m_e c^2 + 2\zeta_0)}$ |
| 2. Магнитное поле сверхсильное (все электроны на уровне $n = 0, s = -1/2$) | $\zeta(B) = \frac{4\zeta_0^3}{9(\mu_B B)^2}$ | $\chi(B) = \sqrt{m_e^2 c^4 + \frac{8 m_e c^2 \zeta_0^3}{9 (\mu_B B)^2}}$ |
| 3.1. Общий случай (x – корень уравнения (1)) | $\zeta(B) = x \mu_B B$ | $\chi(B) = \sqrt{m_e^2 c^4 + 2m_e c^2 x \mu_B B}$ |
| 3.2. В этом случае табулируется разность | $\zeta(B) - \zeta(0)$ | $\chi(B) - \chi(0)$ |

В таблице 2 приведены результаты расчетов, выполненных в программе MathCAD 14 для нерелятивистского и релятивистского случаев при концентрации электронов $n_e = 10^{23} \text{ см}^{-3}$ (столбцы 1 и 2) и $n_e = 10^{30} \text{ см}^{-3}$ (столбцы 3–5). При $n_e = 10^{23} \text{ см}^{-3}$ нерелятивистские и релятивистские формулы дают одинаковые результаты, а при $n_e = 10^{30} \text{ см}^{-3}$ – разные. При этом подобраны такие значения B , при которых магнитное поле в несколько раз меньше сверхсильного (согласно п. 2 таблицы 1), и поэтому количество уровней Ландау, на которых находятся электроны, невелико.

Таблица 2 – Величина химического потенциала, вычисленная в MathCAD 14 по формулам для разностей химических потенциалов (см. таблицу 1)

| $B, 10^8 \text{ Гс}$ | $\zeta(B) - \zeta(0), \chi(B) - \chi(0), 10^{-8} \text{ МэВ}$ | $B, 10^{13} \text{ Гс}$ | $\zeta(B) - \zeta(0), 10^{-3} \text{ МэВ}$ | $\chi(B) - \chi(0), 10^{-3} \text{ МэВ}$ |
|----------------------|---|-------------------------|--|--|
| 8.00 | -2.808 | 1.00 | -4.269 | -2.745 |
| 8.01 | -3.449 | 1.05 | 3.077 | 1.973 |
| 8.02 | -3.418 | 1.10 | 11.1 | 7.079 |
| 8.03 | -2.589 | 1.15 | 1.94 | 1.244 |
| 8.04 | -6.968 | 1.20 | -4.686 | -3.014 |
| 8.05 | 2.975 | 1.25 | -9.11 | -5.869 |
| 8.06 | 5.464 | 1.30 | -11.6 | -7.460 |
| 8.07 | 2.79 | 1.35 | -12.2 | -7.892 |
| 8.08 | 5.318 | 1.40 | -11.2 | -7.243 |
| 8.09 | -1.308 | 1.45 | -8.639 | -5.565 |
| 8.10 | -2.725 | 1.50 | -4.482 | -2.882 |
| 8.11 | -3.705 | 1.55 | 1.257 | 0.807 |

С уменьшением шага по B и с увеличением диапазона изменения B можно убедиться, что зависимость ζ и χ от B носит осциллирующий характер, в соответствии с ранее полученными результатами [3, с. 33].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика: учебное пособие / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – 608 с.
2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в X т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд., стереот. – М. : Физматлит, 2001. – Т. V : Статистическая физика. Ч. I. – 616 с.
3. Секержицкий, В.С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях : монография / В. С. Секержицкий ; Брест. гос. ун-т имени А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 198 с.