

УДК 519.6+536.7

**В.С. СЕКЕРЖИЦКИЙ, А.И. СЕРЫЙ**

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ХИМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА  
ВЫРОЖДЕННОГО ПРОТОННОГО ГАЗА В  
МАГНИТНОМ ПОЛЕ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ**

Задача о вычислении химического потенциала крайне вырожденного протонного газа в магнитном поле в общем случае (т.е. для произвольных соотношений между  $\mu_{\text{я}}B$  (где  $\mu_{\text{я}}$  – ядерный магнетон,  $B$  – индукция

магнитного поля) и энергией Ферми) аналитически не решается, поэтому приходится использовать либо языки программирования, либо системы компьютерной математики.

Хорошо известные предельные случаи вместе с общим отражены в таблице 1. В качестве источника можно использовать [1, с. 204, 278–281; 2, с. 194–196, 201; 3, с. 23]. В дальнейшем нам понадобится уравнение (его корни при различных значениях  $B$  и  $n_p$  используются для вычисления химического потенциала в общем случае, как видно из таблицы 1)

$$\frac{2}{3} \left( \frac{\zeta_0}{\mu_B B} \right)^{3/2} = \sum_{n=0}^{\left[ \frac{x-1-\sigma}{2} \right]} \sqrt{x-2n-1-\sigma} + \sum_{n=0}^{\left[ \frac{x-1+\sigma}{2} \right]} \sqrt{x-2n-1+\sigma}, \sigma = 2.7928 \quad (1)$$

Таблица 1 – Формулы для нахождения химического потенциала протонного газа

Случай	Формула для химического потенциала
1. Магнитное поле отсутствует	$\zeta(0) \equiv \zeta_0 = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 n_p^{2/3}}{2m_p}$
2. Магнитное поле сверхсильное (все протоны на уровне $n=0, s=-1/2$ )	$\zeta(B) = \frac{4\zeta_0^3}{9(\mu_B B)^2} - \mu_B B(\sigma-1)$
3. Общий случай ( $x$ – корень уравнения (1))	$\zeta(B) = x\mu_B B$

В таблице 2 приведены результаты расчетов, выполненных в программе MathCAD 14 при концентрации нерелятивистских протонов  $n_p = 10^{23} \text{ см}^{-3}$  (столбцы 1–4) и  $n_p = 10^{30} \text{ см}^{-3}$  (столбцы 5–8). При этом подобраны такие значения  $B$ , при которых магнитное поле по порядку величины сравнимо с сверхсильным (согласно п. 2 таблицы 1), и поэтому количество уровней Ландау, на которых находятся электроны, невелико.

Таблица 2 – Величина химического потенциала, вычисленная в MathCAD 14

$B, 10^8 \text{ Гс}$	$\zeta(B), 10^{-3} \text{ эВ}$	$B, 10^9 \text{ Гс}$	$\zeta(B), 10^{-3} \text{ эВ}$	$B, 10^{13} \text{ Гс}$	$\zeta(B), \text{ эВ}$	$B, 10^{13} \text{ Гс}$	$\zeta(B), \text{ эВ}$
1	4.245	1.1	-3.322	1	190.7	3	45.3
1.5	4.143	1.15	-3.851	1.1	187.9	3.1	39.85
2	4.05	1.2	-4.35	1.2	180.1	3.2	35.29
2.5	3.93	1.25	-4.823	1.3	178.4	3.3	31.58
3	3.925	1.3	-5.275	1.4	181.8	3.4	28.69
3.5	3.675	1.35	-5.708	1.5	181.1	3.5	26.59

4	3.186	1.4	-6.125	1.6	174.2	3.6	25.25
4.5	3.139	1.45	-6.529	1.7	161	3.7	24.67
5	2.43	1.5	-6.921	1.8	151.6	3.8	24.83
5.5	1.78	1.55	-7.302	1.9	145.8	3.9	9.871
6	1.301	1.6	-7.675	2	143.7	4	-7.152
6.5	0.955	1.65	-8.039	2.1	146.3	4.1	-23.35
7	0.719	1.7	-8.396	2.2	132.6	4.2	-38.81
7.5	0.58	1.75	-8.747	2.3	116	4.3	-53.59
8	0.531	1.8	-9.092	2.4	101.5	4.4	-67.75
8.5	0.044	1.85	-9.432	2.5	88.71	4.5	-81.36
9	-0.762	1.9	-9.768	2.6	77.52	4.6	-94.45
9.5	-1.488	1.95	-10.1	2.7	67.72	4.7	-107.1
10	-2.149	2	-10.43	2.8	59.15	4.8	-119.3

С уменьшением шага по  $B$  и с увеличением диапазона изменения  $B$  можно убедиться, что зависимость  $\zeta$  от  $B$  носит осциллирующий характер, в соответствии с ранее полученными результатами [3, с. 33].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика: учебное пособие / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – 608 с.
2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в X т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд., стереот. – М. : Физматлит, 2001. – Т. V : Статистическая физика. Ч. I. – 616 с.
3. Секержицкий, В.С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях : монография / В. С. Секержицкий ; Брест. гос. ун-т имени А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 198 с.