

УДК 37.016:52

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ОБ УРАВНЕНИЯХ ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНЕЙ
С АСТРОНОМИЧЕСКИМ И АСТРОФИЗИЧЕСКИМ
СОДЕРЖАНИЕМ**

В астрономии и астрофизике встречаются уравнения третьей и четвертой степеней. Их можно решать как методами Кардано и Феррари, так и численно. Студентам специальности «Компьютерная физика», не изучающим астрономию, такие уравнения могут быть предложены для исследования на лабораторных занятиях по дисциплине «Основы математического моделирования». Рассмотрим примеры уравнений.

I. Кубическое уравнение для вспомогательной переменной ξ , по которой затем находятся радиус-вектор r и истинная аномалия θ тела Солнечной системы, движущегося по параболической орбите [1, с. 56]:

$$\frac{\eta^3}{3} + \eta = \frac{\sqrt{2\pi}(t-t_0)}{T_0} \left(\frac{a_0}{q} \right)^{3/2}, \quad (1)$$

$$r = q(1 + \eta^2), \quad (2)$$

$$\eta = \operatorname{tg}(\theta/2). \quad (3)$$

При этом $T_0 = 1$ год (тропический), $a_0 = 1$ а.е., t_0 – начальный момент времени, t – текущий момент времени, e – эксцентриситет орбиты, q – перигелийное расстояние.

II. Уравнение для спиновой поляризации p_{0e} крайне вырожденного нерелятивистского электронного газа в магнитном поле с индукцией B :

$$n_e(1 + p_{0e}) = \frac{(2m_e)^{3/2} \mu_B B}{\pi^2 \hbar^3} \sum_{j=0}^2 \sqrt{\frac{n_e^2 p_{0e}^2 \pi^4 \hbar^6}{2m_e^3 (\mu_B B)^2} - \mu_B B \cdot 2j}. \quad (4)$$

При этом n_e – концентрация электронов, m_e – масса электрона, μ_B – магнетон Бора, \hbar – постоянная Планка. Уравнение (4) справедливо в определенном диапазоне значений B . Уравнение для релятивистского газа после несложных преобразований может быть также сведено к (4). Уравнение (4) после некоторых преобразований (в том числе двукратного возведения в квадрат) сводится к уравнению степени 4 относительно p_{0e} .

III. Уравнение для химического потенциала $\zeta_e(B)$ идеального вырожденного нерелятивистского электронного газа:

$$n_e = \frac{(2m_e)^{3/2} \mu_B B}{2\pi^2 \hbar^3} \left(\sqrt{\zeta_e(B)} + 2 \sum_{j=1}^2 \sqrt{\zeta_e(B) - \mu_B B \cdot 2j} \right). \quad (5)$$

При этом обозначения остаются теми же, что и для уравнения (4). Уравнение (5) справедливо в определенном диапазоне значений B и после некоторых преобразований (в том числе двукратного возведения в квадрат) сводится к уравнению степени 4 относительно $\zeta_e(B)$.

IV. Уравнение для химического потенциала $\chi_e(B)$ идеального вырожденного релятивистского электронного газа:

$$n_e = \frac{m_e \mu_B B}{\pi^2 \hbar^3 c} \left(\sqrt{\chi_e^2(B) - m_e^2 c^4} + 2 \sum_{j=1}^2 \sqrt{\chi_e^2(B) - m_e^2 c^4 - 4j m_e c^2 \mu_B B} \right). \quad (6)$$

При этом (6) удобнее решать относительно величины $y = \chi_e^2(B) - m_e^2 c^4$, а обозначения остаются теми же, что и для уравнения (4). Уравнение (6) справедливо в определенном диапазоне значений B и после некоторых преобразований (в том числе двукратного возведения в квадрат) сводится к уравнению степени 4 относительно y .

Сравнительная характеристика уравнений дана ниже в таблице.

Таблица – Сравнительная характеристика уравнений

Уравнение	Уравнением какой степени является	Наличие свободного параметра, значение которого можно менять и строить график зависимости решения от значения параметра
I	Третьей (кубическое)	Время t ; при других значениях q и e получаем семейство кривых
II	Сводится к уравнению степени 4	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых
III	Сводится к уравнению степени 4	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых
IV	Сводится к уравнению степени 4	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. 1 : Механика. – 224 с.