

УДК 37.016:52

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ОБ УРАВНЕНИЯХ В АСТРОНОМИИ И АСТРОФИЗИКЕ,
ИМЕЮЩИХ ТОЛЬКО ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ**

В астрономии и астрофизике встречаются уравнения (в том числе трансцендентные), у которых существует только численное решение. Их изучение полезно будущим школьным учителям астрономии, а на тех физико-математических специальностях, где изучение астрономии не предусмотрено учебным планом, такие уравнения можно включить в курс основ математического моделирования. Рассмотрим некоторые примеры.

I. Трансцендентное уравнение для вспомогательной переменной ξ , по которой затем находятся радиус-вектор r и истинная аномалия θ тела Солнечной системы, движущегося по гиперболической орбите [1, с. 55]:

$$e \operatorname{sh} \xi - \xi = \frac{2\pi(t-t_0)}{T_0} \left(\frac{a_0(e-1)}{q} \right)^{3/2}, \quad (1)$$

$$r = q(e \operatorname{ch} \xi - 1)/(e - 1), \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sqrt{e^2 - 1} \operatorname{sh} \xi}{e - \operatorname{ch} \xi}. \quad (3)$$

При этом $T_0 = 1$ год (тропический), $a_0 = 1$ а.е., t_0 – начальный момент времени, t – текущий момент времени, e – эксцентриситет орбиты, q – перигелийное расстояние.

II. Уравнение для спиновой поляризации p_{0e} холодного нерелятивистского электронного газа в магнитном поле с индукцией B [2, с. 14–15]:

$$n_e(1 + p_{0e}) = \frac{(2m_e)^{3/2} \mu_B B}{\pi^2 \hbar^3} \sum_{j=0}^k \sqrt{\frac{n_e^2 p_{0e}^2 \pi^4 \hbar^6}{2m_e^3 (\mu_B B)^2} - \mu_B B \cdot 2j}. \quad (4)$$

При этом n_e – концентрация электронов, m_e – масса электрона, μ_B – магнетон Бора, \hbar – постоянная Планка. При этом значение B таково, что $k \geq 3$ (в противном случае p_{0e} можно выразить по формуле). Уравнение для релятивистского газа после несложных преобразований может быть также сведено к (4).

III. Уравнение для химического потенциала $\zeta_e(B)$ идеального вырожденного нерелятивистского электронного газа:

$$n_e = \frac{(2m_e)^{3/2} \mu_B B}{2\pi^2 \hbar^3} \left(\sqrt{\zeta_e(B)} + 2 \sum_{j=1}^k \sqrt{\zeta_e(B) - \mu_B B \cdot 2j} \right). \quad (5)$$

При этом обозначения и замечания остаются теми же, что и для уравнения (4) (при $k \leq 2$ величину $\zeta_e(B)$ можно выразить по формуле).

IV. Уравнение для химического потенциала $\chi_e(B)$ идеального вырожденного релятивистского электронного газа:

$$n_e = \frac{m_e \mu_B B}{\pi^2 \hbar^3 c} \left(\sqrt{\chi_e^2(B) - m_e^2 c^4} + 2 \sum_{j=1}^k \sqrt{\chi_e^2(B) - m_e^2 c^4 - 4jm_e c^2 \mu_B B} \right). \quad (6)$$

При этом (6) удобнее решать относительно величины $y = \chi_e^2(B) - m_e^2 c^4$, а обозначения и замечания остаются теми же, что и для уравнения (4) (при $k \leq 2$ величину y можно выразить по формуле).

Сравнительная характеристика уравнений дана ниже в таблице.

Таблица – Сравнительная характеристика уравнений

Уравнение	Может ли быть сведено к алгебраическому	Наличие свободного параметра, значение которого можно менять и строить график зависимости решения от значения параметра
I	Нет, оно трансцендентное	Время t ; при других значениях q и e получаем семейство кривых
II	Да, степени выше 4 относительно p_{0e}	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых
III	Да, степени выше 4 относительно $\zeta_e(B)$	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых
IV	Да, степени выше 4 относительно y	Индукция B ; при других значениях n_e получаем семейство кривых

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособие для вузов : в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд., стер. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. 1 : Механика. – 224 с.

2. Секержицкий, В. С. О частично поляризованном идеальном электронном газе в квантующем магнитном поле / В. С. Секержицкий, А. И. Серый // Астрофизические исследования в БрГУ имени А. С. Пушкина : сб. материалов науч.-практ. семинара, Брест, 12 апр. 2022 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Серого. – Брест : БрГУ, 2022. – С. 14–15.