

УДК 37.016:52+52-235

П. Б. КАЦ, О. А. СЕМЕНЮК

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ПРЕДЛАГАЕТСЯ НОВАЯ ЗАДАЧА НА ДВИЖЕНИЕ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

В [1, з. 1.265] приводится задача: *Какую скорость в горизонтальном направлении нужно сообщить ракете на полюсе Земли, чтобы вывести ее на эллиптическую орбиту с большой полуосью a ? Радиус Земли R .*

Эта задача решается со студентами в теме «Движение в центральном поле». Можно в данной теме предложить более сложную задачу, основанную на реальных астрономических данных [2]: *Звезда S4714 вращается вокруг массивной черной дыры в центре Галактики с периодом обращения 12,0 лет. Эксцентриситет орбиты 0,985. Перигелий орбиты – 12,6 астрономических единиц. Во сколько раз масса черной дыры больше массы Солнца. Какую скорость имеет звезда в перигелии орбиты? При решении задачи принять массу Солнца равной $1,9885 \cdot 10^{30}$ кг, гравитационную постоянную: $G = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$.*

Приведем решение задачи.

Период обращения тела m по эллиптической орбите под действием ньютоновской силы тяготения тела массой $M \gg m$:

$$T = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\sqrt{GM}}. \quad (1)$$

Отсюда выводится уточненный третий закон Кеплера (в пренебрежении массой легкого тела в системе по сравнению с массой тяжелого):

$$\frac{T_2^2 M_2}{T_1^2 M_1} = \frac{a_2^3}{a_1^3}. \quad (2)$$

Отсюда масса черной дыры

$$M_{bh} = M_c \frac{a_{S4714}^3}{a_3^3} \frac{T_3^2}{T_{S4714}^2}, \quad (3)$$

где M_c – масса Солнца, a_3 , a_{S4714} – большие полуоси орбит Земли и звезды S4714.

Большую полуось звезды S4714 можно найти по формуле

$$a_{S4714} = \frac{r_{\min S4714}}{1-e} = 840(a.e.) \quad (4)$$

Отсюда

$$M_{bh} = 4,116 \cdot 10^6 M_c. \quad (5)$$

Скорость звезды в перигеетре можно найти из закона сохранения энергии:

$$E = -\frac{GMm}{2a} = \frac{mv_{\max}^2}{2} - \frac{GMm}{r_{\min}}. \quad (6)$$

Отсюда, учитывая (4)

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt{-\frac{GM}{a} + \frac{2GM}{r_{\min}}} = \sqrt{-\frac{GM}{a} + \frac{2GM}{r_{\min}}} = \\ &= \sqrt{-\frac{GM(1-e)}{r_{\min}} + \frac{2GM}{r_{\min}}} = \sqrt{\frac{GM(1+e)}{r_{\min}}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя найденную массу черной дыры, находим максимальную скорость: $v_{\max} = 24,0 \cdot 10^3$ км/с.

Такая задача может вызвать интерес у студентов, так как связана с такими экзотическими объектами, как черные дыры, которые часто фигурируют в научной фантастике. В задаче показано, что черные дыры – вполне наблюдаемая реальность даже в нашей Галактике.

Звезда S4714 известна как самая быстрая звезда в Галактике [3]. Легко видеть, что ее скорость достигает 8 % от скорости света в вакууме. Полезно сравнить эту скорость со скоростью Земли при движении вокруг Солнца (30 км/с) и скоростью движения Солнца в Галактике 220–250 км/с [4].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 416 с.
2. S62 and S4711: Indications of a Population of Faint Fast-moving Stars inside the S2 Orbit–S4711 on a 7.6 yr Orbit around Sgr A* / F. Peißker [et al.] // The Astrophysical Journal. – 2020. – Vol. 899:50. – 19 p.
3. Fastest star in Milky Way powered by supermassive black hole at center of galaxy [Electronic resource]. – Mode of acces: <https://www.rtt.com/news/497934-fastest-star-milky-way/>. – Date of access: 20.08.2022.
4. Солнечная система. Солнце [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.astronet.ru/db/msg/1179964/node18.html#:~:text=Скорость%20это%20го%20движения%20около%2016,движениям%20и%20лучевым%20скоростям%20звезд.> – Дата доступа: 21.08.2022.