Учасники конференції
Belgarayeva A.
Deák József
Grinberg Galyna
Kvizhinadze Natia
Адамів С.С.
Алексеев В.Ф.
Андрійчук К.О.
Баранович Д.Б.
Баскова Г.В.
Бегаль Л.А.
Безугла Н.П.
Бердикулова Г.И.
Бовсунівська В.О.
Богуцька Е.Г.
Бібла І.І.
Волков Д.С.
Вічко О.І.
Горбачева В.В.
Гриньова О.Ю.
Гуламов Ж.Б.
Гулевич Ю.Н.
Гурська О.В.
Дубинчик Н.И.
Занозовська І.О.
Камінська В.В.
Кардашук Н.В.
Карпенко Є.О.
Коврижкіна О.П.
Кольцова В.О.
Коцур Н.І.
Лесік І.М.
Лимар К.О
Лимар Р.І.
Мелешко В.І.
Мещерякова Н.П.
Михалкина М.В.
Мігунова Н.Д.
Ніколенко В.В.
Павлов О.Г.
Полищук Т.В.
Порожнетов О.Ю.
Постол Н.М.
Пізінцалі Л.В.
Рибенко І.О.
Римарев И.М.
Свідрак І.Г.
Серый А.И.
Старокожко О.М.
Стогній О.А.
Тарасюк Д.Г.
Толбухіна Т.М.
Троицкая В.А.
Хисамиева А.Ш.
Цветкова А.А.
Чабан А.М.
Шевченко Б.Г.
Шиндерова В.А.
та інші*

ISSN 2708-1257

OpenSciLab.org
Наукова платформа
Open Science Laboratory

СУЧАСНІ ВИКЛИКИ І АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ НАУКИ, ОСВІТИ ТА ВИРОБНИЦТВА: МІЖГАЛУЗЕВІ ДИСПУТИ

Матеріали XV Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Київ, 29 квітня 2021 р.)

КИЇВ 2021

ISSN 2708-1257

Наукова платформа

Open Science Laboratory

СУЧАСНІ ВИКЛИКИ І АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ НАУКИ, ОСВІТИ ТА ВИРОБНИЦТВА: МІЖГАЛУЗЕВІ ДИСПУТИ

Матеріали
XV Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції
(м. Київ, 29 квітня 2021 року)

Самостійне електронне текстове
наукове періодичне видання комбінованого використання

* *на обкладинці вказано перших авторів кожної доповіді*

КИЇВ 2021

УДК 00/9
ББК 1
С-916 ISSN 2708-1257

Сучасні виклики і актуальні проблеми науки, освіти та виробництва: міжгалузеві диспути [зб. наук. пр.]: матеріали XV міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Київ, 29 квітня 2021 р.). Київ, 2021. 426 с.

Збірник містить матеріали (тези доповідей) XV міжнародної науково-практичної інтернет-конференції «Сучасні виклики і актуальні проблеми науки, освіти та виробництва: міжгалузеві диспути», у яких висвітлено актуальні питання сучасної науки, освіти та виробництва.

Видання призначене для науковців, викладачів, аспірантів, студентів та практикуючих спеціалістів різних напрямів.

XV Міжнародна науково-практична інтернет-конференція
«Сучасні виклики і актуальні проблеми науки, освіти та виробництва»
(м. Київ, 29 квітня 2021 р.)

Адреса оргкомітету та редакційної колегії:
м. Київ, Україна
E-mail: conference@openscilab.org
www.openscilab.org

Наукові праці згруповані за напрямками роботи конференції та наведені в алфавітному порядку.

Для зручності, беручи до уваги, що видання є електронним, нумерація та загальна кількість сторінок наведені з врахуванням обкладинки.

Збірник на постійній сторінці конференції: https://openscilab.org/?p=3932

Матеріали (тези доповідей) друкуються в авторській редакції. Відповідальність за якість та зміст публікацій несе автор.

ЗМІСТ

** зміст інтерактивний*
(натиснення на назву призводить до переходу на відповідну сторінку)

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ

О ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ СИНГЛЕТНОГО СОСТОЯНИЯ ДЕЙТРОНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ В МОДЕЛИ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Серый Алексей Игоревич
к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры общей и теоретической физики физико-математического факультета Учреждения образования «Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина»

Несмотря на то, что в синглетном состоянии (т.е. с противоположно направленными спинами) существует, как и в триплетном состоянии, притяжение между протоном и нейтроном, потенциальная яма недостаточно глубока для образования связанного состояния [1, с. 12, 21]; при этом в синглетном состоянии у дейтрона существует виртуальный уровень с энергией $\varepsilon \approx$ 70 кэВ [1, с. 16], который мог бы превратиться в реальный, если бы потенциальная яма в синглетном состоянии была несколько глубже.

В 1960 г. Ю.А. Бычков показал, что при наличии внешнего квантующего магнитного поля связанное состояние должно появляться при сколь угодно мелкой яме [2, с. 557]. В [3, с. 322–331] в модели параболического потенциала было показано, что: а) связанное состояние у синглетного дейтрона возникает при магнитных полях с индукцией $B > 2{,}81 \cdot 10^{18}$ Гс; б) разработанный Ю.А. Бычковым приближенный алгоритм вычисления энергии связанного состояния (примененный в более ранних публикациях, перечисленных в [3, с. 330, 331]), можно применять при $B \gg 5{,}18 \cdot 10^{18}$ Гс. Полученные результаты опирались на известное точное аналитическое решение задачи для гармонического осциллятора в постоянном однородном магнитном поле [4, с. 179], причем потенциал был выбран в виде

$$U(r) = \begin{Bmatrix} -U_0(1 - r^2/R^2), r \leq R, \\ 0, r > R \end{Bmatrix}, \tag{1}$$

где $R \approx 2{,}36 \cdot 10^{-13}$ см, $U_0 \approx 35{,}73$ МэВ [3, с. 325].

Нахождение решения уравнения Шредингера было основано на предположении сепарабельности волновой функции системы «нейтрон–протон» по отношению к направлению, соответствующему силовым линиям магнитного поля (т. е. по направлению оси z), и плоскости, поперечной этому направлению (соответствующую координату обозначим через ρ, так как удобно использовать цилиндрические координаты). Для внешней области потенциала (1) уравнение Шредингера для двух множителей $\Xi_{\text{внеш}}(\rho)$ и $\chi_{\text{внеш}}(z)$, входящих в состав волновой функции, было получено в виде

$$-\frac{\hbar^2}{2M_{np}^*}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial \Xi_{\text{внеш}}}{\partial\rho}\right) + \frac{(Be\rho)^2}{8M_{np}^* c^2}\Xi_{\text{внеш}} = (E + |\varepsilon|)\Xi_{\text{внеш}}, \tag{2}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M_{np}^*}\frac{\partial^2 \chi_{\text{внеш}}}{\partial z^2} = -|\varepsilon|\chi_{\text{внеш}}, \tag{3}$$

где e – заряд протона, E – энергия системы (отсчитываемая от суммарной энергии покоя свободных протона и нейтрона в системе их центра масс), M_{np}^* – приведенная масса протона и нейтрона, B – индукция внешнего магнитного поля, $|\varepsilon|$ – абсолютная величина энергии связанного состояния.

Решения уравнений (2) и (3) имеют вид [3, с. 327–328]

$$\chi_{\text{внеш}}(z) = C_{11} exp\left(-\frac{1}{\hbar}\sqrt{2M_{np}^{*}|\varepsilon|}|z|\right), \tag{4}$$

$$\Xi_{\text{внеш}}(\rho) = C_{12} exp\left(-\frac{Be}{4\hbar c}\rho^{2}\right). \tag{5}$$

Решая уравнение Шредингера, полученное для внутренней области потенциала (1) [3, с. 327], на основе решения уравнения Шредингера для заряженного осциллятора в магнитном поле [4, с. 179], получаем

$$\chi_{\text{внутр}}(z) = C_{21} exp\left(-\frac{z^{2}}{2\hbar R}\cdot\sqrt{2M_{np}^{*}U_{0}}\right), \tag{6}$$

$$\Xi_{\text{внутр}}(\rho) = C_{22} exp\left(-\frac{M_{np}^{*}}{4\hbar}\sqrt{\left(\frac{Be}{M_{np}^{*}c}\right)^{2} + \frac{8U_{0}}{M_{np}^{*}R^{2}}}\rho^{2}\right). \tag{7}$$

Для нахождения констант C_{11}, C_{12}, C_{21}, C_{22} нам понадобятся: а) условие нормировки; б) условие равенства внешней и внутренней волновых функций на границе ямы; в) условие равенства производных по переменным z и ρ для внутренней и внешней волновых функций на границе ямы. Учитывая, что внешняя волновая функция представляет собой произведение функций (4) и (5), а внутренняя – произведение функций (6) и (7), можно положить

$$C_{11} = C_{21} = 1, C_{12} = C_{1}, C_{22} = C_{2}. \tag{8}$$

Условие нормировки запишем в виде

$$2\pi\int_{R}^{+\infty}\rho\Xi^2_{\text{внеш}}(\rho)d\rho\cdot 2\int_{0}^{+\infty}\chi^2_{\text{внеш}}(z)dz+$$

$$+2\pi\int_{0}^{R}\rho\Xi^2_{\text{внеш}}(\rho)d\rho\cdot 2\int_{\sqrt{R^2-\rho^2}}^{+\infty}\chi^2_{\text{внеш}}(z)dz+$$

$$+2\pi\int_0^R\rho\Xi^2_{\text{внутр}}(\rho)d\rho\cdot 2\int_0^{\sqrt{R^2-\rho^2}}\chi^2_{\text{внутр}}(z)dz. \qquad (9)$$

Подставляя (4)–(7) в (9), с учетом (8) получаем

$$\frac{\sqrt{M^*_{np}}}{2\pi\hbar}=\frac{C_1^2}{\sqrt{2|\varepsilon|}}\cdot\frac{\hbar c}{Be}\left(1+f_1-exp\left(-\frac{BeR^2}{2c\hbar}\right)\left(f_1+\sum_{j=1}^{\infty}g_j\right)\right)+$$

$$+\frac{2C_2^2}{f_2\sqrt{M^*_{np}}}\left(\frac{\sqrt{\pi\hbar}R}{(2U_0M^*_{np})^{1/4}}\Phi\left(\sqrt{\frac{2R}{\hbar}\sqrt{2U_0M^*_{np}}}\right)-exp\left(-\frac{R^2M^*_{np}}{2\hbar}f_2\right)\sum_{j=0}^{\infty}h_j\right), \qquad (10)$$

$$f_1=exp\left(-\frac{2R}{\hbar}\sqrt{2M^*_{np}|\varepsilon|}\right), \qquad (11)$$

$$f_2=\sqrt{\left(\frac{Be}{M^*_{np}c}\right)^2+\frac{8U_0}{M^*_{np}R^2}}, \qquad (12)$$

$$g_j=\left(\frac{Be}{c\hbar}\right)^j(2j-1)!!\frac{\hbar^{2j}}{\left(2\sqrt{2M^*_{np}|\varepsilon|}\right)^{2j}}\left(f_1+(1+f_1)\sum_{k=1}^{2j}\frac{1}{k!}\left(\frac{2R\sqrt{2M^*_{np}|\varepsilon|}}{\hbar}\right)^k\right), \qquad (13)$$

$$h_j=\frac{1}{j!(2j+1)}R^{2j+1}\left(\frac{M^*_{np}}{2\hbar}f_2-\frac{\sqrt{2M^*_{np}U_0}}{\hbar R}\right)^j, \qquad (14)$$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x exp(-t^2/2)dt. \qquad (15)$$

Условие равенства внутренней и внешней волновых функций на границе ямы, где выполняется соотношение

$$\rho^2 = R^2 - z^2 \tag{16}$$

запишем, в соответствии с (4)–(8), (12), (16) в виде

$$\hbar ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = \left(\frac{Be}{4c} - \frac{M_{np}^*}{4} f_2\right)(R^2 - z^2) + \sqrt{2M_{np}^*|\varepsilon|}|z| - \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{2M_{np}^* U_0} z^2. \tag{17}$$

Условие равенства производных внутренней и внешней волновых функций по переменной ρ на границе ямы запишем, в соответствии с (4)–(8), (12), (16) в виде

$$\hbar ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = \left(\frac{Be}{4c} - \frac{M_{np}^*}{4} f_2\right)(R^2 - z^2) + \sqrt{2M_{np}^*|\varepsilon|}|z| - \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{2M_{np}^* U_0} z^2 +$$
$$+\frac{\hbar}{2} ln\left(1 + \frac{8U_0 M_{np}^* c^2}{(BeR)^2}\right). \tag{18}$$

Условие равенства производных внутренней и внешней волновых функций по переменной z на границе ямы запишем, в соответствии с (4)–(8), (16) в виде

$$\hbar ln\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = \left(\frac{Be}{4c} - \frac{M_{np}^*}{4} f_2\right)(R^2 - z^2) + \sqrt{2M_{np}^*|\varepsilon|}|z| - \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{2M_{np}^* U_0} z^2 +$$
$$+\hbar ln\left(\frac{z}{R}\sqrt{\frac{U_0}{|\varepsilon|}}\right). \tag{19}$$

Таким образом, в (17)–(19) появляется зависимость от z, что составляет определенную трудность. Ее можно объяснить, прежде всего, недостаточной корректностью исходного предположения о сепарабельности волновой функции в указанном выше смысле (несмотря на то, что в рамках такого предположения для параболического потенциала удалось показать, что связанное состояние появляется не при сколь угодном малом значении индукции магнитного поля, как в алгоритме Ю. А. Бычкова [2, с. 557–558], а при конечных значениях индукции магнитного поля, причем довольно больших). В силу того, что потенциал (1) сам по себе недостаточно корректен, стремление к математической строгости уже не является обязательным, поэтому для дальнейших оценочных расчетов можно усреднить правые части (17) – (19) по z от 0 до R, после чего приравнять среднее арифметическое полученных результатов к левой части (которая в (17)–(19) везде одинакова). В итоге после несложных преобразований получаем:

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(1 + \frac{8U_0 M_{np}^* c^2}{(BeR)^2}\right)^{1/6} \left(\frac{U_0}{|\varepsilon|}\right)^{1/6} \times$$

$$\times\, exp\left(-\frac{1}{3} + \left(\frac{Be}{4c} - \frac{M_{np}^*}{4} f_2\right)\frac{2R^2}{3\hbar} + \frac{R}{6\hbar}\sqrt{2M_{np}^*}\left(3\sqrt{|\varepsilon|} - \sqrt{U_0}\right)\right). \qquad (20)$$

Таким образом, для нахождения констант и требуется решить систему, состоящую из уравнений (10) и (20). В результате получаем

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{A_2 + A_3 A_1^2}}, \qquad (21)$$

$$C_2 = \frac{A_1}{\sqrt{A_2 + A_3 A_1^2}}, \tag{22}$$

где

$$A_1 = \left(1 + \frac{8U_0 M_{np}^* c^2}{(BeR)^2}\right)^{1/6} \left(\frac{U_0}{|\varepsilon|}\right)^{1/6} \times$$

$$\times exp\left(-\frac{1}{3} + \left(\frac{Be}{4c} - \frac{M_{np}^*}{4} f_2\right)\frac{2R^2}{3\hbar} + \frac{R}{6\hbar}\sqrt{2M_{np}^*}\left(3\sqrt{|\varepsilon|} - \sqrt{U_0}\right)\right), \tag{23}$$

$$A_2 = \frac{\sqrt{2}\pi}{\sqrt{M_{np}^*|\varepsilon|}} \cdot \frac{\hbar^2 c}{Be}\left(1 + f_1 - exp\left(-\frac{BeR^2}{2c\hbar}\right)\left(f_1 + \sum_{j=1}^{\infty} g_j\right)\right), \tag{24}$$

$$A_3 = \frac{4\pi\hbar}{f_2 M_{np}^*}\left(\frac{\sqrt{\pi\hbar R}}{\left(2U_0 M_{np}^*\right)^{1/4}}\Phi\left(\sqrt{\frac{2R}{\hbar}\sqrt{2U_0 M_{np}^*}}\right) - exp\left(-\frac{R^2 M_{np}^*}{2\hbar} f_2\right)\sum_{j=0}^{\infty} h_j\right). \tag{25}$$

Полученные выражения для волновых функций могут быть использованы в дальнейшем для оценки времени жизни связанного синглетного состояния дейтрона в магнитном поле.

Список использованных источников

1. Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский – М. : Атомиздат, 1972. – 351 с.

2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учеб. пособие для вузов: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 5-е изд. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. III : Квантовая механика (нерелятивистская теория). – 808 с.

3. Серый, А.И. О синглетном состоянии системы «нейтрон-протон» с параболическим потенциалом в магнитном поле / А.И. Серый // Сучасні виклики і актуальні проблеми науки, освіти та виробництва: міжгалузеві

диспути [зб. наук. пр.]: матеріали XIII міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Київ, 26 лютого 2021 р.). – Київ, 2021. – 367 с. – С. 322–331.

4. Галицкий, В. М. Задачи по квантовой механике: учеб. пособие : в 2 ч. / В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Едиториал УРСС, 2001. – Ч. 1. – 304 с.