

Учреждение образования
«Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»

**ФОРМИРОВАНИЕ ГОТОВНОСТИ
БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ
К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ**

Сборник материалов
международной научно-практической конференции

Брест, 14–15 апреля 2021 года

Под общей редакцией
кандидата педагогических наук, доцента **Е. П. Гринько**

Брест
БрГУ имени А. С. Пушкина
2021

УДК 378.056.45

ББК 74.480.26

Ф 79

*Рекомендовано редакционно-издательским советом учреждения образования
«Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»*

Редакционная коллегия:

**Е. П. Гринько, А. С. Ивкович, Н. А. Каллаур,
Е. А. Карпук, М. П. Концевой, Л. Н. Савчук**

Рецензенты:

профессор кафедры общей и теоретической физики
УО «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»,
доктор физико-математических наук, профессор **В. А. Плетюхов**

доцент кафедры профессионального развития работников образования
ГУО «Брестский областной институт развития образования»,
кандидат педагогических наук, доцент **Ю. А. Иванов**

Ф 79 **Формирование** готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 14–15 апр. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; редкол.: Е. П. Гринько [и др.] ; под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2021. – 291 с.

ISBN 978-985-22-0295-4.

В сборнике представлены материалы докладов по проблемам формирования готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися.

Материалы могут быть использованы научными работниками, аспирантами, магистрантами, преподавателями и студентами высших учебных заведений, специалистами системы образования.

УДК 378.056.45

ББК 74.480.26

ISBN 978-985-22-0295-4

© УО «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина», 2021

СЕКЦИЯ 1. ОДАРЕННОСТЬ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ КАК ПРЕДМЕТ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ISTVÁN LÉNÁRT

Hungary, Budapest, Eötvös Loránd University

DUALITY IN ACTION: THE LEXELL CIRCLE

Introduction: Methods and goals. School mathematics usually treats a given branch of mathematics on the basis of a single fixed system. Examples are the algebraic properties of addition and multiplication in arithmetic, or the Euclidean system in the field of geometry.

The limited perspective makes it difficult for the student to grasp the deeper meaning of a concept, or to understand different views and systems inside and outside mathematics. Besides, it alienates the student from mathematics which appears to him as an essentially closed discipline with only small details left for further development.

From this point of view, it is very useful to study examples and systems that inspire the student to step out of the box, rethink the meaning of a concept or theorem from a new aspect. This article shows how to achieve these goals in two different ways, namely, via Comparative geometry between the plane and the sphere, and the principle of dualization within the same geometric system.

First, we consider an example in Euclidean geometry of the plane. Next, we translate the example from the plane to the sphere. Finally we dualize our results within synthetic spherical geometry.

Theorem 1: Construction on the plane. Given a triangle on the plane, and one of its excircles that touches one side and the extension of the two other sides. With the two extended sides fixed, draw another third side which is also tangential to the excircle, and get a new triangle. Prove that the sum of sides is the same in the two triangles (Figure 1).

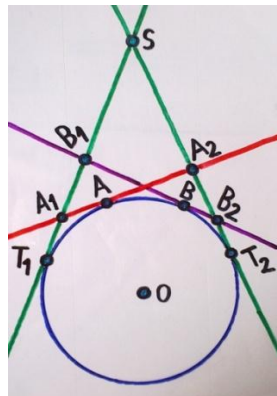
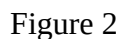


Figure 1

Triangle SA_1A_2 has the excircle with center O , touching the sides at points A , T_1 , T_2 . The construction shows that $AA_1 = A_1T_1$, $AA_2 = A_2T_2$ which gives $SA_1 + A_1A + AA_2 = ST_1 + ST_2$.

The principle of duality. The principle of duality states the following: Given a theorem about points, straight lines and circles, and metric relations of distance between two points and angle of two straight lines. Replace points by straight lines, straight lines by points, circles by another circles, distance by angle and angle by distance. In addition, preserve the relation of incidence: If point A is incident to straight line b , then point B is incident to straight line a . (This means that if point A is on straight line b in the original construction, the dual of point A which is straight line a goes through the dual of straight line b which is point B .)

If these conditions are all fulfilled, we get a dual theorem which is also correct. From this it follows that an inscribed circle touching the three sides of a triangle is dualized by a circumscribed circle through the three vertices of another triangle.



If these conditions are all fulfilled, we get a dual theorem which is also correct. From this it follows that an inscribed circle touching the three sides of a triangle is dualized by a circumscribed circle through the three vertices of another triangle.

The principle of duality can be applied with full rigor on the plane if we complete the plane with ideal points of parallel straight lines, and also on the sphere if we take a pair of opposite points as a single point. In the present article we focus on the spherical case.

The dual construction of Theorem 1 on the sphere. The original construction the sphere is: “Given a triangle on the sphere, and an inscribed circle in one of its supplementary triangles. With the two extended sides of the original triangle fixed, draw another third side between the original triangle and the given supplementary triangle so that the new common side is also tangential to the circle. Prove that the sum of sides is the same in the two triangles” (Figure 2).

When dualizing the theorem, it is easy to replace the triangle with a trilateral, that is, another triangle, and the inscribed circle with a circumscribed circle through three vertices. The big question is: *What* vertices? These vertices cannot belong to the triangle with which we begin the construction, because by doing so we fail to interpret the duality of “extended sides”. How can the extended sides be dualized?

The surprising answer is that we take the circumscribed circle, not through the three vertices of the original triangle, but through one of its vertices and *the opposite points of the two other vertices*!

We have one more problem left: In Theorem 1 we prove that the sum of sides is constant. The dual of the length of a side between two vertices is the measure of the angle between two sides. Taking all this into account, we arrive at the following dual theorem on the sphere:

So the dual definition can be improved: Given a triangle, and a circle which goes through a vertex of the triangle and the opposite points of the two other vertices. With the two vertices and their opposite points fixed, draw another third vertex on the arc of the circle, and get a new triangle. The sum of measures of angles in the two triangles is the same.

We can say even more: Given a spherical triangle, fix two vertices, and draw a circle through the third vertex and the opposite points of the two fixed vertices. (This circle corresponds to the inscribed circle in the supplementary triangle in Theorem 1.) Choose another third vertex on the same arc of the circle where the original third vertex was drawn. (This vertex corresponds to the new third side in Theorem 1.) Get a new triangle, prove that the sum of angles in the new triangle is the same as in the original triangle. (The sum of angles corresponds to the sum of sides in Theorem 1.)

We can make a step further, knowing that the area of a spherical triangle depends on the sum of its interior angles: Prove that the area of the new triangle is the same as that of the original triangle. The circle constructed in this way is called the Lexell circle named after Anders Johan Lexell, a Finnish scientist, close friend and helper of Leonhard Euler.

The theorem can be proved directly in absolute geometry, but if we accept the principle of duality, the proof of Theorem 1 proves the dual theorem as well.

Figure 3 shows a special case when the area of the triangles at issue is exactly one-fourth of the whole sphere. The two fixed vertices are the endpoints of the diameter of the circle. the third vertex of the inscribed triangle moves along the arc of the circle. The area of the supplementary triangle is constant, 180° in this case.

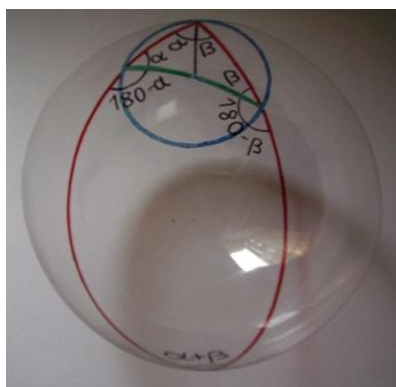


Figure 3

Conclusions. For many students, a geometric concept only means recalling the visual image of a geometric shape. The definition is only a roleplay to please the teacher at school, a text to be memorized without any relevance to the geometric figure. The true meaning of a definition becomes clear for the student if the same concept has to be interpreted in a different context, from a different perspective. The principle of duality within the same geometry and the method of comparison between the geometry of a plane and a sphere are very well suited for this purpose.

Another advantage is the variance in the degree of difficulty of the tasks. Theorem 1 is rewarding for those students who are less oriented towards mathematics, while the other parts are recommended for those who are more enthusiastic to the subject. Another advantage is the different levels of difficulty of the tasks. Theorem 1 is rewarding even for those who are less math-oriented, while the other parts are recommended for those who are more passionate about the subject.

REFERENCES

1. Makara, Ágnes. Comparative geometry on plane and sphere – Didactical impressions / Ágnes Makara, István Lénárt // Teaching Mathematics and Computer Science. – 2004. – P. 81–101.
2. Rybak, Anna. Trzy światy geometrii. Przygody na płaszczyźnie, sferze i półsferze / Anna Rybak, István Lénárt ; red. Henryk Kąkol. – Bielsko-Biała : Wydaw. dla szkoły, 2013.

ANNA RYBAK

Poland, Białystok, University of Białystok

KONKURSY MATEMATYCZNE DROGĄ DO ROZBUDZANIA ZAINTERESOWAŃ MATEMATYCZNYCH U UCZNIÓW

Wprowadzenie. Wszyscy nauczyciele i rodzice poszukują dróg efektywnego uczenia się matematyki dla ich dzieci i uczniów. Nauczycielom i rodzicom zależy na tym, aby matematyka była dla uczniów interesująca i pociągająca, a jej uczenie się było przyjemnością. Jednocześnie chcielibyśmy, aby uczniowie poznawali matematykę nie tylko z podręczników, ale aby umieli odnaleźć ją wszędzie wokół siebie.

W Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku organizujemy konkursy matematyczne o charakterze popularyzatorskim, aby zainspirować uczniów do „matematycznego spojrzenia na świat” i wzbudzania w nich zainteresowania matematyką. Czasami takie „pozaszkolne” zainteresowanie matematyką skutkuje zmianą stosunku ucznia do matematyki szkolnej, rozszerza też zainteresowania poznawcze.

Różnorodność konkursów matematycznych. Konkursy matematyczne można podzielić na dwie główne kategorie: konkursy, których celem jest sprawdzenie wiedzy uczestników i ich umiejętności rozwiązywania zadań matematycznych zaproponowanych przez organizatorów (są to konkursy typu olimpijskiego) oraz konkursy o innym charakterze, w których zadanie polega na utworzeniu pracy związanej z matematyką, w warunkach określonych przez organizatora, ale przy pozostawieniu dużej swobody twórczej uczestnikom. Celem takich konkursów jest nie tyle sprawdzenie umiejętności uczniów w zakresie przedmiotów ścisłych, co zachęcenie do rozwijania pasji matematycznych i samodzielności, odkrywania ukrytych talentów oraz rozwinięcia nawyku twórczego i logicznego myślenia. Konkurs matematyczny tego typu jest sposobem na rozbudzenie motywacji do rozwoju zdolności oraz sposobem na czerpanie radości z odkrywania tajemnic matematyki i dostrzegania jej wokół siebie. Dodatkowo konkursy takie pozwalają wyłonić młodych geniuszy w tej dziedzinie.

W Polsce organizuje się wiele konkursów tego rodzaju. Przykładami pokazującymi ich różnorodność mogą być:

1. Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie” organizowany przez Uniwersytet Szczeciński i Akademię Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie (<https://mwo.usz.edu.pl/>).

2. Konkurs Matematyczno-Plastyczny „Zarazić Matematyką” organizowany przez Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki (<http://www.snm.edu.pl/2021/02/konkurs-matematyczno-plastyczny-zarazic.html>).

3. Konkurs literacki SNM „Matematyka fraszką, wierszem i limerykiem” organizowany przez Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki (<http://www.snm.edu.pl/2019/11/konkurs-literacki-snm-matematyka.html>).

4. Konkurs „Zobaczyć Matematykę”, w którym zadaniem jest utworzenie strony internetowej zawierającej wizualizację zagadnienia związanego z matematyką, przedstawioną w sposób atrakcyjny, ułatwiający zrozumienie prezentowanych treści, organizowany przez Akademię Górniczo-Hutniczą im. Stanisława Staszica w Krakowie (<https://www.zobaczycmatematyke.agh.edu.pl/informacje-o-konkursie/>).

Konkursy matematyczne organizowane przez Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku

W Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki organizowane są konkursy o charakterze olimpijskim oraz konkursy popularyzujące matematykę, o charakterze bardziej otwartym.

Konkursy typu olimpijskiego to Olimpiada Matematyczna Pogranicza i Konkurs Matematyczny Pogranicza organizowane we współpracy z Brzeskim Uniwersyte-tem Państwowym im. A. Puszkina w Brześciu. Szczegóły dotyczące obu imprez można znaleźć na stronie <https://math.uwb.edu.pl/pl/ckum/olimpiada.php>.

Oprócz Olimpiady Matematycznej Pogranicza i Konkursu Matematycznego Pogranicza w Centrum organizowane są konkursy, w ramach których bardziej popularyzuje się matematykę niż sprawdza umiejętność rozwiązywania zadań oraz w których autorzy prac mają dużą swobodę twórczą.

Konkurs „Na wakacjach spotkałem matematykę”. Konkurs organizowany był dwukrotnie. Jego cele to:

- popularyzacja matematyki, kształtowanie i wzmacnianie zainteresowania matematyką;
- pogłębienie kompetencji matematycznych uczniów;
- pokazanie różnych oblicz matematyki, jej wszechobecności w różnych dziedzinach naszego życia.

Uczestnikami konkursu mogą być uczniowie szkół podstawowych oraz szkół ponadpodstawowych, którzy potrafią poszukiwać aspektów matematycznych w otaczającym ich świecie, w warunkach wakacyjnych.

Zadaniem konkursowym jest utworzenie pracy w dowolnej technice graficznej, fotograficznej lub w formie tekstowej ukazującej dowolny aspekt matematyki napotkany w czasie wakacji. W przypadku prac plastycznych konieczne jest dodanie opisu słownego wyjaśniającego związek pracy z Królową Nauk oraz okoliczności spotkania z matematyką.

W 2020 roku na konkurs wpłynęło 47 prac, przy czym niektóre prace dotarły do nas z odległych regionów Polski. Wszystkie prace są ciekawe i pokazują autentyczne zainteresowanie Autorów matematyką spotykaną w różnych miejscach i w różnym czasie. Prace są bardzo różnorodne, jeśli chodzi o formę oraz treść. Nadesłane zostały fotografie, obrazy malowane, rysowane, kolaże, wiersze. Treści matematyczne ujęte w pracach dotyczyły głównie obliczeń związanych z podróżami oraz kształtów geometrycznych zaobserwowanych podczas wakacji, przy czym pomysłowość i spostrzegawczość Autorów prac była imponująca.

Do najciekawszych prac można zaliczyć:

- Album „*Moje wakacyjne spotkania z matematyką na ścieżkach Prawosławia*” autorstwa uczennicy trzeciej klasy Szkoły Podstawowej nr 4 z Bielska Podlaskiego;
- Album „*Moje wakacyjne spotkania z matematyką na ścieżkach polskiej przyrody*” autorstwa uczennicy trzeciej klasy Szkoły Podstawowej nr 4 z Bielska Podlaskiego – siostry bliźniaczki Autorki powyżej wymienionego albumu;
- Prace „*Matematyka w Ziołowym Zakątku* i *Symetria w ruinach*” autorstwa uczennicy ósmej klasy Prywatnej Szkoły Podstawowej Informatyczno-Językowej z Oddziałami Dwujęzycznymi w Białymstoku;
- Praca „*Przenikanie powierzchni w Philharmonie Luxemburg*” autorstwa ucznia drugiej klasy VII Liceum Ogólnokształcącego w Białymstoku;
- Praca „*Za (ROMB)iste odbicie*” autorstwa uczennicy XI Liceum Ogólnokształcącego w Białymstoku.

Wymienione prace oraz wiele innych nagrodzonych można obejrzeć na stronie <https://math.uwb.edu.pl/pl/ckum/konkurs.php>, natomiast pod adresem <https://www.youtube.com/watch?v=Zqyjl7b2Pak> można obejrzeć film z wystawy prac, która została zorganizowana na Wydziale Matematyki UwB. Wypowiedzi Autorów prac

można posłuchać odtwarzając program „Przyjazna matematyka” nadany w ramach audycji Obiektyw przez regionalny oddział telewizji polskiej: <https://bialystok.tvp.pl/51394360/matematyka-przyjazna>.

Konkurs „Sławna liczba pi”. W marcu 2021 roku w ramach obchodów Dnia Liczby Pi został zorganizowany konkurs *Sławna liczba pi*. Celem konkursu było:

- pogłębienie kompetencji matematycznych uczniów;
- zachęcenie uczniów do poszukiwania wiedzy w różnych źródłach, wykonywania konstrukcji geometrycznych, wnioskowania i uzasadniania wniosków wyciągniętych ze swojej pracy badawczej.

Uczestnikami konkursu mogli być uczniowie szkół podstawowych oraz szkół ponadpodstawowych. Konkurs polegał na rozwiązaniu przynajmniej jednego z poniższych zadań i przysłaniu skanu lub czytelnego zdjęcia rozwiązania na wskazany adres internetowy. Zadania konkursowe zostały dobrane tak, aby do ich rozwiązania nie wystarczyła (lub wręcz nie była potrzebna) szkolna wiedza, ale aby proces zbierania potrzebnych informacji i rozwiązywania zadań wzbogacał uczniów poznawczo.

Oto zadania:

Zadanie 1. Liczba π zakodowana jest podobno w Wielkiej Piramidzie Cheopsa zbudowanej około 2560 lat p.n.e., której obwód podstawy jest podobno ściśle związany z jej wysokością i w tym związku swoją rolę odgrywa liczba π . Sprawdź, czy to prawda. Opisz swój sposób postępowania (nie będziemy przecież jechać na wycieczkę do Egiptu, aby zmierzyć piramidę...) i wyciągnięty wniosek.

Zadanie 2. Adam Adamandy Kochański herbu Lubicz żyjący w latach 1631–1700, nadworny matematyk Jana III Sobieskiego, wśród swoich licznych osiągnięć miał również konstrukcję przybliżonej rektyfikacji okręgu czyli wyznaczenia odcinka o długości równej obwodowi okręgu. Znajdź bliższe informacje o tym polskim uczonym, wykonaj zaproponowaną przez niego konstrukcję i zapisz wnioski.

Zadanie 3. Starożytnego zadania nakreślenia koła i kwadratu o równych polach nie można, jak wiemy, rozwiązać przy użyciu jedynie cyrkla i linijki. Dysponując jednak przybliżonymi wartościami liczby π , można to zadanie rozwiązać w przybliżeniu. Zaplanuj, opisz i wykonaj tę konstrukcję.

Szczegóły dotyczące konkursu można znaleźć na stronie <https://math.uwb.edu.pl/files/ckum/pi-konkurs.pdf>.

Konkurs był również promowany przez Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki, co spowodowało, że nadeszły prace z całego kraju, czasami również z bardzo małych miejscowości.

Konkurs zostanie rozstrzygnięty do końca kwietnia 2021 roku.

Konkurs na Eksperyment Matematyczny. Na początku kwietnia 2021 roku nauczyciele ze Szkoły Podstawowej nr 11 z Oddziałami Integracyjnymi w Białymstoku oraz pracownicy Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki ogłosili Konkurs na Eksperyment Matematyczny.

Celem konkursu jest

- 1) popularyzacja matematyki, kształtowanie i wzmacnianie zainteresowania matematyką;

2) zainteresowanie uczniów metodą badawczą i samodzielnym odkrywaniem praw rządzących światem;

3) pokazanie matematyki od strony twórczej, poszukującej, nie tylko oczekującej na bierne jej przyswojenie przez uczniów.

Uczestnikami konkursu mogą być uczniowie szkół podstawowych klas VI–VIII oraz szkół ponadpodstawowych, którzy chcą poznawać matematykę poprzez wykonywanie pracy badawczej.

Zadanie konkursowe polega na zaplanowaniu i przeprowadzeniu eksperymentu prowadzącego do wniosków o treści matematycznej, a także udokumentowaniu tego działania w formie prezentacji (zawierającej zdjęcia pokazujące przeprowadzenie eksperymentu) lub filmu i przesłaniu tej dokumentacji na wskazane adresy internetowe.

Szczegóły dotyczące konkursu dostępne są na stronie <https://uwb.edu.pl/nowosci/aktualnosci/wydzial-matematyki-uwb-oglasza-kolejny-konkurs-dla-uczniow-tym-razem-na-matematyczny-eksperyment/1124f801>.

Termin nadsyłania prac to 16 maja 2021 roku, więc musimy jeszcze poczekać na przejawy uczniowskich pasji badawczych, ale mamy nadzieję, że wielu młodych ludzi poczuje w sobie żyłkę badacza.

Podsumowanie. Uczniowie bardzo lubią konkursy, w których mogą wykazać się również umiejętnościami i zdolnościami innymi niż matematyczne. Ich różnorodne talenty mogą być tutaj pokazane w kontekście matematycznym i odwrotnie – treści matematyczne pokazane środkami plastycznymi czy literackimi zyskują tutaj inny wymiar. Uczniowie mają okazję dowiedzieć się czegoś nowego o matematyce bez presji, jaka towarzyszy przygotowaniu do klasówki czy egzaminu, bez obawy o otrzymanie złej oceny. Obserwujemy, że w sytuacji takiej „twórczej wolności” uczniowie podejmują próby rozwiązywania problemów wykraczających poza podstawę programową – po prostu dlatego, że ich zainteresowały. Uczeń trzeciej klasy szkoły podstawowej z małej miejscowości na początku swojej pracy przysłanej na konkurs „*Sławna liczba pi*” napisał: „Najbardziej zainteresowało mnie zadanie dotyczące konstrukcji Adama Kochańskiego. Nigdy nie słyszałem o tym matematyku, a jak się później dowiedziałem był on jednym z najwybitniejszych matematyków XVII wieku”. Dzieci w wieku od 9 lat wykonywały konstrukcje geometryczne, rozważały problem przybliżonej kwadratury koła. W odpowiedzi na konkurs wakacyjny w swoich pracach łączyły różne dziedziny matematyki. Matematyka w ich interpretacji była piękna, kolorowa, przyjazna, a przede wszystkim była w zasięgu ręki.

Przed nami nauczycielami jest wielkie zadanie – jak matematykę szkolną, która wielu uczniom wydaje się szara i monotonna, zmienić w taką właśnie interesującą i kolorową. Jak nie zaprzepaścić tych pasji uczniowskich, które zostały uwidocznione poprzez udział dzieci i młodzieży w konkursach matematycznych.

Е. П. ГРИНЬКО

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗВИТИЕ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ В ПРОЦЕССЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

В процессе профессиональной педагогической подготовки в университете такие дисциплины, как «Элементарная математика и практикум по решению задач» и «Методика преподавания математики», обладают большими возможностями в развитии логико-алгоритмического мышления будущих учителей математики и информатики.

Логико-алгоритмическое мышление – это синтез логического и алгоритмического мышления. Сущность логического мышления заключается в оперировании понятиями, суждениями, умозаключениями на основе законов логики, их сопоставления и соотнесения с действиями или же совокупность умственных действий или операций мышления, связанных причинно-следственными закономерностями, позволяющими согласовать наличные знания с целью описания и преобразования объективной деятельности [1]. Изучением процессов логического мышления занимались известные психологи П. П. Блонский, Л. С. Выготский, В. А. Крутецкий, Ж. Пиаже, С. Л. Рубинштейн и др. Роль обучения в развитии логического мышления раскрыта в работах Ю. М. Калягина, М. И. Моро, А. М. Пышкало и др. Алгоритмическое мышление рассматривается как система мыслительных приемов, направленных на решение задач, а также выбор оптимального способа достижения поставленной цели. Навыки алгоритмического мышления способствуют формированию особого стиля культуры человека, составляющими которой являются целеустремленность и сосредоточенность, объективность и точность, логичность и последовательность в планировании и выполнении своих действий, умение четко и лаконично выражать свои мысли, правильно ставить задачу и находить окончательные пути ее решения, быстро ориентироваться в стремительном потоке информации. Основные умения и навыки, соответствующие алгоритмическому стилю мышления, – это умения и навыки планирования структуры действий, необходимых для достижения цели, умение производить структурный анализ задачи, разбивать большие задачи на малые, сводить нерешенные задачи к решенным [1].

Дисциплина «Элементарная математика и практикум по решению задач» является важнейшим компонентом системы подготовки студентов специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика», развивающим и закрепляющим блок умений, составляющих основу как математической, так и методической подготовки будущего учителя математики. Цель дисциплины – формирование системы математических знаний, умений и навыков в области элементарной математики, которые будут являться основой повышения качества математической подготовки специалистов; овладение основами методической культуры в вопросах обучения учащихся решению математических задач.

Основной технологией обучения, адекватно отвечающей целям изучения данной дисциплины, является технология проблемного обучения, основанная на проблемном изложении материала, использовании частично-поискового и исследовательского методов. Данная дисциплина логично связана с курсом «Методика преподавания математики» учебного плана для студентов указанной специальности, так как обеспечивает необходимую математическую подготовку для успешного решения математических задач программы по математике для учащихся средних общеобразовательных учреждений.

Дисциплина «Элементарная математика и практикум по решению задач» включает раздел «Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач», состоящий из подразделов «Методы решения олимпиадных задач» и «Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач». Содержание этих подразделов следующее.

Методы решения олимпиадных задач

Тема 1. Цели и задачи математических олимпиад школьников. История международного, всесоюзного и белорусского математических олимпиадных движений. Специфика олимпиадных задач по математике. Основные типы олимпиадных задач; требования, предъявляемые к их решению. Основные идеи, приемы и методы, применяемые при решении олимпиадных задач. Формы, методы и особенности подготовки школьников к математическим олимпиадам и конкурсам.

Тема 2. Олимпиадные задачи по арифметике и методы их решения. Задачи с цифрами, арифметические (числовые) ребусы. Целые числа (четность, делимость, сравнения по модулю, разложение на простые множители, китайская теорема об остатках). Простые числа (определение и формула простого числа, «решето» Эратосфена). Рациональные числа.

Тема 3. Олимпиадные задачи по алгебре и методы их решения. Тождества, основные методы доказательства тождеств, опорные тождества. Многочлены, делимость многочленов. Метод математической индукции. Уравнения и системы уравнений: основные методы решения уравнений (и систем) в натуральных и целых числах, методы решения целых рациональных уравнений и их систем, решение иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и их систем.

Основные методы решения и доказательства неравенств (аналитический и синтетический методы, использование опорных неравенств, векторный метод, построение геометрической модели неравенств, использование производной). Методы решения уравнений и неравенств с параметрами (аналитический метод решения, использование графиков функций).

Тема 4. Олимпиадные задачи по началам анализа и методы их решения. Задачи на использование свойств функций: область определения, множество значений, непрерывность, монотонность, четность (нечетность), периодичность. Анализ графиков функций. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии, рекуррентные последовательности. Решение задач на оптимизацию. Основные методы решения функциональных уравнений (метод Коши, функциональные замены).

Тема 5. Олимпиадные задачи по планиметрии и методы их решения. Треугольник (замечательные точки и линии треугольника и их свойства), четырехугольники, окружности и их комбинации. Геометрические места точек, задачи на использование свойств движения, векторы при решении геометрических задач, дополнительные построения как метод решения задач, метод площадей. Теорема Чевы. Теорема Менелая. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса.

Тема 6. Олимпиадные задачи по стереометрии и методы их решения. Призмы и пирамиды, сечения многогранников, комбинации многогранников и круглых тел. Теорема Польке – Шварца.

Тема 7. Олимпиадные задачи специфической тематики и методы их решения. Логические задачи. Методы решения логических задач (матричный метод, круги Эйлера, принцип Дирихле и др.). Нестандартные текстовые задачи. Знакомство. Спички. Разрезания. Возраст. Сколько надо взять? Гонки. Задачи о турнирах, комбинаторные задачи, теория графов. Применение при решении задач «правила крайнего», инвариантов, раскрасок. Теория игр.

Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач

Тема 1. Доказательства и правдоподобные рассуждения. Обобщенные приемы исследовательской деятельности в процессе решения уравнений и неравенств (функциональные подстановки; тригонометрические подстановки; метод параметризации). Использование численных неравенств при решении уравнений, неравенств и их систем (неравенства Коши, Коши – Буняковского, Бернулли). Геометрические методы решения алгебраических задач. Векторный метод решения алгебраических задач.

Тема 2. Функциональный подход в поиске решений нестандартных задач. Использование ограниченности области определения и области значения функции (метод мажорант). Использование монотонности функции. Использование производной при решении уравнений и неравенств.

Тема 3. Эвристические приемы при решении нестандартных задач. Понятие о функциональных уравнениях. Основные теоремы, используемые при решении функциональных уравнений (нестандартных задач). Основные методы решения функциональных уравнений (олимпиадных задач).

Тема 4. Целая и дробная части числа. Понятие целой и дробной части числа. Некоторые свойства. Построение графиков функции $y = k[x]$, $y = [kx]$, $y = k\{x\}$, $y = k\{x\}$ с помощью преобразований. Применение целой и дробной части числа для решения уравнений, неравенств, систем.

Тема 5. Делимость чисел. Основные определения и теоремы. Простые и составные числа. Признаки делимости. Последняя цифра числа. Решение в целых числах (x, y) уравнений вида $ax + by = c$. Китайская задача об остатках. Решение в целых числах (x, y) уравнений вида $ax^2 + bxy + cy^2 = d$.

Тема 6. Принцип Дирихле. Использование принципа Дирихле при решении задач на делимость. Принцип Дирихле и его следствие. Задачи геометрического содержания. Обобщенный принцип Дирихле. Олимпиадные задачи, решаемые с использованием принципа Дирихле.

Тема 7. Логические задачи. Виды логических задач. Задачи на инварианты: инварианты и делимость; замощения и раскраски; геометрические инварианты. Применение графов для решения логических задач: основные понятия теории графов; базовые теоремы; логические задачи, решаемые с помощью графов. Матричный метод решения логических задач. Задачи «на стратегии». Основные виды и методы решения. Задачи на «маршруты» и «мосты» (использование теории графов, задачи исторического содержания).

Тема 8. Обобщение. Итоговый контроль усвоения курса. Обзор и повторение теоретических вопросов курса. Решение задач различными способами.

Еще одним важным инструментом развития логико-алгоритмического мышления студентов является совместная работа с учащимися 10–11 классов на факультативе «Методы решения школьных олимпиадных задач», который проводится на базе физико-математического факультета университета. Содержание факультатива следующее:

10 класс. Метод математической индукции. Задачи комбинаторно-логического характера. Доказательство тождеств, неравенств. Принцип наименьшего элемента. Индукция в геометрии. Основы теории чисел: Простые числа. Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики. Линейные диофантовы уравнения. Системы линейных диофантовых уравнений. Простейшие диофантовы уравнения второй степени. Пифагоровы тройки. Элементы теории сравнений. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона. Методы решения олимпиадных задач: Принцип Дирихле. Правило крайнего. Инварианты. Четность, нечетность. Игры, турниры, стратегии и алгоритмы. Задачи на раскраски, укладки, замощения. Элементы теории множеств. Язык теории множеств. Операции над множествами. Отображения множеств. Конечные множества. Формула включения-исключения. Элементы перечислительной комбинаторики. Основные комбинаторные принципы. Перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Многочлены. Делимость многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры. Геометрия. Теорема Менелая. Теорема Чевы. Теорема Дезарга. Теорема Фейербаха. Теорема Птолемея. Теорема Паскаля. Теорема Паппа. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса. Теорема Польке – Шварца. Аналитические методы в геометрии. Метод координат. Векторы и их применение. Геометрия масс. Неравенства. Классические неравенства о средних. Неравенство Коши – Буняковского. Геометрические неравенства. Графы. Язык теории графов. Простейшие числовые характеристики и типы графов. Классические теоремы теории графов. Синтетические методы в геометрии. Геометрия преобразований; движения. Теорема Шаля. Преобразования подобия. Гомотетия. Композиции преобразований. Функции. Различные свойства функций, их применение (периодичность, четность, ограниченность). Функциональные уравнения. Последовательности и пределы.

11 класс. Теория чисел. Простые числа Ферма. Китайская теорема об остатках. Мультипликативные функции теории чисел. Квадратичные вычеты. Диофантовы уравнения высших степеней. Уравнения типа Каталана. Дискретная природа

целых чисел. Многочлены: Многочлены с действительными, целыми, рациональными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Признаки неприводимости многочленов. Многочлены нескольких переменных. Симметрические многочлены. Неравенства. Неравенства Бернулли, Йенсена, Гельдера. Неравенство Чебышева. Теория Мюрхеда. Последовательности. Рекуррентные последовательности. Возвратные последовательности. Пределы последовательностей. Ряды. Графы. Классические теоремы теории графов. Теория Дилворта. Теория Рамсея. Множества. Разбиения множеств. Отношения множеств. Конечные, бесконечные множества. Топология точечных множеств на прямой и плоскости. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы. Формула Муавра. Решение алгебраических задач с применением комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Геометрия. Теорема Менелая. Теорема Чевы. Теорема Дезарга. Теорема Фейербаха. Теорема Птолемея. Теорема Паскаля. Теорема Паппа. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса. Теорема Польке – Шварца. Инверсия. Комплексные числа в геометрии. Аффинные и проективные преобразования. Комбинаторная геометрия. Язык комбинаторной геометрии: выпуклые фигуры, выпуклая оболочка, опорные прямые, диаметр фигуры. Аналитические методы в стереометрии. Функции. Функциональные уравнения. Функциональные уравнения с условиями непрерывности, ограниченности, с дискретной областью определения [2].

С 2015 г. кафедра методики преподавания физико-математических дисциплин совместно с кафедрой дидактики и новейших технологий в профессиональном образовании университета в Белостоке (Республика Польша) проводит Международную математическую олимпиаду приграничья для студентов и учащихся 9–11 классов учреждений общего среднего образования (Брест – Белосток – Вильнюс – Смоленск – Одесса). Олимпиада проводится в три этапа. Студенты имеют возможность соревноваться в решении олимпиадных задач с учащимися, глубже изучить и понять некоторые важные аспекты предстоящей профессиональной деятельности.

Решение математических задач (особенно нестандартных) предполагает планирование структуры деятельности. В результате анализа различных подходов к решению задач, предлагаемых на практических занятиях и факультативе, разрабатываются четкие алгоритмы их решения. Для развития логико-алгоритмического мышления студентов – будущих педагогов необходима тщательно продуманная система учебных задач и методов обучения, позволяющих осваивать принципы решения целого класса задач с родственной логической или алгоритмической основой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белошистая, А. В. Развитие логического и алгоритмического мышления младшего школьника / А. В. Белошистая, В. В. Левитес // Нач. шк. плюс до и после. – 2006. – № 9. – С. 15–23.
2. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 1. – 184 с. ; Ч. 2. – 196 с.

СЕКЦИЯ 2. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

М. Г. ВАКУЛИЧ

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска»

ОТ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ К ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИМ УМЕНИЯМ

Сообщить готовое быстрее, чем открывать его вместе с учащимися. Но от услышанного через две недели в памяти остается только 20 % информации. Важно сделать учащихся участниками научного поиска, рассуждая вслух, высказывая предположения, обсуждая их, доказывая истину. Учащиеся включаются в деятельность, которая носит исследовательский характер [1]. Активизация деятельности исследовательского характера учащихся, развитие их творческого потенциала, повышение интереса к научной деятельности – одно из основных направлений работы учителя математики с одаренными учащимися. Мы предлагаем два приема, которые можно использовать на учебном занятии для развития исследовательских умений и навыков.

Прием «Измерь – проанализируй – выдвини гипотезу». Лабораторная работа, 5 класс. Тема: Основное свойство дроби. Цель работы: формулирование основного свойства дроби.

Указание к работе: 1. Разрежьте первый круг на три части. Запишите дробь, которая соответствует одной части (синий круг, разделенный на три равных сектора).

2. Разрежьте второй круг на шесть частей. Запишите дробь, которая соответствует двум частям (красный круг, разделенный на шесть равных секторов).

3. Сравните две красные части с одной синей частью наложением.

4. Сформулируйте вывод.

5. Выдвините гипотезу (как из одной дроби получить вторую дробь).

Лабораторная работа, 6 класс. Тема: Виды треугольников. Цель работы: классификация треугольников по сторонам.

Указание к работе: 1. Измерьте длины сторон каждого из треугольников (6 треугольников).

2. Результаты измерений занесите в таблицу:

1-я сторона	2-я сторона	3-я сторона	Вид треугольника

3. Сформулируйте гипотезу (какие бывают треугольники по количеству равных сторон).

Лабораторная работа, 7 класс. Тема: Свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла 30° . Цель работы: формулирование свойства катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла 30° .

Указание к работе: 1. Измерьте длину катета, лежащего против угла 30° , и длину гипотенузы каждого из прямоугольных треугольников (3 треугольника).

2. Результаты измерений занесите в таблицу:

Катет, лежащий против угла 30°	Гипотенуза

3. Сформулируйте гипотезу.

Прием «От школьной задачи к исследовательской задаче». Практическая работа с элементами исследования, 5 класс. Тема: Решение задач на нахождение площади фигур по указанной форме и размерам. Цель работы: содействие развитию умения создавать математическую проблему и защищать свою идею.

1-й этап. Задача с определенными данными и несколькими вопросами по модели.

Пример. Найдите площадь кухни, если она имеет форму и размеры, указанные на рисунке [2, с. 114].

- а) Как называется эта фигура?
- б) Существует ли формула, по которой можно найти площадь этой фигуры?
- в) Можно ли разбить эту фигуру на фигуры, площади которых мы можем найти по формулам? Разбить фигуру на прямоугольники.
- г) Как найти площадь прямоугольника? Записать формулу.
- д) Как найти площадь кухни? Решить задачу.

2-й этап. «Заготовка задачи». Форма есть, требуется указать числовые данные, чтобы, используя их, можно было найти ответ.

3-й этап. Работа с данными. Анализ решения.

4-й этап. Создание учащимся задачи с использованием самостоятельно созданной формы и данных.

Практическая работа с элементами исследования, 6 класс. Тема: Решение задач с помощью пропорций. Цель работы: содействие развитию умения создавать математическую проблему и защищать свою идею.

1-й этап. Задача с определенными данными и несколькими вопросами по модели.

Пример. Чтобы получить 10 тонн железа, нужно переработать 18 тонн железной руды. Сколько получится железа из 1050 тонн руды?

- а) О каких величинах идет речь в задаче?
- б) Составить таблицу (в первом столбце – значения первой величины, во втором – значения второй величины).
- в) Указать вид зависимости величин с помощью стрелок.
- г) Составить пропорцию.

2-й этап. «Заготовка задачи». Величины есть, требуется указать числовые данные, чтобы, используя их, можно было найти ответ.

Из молока (литры) изготавливают сливки (литры). Из свежескошенной травы (тонны) получают сено (тонны). Из свежих фруктов (кг) получают сухофрукты (кг). Количество рабочих и количество дней, потраченных на выполнение одной работы.

3-й этап. Работа с данными. Анализ решения.

4-й этап. Создание учащимся задачи с использованием самостоятельно созданных данных и величин.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колобова, С. Инновационные технологии в процессе обучения математике [Электронный ресурс] / С. Колобова // Евраз. науч. журн. – СПб., 2015. – Режим доступа: <http://journalpro.ru/articles/innovatsionnye-tekhnologii-v-protsesse-obucheniya-matematike>.

2. Герасимов, В. Д. Математика : учеб. пособие для 5 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения : в 2 ч. / В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко, А. П. Лобанов. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2017. – Ч. 2. – 192 с.

И. Е. ГЛОБАСЮК

Беларусь, Брест, ГУО «Брестская санаторная школа-интернат»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАРИННЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ

Использование старинных задач в курсе математики 5–6 классов позволяет разнообразить процесс обучения, сделать его более интересным, содержательным и тем самым значительно повысить его познавательную и развивающую функции, создает широкие возможности для формирования ключевых компетентностей учащихся. Старинная задача – это текстовая задача с историческим содержанием, т. е. содержащая исторические факты или сама обладающая исторической ценностью. В ходе решения таких задач развивается математическое мышление учащихся. Старинные задачи хорошо зарекомендовали себя как на разных этапах урока, так и во внеклассной деятельности, при проведении различных математических турниров, а также при подготовке к олимпиадам. В качестве примеров приведем несколько старинных задач, используемых нами на уроках и внеклассной деятельности.

Задача из папируса Ахмеса (Египет, около 2000 г. до н. э.). Приходит пастух с 70 быками. Его спрашивают: «Сколько приводишь ты из своего многочисленного стада?» Пастух отвечает: «Я привожу две трети от трети скота». Сочти! Сколько быков в стаде?

Задача о статуе Минервы – богине мудрости, покровительнице наук, искусств и ремесел (IV в. до н. э.).

Я – изваяние из золота.

Поэты то золото в дар принесли:

Харизий принес половину всей жертвы,

Феспия часть восьмую дала;

Десятую Солон.

Часть двадцатая – жертва певца Фемисона,

А девять все завершивших талантов – обет,

Аристонику данный.

Сколько же золота поэты все вместе в дар принесли?

Задача Брахмагупты (Индия, 598–660 гг.). Если число дней уменьшить на 1, затем разделить на 6 и прибавить 3, то получится $\frac{1}{5}$ первоначального числа. Сколь велико число дней?

Задача Герона Александрийского (I в.). Бассейн емкостью 12 кубических единиц получает воду через две трубы, из которых одна дает в каждый час кубическую единицу, а другая в каждый час – четыре кубические единицы. За какое время наполнится бассейн при совместном действии обеих труб?

Старинная задача (Китай, II в.). Дикая утка от южного моря до северного моря летит 7 дней. Дикий гусь от северного моря до южного моря летит 9 дней. Теперь дикая утка и дикий гусь вылетают одновременно. Через сколько дней они встретятся?

Задача Бхаскары (Индия, XII в.). Из множества чистых цветков лотоса были принесены в жертву: Шиве – третья доля этого множества, Вишну – пятая и Солнцу – шестая; четвертую долю получила Бхавани, а остальные шесть цветков получил уважаемый учитель. Сколько было цветков?

Задача из книги «Косс» Адама Ризе (XVI в.). Трое выиграли некоторую сумму денег. На долю первого пришлось $\frac{1}{4}$ этой суммы, на долю второго – $\frac{1}{7}$, а на долю третьего 17 флоринов. Как велик весь выигрыш?

Из «Всеобщей арифметики» И. Ньютона (1707 г.). 1. Трое рабочих могут выполнить некоторую работу, при этом А может выполнить ее 1 раз за 3 недели, В – 3 раза за 8 недель, С – 5 раз за 12 недель. Спрашивается, в какое время они смогут выполнить эту работу все вместе (считать в неделе 6 рабочих дней по 12 ч). 2. Некто желает распределить между бедными деньги. Если бы у него было на восемь динаров больше, то он мог бы дать каждому по три, но он раздал лишь по два, и у него еще остается три. Сколько бедных?

Из «Арифметики» Л. Н. Толстого (1874 г.). Косцы должны выкосить два луга. Начав с утра косить большой луг, они после полудня разделились: одна половина осталась на первом лугу и к вечеру его докосила, а другая перешла косить на второй луг, площадью вдвое меньше первого. Сколько было косцов, если известно, что в течение следующего дня оставшуюся часть работы выполнил один косец?

Из «Арифметики» А. П. Киселева (1884 г.). 1. Капитан на вопрос «Сколько людей имеет он в своей команде?» ответил, что $\frac{2}{5}$ его команды в карауле, $\frac{2}{7}$ – в работе, $\frac{1}{4}$ – в лазарете, да еще 27 человек налицо. Спрашивается число людей его команды. 2. Крестьянин, покупая товары, сначала уплатил первому купцу половину своих денег и еще 1 рубль; потом уплатил второму купцу половину оставшихся денег да еще 2 рубля и, наконец, уплатил третьему купцу половину оставшихся денег да еще 1 руб. После этого денег у крестьянина совсем не осталось. Сколько денег было у крестьянина первоначально?

Использование старинных задач способствует созданию творческой обстановки на уроках, проявлению у учащихся максимума активности и самостоятельности и, как следствие, развитию математической одаренности.

Е. П. ГРИНЬКО, О. Д. БЕЛЕЦКАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИДАКТИЧЕСКОЙ ИГРЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5 КЛАССЕ

Цель нашего исследования – разработка и обоснование методики использования дидактической игры на уроках математики в 5 классе. Дидактическая игра моделирует реальную обстановку, в которой выполняются конкретные действия, поиск оптимального варианта решения задачи. Главной особенностью дидактической игры является возможность создания эмоционального фона, который повышает у учащихся интерес к изучаемому материалу, активизирует творческую активность, дает высокий уровень усвоения теоретических и практических знаний. Можно выделить следующие основные структурные компоненты дидактической игры: игровой замысел (выражен, как правило, в названии игры); правила игры (определяют порядок действий и поведения учащихся); игровые действия (регламентируются правилами игры, способствуют познавательной активности детей, дают им возможность проявить свои способности, применить имеющиеся знания, умения и навыки для достижения целей игры); познавательное содержание (заключается в усвоении тех знаний и умений, которые применяются при решении учебной проблемы, поставленной игрой); оборудование (включает в себя различные средства наглядности и дидактические раздаточные материалы); результат (выступает в форме решения поставленной дидактической задачи и дает учащимся моральное и умственное удовлетворение).

Проанализировав содержание курса математики средней школы, а именно учебные пособия, которые используются в образовательном процессе, мы выделили для каждой учебной темы определенные виды дидактических игр, которые целесообразно применять на уроках изучения той или иной темы. Это могут быть игры-путешествия, КВН, ролевые, интеллектуальные игры, поручения, загадки. При организации дидактических игр необходимо придерживаться следующих положений:

1. Правила игры должны быть простыми, точно сформулированными, а математическое содержание предлагаемого материала доступно пониманию учащихся.
2. Игра должна быть развивающей.
3. Дидактический материал, используемый во время игры, должен быть удобен в использовании.
4. При проведении игры, связанной с соревнованиями команд, должен быть обеспечен контроль за ее результатами со стороны всего коллектива учащихся или выбранных лиц. Учет результатов должен быть открытым, понятным и справедливым.
5. Каждый учащийся должен быть активным участником игры.
6. Легкие и более трудные этапы игры должны чередоваться.

7. В процессе игры учащиеся должны математически грамотно проводить свои рассуждения, речь участников должна быть правильной, четкой, краткой.

8. Игру нужно закончить на данном уроке, подвести итоги.

Нами проведен анализ различных дидактических игр и выделены те из них, которые лучше всего вписываются в урок математики в 5 классе. Приведем несколько примеров.

Игра «Умная лесенка». На каждой ступеньке записано задание в одно действие. Класс делится на команды по 6 человек. Каждый учащийся решает по очереди свой пример и записывает ответ на своей «ступеньке». Шестой учащийся ответы складывает. Результат записывает на доске.

Игра «Лучший счетчик». Дома каждый учащийся должен заготовить по данной теме 3–4 примера для устного счета. Класс делится на три команды. В каждой команде выбирается «счетчик», который будет защищать честь своей команды. Примеры для устного счета предлагают члены другой команды до тех пор, пока он не собьется. Затем его сменяет другой учащийся из той же команды, и игра продолжается. Число «счетчиков» для одного тура определяется по договоренности. Побеждает та команда, в которой было наименьшее число «счетчиков», решивших наибольшее количество примеров. Такая игра проводится обычно в начале урока и служит своеобразной разминкой для дальнейшей работы.

Подбирая дидактические игры, необходимо обязательно сочетать два элемента – познавательный и игровой. Создавая игровую ситуацию в соответствии с содержанием программы, учитель должен четко спланировать деятельность учащихся, направлять ее на достижение поставленной цели урока.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко, В. Г. Дидактические игры на уроках математики / В. Г. Коваленко. – М. : Просвещение, 1990. – 95 с.
2. Гринько, Е. П. Система работы с интеллектуально одаренными детьми : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2009. – 229 с.
3. Гринько, Е. П. Формирование готовности учителя математики к работе с одаренными детьми : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2014. – 222 с.

Е. В. ЗВЕЖИНСКАЯ, Л. Л. ТУХОЛКО

Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

РЕАЛИЗАЦИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Как отмечается в работе [1], эвристическая функция геометрических конструкций заключается в содействии выявлению способа решения задачи, что обеспечивается за счет предоставления конструкцией контекста, позволяющего

установить связи между данными и искомыми элементами. Важно научить учащихся использовать эту функцию.

Во-первых, необходимо сформировать понимание того, что рассматриваемые геометрические фигуры должны быть связаны какой-либо конструкцией. По отношению к стереометрии И. Ф. Шарыгин писал: «В задачах на взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве... важно суметь “привязать” заданную конфигурацию к какому-либо многограннику... прямые не должны просто “висеть” в пространстве» [2, с. 170]. Аналогичную эвристику можно сформулировать и для планиметрии: «привяжите заданную конфигурацию к какому-либо многоугольнику или к окружности».

Например, при решении задачи «Отрезок BH – высота остроугольного треугольника ABC , отрезки HM и HN – перпендикуляры, проведенные из точки H к сторонам AB и BC соответственно. Найдите меру угла ABC , если $BH = h$, $MN = a$ » последовательное рассмотрение окружности, описанной около четырехугольника $MBNH$, а затем вписанного в нее треугольника MBN приводит к выводу о том, что меру искомого угла можно найти, используя следующее соотношение: $\frac{MN}{\sin ABC} = 2R$, где $2R = BH$.

Во-вторых, необходимо продемонстрировать учащимся, что решение многих задач упрощается благодаря знанию свойств рассмотренных ранее геометрических конструкций, называемых опорными.

Например, при решении задачи «Биссектрисы внешних углов, образованных продолжениями оснований AD и BC трапеции $ABCD$ и стороной AB , пересекаются в точке K , а биссектрисы внешних углов, образованных продолжениями оснований и стороной CD , – в точке E . Найдите длину отрезка KE , если периметр трапеции $ABCD$ равен 112 см» оказывается полезной конструкция, состоящая из двух параллельных прямых, секущей и биссектрисы внутреннего угла, образованного этими прямыми. Если эта конструкция знакома учащимся, то они заметят, что рассматриваемые в задаче биссектрисы углов вместе с соответствующими боковыми сторонами трапеции и прямыми, на которых лежат ее основания, ограничивают равнобедренные треугольники. Используя эту информацию, можно сделать вывод о том, что точки K и E являются серединами сторон трапеции, сумма длин оснований которой равна периметру данной трапеции, значит, длина отрезка KE равна полупериметру трапеции $ABCD$.

В-третьих, важно подчеркнуть, что если имеется лишь часть опорной конструкции, то ее дополнение недостающими элементами также позволяет использовать доказанные ранее свойства опорной конструкции. Например, при решении задачи «В трапеции $ABCD$ точка K – середина боковой стороны CD . Найдите площадь трапеции, если длина стороны AB равна 5 см, а длина отрезка AK – биссектрисы угла A – равна 4 см» достаточно продлить отрезки AK и BC до пересечения в точке M и заметить, что данная трапеция равновелика равнобедренному треугольнику ABM , длины сторон которого известны.

В-четвертых, для действенности знаний об эвристической функции геометрических конструкций необходимо обеспечить формирование у учащихся

некоторого запаса опорных геометрических конструкций и создать условия для приобретения опыта их применения при решении задач.

Таким образом, для реализации эвристической функции геометрических конструкций при обучении решению планиметрических задач необходимо сформировать у учащихся следующие представления: геометрическая конструкция предоставляет контекст, который позволяет установить связи между данными и искомыми элементами, потому важно суметь «привязать» заданную конфигурацию к какому-либо многоугольнику или к окружности; если данная геометрическая конструкция схожа с рассмотренной ранее опорной геометрической конструкцией, то, выделив эту опорную конструкцию или дополнив до нее данную конструкцию, можно использовать ранее доказанные свойства опорной конструкции. Кроме того, необходимо сформировать фонд геометрических конструкций, зрительные образы которых помогут учащимся в нужный момент использовать доказанные ранее свойства опорных конструкций и создать условия для их применения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тухолко, Л. Л. Развитие конструктивной деятельности учащихся при обучении стереометрии : монография / Л. Л. Тухолко. – Минск : БГПУ, 2019. – 248 с.
2. Шарыгин, И. Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач : учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. / И. Ф. Шарыгин, В. И. Голубев. – М., 1991. – 384 с.

Ю. П. ЗОЛОТУХИН

Беларусь, Гродно, УО «ГрГУ имени Янки Купалы»

КАК ВЫБИРАТЬ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ УГОЛ?

В процессе преобразования известного выражения $a \sin x + b \cos x$ (x – переменная, a, b – параметры; $x, a, b \in \mathbf{R}$, $ab \neq 0$) методом введения вспомогательного угла возникает необходимость выбора того или иного значения этого угла. Наш опыт показывает, что часто даже у сильных учеников нет четкого понимания, как следует осуществлять этот выбор. Рассмотрим данный вопрос в общем виде.

Напомним сначала общепринятую схему указанного преобразования. Вынося за скобки $\sqrt{a^2 + b^2}$, запишем рассматриваемое выражение в виде:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x \right). \quad (1)$$

Так как $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)^2 = 1$, то одно из чисел, $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ или $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, является синусом, а другое – косинусом некоторого (вспомогательного) угла.

Положим, например, что

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ и } \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (2)$$

тогда равенство (1) примет вид:

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha), \quad (3)$$

где α – любой угол, удовлетворяющий соотношениям (2).

Учитывая, что $ab \neq 0$, получаем: $-1 < \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} < 1$, $-1 < \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} < 1$.

Это означает, что с точностью до $2\pi t$, где $t \in \mathbb{Z}$, угол α может принадлежать одному из интервалов – $(0, \frac{\pi}{2})$ (если $a > 0$ и $b > 0$), $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ (если $a < 0$ и $b > 0$), $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ (если $a < 0$ и $b < 0$) или $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ (если $a > 0$ и $b < 0$).

В общем виде выбор конкретного значения угла α представляется достаточно кропотливым делом. Чтобы добиться понимания в этом вопросе, полезно выполнить следующее упражнение.

Упражнение 1. Покажите, что при $ab \neq 0$ на множестве $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi) \cup (\pi, \frac{3\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ существует единственное решение α системы уравнений (2). Проверьте, что в зависимости от знаков коэффициентов a и b это решение может быть записано в видах, представленных в следующей таблице.

Таблица

№ п/п	Условия на коэффициенты	Значение угла α	Примечание
1	$a > 0, b > 0$	$\arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $\arccos \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $\operatorname{arctg} \frac{b}{a}$	$\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$
2	$a < 0, b > 0$	$\pi - \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $\arccos \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $\pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$	$\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$
3	$a < 0, b < 0$	$\pi - \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $2\pi - \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $\pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$	$\alpha \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$
4	$a > 0, b < 0$	$2\pi + \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $2\pi - \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$ $2\pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$	$\alpha \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

В учебных пособиях, как правило, вопрос о выборе значения вспомогательного угла не конкретизируется. Чаще всего авторы ограничиваются общим указанием, что в качестве такового можно взять любое решение системы (2). Иногда дополнительно обращается внимание на то, что в зависимости от знаков коэффициентов a и b значение вспомогательного угла следует искать в той или другой четверти.

Процедуру выбора вспомогательного угла можно упростить, несколько отклоняясь от приведенной схемы и сводя задачу к нахождению решения системы уравнений

$$\cos \gamma = \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin \gamma = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad (4)$$

(с положительными правыми частями!) из интервала $(0, \frac{\pi}{2})$. Тогда в качестве вспомогательного угла (независимо от того, какие знаки имеют коэффициенты a и b !) можно взять любой из равных острых углов

$$\arcsin \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \arccos \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ или } \operatorname{arctg} \frac{|b|}{|a|}.$$

Чтобы унифицировать выбор вспомогательного угла, следует выполнить следующее преобразование:

$$\begin{aligned} a \sin x + b \cos x &= \frac{a}{|a|} |a| \sin x + \frac{b}{|b|} |b| \cos x = \\ &= \sqrt{a^2+b^2} \left(\frac{a}{|a|} \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}} \sin x + \frac{b}{|b|} \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \cos x \right) = \\ &= \sqrt{a^2+b^2} \left(\frac{a}{|a|} \cos \gamma \sin x + \frac{b}{|b|} \sin \gamma \cos x \right) = \\ &= \begin{cases} \sqrt{a^2+b^2} \sin(x+\gamma), & \text{если } a > 0 \text{ и } b > 0, \\ -\sqrt{a^2+b^2} \sin(x-\gamma), & \text{если } a < 0 \text{ и } b > 0, \\ -\sqrt{a^2+b^2} \sin(x+\gamma), & \text{если } a < 0 \text{ и } b < 0, \\ \sqrt{a^2+b^2} \sin(x-\gamma), & \text{если } a > 0 \text{ и } b < 0 \end{cases}, \end{aligned}$$

где $\cos \gamma = \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \sin \gamma = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \gamma \in (0, \frac{\pi}{2})$.

Итак, используя указанное преобразование в качестве вспомогательного угла можно выбрать любой из равных острых углов $\arcsin \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}, \arccos \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ или $\operatorname{arctg} \frac{|b|}{|a|}$ (если, конечно, $ab \neq 0$).

Например, $-3 \sin x + 4 \cos x = 5 \left(-\frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x\right) = -5 \left(\frac{3}{5} \sin x - \frac{4}{5} \cos x\right) =$
 $= -5 (\sin x \cos \gamma - \cos x \sin \gamma) = -5 \sin (x - \gamma)$, где γ – любой из равных острых
 углов $\arcsin \frac{4}{5}$, $\arccos \frac{3}{5}$ или $\arctg \frac{4}{3}$.

Замечание. Полагая в равенстве (2)

$$\sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ и } \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad (5)$$

получим формулу

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2+b^2} \cos (x - \beta), \quad (6)$$

где β – любой угол, удовлетворяющий соотношениям (5).

Упражнение 2. Проверьте, что вспомогательные углы α и β связаны равен-

ством $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} + 2\pi m$, где $m \in \mathbf{Z}$.

Аналогично предыдущему, модифицируя преобразование, указанное в замечании, в качестве вспомогательного угла можно выбрать любой из равных острых углов $\arcsin \frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\arccos \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ или $\arctg \frac{|a|}{|b|}$ (если, конечно, $ab \neq 0$).

Ю. П. ЗОЛУХИН

Беларусь, Гродно, УО «ГрГУ имени Янки Купалы»

ОДНОРОДНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ КАК МАТЕРИАЛ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Организация учебных исследований школьников – одна из обсуждаемых проблем среднего образования. Учебно-исследовательская деятельность не только способствует повышению уровня предметной подготовки, но и развивает личные качества учащихся, нужные для их успешной самоидентификации и сознательного выбора жизненного пути. Одной из ее простейших форм является решение исследовательской задачи, поставленной преподавателем, выполняемое под его руководством в рамках внеклассной проектной работы по предмету.

В данной статье предлагаются материалы, на основе которых учитель может организовать полноценное учебное исследование, посвященное однородным тригонометрическим уравнениям первой и второй степеней, а также некоторым неоднородным, сводимым к ним. Его содержание полностью отвечает необходимым требованиям. Задача исследования имеет учебную новизну и достаточную общность. Ее постановка понятна, ее решение основывается на школьной программе и доступно мотивированному ученику. Процесс решения моделирует настоящее научное исследование и предполагает всестороннее рассмотрение поставленной проблемы. Полученные результаты имеют применение как

в математике, так и в смежных дисциплинах (см., например, [1]). Они могут быть востребованы при поступлении в вуз. Важно также, что исследование относится к области тригонометрии, которая, имея большую историко-культурную ценность, прикладной потенциал и развивающие возможности, в настоящее время по объективным причинам недостаточно представлена в школьном курсе математики.

Определимся с терминологией. Ограничимся рассмотрением тригонометрических уравнений, имеющих бесконечное множество корней. Если множество корней (решений, частных решений) такого уравнения можно записать (задать) формулой, разрешенной относительно неизвестной, или совокупностью таких формул, содержащих целочисленные параметры, то указанную формулу или совокупность формул будем называть *общим решением* данного уравнения. Следует иметь в виду, что одно и то же множество чисел может быть задано разными формулами. Соответственно, общее решение одного и того же тригонометрического уравнения может быть записано разными способами.

Всякое бесконечное подмножество корней (решений), заданное формулой, разрешенной относительно неизвестной и содержащей целочисленный параметр, будем называть *серией корней (решений)* соответствующего уравнения. Общее решение тригонометрического уравнения может быть представлено в виде совокупности серий его решений разными способами.

Решить тригонометрическое уравнение с параметрами – это значит определить, при каких значениях параметров оно имеет корни, а при каких – не имеет корней, и найти его общее решение для тех значений параметров, при которых уравнение имеет корни.

Приведем задание на проведение исследования. Предполагается, что оно разбивается на этапы. К каждому этапу даются указания, а также планируемые результаты и комментарии (последние в данной статье не приводятся). Они помогут учителю не только поставить задачу, но и провести консультирование и проверку полученных результатов.

Этап 1. Решите однородное тригонометрическое уравнение первой степени $a \sin x + b \cos x = 0$, где x – переменная, a, b – параметры ($x, a, b \in \mathbf{R}$).

Указания. Рассмотрите следующие случаи: 1) $a = b = 0$; 2) $a = 0, b \neq 0$; 3) $a \neq 0, b = 0$; 4) $ab \neq 0$.

В случае 4) докажите, что уравнение не имеет решений, для которых $\sin x = 0$ или $\cos x = 0$. Поделите обе части уравнения на $\cos x$ (или $\sin x$).

Этап 2. Решите однородное тригонометрическое уравнение второй степени $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$, где x – переменная, a, b, c – параметры ($x, a, b, c \in \mathbf{R}$).

Указания. Рассмотрите следующие случаи: 1) $a = b = c = 0$; 2) $a = 0, b \neq 0, c = 0$; 3) $a = 0, b = 0, c \neq 0$; 4) $a = 0, b \neq 0, c \neq 0$; 5) $a \neq 0, b = 0, c = 0$; 6) $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$; 7) $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$; 8) $abc \neq 0$.

В случаях 4) и 6) разложите левую часть уравнения на множители.

В случаях 7) и 8) докажите, что уравнение не имеет решений, для которых $\cos x = 0$ или $\sin x = 0$. Поделите обе части уравнения на $\cos^2 x$ (или $\sin^2 x$).

Этап 3. Решите уравнение $m \sin^2 x + n \sin x \cos x + p \cos^2 x = q$, где x – переменная, m, n, p, q – параметры ($x, m, n, p, q \in \mathbf{R}, q \neq 0$).

Указание. Воспользуйтесь очевидным тождеством $q = q(\sin^2 x + \cos^2 x)$ и приведите полученное уравнение к виду, рассмотренному на этапе 2.

Этап 4. Решите уравнение $r \sin x + s \cos x = t$, где x – переменная, r, s, t – параметры ($x, r, s, t \in \mathbf{R}, rst \neq 0$). Примените два способа решения этого уравнения.

Способ 1 (сведение к уравнению вида $a \sin^2 \frac{x}{2} + b \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + c \cos^2 \frac{x}{2} = 0$).

Указание. Примените известные формулы $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$, $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$, $\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = 1$.

Способ 2 (введение вспомогательного угла).

Указание. Выведите и примените формулы:

$$r \sin x + s \cos x = \sqrt{r^2 + s^2} \sin(x + \alpha), \quad (1)$$

где α (вспомогательный угол) – любой из углов, удовлетворяющих системе

$$\cos \alpha = \frac{r}{\sqrt{r^2 + s^2}} \text{ и } \sin \alpha = \frac{s}{\sqrt{r^2 + s^2}} \quad (2)$$

или

$$r \sin x + s \cos x = \sqrt{r^2 + s^2} \cos(x - \beta), \quad (3)$$

где β (вспомогательный угол) – любой из углов, удовлетворяющих системе

$$\sin \beta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + s^2}} \text{ и } \cos \beta = \frac{s}{\sqrt{r^2 + s^2}} \dots\dots\dots (4)$$

Замечание 1. Существуют и другие способы решения данного уравнения. Один из них основан на применении *формул универсальной подстановки*:

$$\sin x = \frac{2tg \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}, \cos x = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}. \quad (5)$$

Этот способ имеет существенный недостаток, связанный с тем, что указанные формулы не являются абсолютными тождествами: левые части определены при любых действительных x , а правые – при $x \neq \pi + 2\pi n$, где $n \in \mathbf{Z}$. Их формальное применение приводит к потере корней $x = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$, если, конечно, данное уравнение имеет такие корни.

Замечание 2. Когда $r = \pm s$, решение уравнения $r \sin x + s \cos x = t$ можно значительно упростить, разлагая его левую часть на множители.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Золотухин, Ю. П. Уравнение $a \sin x + b \cos x = c$ и его применения / Ю. П. Золотухин // Математика в shk. – 2005. – № 6. – С. 56–63.

Ю. П. ЗОЛУХИН, А. С. АРБУЗОВ

Беларусь, Гродно, УО «ГрГУ имени Янки Купалы»

УРАВНЕНИЕ И ГРАФИК РАВНОМЕРНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ К ЦЕНТРАЛИЗОВАННОМУ ТЕСТИРОВАНИЮ ПО МАТЕМАТИКЕ

В последние годы в варианты централизованного тестирования по математике регулярно включаются задачи на графики равномерного прямолинейного движения. В школьных учебниках математики эта тема практически не отражена.

В статье [1] была предложена схема введения понятия «график движения материальной точки», основанная на использовании именованной системы координат «время – расстояние», несколько отличающейся от привычной числовой системы координат. В продолжение темы приведем материалы, которые можно использовать при обучении абитуриентов умению решать задачи указанного типа.

Рассмотрим систему координат «время – расстояние» Ots на плоскости (напомним, что координаты ее точек – именованные числа соответствующих величин). Пусть материальная точка движется равномерно по координатной прямой Os , не меняя направления, со скоростью v ($v = \text{const} \geq 0$). Пусть, далее, S_0 – ее ордината в момент времени $t = 0$ (ордината начальной точки движения), а s (или $s(t)$) – ее ордината в момент времени t (здесь и всюду далее $t \geq 0$). Тогда расстояние $|s - S_0|$, пройденное точкой за время t (модуль перемещения точки), согласно формуле из физики равно vt .

Равенство

$$|s - S_0| = vt \quad (1)$$

называют как *уравнением равномерного движения материальной точки по прямой Os* , так и *формулой, которой задается его график в плоскости Ots* . В случае когда точка начинает свое движение из начала координат (т. е. $S_0 = 0$), оно упрощается: $|s| = vt$.

Очевидно, в случае движения в положительном направлении равенство (1) можно переписать в виде $s = vt + S_0$, а в случае движения в противоположном (отрицательном) направлении $s = -vt + S_0$.

Если же материальная точка находится в состоянии покоя (не движется), т. е. $v = 0$, то $s = S_0$.

Итак, график равномерного движения материальной точки, движущейся по оси Os , именованной координатной плоскости Ots , задается линейной функцией $s = kt + b$, где $|k| = v$, $b = S_0$ (V – скорость движения, S_0 – ордината начальной точки). При этом если направление движения совпадает с направлением оси Os , то $k = v > 0$; если противоположно ему, то $k = -v < 0$; если точка находится

в состоянии покоя, то $k = 0$. Механический смысл коэффициента k , как видим, заключается в том, что он с точностью до знака совпадает со скоростью v равномерного движения.

В отличие от числовых линейных функций переменные и параметры, входящие в формулу $s = kt + b$, являются численными значениями соответствующих величин, взятыми с их размерностями. Например, если размерность s и b – [км], t – [ч], то размерность коэффициента k – [км/ч].

Несмотря на то что масштабные отрезки осей Ot и Os , вообще говоря, разные, графиком функции $s = kt + b$ в плоскости Ot является прямая. Координаты ее точек – именованные числа величин t и s соответственно. Величина k называется *угловым коэффициентом* этой прямой, а угол α , отсчитываемый от положительного направления оси Ot до этой прямой против часовой стрелки, называется ее *углом наклона* (к оси Ot).

Известно, что если единичные масштабные отрезки имеют одинаковые длины, то $k = \operatorname{tg} \alpha$. Как правило, системы координат «время – расстояние» таким свойством не обладают, и для заданных в них прямых $k \neq \operatorname{tg} \alpha$. При этом если $k > 0$, то α – острый угол, если $k < 0$, то α – тупой угол, а если $k = 0$, то прямая параллельна оси Ot . Соответственно, если график равномерного движения материальной точки лежит на прямой $s = kt + b$, то при $k > 0$ эта точка движется в положительном направлении оси Os (функция s возрастает), при $k < 0$ – в отрицательном (функция s убывает), а при $k = 0$ – находится в состоянии покоя (функция s постоянная).

Замечание. Если в координатной плоскости «время – расстояние» Ots заменить единицы измерения времени t или расстояния s на другие, то соответствующим образом изменится и уравнение графика движения материальной точки. Пусть, например, уравнение графика движения материальной точки в плоскости Ots (t – в часах, s – в километрах) имеет вид $|s - s_0| = vt$, где $v = \operatorname{const} \geq 0$ (v – в км/ч). Заменив часы на минуты, а километры – на метры, получим плоскость $Ot's'$ (t' – в минутах, s' – в метрах), где $t' = 60t$, $s' = 1000s$. Относительно новой системы координат уравнение графика будет иметь вид $|s' - s'_0| = \left(\frac{50}{3}v\right)t'$ (v – в м/мин). Как и следовало ожидать, угловые коэффициенты численно отличаются, хотя скорости движения, найденные по тому и другому уравнениям, естественно, одинаковы: $\frac{50}{3}v$ м/мин = V км/ч.

Итак, график равномерного движения материальной точки расположен в плоскости Ots на прямой, не параллельной оси Os . Зная координаты $(t_1; s_1)$ и $(t_2; s_2)$ двух точек этой прямой, ее уравнение можно найти так же, как и в случае обычной («безразмерной») прямой – подставляя эти координаты в формулу $s = kt + b$ и решая полученную систему уравнений относительно величин k и b (с учетом их размерностей).

Пример 1. На рисунках 1 и 2 изображены графики движения двух материальных точек в разных координатных плоскостях «время – расстояние» Ots (t – в часах, s – в километрах). Уравнение первого из них $s = 2t$ (находим, подставляя в уравнение $s = kt + b$ координаты точек $(0 \text{ ч}; 0 \text{ км})$ и $(1 \text{ ч}; 2 \text{ км})$), угловой коэффициент и, соответственно, скорость движения равны 2 км/ч , а угол наклона α равен 45° . Уравнение второго $s = t$, угловой коэффициент и скорость равны 1 км/ч , а угол наклона β равен $\arctg 2$.

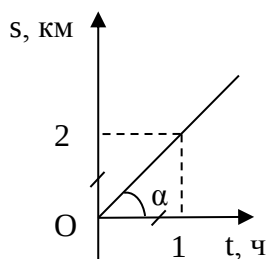


Рисунок 1

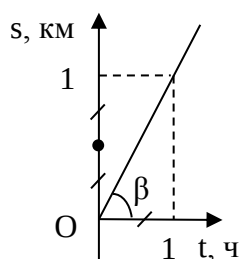


Рисунок 2

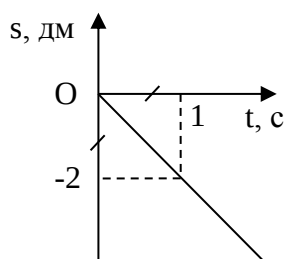


Рисунок 3

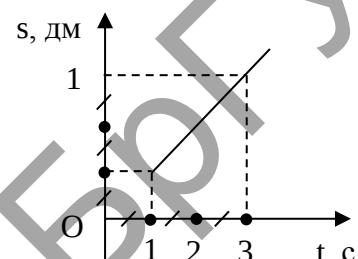


Рисунок 4

Упражнение 1. На рисунках 3 и 4 изображены графики движения двух материальных точек в разных координатных плоскостях «время – расстояние» Ots (t – в секундах, s – в дециметрах). Найдите их уравнения, угловые коэффициенты (k), скорости движения (v) и углы наклона (α).

Ответы: $s = -2t$, $k = -v = -2 \text{ дм/с}$, $\alpha = 135^\circ$; $s = \frac{1}{3}t$, $k = v = \frac{1}{3} \text{ дм/с}$, $\alpha = 45^\circ$.

По графику (не находя его уравнения) скорость материальной точки, движущейся в одном и том же направлении равномерно, можно найти по очевидной формуле

$$v = \frac{|s(t_2) - s(t_1)|}{|t_2 - t_1|},$$

где t_1 , t_2 – любые два момента времени ее движения (рисунок 5, 6). При этом единицей измерения v будет частное единиц измерения S и t .

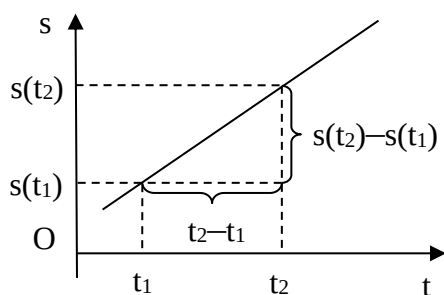


Рисунок 5

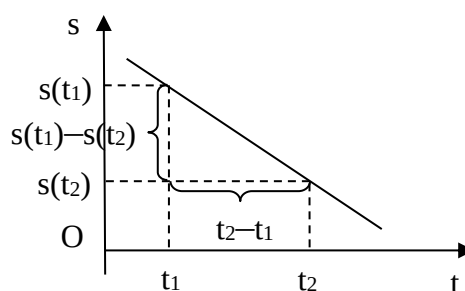


Рисунок 6

Пример 2. Скорость движения материальной точки, график движения которой приведен на рисунке 7, равна $v = \frac{|3-2|}{|10-4|} = \frac{1}{6}$ мм/с.

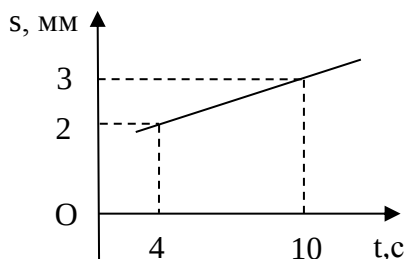


Рисунок 7

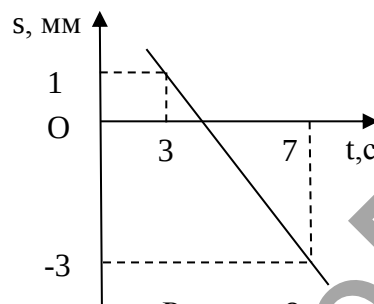


Рисунок 8

Упражнение 2. Найдите скорость движения материальной точки, график движения которой приведен на рисунке 8.

Ответ: 1 мм/с.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Золотухин, Ю. П. Один способ введения понятия «график движения материальной точки» / Ю. П. Золотухин, А. С. Арбузов // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 8–9 апр. 2020 г. / редкол.: Е. П. Гринько [и др.]. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 53–56.

Н. А. КАЛЛАУР, Е. О. МАКСИМОВИЧ

Брест, Беларусь, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ПОСРЕДСТВОМ ПЛАТФОРМЫ ZOOM В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Текущая неблагоприятная эпидемиологическая ситуация в мире предполагает переход на дистанционный вид работы многих сфер человеческой деятельности, в том числе и сферы образования. Учителя в своей педагогической деятельности активно и успешно используют разнообразные платформы для осуществления дистанционного образования школьников. Так как дистанционное образование предполагает под собой непосредственную коммуникацию учителя и учащихся не напрямую, а на расстоянии, то учитель должен использовать все свои знания, умения и навыки для того, чтобы у учащихся не возникало трудностей в усвоении изучаемого материала и применении его на практике.

Рассмотрим самую распространенную и достаточно несложную в использовании платформу для осуществления дистанционного образования по математике – Zoom. Данная платформа позволяет проводить занятия в режиме online или же offline. Для учителей она хороша тем, что помогает им не только совершенствовать навыки посредством участия в конференциях, вебинарах или

тренингах, но и выстроить грамотную и размеренную работу с самими учащимися. Самый большой плюс данной платформы в том, что ею можно пользоваться как с персонального компьютера, так и с мобильного телефона или планшета, что делает процесс образования достаточно гибким.

С помощью использования Zoom можно проводить не только уроки математики со всеми учащимися, но также и факультативные или стимулирующие занятия по данному предмету с одаренными учащимися с целью создания для них творческой среды, в которой они смогут развивать и совершенствовать свои знания.

Для того чтобы осуществлять занятия подобного рода с одаренными учащимися, учителю сначала необходимо зарегистрироваться в Zoom и составить расписание занятий, что в дальнейшем позволит учащимся получить уникальные приглашения для каждого отдельно взятого урока. Чтобы учащиеся получили данные приглашения, учителю необходимо их отправить им посредством ссылки.

В ходе самого занятия учитель может проводить аудиоконференцию с учащимися, а также включать демонстрацию экрана своего персонального компьютера или гаджета, которым он пользуется в момент конференции. В момент демонстрации экрана учащиеся будут видеть не учителя, а то, что происходит на рабочем столе его компьютера, в частности заранее подготовленную учителем презентацию или учебный материал по теме занятия.

Для работы с учащимися, в нашем случае с одаренными, в Zoom предусмотрены такие варианты, как «Комментарии», которые подразумевают под собой сообщения в чате; «Доска сообщений» и «Дистанционное управление» необходимы тогда, когда ведется совместная работа с учителем или групповая работа учащихся. Например, учащиеся могут решать уравнения или задачи, выполнять необходимые рисунки к геометрическим задачам посредством включения интерактивной доски. Также на платформе Zoom учитель может записать занятие и позже отправить тем учащимся, которые по некоторым причинам не смогли посетить online-занятие.

Данная платформа позволяет учащимся и учителю контактировать во время занятия посредством микрофона. Например, в ходе решения текстовой задачи повышенного уровня сложности учитель может по очереди вызывать учащихся и задавать им наводящие вопросы, при этом можно попросить у оппонента включить камеру, что максимально приближает процесс дистанционного образования к классическому пониманию урока.

Вышеперечисленные возможности Zoom можно отнести к плюсам данной платформы, но имеется и ряд минусов. Например, учащиеся младших классов или среднего звена не всегда без помощи родителей смогут самостоятельно разобраться с данной программой, что является дополнительной нагрузкой для родителей. Не у всех учащихся есть персональный компьютер или гаджет с выходом в интернет, камерой и встроенным микрофоном.

Данная платформа для осуществления дистанционного образования больше подходит учащимся 8–11 классов общего среднего образования. Не стоит забывать, что учителю к проведению подобного рода занятий требуется не меньшая подготовка, чем к классическому уроку.

Ничто не заменит непосредственного контакта учителя и учащихся, но совершенствоваться в сфере дистанционного обучения в наши дни необходимо.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nsportal.ru [Electronic resource]. – Mode of access: <https://nsportal.ru/nachalnaya-shkola/distantcionnoe-obuchenie/2021/01/11/rovedenie-urokov-v-zoom>. – Date of access: 09.04.2021.
2. Инфоурок [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://infourok.ru/rekomendacii-po-provedeniyu-distancionnogo-uroka-po-matematike-po-programme-zoom-4320250.html>. – Дата доступа: 10.04.2021.

М. П. КОНЦЕВОЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

**LOGICA: ЯЗЫК РАЗВИТИЯ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО
МЫШЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ**

Язык логического программирования Logica представлен в апреле 2021 г. [1]. Logica предназначен для манипулирования данными на основе синтаксиса логического программирования при написании запросов в форме набора логических утверждений. Logica предоставляет более высокий уровень абстракций, что позволяет чисто логическими средствами избавиться от необходимости написания громоздких цепочек, которые неочевидны для восприятия, мешают повторному использованию частей запроса. Logica позволяет компоновать программы из небольших, понятных и доступных для повторного использования логических блоков, которые номинативно связываются и группируются в пакеты, доступные в составе других проектов. Logica повышает эффективность работы, расширяя классический синтаксис логического программирования с помощью агрегации, отсюда и происхождение название языка: Logica = Logic + Aggregation. Агрегация в работе с логическими выражениями реализует в среде Logica новые инструменты развития логико-алгоритмического мышления учащихся, которые могут и должны быть использованы в учебном процессе с одаренными учащимися. Способствует использованию Logica в образовательных целях и то, что язык является open source проектом (<https://github.com/EvgSkv/logica>), приветствующим участие всех в развитии функциональности языка. Несмотря на новизну языка, уже разработано и доступно понятное (и логичное) справочное руководство для желающих изучать Logica [2]. Логическое программирование на основе языка Logica может способствовать усвоению учащимися связи математики, логики, информатики и языка на фундаментальном уровне.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Logica: organizing your data queries, making them universally reusable and fun [Electronic resource]. – Mode of access: <https://opensource.googleblog.com/2021/04/logica-organizing-your-data-queries.html>. – Date of access: 12.04.2021.
2. fun [Electronic resource]. – Mode of access: https://colab.research.google.com/github/EvgSkv/logica/blob/main/tutorial/Logica_tutorial.ipynb. – Date of access: 12.04.2021.

Т. Я. КРАВЧУК

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска»

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Среди самых интересных явлений природы выделяется одаренность. Потребности общества в неординарной, творческой личности способствуют повышению интереса к одаренности.

Стремление к открытию рождается еще на школьной скамье. Весьма важно выявить одаренных детей как можно раньше, именно в школе должным образом организовать работу с теми учащимися, которые интересуются различными областями науки и техники, помочь воплотить в жизнь их планы и мечты, вывести учащихся на путь поисковой деятельности в науке, в жизни, помочь наиболее полно раскрыть свои способности.

Система работы с одаренными учащимися при обучении математике включает в себя развитие творческих способностей учащихся на учебных занятиях и во внеурочной деятельности.

Работа по развитию творческих способностей учащихся на учебных занятиях предусматривает использование дидактических игр и логических заданий (творческих, занимательных, развивающих) на уроках математики, составление математических заданий учащимися, проведение математических практикумов, лабораторных и практических работ, направленных на выдвижение научных математических гипотез и их проверку самими учащимися, самостоятельное открытие теорем, свойств, правил через выполнение системы заданий, схематизацию и моделирование при решении текстовых задач, компьютерное моделирование при решении геометрических задач.

Основные принципы организации работы с одаренными, высокомотивированными учащимися при использовании моделирования:

1. В ходе использования моделирования нецелесообразно предлагать учащимся модель в готовом виде. Модель есть результат некоторого этапа исследования. Существенные характеристики и связи, зафиксированные в модели, становятся наглядными для учащихся тогда, когда эти признаки, связи были выделены самими учащимися в их самостоятельной деятельности, т. е. когда дети сами участвовали в создании модели. В обратном случае модель не становится для учащихся наглядной, не способствует облегчению решения задачи.

2. Для того чтобы учащиеся вышли на новую модель, учитель сначала предлагает им задачу, которую они уже легко решают, используя известный способ и модель. Создав ситуацию успеха, можно предложить детям задачу, которая внешне похожа на предыдущую, но ее решение хорошо известным способом либо нерационально, либо приводит к неудаче. Учащиеся испытывают недостаток собственных знаний и понимают, что в такой ситуации нужно конструировать новый вид модели. Таким образом, у учащихся возникает необходимость для получения новой модели.

3. Построение модели учащимися обеспечивает наглядность представления существенных свойств, характеристик, связей, все остальные свойства (несущественные) отбрасываются. Часто это не под силу одному учащемуся, поэтому проведение такой работы целесообразно организовать в группах. Внутри группы дети сами организуют свои действия: либо сначала обсуждают способы решения, а затем каждый самостоятельно старается выполнить задание, либо сначала каждый пробует выполнить задание, а потом сравнивает свой способ решения со способами, предложенными другими детьми. В качестве доказательства правильности решения задачи используется та же модель как средство для обоснования точки зрения.

Речь идет о моделировании как особом общем способе познания и важнейшем учебном действии, являющимся составным элементом учебной деятельности. С одной стороны, моделирование выступает целью обучения, а с другой – средством самостоятельного решения учащимися конкретных математических задач. Учащиеся в процессе особо организованного обучения овладевают действием моделирования, набирая его как способ или метод продвижения в системе понятий.

Внеурочная деятельность является неотъемлемой частью работы с одаренными детьми. Цель работы – активизация познавательной деятельности учащихся и развитие их математических способностей.

Развитие одаренных учащихся во внеурочной деятельности включает в себя широкий спектр разных видов и форм занятий: факультативные занятия, занятия дополнительного образования, индивидуальные и групповые занятия с одаренными учащимися по решению задач олимпиадного и конкурсного характера, участие учащихся в конкурсах и олимпиадах разного уровня, включение учащихся в проведение проектной и исследовательской работы, участие в дистанционных математических конкурсах и проектах («Школа гениев», «Школа точных наук», «Созвездие талантов» и др.), участие учащихся в мероприятиях школьной предметной недели (математические конкурсы, соревнования среди учащихся разных классов одной параллели).

В работе с учащимися 5–6 классов широко используются игровые задания, ребята охотно посещают занятия кружковой работы; в работе с учащимися 7 класса важное место занимают факультативные занятия. В 8–9 классах большая роль отводится допрофильной подготовке, а в 10–11 классах – профильному обучению.

В методике работы с одаренными детьми по математике главной задачей является раскрытие принципов действия, решение задачи не для получения ответа, а для способа его получения, с целью проведения логических рассуждений.

Таким образом, работа с одаренными учащимися при обучении математике строится на основе следующих принципов:

- ориентация на потребности и способности ребенка, расширение круга его интересов;
- усложнение содержания изучаемого материала;
- доминирование развивающих возможностей над информационной насыщенностью;

– сочетание индивидуальной учебной и исследовательской учебной деятельности;

– актуализация личностных лидерских возможностей учащихся.

За счет показа и объяснения учащимся готовых способов решения разнообразных задач невозможно развивать способности детей к самостоятельному нахождению способов решения. Поэтому учащийся, встретившись с задачей иного типа, нестандартной задачей, задачей повышенной сложности, зачастую испытывает неудачу при ее решении или сразу же отказывается от работы с данной задачей. Все это обуславливает необходимость отбора и применения заданий, выходящих за рамки изучаемых понятий по годам (классам) обучения, но возможность нахождения способов их решения прогнозируется исходя из зоны ближайшего развития успешно обучающихся детей; заданий, требующих нестандартного подхода к их решению; заданий, которые могут быть представлены в виде модели (знаковой, геометрической, диаграммы, алгоритма).

«Нельзя кого-либо изменить, передавая ему готовый опыт. Можно лишь создать атмосферу, способствующую развитию человека», – писал К. Роджерс.

И. Н. МАКАРЕНКО

Беларусь, Пинск, ГУО «Гимназия № 1 имени Ф. Я. Перца г. Пинска»

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В 5–6 КЛАССАХ, НАПРАВЛЕННАЯ НА РАЗВИТИЕ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ

При планировании уроков, кроме традиционного изучения и анализа учебных планов, программ и учебников по математике для 5–6 классов, требуется дополнительная работа по анализу развивающего потенциала математического содержания темы, изучению литературы, содержащей материал по развивающему обучению. Планирование уроков состоит в определении последовательности действий учителя: планирование учебных и развивающих целей урока; отбор содержания урока не только математического, но и развивающего характера; выбор методов обучения; определение структуры урока и формы его проведения.

Характерной особенностью планирования развивающих целей урока является их конкретизация на материале урока. Необходимо специально планировать на уроке формирование интеллектуальной активности учащихся: их внимания, восприятия, памяти, представления и воображения, мышления, элементов творческой деятельности, умения учиться.

Если отбор математического содержания урока определяется тематическим планированием, то материал развивающего характера определяется необходимостью достижения запланированных развивающих целей урока.

Определяя роль и место различных форм и методов обучения математике одаренных учащихся, необходимо ориентироваться на развивающие формы обучения. Именно в одной системе с уроком и через урок осуществляется освоение новых организационных форм, их непосредственное использование в образовательном процессе и связанная с этим необходимость внесения корректив в образовательный процесс. Таким образом, использование урока с развивающими

функциями в качестве главного связующего элемента в интеграции различных организационных форм для реализации методики развития одаренных детей при обучении математике становится реальным. Использовать систему развивающих задач можно на уроках любого вида как по способу, так и по форме проведения.

Основная деятельность учащихся, направленная на развитие средствами математики на каждом этапе урока, состоит в решении специально подобранных математических и учебных задач, которые наиболее целесообразно решать на данном материале для достижения поставленных целей урока. В решении задачи, особенно развивающего характера, самым важным является этап поиска решения, обладающий неограниченными возможностями для всестороннего развития учащегося, особенно для развития его способностей.

Поиск плана решения математической задачи может осуществляться, во-первых, путем общего анализа, т. е. рассуждений «от вопроса к данным»; во-вторых, с помощью рассуждений «исходя из данных задачи к вопросу»; в-третьих, с помощью предметной или графической модели, т. е. схемы задачи, а также иллюстрации к ней.

Представим общие рекомендации и советы по осуществлению поиска решения задачи для одаренных учащихся: проанализировать содержание задачи и, если нужно, построить ее схематическую или другую наглядную модель; распознать тип задачи, так как в результате можно получить готовый алгоритм ее решения; сравнить задачу с ранее решенными задачами; если нужно, разделить задачу на части, сравнимые с ранее решенными задачами, к которым ее можно свести.

Таким образом, учащемуся необходимо:

- 1) уметь использовать анализ, сравнение, обобщение, классификацию;
- 2) делать умозаключения по индукции, аналогии, дедукции;
- 3) включать процессы памяти, представления и воображения, интуицию, элементы творчества.

Здесь возможен путь проб и ошибок, использование собственных наблюдений и усвоенных закономерностей решения задач. Для организации такой деятельности учащихся используется обучение их обобщенному приему поиска решения задачи, который формируется к концу 5 класса.

Памятка учащимся. Обобщенный прием поиска решения задачи (выполните одно или несколько из следующих действий):

- 1) изучите содержание задачи, используя рисунок, чертеж, схему, краткую запись или другую наглядную иллюстрацию содержания;
- 2) если нужно, уточните формулировку задачи, определите тип задачи и вспомните известный прием ее решения и другую известную информацию, применимую к решению задачи данного типа;
- 3) соберите дополнительную информацию из опыта решения других типов задач, преобразуйте информацию с учетом специфики данной задачи;
- 4) проведите общий анализ от вопроса к условию; можно использовать метод проб и ошибок;
- 5) разделите, если можно, условие задачи на части, составьте план решения каждой из них, затем объедините;

6) вспомните задачу, аналогичную данной, прием решения которой известен, сравните их и на этой основе составьте план решения;

7) временно измените условие задачи так, чтобы можно было сравнить полученную задачу с данной, а затем примените прием аналогии;

8) преобразуйте условие задачи с целью его сближения с вопросом;

9) преобразуйте вопрос задачи с целью его сближения с условием;

10) замените понятия, содержащиеся в условии или вопросе задачи, их определениями;

11) выберите те определения понятий, которые подсказывают или сокращают путь рассуждений, или замените определение понятия его признаком;

12) полностью используйте условие задачи;

13) выделите, если можно, частные случаи задачи и воспользуйтесь приемом разделения на части;

14) поставьте перед собой такие вопросы, которые упростят задачу, позволят осмыслить ее с новой, неожиданной точки зрения, позволят использовать полученные знания и опыт решения других задач, а также побуждают к самоконтролю;

15) переформулируйте неоднократно задачу, посмотрите, нельзя ли составить задачу, обратную (противоположную) данной и решить ее;

16) проанализируйте все возможные решения, оцените их эффективность.

Обращаясь к этому приему при поиске решения задачи, ученик определяет и выбирает наиболее подходящие для данной задачи и отвечающие его собственному опыту действия. Это может происходить также путем проб и ошибок, при коллективном обсуждении, в результате консультации с учителем и т. п.

Целью обучения одаренных учащихся является не только овладение умениями и навыками, входящими в стандарт образования, но и развитие математических способностей, качества ума, вычислительной культуры, элементов творческой деятельности, научного мировоззрения.

Данная методика, учитывающая особенности учебной деятельности, позволяет ребенку даже на обычном уроке не только расширять и углублять свои знания, но и развивать личностные качества.

Л. Н. САВЧУК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗВИТИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОДАРЕННЫХ УЧАЩИХСЯ

С давних времен логическое и алгоритмическое мышление в той или иной степени было присуще человеку, так как позволяло строить алгоритм своих действий и принимать оптимальные решения в любой ситуации. Алгоритмический стиль мышления в настоящее время приобретает всё возрастающее значение и является частью общей культуры человека, который для успешной самореализа-

ции в современном информационном обществе должен уметь планировать свою деятельность, разбивать решение сложной задачи на подзадачи, постоянно анализировать и оценивать эффективность своей деятельности.

Существуют различные подходы к определению алгоритмического стиля мышления. Многие отечественные и зарубежные ученые рассматривали данное понятие. Например, А. П. Ершовым, Г. А. Звенигородским, Ю. А. Первиным оно определяется как умение планировать структуру действий, необходимых для достижения цели, при помощи фиксированного набора средств; умение строить информационные модели для описания объектов и систем; умение организовывать поиск информации, необходимой для компьютерного решения поставленной задачи [2]. А. Г. Кушниренко и Г. В. Лебедев связывают алгоритмический стиль мышления с курсом информатики и понимают как метод и способ, которые необходимы для перехода от непосредственного управления к программному, от умения сделать к умению записать алгоритм [4].

Ряд ученых считают, что алгоритмический стиль мышления – это система мыслительных способов действий, приемов, методов и соответствующих им мыслительных стратегий, которые направлены на решение как теоретических, так и практических задач и результатом которых являются алгоритмы как специфические продукты человеческой деятельности [3].

Не вызывает сомнения тот факт, что изучение школьного курса информатики, а еще в большей мере участие в конкурсах и олимпиадах по информатике способствуют развитию алгоритмического мышления школьников. Наличие развитого алгоритмического мышления является необходимым условием для написания компьютерных программ, так как знание одаренным учащимся одного или даже нескольких языков программирования будет бесполезным без умения составить верный алгоритм решения задачи.

Для достижения наибольшего эффекта необходимо грамотно организовать подготовку к конкурсам и олимпиадам. Общая подготовка учащихся к олимпиадам по информатике должна проводиться по нескольким направлениям: отбор одаренных учащихся; тестирование учащихся с целью определения уровня их подготовленности по предмету; развитие навыков работы с компьютером; овладение одним из базовых языков программирования; изучение алгоритмов, необходимых для решения олимпиадных задач; ознакомление с различными способами решения задач и распознавания применимости известных алгоритмов; анализ программного кода реализации типовых алгоритмов; анализ эффективности программ; изучение методов тестирования программ; формирование приемов написания и отладки программ на компьютере; тренинг: программирование, отладка и тестирование задач; психологическая подготовка участников олимпиад [1].

Большое значение имеет сотрудничество родителей, учителей-предметников, классного руководителя: необходимо создать комфортную образовательную среду для работы и отдыха одаренного учащегося с учетом здоровьесберегающих технологий.

Решение нестандартных олимпиадных задач и их реализация на языке программирования высокого уровня способствуют развитию логического и алгоритмического стиля мышления одаренных учащихся, но для этого необходима

целенаправленная подготовка и эффективное взаимодействие всех участников образовательного процесса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдеюк, О. А. Проблемы и методы их решения при подготовке школьников к участию в олимпиадах по информатике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=3664>. – Дата доступа: 10.03.2021.
2. Ершов, А. П. Школьная информатика: концепции, состояние, перспективы / А. П. Ершов, Г. А. Звенигородский, Ю. А. Первин. – Новосибирск, 1979. – 51 с. – (Препринт / АН СССР. Сиб. отд-ние ; № 152).
3. Копаев, А. В. О практическом значении алгоритмического стиля мышления / А. В. Копаев // Информ. технологии в общеобразоват. шк. – 2003. – № 4. – С. 6–11.
4. Кушниренко, А. Г. 12 лекций о том, для чего нужен школьный курс информатики и как его преподавать / А. Г. Кушниренко, Г. В. Лебедев // Информатика. – 1999. – № 1. – С. 2–15.

Л. Н. САВЧУК, И. Н. МАКСИМОВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ И ВОООБРАЖЕНИЯ НА УРОКАХ ИНФОРМАТИКИ

Высокий уровень развития пространственного мышления и воображения является необходимым условием успешного обучения практически по всем школьным дисциплинам. Кроме того, широкое применение во многих сферах человеческой деятельности находят программные продукты по созданию компьютерной графики, и в частности трехмерное моделирование, поэтому для успешной самореализации в информационном обществе выпускник школы должен обладать развитым пространственным мышлением и воображением.

Пространственное мышление является специфическим видом мыслительной деятельности, направленной на решение задач, требующих ориентации в практическом и теоретическом пространстве (как видимом, так и воображаемом). В своих наиболее развитых формах это есть мышление образами, в которых фиксируются пространственные свойства и отношения. Оперируя исходными образами, созданными на различной графической основе, мышление обеспечивает их преобразование и создание новых образов, отличных от исходных [1].

В школе на уроках информатики с 6-го по 8 класс изучают растровый графический редактор Paint, векторный графический редактор InkScape, а также основы анимации. В 9 классе базового курса информатики в рамках изучения темы «Компьютерные информационные модели» осуществляется знакомство учащихся с 3D-редактором Google SketchUp 8. Существуют и более мощные программные пакеты, позволяющие создавать трехмерную графику, в частности Autodesk 3d Max с его возможностями: 3D-моделирование, 3D-визуализация, анимация, интеграция с другими пакетами 3D- и 2D-графики, огромное количество плагинов.

Использование 3D-моделирования на уроках информатики при разработке моделей помогает учащимся увидеть конечный вариант объемной абстрактной фигуры, которую зачастую сложно представить, что способствует развитию воображения, внимания, памяти и пространственного мышления учащихся.

На уроках по изучению компьютерной графики в 6–8 классах учащимся можно предлагать интересные задания, способствующие развитию пространственного мышления и воображения. Наибольший интерес представляют творческие работы на определенную тему, создание открыток к праздникам, визиток, рекламной продукции, иллюстрация стихов, сказок, рассказов. Например, при изучении растрового графического редактора Paint предлагаем учащимся создать картину, которая возникает у них в воображении при прочтении стихотворения М. Ю. Лермонтова «Белеет парус одинокий» либо любого другого произведения на выбор; при изучении векторного графического редактора InkScape – создать фантастический сказочный персонаж либо воображаемый компьютер будущего, а при изучении основ анимации – создать ролик-иллюстрацию поговорки, стихотворения, фрагмента сказки и т. п. Учитель предварительно может показать свой собственный персонаж или ролик-иллюстрацию на определенную тему.

Будущие учителя информатики в рамках дисциплины «Методика преподавания информатики» создавали ролики-иллюстрации разнообразных сказок, пословиц и поговорок. Созданные разработки могут служить хорошим иллюстративным материалом для творческих уроков по развитию пространственного мышления и воображения школьников.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Якиманская, И. С. Развитие пространственного мышления школьников [Электронный ресурс] / И. С. Якиманская. – Режим доступа: <https://www.twirpx.com/file/404242/>. – Дата доступа: 01.04.2021.

Т. Н. СЕМЕНОВА

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 9 г. Пинска»

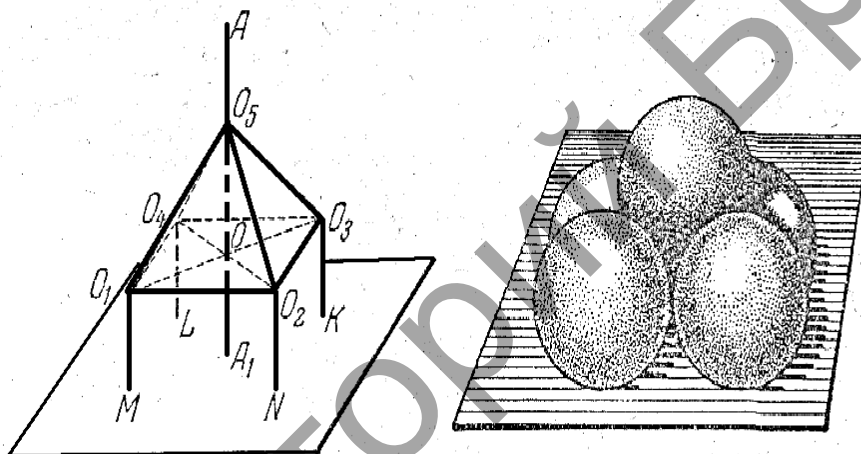
ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА ПРИМЕРЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ НЕСТАНДАРТНОГО СОДЕРЖАНИЯ В 10 КЛАССЕ

Исследование – это своеобразный алгоритм действий учащегося или группы учащихся. На примере одной задачи приведем пример организации парной исследовательской деятельности на уроке геометрии в 10 классе профильного уровня обучения. В старших классах вмешательство учителя в рассуждения согласно направлению исследования сводится к минимуму, чем обеспечивается самостоятельность, совершенствование знаний, отработка умений. В исследовании условия задания и при составлении плана решения приоритетным является не получение новых знаний, а процесс поиска ответа на поставленный вопрос.

Задача по теме «Расстояние от точки до плоскости». На столе, касаясь друг друга, лежит четыре шара одинакового радиуса r . Сверху в ямку, образованную ими, положен пятый шар того же радиуса. Найдите расстояние от верхней точки пятого шара до плоскости стола.

Учащиеся делятся на группы. Перед каждой группой стоит задача составить рисунок по условию и выполнить ее решение. Завершающим этапом исследования является презентация своего решения и обсуждение решения с участниками других групп.

Решение. M, N, K и L – точки касания четырех шаров с плоскостью α . Их центры O_1, O_2, O_3 и O_4 удалены от плоскости на расстояния $O_1M = O_2N = O_3K = O_4L = r$. Расстояние между центрами двух касающихся друг друга шаров равно $2r$, т. е. $O_1O_2 = O_2O_3 = O_3O_4 = O_1O_4 = 2r$.



Пятый шар касается каждого из четырех первых, следовательно, центр его O_5 удален от центров O_1, O_2, O_3 и O_4 также на расстояние $2r$, т. е. $O_1O_5 = O_2O_5 = O_3O_5 = O_4O_5 = 2r$.

Поэтому многогранник $O_5O_1O_2O_3O_4$ будет правильной четырехугольной пирамидой, у которой все ребра равны (как при основании, так и боковые).

Центр пятого шара будет удален от плоскости α на расстояние, равное $OO_5 + OA_1 = OO_5 + r$.

Верхняя точка A пятого шара будет находиться на продолжении перпендикуляра A_1O_5 на расстоянии $O_5A = r$ от центра O_5 . Таким образом, расстоянием от верхней точки пятого шара до плоскости α будет длина отрезка $AA_1 = 2r + OO_5$.

Отрезок OO_5 находим из прямоугольного треугольника O_1OO_5 , где $O_1O_5 = 2r$, O_1O – половина диагонали квадрата $O_1O_2O_3O_4$ со стороной $2r$, т. е. $O_1O = r\sqrt{2}$ и $OO_5 = r\sqrt{2}$.

Значит, $AA_1 = 2r + OO_5 = 2r + r\sqrt{2} = r(2 + \sqrt{2})$.

Ответ: $r(2 + \sqrt{2})$.

Учебно-исследовательские задачи по стереометрии – прекрасные упражнения, способствующие развитию пространственных представлений и умения логически мыслить. Решение стереометрической задачи чаще всего сводится

к решению планиметрических задач. Поэтому, решая задачи по стереометрии, все время приходится возвращаться к планиметрии, повторять теоремы, вспоминать формулы, необходимые для решения.

Таким образом, стереометрические задачи способствуют творческому овладению всей совокупностью математических знаний. У одаренных учащихся исследовательская деятельность доминирует над репродуктивным усвоением знаний, к тому же решение задач в паре или в группе обеспечивает сотрудничество, творчество, уверенность, самовоспитание, самоопределение и самосовершенствование, умение жить в обществе, общаться, работать в команде.

И. П. СТЕПАНЮК

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 3 г. Пинска»

ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ НА II СТУПЕНИ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Посредственный учитель излагает,
хороший учитель объясняет, выдающийся
учитель показывает, великий учитель вдох-
новляет!

Л. Н. Толстой

В нашем мире одаренные дети существовали всегда независимо от того, знали они об этом или нет, а также догадывались ли об этом взрослые. Именно одаренные люди могут генерировать и продвигать идеи для развития современного общества. В этом мы видим актуальность темы исследования – работа учителя математики с одаренными учащимися.

Одной из задач учителя является заметить, рассмотреть и развить способности уникальных детей. Отсюда предполагаются следующие задачи в современном образовании: отход от «среднестатистического» ученика, проявление повышенного интереса к одаренным, талантливым детям, раскрытие и развитие внутреннего потенциала и способностей каждого такого ребенка в образовательном процессе, создание условий для развития познавательной творческой активности таких учащихся.

Мы можем предложить следующие формы работы с одаренными детьми:

- предоставление разноуровневого материала в урочной деятельности;
- формирование навыков самостоятельной работы учащихся и ее контроль;
- предоставление индивидуальных домашних заданий;
- организация обязательной внеурочной деятельности (математические вечера, предметная неделя);
- организация факультативных занятий;
- организация стимулирующих занятий;
- организация математического школьного кружка;

- задействованность в математических конкурсах и индивидуальных соревнованиях («Кенгуру» и т. д.);
- привлечение к интеллектуальным играм и турнирам, где работают в группах («Математический калейдоскоп» и др.);
- непрерывная заочная школьная математическая олимпиада;
- участие в школьных и городских математических олимпиадах;
- предоставление свободы в исследовательской деятельности;
- выполнение творческих работ;
- обучение работе с дополнительной, научно-популярной литературой.

Из личного опыта. За годы работы с талантливыми детьми II ступени обучения у меня сформировалась папка с их творческими работами – стихами на математические темы и авторскими математическими сказками. Требования к произведениям заключались в наличии математических героев, обязательного сюжета, описания места действия, развития, кульминации и развязки событий с обязательным заключением – выводом. Выводы касались, несомненно, математических правил. А действия происходили от сказочного местечка Цифрус с действующими лицами Бароном Единицей, графом Пять Десятых, страшным царем Нулем до Галактики Математических Планет, где Незнакомец в маске «Х» спасал жителей, наводя порядок в их Жизни-Уравнении. Преинтереснейшее собрание сочинений имею в наличии!

При работе с одаренными учащимися можно использовать следующие методы:

- дифференцированный подход;
- личностно ориентированный подход;
- работа в малых группах;
- методы интерактивного обучения;
- технологии игрового обучения;
- технологии проблемного обучения;
- технологии проектного обучения;
- использование межпредметных связей на уроках и вне их.

Эти подходы помогут эффективнее работать с талантливыми детьми, повышать их интерес к предмету, приобретать уверенность в своих силах, повышать самооценку.

Задачу повышения познавательного интереса одаренных учащихся на уроках математики решаем с помощью нестандартных уроков, основанных на межпредметных связях. По мнению психологов, для того чтобы в процессе обучения формировалась гармонично развитая личность, необходим баланс между знаково-цифровой и образной информацией. Интегрированный урок также является находкой для учителя. Получаются живые, интересные уроки, полные выдумок, фантазии, показывающие роль математики во всех областях науки: «Математическое кафе “Магия чисел”», или Признаки делимости» в 5 классе, «Форт Баярд, или Путешествие с квадратными уравнениями» в 8 классе, «Зал интеллектуальных тренажеров, или Тренировка вместе с арифметической прогрессией» в 9 классе, «Экскурсия по Пинску, или Решение текстовых задач» в 9 классе. Также считаем, что углубленное изучение некоторых тем и видов задач будет

способствовать стремлению учащихся самостоятельно достигать намеченной цели. На наш взгляд, необходимо сделать акцент на следующих типах задач:

- задачи повышенного уровня сложности;
- нестандартные задачи;
- задачи проблемно-поискового характера;
- задачи на сообразительность и смекалку;
- олимпиадные задачи;
- задачи прикладного характера, с практической направленностью;
- задачи с межпредметными связями.

При работе с талантливыми детьми важно ознакомить их не столько с фактами, сколько с идеями и способами решения задач, развивающими мышление, побуждающими к самостоятельной, творческой работе, ориентирующими на самосовершенствование и самообразование личности. И здесь необходимо обучить наших талантливых детей определенным приемам в математике: анализу и синтезу, обобщению и конкретизации; индукции и дедукции; аналогии; некоторым частным эвристическим приемам (приему замены переменных, группировки, разбиения «целого» на части, приему переформулировки задач, получения следствий, приему переборов, инвариантов).

Несомненно, при работе с одаренными детьми должна быть выстроена система как их поиска и поддержки, так и сопровождения в течение всего школьного периода становления личности. Поэтому наши уроки основаны на психологии человеческих отношений и взаимодействия, на принципах доверия, доброжелательности и партнерства. Считаем необходимым создание комфортных условий на уроках математики, при которых учащийся чувствует свою успешность и интеллектуальную состоятельность.

Таким образом, следуя определенной методике работы, учитель достигнет цели не только углубить знания одаренных учащихся по программному материалу, но и повысить их интерес к изучению математики, приобрести уверенность в себе при достижении определенных целей, развить умение самостоятельно и творчески работать с литературой, расширить представления о культурно-исторической ценности математики и ее практическом значении в различных сферах жизни, обогатить мировоззрение, сделать его целостным.

Б. Д. ЧЕБОТАРЕВСКИЙ, Л. А. РОМАНОВИЧ

Беларусь, Могилев, УО «МГУ имени А. А. Кулешова»

ОДАРЕННОСТЬ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ КАК ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА

Природа такова, что склонности человека к разным видам деятельности распределены по-разному и могут проявляться в разной степени. Одаренность в математике проявляется через высокую успешность в математической деятельности, к которой относят логическую организацию материала, систематизацию и обобщение математических объектов, отношений и действий, построение и исследование моделей, выдвижение и проверку правдоподобных предположе-

ний. Математику зачастую связывают с определенным набором понятий, фактов и теорем, т. е. с определенным набором знаний, хотя набор знаний – черта любой науки. Математика от других наук отличается критерием истинности: в математике истинно то, что логически обосновано. Одаренность в области математики следует связывать не только с объемом знаний и умениями их использовать, но и с формированием наглядно-чувственных образов, в которых отражаются существенные свойства и связи изучаемых объектов.

Из-за того, что математическая одаренность у детей проявляется не всегда явно и нечасто, учителю, который сталкивается с такими учениками, придется выполнять большую дополнительную работу. Понятно, что учителю нужно обеспечить овладение учащимся учебными действиями от самых простых, к которым относится наблюдение, к довольно сложным. Даже на начальных уровнях обучения учащийся не только созерцает, но и сравнивает увиденное с определенным образцом, учится действиям по образцу. Естественно, освоение уровня действий по образцу не может быть целью обучения. Нужно, чтобы учащийся научился учитывать особенности ситуации, в которой придется выполнять освоенные действия, а для этого необходимо выяснить, чем новая ситуация отличается от стандартной, освоенной. Изменение условий вынуждает к их анализу, выяснению отличий от стандарта, а также к более глубокому анализу тех действий, которые выполнялись для достижения цели в стандартной ситуации. Понятно, что разные учащиеся овладевают более сложными уровнями деятельности с разной скоростью. Поэтому перед учителем стоит крайне важная задача учитывать достигнутый учащимся уровень деятельности и создавать условия для его дальнейшего роста. При работе с одаренными учащимися нужно позаботиться как об овладении полной ориентировочной системой действий, так и об обеспечении возможности развиваться гибкости мышления, подвижности, логичности. Для достижения более высоких уровней учебной деятельности важно предлагать задания, которые связывают рассматриваемые вопросы с тем, что изучалось ранее. Поскольку одаренные в области математики учащиеся достигают стандартного уровня освоения материала гораздо раньше своих одноклассников, учителю необходимо предоставить таким учащимся материал, который требует проявления креативности, эвристичности.

Материалов, которые помогут создать полигон для деятельности одаренного учащегося, в готовом виде нет, их нужно подбирать для каждого ученика фактически заново. Для этого учителю необходимо иметь хорошее представление о том корпусе заданий, которые связываются с определенным объектом или идеей. Выполнить эту работу по ознакомлению с достаточно широким спектром тем, объектов и идей учителю совсем не просто. Здесь некоторую помощь могут оказать публикации в журнале «Квант», материалы математических соревнований, кружков, факультативов, общение с коллегами.

Важным аспектом деятельности учителя при работе с одаренными учащимися является формирование соответствующей среды. Возрастает роль внеурочной деятельности, в процессе которой неформальное общение в разновозрастной среде способствует стимулированию личностного роста, формированию уровня притязаний.

СЕКЦИЯ 3. РАЗРАБОТКА НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В УСЛОВИЯХ ВУЗА

Н. И. ГОРДЕЙЧУК

Беларусь, Пинск, ГУО «Гимназия № 1 имени Ф. Я. Перца г. Пинска»

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ДЛИНЫ ОТРЕЗКОВ

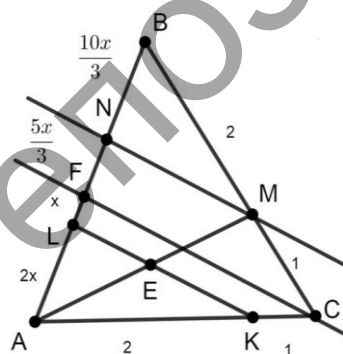
К математической подготовке абитуриентов предъявляются достаточно высокие требования. Успешная сдача централизованного тестирования зависит и от качества знаний, и от скорости их применения. Решения геометрических задач (на отношения длин отрезков, нахождение площадей фигур) обычно получаются объемными, трудоемкими.

Не существует универсального метода. Каждая задача требует индивидуального подхода, и разные методы решения имеют свою эффективность. При решении как планиметрических, так и стереометрических задач можно использовать понятие «центр тяжести» системы материальных точек.

Проанализировав различные способы решения задачи на нахождение отношения длин отрезков, убеждаемся, что использование понятия «центр тяжести» (метод масс) позволяет сравнительно быстро получить ответ, причем решение получается простым и наглядным.

Задача. На стороне BC треугольника ABC взята точка M так, что $BM = 2CM$. Точки K и L выбраны на сторонах AC и AB соответственно так, что $AK = 2CK$, $BL = 3AL$. В каком отношении прямая KL делит отрезок AM ?

Способ 1 (классический)



Дано: $\triangle ABC$, $M \in BC$, $BM = 2CM$,
 $K \in AC$, $AK = 2CK$, $L \in AB$,
 $BL = 3AL$, $E = AM \cap LK$.
Найти: $AE : EM$.

Решение.

1. Проведем прямую $CF \parallel LK$.
2. По обобщенной теореме Фалеса: $AL : LF = AK : KC = 2 : 1$.
3. Пусть $LF = x$, тогда $AL = 2x$. Так как $AL : LB = 1 : 3$, то $LB = 3 \cdot AL = 6x$,
 $FB = LB - LF = 6x - x = 5x$.
4. Проведем прямую $MN \parallel LK$.

5. По обобщенной теореме Фалеса: $FN : NB = CM : BM = 1 : 2$.

$$FN = \frac{1}{3} \cdot FB = \frac{5x}{3},$$

$$BN = \frac{2}{3} \cdot FB = \frac{10x}{3}.$$

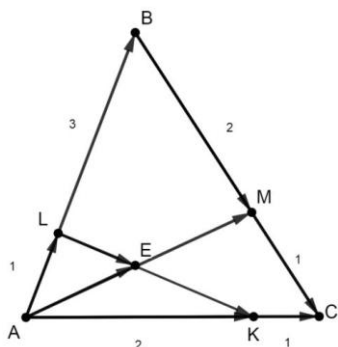
6. По обобщенной теореме Фалеса:

$$AE : EM = AL : LN = (2x) : (x + \frac{5x}{3}) = 2x : \frac{8x}{3}.$$

$$AE : EM = 2x : \frac{8x}{3} = 6 : 8 = 3 : 4.$$

Ответ: 3 : 4.

Способ 2 (векторный)



Дано: $\triangle ABC$, $M \in BC$, $BM = 2CM$,
 $K \in AC$, $AK = 2CK$, $L \in AB$,
 $BL = 3AL$, $E = AM \cap LK$.
 Найти: $AE : EM$.

Решение.

1. Пусть $\overrightarrow{AE} = x \cdot \overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{LE} = y \cdot \overrightarrow{LK}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$.

2. Рассмотрим треугольник ABC:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}, \quad \overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a}.$$

3. Рассмотрим треугольник ABM:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}, \quad \overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \vec{a} + \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}) =$$

$$= \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}.$$

$$\overrightarrow{AE} = x \cdot \overrightarrow{AM} = x \left(\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} \right) = \frac{x}{3}\vec{a} + \frac{2x}{3}\vec{b}.$$

4. Рассмотрим треугольник ALK:

$$\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{AK}, \quad \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a}.$$

5. Рассмотрим треугольник ALE:

$$\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LE} = \overrightarrow{AE},$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{LK} = \frac{1}{4}\vec{a} + y \left(\frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a} \right) = \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{y}{4}\vec{a} + \frac{2y}{3}\vec{b} = \frac{1}{4}(1-y)\vec{a} + \frac{2y}{3}\vec{b}.$$

6. Получим уравнение:

$$\frac{1}{4}(1-y)\vec{a} + \frac{2y}{3}\vec{b} = \frac{x}{3}\vec{a} + \frac{2x}{3}\vec{b},$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}(1-y) = \frac{x}{3}, \\ \frac{2y}{3} = \frac{2x}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - 3y = 4x, \\ y = x; \end{cases}$$

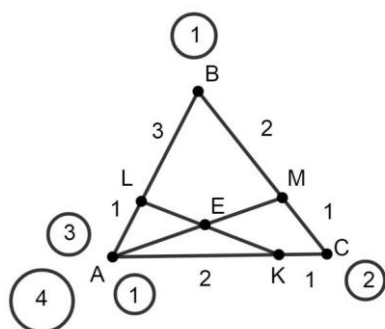
$$\begin{cases} 7x = 3, \\ y = x; \end{cases}$$

$$x = y = \frac{3}{7},$$

$$AE:AM = 3:7, AE:EM = 3:4.$$

Ответ: 3 : 4.

Способ 3 (метод масс)



Дано: $\triangle ABC$, $M \in BC$, $BM = 2CM$,
 $K \in AC$, $AK = 2CK$, $L \in AB$,
 $BL = 3AL$, $E = AM \cap LK$.
 Найти: $AE : EM$.

Решение.

1. Нагрузим вершины треугольника ABC таким образом, чтобы центр масс оказался в точке E . Поместим в точки B и C такие массы, чтобы их центр был в точке M (1 и 2 соответственно). Получим, что $1B, 2C \sim 3M$.

Далее нагрузим вершину A такими массами, чтобы центры масс систем $xA, 2C$ и $yA, 1B$ попали в точки K и L соответственно.

2. По правилу рычага получим уравнения:

$$x \cdot AK = KC \cdot 2, y \cdot AL = BL \cdot 1,$$

$$x = \frac{2 \cdot KC}{AK} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1,$$

$$y = \frac{1 \cdot BL}{AL} = \frac{3 \cdot 1}{1} = 3.$$

Масса точки A равна $x + y = 4$.

3. По правилу рычага для отрезка AM :

$$4 \cdot AE = EM \cdot 3,$$

$$\frac{AE}{EM} = \frac{3}{4}.$$

Ответ: 3 : 4.

Применяя такой способ решения, понимаем, что, умело используя основные свойства центра масс системы материальных точек, можно решать достаточно широкий класс задач (олимпиадные задачи, задачи централизованного тестирования). Данный метод имеет высокую эффективность, упрощает и ускоряет процесс решения задачи.

Е. П. ГРИНЬКО, О. Д. БЕЛЕЦКАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ДЕЛОВЫЕ ИГРЫ В РАЗВИТИИ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ

Цель нашего исследования – разработка и обоснование методики использования деловой игры в развитии логико-алгоритмического мышления учащихся. Деловая игра является одной из уникальных форм обучения, которая позволяет сделать работу учащихся интересной и увлекательной не только на творческо-поисковом уровне, но и при изучении нового материала.

Проанализировав содержание курса математики средней школы, а именно, учебные пособия, которые используются в образовательном процессе, мы выделили для каждой учебной темы определенные виды дидактических игр, которые целесообразно применять на итоговом уроке изучения конкретной темы. Это могут быть игры-путешествия, КВН, ролевые, интеллектуальные игры, поручения, загадки.

Развивать логико-алгоритмическое мышление в процессе обучения – это значит:

- развивать у обучающихся умение выбирать основания и критерии для сравнения, классификации объектов;
- вырабатывать умение выделять существенные свойства предметов и абстрагировать их от второстепенных – несущественных;
- учить анализировать предмет, расчленять на составные части в целях познания каждой и соединять (синтезировать) расчлененные мысленно предметы в одно целое;
- учить делать правильные выводы из наблюдений или фактов, уметь проверять эти выводы;
- учить устанавливать причинно-следственные связи;
- развивать у учащихся умение убедительно доказывать истинность своих суждений и опровергать ложные умозаключения.

В ходе регулярных занятий по развитию логико-алгоритмического мышления у учащихся формируются не только познавательные способности, но и такие качества личности, как выдержка, настойчивость, трудолюбие, честность. Деловые игры являются лишь стимулом и средством для вдумчивого подхода как сильных, так и более слабых обучающихся к практической деятельности. Правила в дидактической игре выполняют разнообразные функции. Они направляют игру по заданному пути, объединяя дидактическую и игровую задачи, определяют последовательность игровых действий, повышают заинтересованность игры, позволяют учителю косвенно руководить ею, регулировать взаимоотношения участников и формируют межличностные отношения.

Ниже приводится пример деловой игры, проведенной с учащимися общешкольной профильной направленности на уроке математики.

Учебная игра «Суд над математикой». Замысел и суть данной игры в том, что учащиеся должны решить, нужна ли будущему юристу математика.

Цель игры не в том, чтобы доказать необходимость математики, а в том, чтобы участники учились аргументировать свое мнение, используя математические методы. Решение выносится судом присяжных, т. е. участники оценивают друг друга, тем самым привнося в игру некую динамичность.

Предлагаются следующие роли: судья – рассказывает правила проведения судебного разбирательства (если эту игру проводит учитель, то он сам может взять на себя данную роль, но в то же время учитель может заранее дать задание подготовить эту игру одному из учащихся), Коллегия Прокуроров (КП) – заранее назначается «судьей», должна подготовить аргументированные доказательства нецелесообразности изучения математики, Коллегия Адвокатов (КА) – по подготовленному плану доказывает суду присяжных значимость изучения данного предмета (на каждый аргумент также вызывается свидетель), свидетели – подтверждают доказательства КП и КА решением задачи по каждому аргументу, привнося свой вклад в судебный процесс. Подготовка КП и КА может идти по принципу, что скажет оппонент, как парировать. Это развивает логико-алгоритмическое мышление, умение просчитать на пять ходов вперед. Ни КП, ни КА не знают аргументы друг друга, поэтому им нужно предположить, как думает соперник.

После выступления свидетелей адвокату и прокурору предоставляется заключительное слово, в котором они должны подвести итоги судебного процесса. Суд присяжных на основании «свидетельских показаний» выносит решение. Судья и учитель во время судебного процесса следят за «порядком в зале заседаний» и за справедливым и беспристрастным решением присяжных.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринько, Е. П. Система работы с интеллектуально одаренными детьми : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2009. – 229 с.
2. Гринько, Е. П. Формирование готовности учителя математики к работе с одаренными детьми : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2014. – 222 с.

Е. П. ГРИНЬКО, Г. А. ИБРАГИМОВА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗВИТИЕ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ НА ВНЕКЛАССНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ

Цель нашего исследования – изучение теоретических основ и разработка методики развития логико-алгоритмического мышления учащихся 5–6 классов на внеклассных занятиях по математике. Инструментом для развития логико-алгоритмического мышления являются занимательные задачи. С этой целью нами составлена система заданий по темам: задачи на смекалку, задачи-шутки; исключение лишнего; классификация; логические задачи; задачи с геометриче-

ским содержанием; задачи на переливание; математические игры и фокусы; кроссворды и ребусы; комбинаторные задачи; софизмы.

В процессе решения каждой задачи четко выделяем четыре этапа:

- 1) изучение условия задачи;
- 2) поиск плана решения и его составление;
- 3) осуществление плана, т. е. оформление найденного решения;
- 4) изучение полученного решения, коррекция [1].

Рассмотрим несколько задач.

Задача 1. В оркестр приняли на работу трех музыкантов: Бориса, Сергея и Владислава, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе. Известно, что Сергей самый высокий; играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте; играющие на скрипке и флейте и Борис любят пиццу; когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Сергей мирит их; Борис не умеет играть ни на трубе, ни на гобое. Определите, на каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами.

Решение. Составим таблицу и отразим в ней условия задачи, заполнив соответствующие клетки цифрами 0 и 1 в зависимости от того, ложно или истинно соответствующее высказывание. Так как музыкантов трое, инструментов шесть и каждый владеет только двумя инструментами, получается, что каждый музыкант играет на инструментах, которыми остальные не владеют. Из условия следует, что Сергей не играет ни на альте, ни на трубе, а Борис не умеет играть на скрипке, флейте, трубе и гобое. Следовательно, инструменты Бориса – альт и кларнет. Занесем это в таблицу, а оставшиеся клетки столбцов «альт» и «кларнет» заполним нулями:

Инструменты \ Музыканты	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Борис	0	0	1	1	0	0
Сергей			0	0		0
Владислав			0	0		

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Владислав. Из условия следует, что Сергей не скрипач. Так как на скрипке не играет ни Борис, ни Сергей, то скрипачом является Владислав. Оба инструмента, на которых играет Владислав, определены:

Инструменты \ Музыканты	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Борис	0	0	1	1	0	0
Сергей	0		0	0		0
Владислав	1	0	0	0	0	1

Из таблицы видно, что играть на флейте и на гобое может только Сергей.

Инструменты Музыканты	Скрипка	Флейта	Альт	Кларнет	Гобой	Труба
Борис	0	0	1	1	0	0
Сергей	0	1	0	0	1	0
Владислав	1	0	0	0	0	1

Ответ. Борис играет на альте и кларнете, Сергей – на флейте и гобое, Владислав – на скрипке и трубе.

Задача 2. В классе 35 учеников, из них 20 школьников занимаются в математическом кружке, 11 – в литературном, 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько литераторов увлекаются математикой?

Решение. Всего 35 учеников. 10 кружки не посещают. Значит, посещают кружки $35 - 10 = 25$ учеников. 20 учеников занимаются в математическом кружке. Значит, только литературный кружок посещают $25 - 20 = 5$ человек. В литературном кружке 11 человек. Лишь 5 из них посещают только литературный кружок. Значит, $11 - 5 = 6$ человек-литераторов посещают еще и математический кружок [2].

Ответ. 6 литераторов увлекаются математикой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринько, Е. П. Подготовка в университете будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2017. – 255 с.

2. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 2. – 196 с.

Е. П. ГРИНЬКО, С. М. ИБРАГИМОВА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О РАЗВИТИИ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ (НА ПРИМЕРЕ 5 КЛАССА)

Цель нашего исследования – изучение теоретических основ и разработка методики развития логико-алгоритмического мышления на уроках математики (на примере 5 класса). Логико-алгоритмическое мышление проявляется в умении строить логические утверждения о свойствах данных, мыслить индуктивно и дедуктивно при анализе задачи, формализовать собственные намерения вплоть до записи алгоритма решения задачи [1].

Учащимся 5 класса рекомендуем использовать следующий алгоритм:

- 1) прочитать задачу;
- 2) выделить условие (что известно);
- 3) определить вопрос (что требуется найти);
- 4) составить план решения задачи;

- 5) выполнить действия;
- 6) проверить решение;
- 7) записать ответ [2].

Пример 1. Как набрать из колодца ровно 4 л воды, используя два сосуда емкостью 3 и 5 литров?

Решение. Выполняется следующий алгоритм:

1. Налить воду в 5-литровый сосуд.
2. Отлить 3 литра в 3-литровый сосуд и вылить эту воду.
3. Оставшиеся 2 литра воды перелить в 3-литровый сосуд.
4. Снова набрать 5-литровый сосуд.
5. Долить 1 литр воды в 3-литровый сосуд.
6. После этого в 5-литровом сосуде останется 4 литра.

Пример 2. Для приготовления компота нужно налить в 5-литровую кастрюлю 4 литра воды. Как это сделать, если кроме этой кастрюли имеется еще 3-литровая банка, водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду?

Решение. Нальем в 3-литровую банку воду и перельем ее в кастрюлю. Затем еще раз наберем воды в банку и наполним кастрюлю. Тогда в кастрюле будет 5 литров и 1 литр останется в 3-литровой банке. Теперь выльем всю воду из кастрюли в раковину. Затем перельем литр из банки в кастрюлю и добавим еще 3 литра, наполнив банку еще раз. Теперь в кастрюле будет ровно 4 литра.

Все действия можно занести в таблицу:

Кастрюля	0	3	5	0	1	1	4
Банка	3	0	1	1	0	3	0

Пример 3. Как, имея две полные 10-литровые емкости с березовым соком, отмерить по 2 литра сока в 2 пустых бидона емкостью 4 и 5 литров? [3].

Решение.

10 литров	10 литров	4 литра	5 литров
10	10	0	0
5	10	0	5
5	10	4	1
9	10	0	1
9	10	1	0
4	10	1	5
4	10	4	2
8	10	0	2
8	6	4	2
10	6	2	2

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин, П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П. Я. Гальперин // Исследование мышления в советской психологии. – М. : Просвещение, 1966.

2. Гринько, Е. П. Подготовка в университете будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : Изд-во БрГУ, 2017. – 255 с.

3. Гринько, Е. П. Готовимся к олимпиадам по математике. 5–9 классы : пособие для учителей учреждений общего среднего образования / Е. П. Гринько. – Мозырь : Выснова, 2019. – 165 с.

Е. В. КИСИЛЮК, Л. Н. МОЩИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕМЫ СТЮАРТА ПРИ ПОДГОТОВКЕ ШКОЛЬНИКОВ К ОЛИМПИАДАМ

Теорема Стюарта не входит в школьный курс математики и может изучаться школьниками лишь на факультативных занятиях и только в ознакомительной форме, однако она упрощает решение ряда задач, таких, например, как нахождение медианы и биссектрисы по трем сторонам, нахождение неизвестных сторон с помощью медианы и биссектрисы, а также при доказательстве некоторых стереометрических теорем.

Теорема Стюарта особенно полезна школьникам при подготовке к олимпиадам, так как упрощает решение многих задач, а изучение теоремы и ее доказательства существенно способствует развитию логико-алгоритмического мышления.

Исходя из этого, было проведено исследование, целью которого являлась разработка методики изучения теоремы Стюарта при подготовке школьников к олимпиаде по математике и проверка ее эффективности.

Исследование проходило в период с января по март во время педагогической практики в школе № 15 г. Бреста и осуществлялось в пять этапов:

1. Анализ текстов олимпиадных задач на предмет наличия задач, решаемых с помощью теоремы Стюарта.

2. Анализ педагогической литературы и опыта работы учителей по проблеме организации работы по подготовке учащихся к олимпиадам.

3. Разработка заданий для организации изучения теоремы Стюарта на уроках и факультативах.

4. Разработка методики изучения теоремы Стюарта при подготовке школьников к олимпиадам по математике.

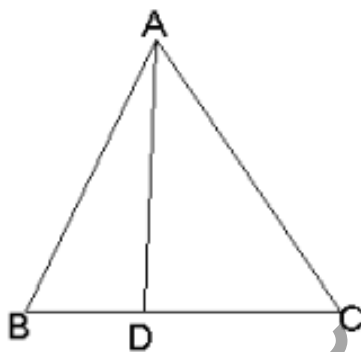
5. Внедрение методических разработок в учебный процесс во время педагогической практики в школе № 15 г. Бреста и проверка их эффективности.

Теорема Стюарта. Три точки А, В и С лежат на одной прямой, причем точка В лежит между А и С, тогда и только тогда, когда для любой точки плоскости М выполняется равенство:

$$MA^2 \cdot BC + MC^2 \cdot AB - MB^2 \cdot CA = AB \cdot BC \cdot CA.$$

Или другая формулировка: произведение квадрата расстояния от точки, лежащей на стороне треугольника, до противоположной вершины на длину этой стороны равно сумме квадратов оставшихся сторон на несмежные с ними отрезки первой стороны без произведения этих отрезков на длину основания.

$$AD^2 \cdot BC = AB^2 \cdot CD + AC^2 \cdot BD - BC \cdot BD \cdot CD.$$



Задача 1. Площадь треугольника ABC равна $20\sqrt{3}$. Стороны $AB = 8$ и $AC = 14$. Найти медиану BM треугольника ABC.

Дано: ABC – треугольник, BM – медиана. $AB = 8$, $AC = 14$, $S = 20\sqrt{3}$.

Найти: длину медианы BM.

Решение. Пусть $BC = x$, применяя формулу Герона получаем что

$$20\sqrt{3} = \sqrt{(11 + \frac{x}{2})(3 + \frac{x}{2})(\frac{x}{2} - 3)(11 - \frac{x}{2})}. \text{ Откуда получаем 2 случая:}$$

$$1) BC = 2\sqrt{109}.$$

По следствию из теоремы Стюарта: $BM = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot (AB^2 + BC^2) - AC^2}$. Подставляя и преобразовывая, получим, что $BM = \sqrt{201}$.

$$2) BC = 2\sqrt{21}. \text{ По следствию из теоремы Стюарта:}$$

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2 \cdot (AB^2 + BC^2) - AC^2}.$$

Подставляя и преобразовывая, получим, что $BM = 5$.

Ответ. Медиана BM треугольника равна $2\sqrt{21}$, или 5.

Задача 2. В треугольнике ABC стороны $AB = 18$ см и $AC = 15$ см, а биссектриса $AE = 4$ см. Найдите периметр треугольника ABC.

Дано: ABC – треугольник, AE – биссектриса угла A. $AB = 18$ см, $AC = 15$ см.

Найти: периметр треугольника ABC.

Решение: по следствию из теоремы Стюарта

$$AE = \frac{2}{AB + AC} \sqrt{AB \cdot AC \cdot p(p - BC)}, \text{ где } p - \text{ полупериметр. Тогда}$$

$$4\sqrt{15} = \frac{2}{18+15} \sqrt{19+15 + \left(\frac{33+BC}{2}\right)\left(\frac{33+BC}{2}\right) - BC}. \text{ Откуда } BC = 11 \text{ см. Тогда}$$

$$P = AC + BC + AB = 15 + 18 + 11 = 44 \text{ (см).}$$

Ответ. Периметр треугольника равен 44 см.

Задача 3. Докажите, что если биссектрисы треугольника ABC точкой J делятся в одном отношении, то треугольник ABC – равносторонний.

Задача 4. Сторона BC треугольника ABC есть среднее арифметическое сторон AB и AC. Докажите, что прямая MJ (точка M – центр тяжести треугольника, J – точка пересечения биссектрис) параллельна стороне BC.

Результаты исследования были опробованы в общеобразовательной школе с января по март 2021 г. во внеклассной работе с одаренными в области математики учащимися с целью формирования мотивации, развития способностей и подготовки школьников к олимпиадам различного уровня. Применение результатов на практике поспособствовало более эффективному учебному процессу, развитию интереса к изучению математики, развитию самостоятельно и творчески мыслить, последовательному рассуждению и креативному представлению своих мыслей, что свидетельствует об эффективности данной деятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Помелов, Н. В. Теорема Стюарта и применение ее для решения задач / Н. В. Помелов, О. Г. Верещагина, В. А. Суровцева // Юный ученый. – 2016. – № 2 (5). – С. 67–73.

Л. В. ЛАДУТЬКО

Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

О ПОДГОТОВКЕ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В СИСТЕМЕ ПЕРЕПОДГОТОВКИ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ

В настоящее время накоплен определенный опыт работы с талантливой молодежью: созданы гимназии и лицеи, организованы разнообразные формы деятельности, такие как олимпиады, турниры, конкурсы, различные интеллектуальные соревнования, летние и зимние лагеря для одаренных детей. Однако остаются проблемы готовности учителей к грамотному проектированию образовательного процесса, учитывающего особенности психофизического развития одаренного ребенка, к определению оптимального содержания учебного материала, к отбору наиболее эффективных методов и приемов обучения, к руководству исследовательской работой учащихся, к разработке и реализации методик, технологий обучения в образовательных заведениях различного типа и классах с углубленным изучением отдельных предметов.

Основным направлением в решении данной проблемы в институте повышения квалификации и переподготовки (ИПКиП) БГПУ при обучении слушателей на специальности переподготовки «Математика» является согласование содержания предметной и методической их подготовки, которое реализуется

главным образом в программах дисциплин «Элементарная математика и практикум по решению задач» и «Методика преподавания математики».

В учебном плане дисциплины «Элементарная математика и практикум по решению задач» и «Методика преподавания математики» изучаются параллельно. Именно это позволяет создать условия для всестороннего изучения слушателями математических и методических особенностей учебного материала с учетом разноуровневого обучения в средней школе – базового и повышенного, индивидуальных особенностей, способностей и интересов учащихся.

На занятиях по дисциплине «Элементарная математика и практикум по решению задач» будущие учителя математики не только знакомятся с общими и частными методами решения задач элементарной математики, формируют прочные умения и навыки по их решению, но и углубляют знания о приемах поиска решения нестандартных задач, задач повышенной сложности и олимпиадных задач. Параллельно на занятиях по дисциплине «Методика преподавания математики» проводится анализ программ по математике для классов различных уровней (базового и повышенного), обсуждаются методические рекомендации, разработки отдельных тем, фрагменты уроков для классов, изучающих математику на повышенном уровне. Отдельные практические занятия посвящены нетрадиционным подходам к организации обучения, например, опережающему обучению, преподаванию крупными блоками. В ходе занятий постоянно обращается внимание на то, какие типичные ситуации возникают в процессе обучения математике, если в классе есть одаренный ученик.

Работа с одаренными учащимися предполагает подбор индивидуальных заданий с элементами творчества. В связи с этим при изучении тем частных методик слушатели готовят материалы с подбором задач для учащихся с разным уровнем математической подготовки, разрабатывают основные темы конкурсных заданий, знакомятся с методическими рекомендациями по подбору олимпиадных задач.

Для закрепления теоретических знаний слушателей в ИПКиП БГПУ практикуются различные формы работы. Групповая форма обучения – одна из наиболее результативных для проведения лабораторных занятий по дисциплине «Методика преподавания математики». Слушатели распределяются на небольшие группы, которые должны выбрать для себя одно из предлагаемых заданий, например: составление дифференцированных заданий для учащихся по определенным темам; разработка нестандартного урока по математике с одаренными учащимися; подготовка диагностических методик для изучения математических способностей обучаемых. На занятии слушатели защищают подготовленные проекты и проходит их коллективное обсуждение.

Интересно проходят занятия в форме деловой игры. При подготовке деловой игры одному или нескольким слушателям поручается разработать план урока на конкретную тему с учетом того, что в классе есть одаренный ученик. Одному слушателю предоставляется роль одаренного ученика. Участники игры, исполняющие роли учащихся, создают ситуацию, в которой от учителя требуется методически грамотно выполнить свою роль. Такие занятия позволяют вскрыть

причины серьезных методических просчетов, которые допускают учителя, побуждают слушателей к дальнейшему самосовершенствованию, способствуют формированию у будущих учителей математики комплекса профессионально-методических компетенций, необходимых для работы с интеллектуально развитыми в области математики школьниками.

Обеспечение будущих учителей математики теоретическими и практическими материалами для работы с одаренными учащимися, ознакомление с методикой обучения математики талантливой молодежи являются одним из приоритетных направлений совершенствования математической и методической подготовки слушателей ИПКиП БГПУ.

О. Н. ПИРЮТКО, И. Н. ГУЛО

Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К УЧАСТИЮ УЧАЩИХСЯ В ОЛИМПИАДАХ

В связи с введением нового образовательного стандарта, утверждением новой концепции общего среднего образования, ориентированной на реализацию компетентностного подхода в образовательном процессе, внедрением профессионально-квалификационного стандарта педагога в сфере образовательной системы нашей страны [1] к современному учителю предъявляется комплекс новых требований. Они касаются не только владения современными методами, средствами и формами обучения, но и способности учителя к организации подготовки учащихся к олимпиадам. Овладение компетенциями предполагает знание как теоретических основ, т. е. владение теорией решения олимпиадных задач, так и технологий, методов и форм организации деятельности учащихся по подготовке к олимпиадам, технологического обеспечения этой деятельности. Как правило, многие школы и заинтересованные учителя обращаются к преподавателям учреждений высшего образования с просьбой провести подготовку учащихся к олимпиадам.

На физико-математическом факультете Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка с 2015 г. в помощь учителям работает «Школа юных математиков» (бесплатно). Два раза в месяц учащиеся школ г. Минска и Минской области приезжают на занятия по подготовке к олимпиадам. Занятия проводятся для двух возрастных групп – 5–7 классы и 8–9 классы. Опыт показал, что целесообразно деление на 5–6 классы и 7–8 классы. В первые годы эти занятия проводили только ведущие преподаватели физико-математического факультета. План работы на каждый новый учебный год составляется с учетом содержания тем занятий предыдущих лет. В каждом новом плане содержатся как новые вопросы олимпиадной тематики, так и расширение прежних вопросов. Многие школьники прошли полное обучение в школе, посещая занятия с 5-го по 9 класс.

Приведем план работы «Школы юных математиков», реализованный полностью в соответствии с разработанной программой.

№ п/п	Название темы	Месяц	Классы
1	Логические задачи	Октябрь	5–7 / 8–9
2	Комбинаторные задачи		8–9 / 5–7
3	Покрытия, упаковки, замощения	Ноябрь	5–7 / 8–9
4	Графы		8–9 / 5–7
5	Инварианты	Декабрь	5–7 / 8–9
6	Неравенства и оценки		8–9 / 5–7
7	Геометрические неравенства и экстремумы	Январь	5–7 / 8–9
8	Нестандартные арифметические задачи		8–9 / 5–7
9	Задачи на взвешивание	Февраль	5–7
10	Математическая индукция		8–9
11	Арифметика остатков		5–7
12	Восстановление и разбиение фигур		8–9
13	Нестандартные геометрические задачи	Март	5–7 / 8–9
14	Задачи на построение		8–9 / 5–7
15	Последовательность операций	Апрель	5–7 / 8–9
16	Задачи на максимум и минимум		8–9 / 5–7

Изменение внешних условий педагогического процесса привело к необходимости адекватного реагирования изменением формы работы «Школы юных математиков».

Накопленный на кафедре математики и методики преподавания математики опыт проведения занятий в «Школе юных математиков» позволил в этом году привлечь к проведению занятий студентов физико-математического факультета. Участие студентов в работе «Школы юных математиков» было поэтапным. На первом этапе студенты приглашались на занятия, проводимые преподавателями для школьников. На втором – в рамках программы дисциплины «Элементарная математика и практикум по решению задач» студенты готовили сценарий занятия по решению задач и реализовывали его в группе на занятиях. На третьем этапе лучшие студенты (участники студенческих олимпиад) проводили некоторые занятия в соответствии с планом работы для школьников.

В связи со сложной эпидемиологической обстановкой весной 2020 г. занятия в «Школе юных математиков» проводились в режиме онлайн. В этом году школа по-прежнему работает в режиме онлайн. Занятия проводятся с ориентацией на учащихся 5–7 классов.

Подготовка к записи занятий в режиме онлайн проводилась студентами как в системе занятий по методике преподавания математики, так и в проведении онлайн-занятий в рамках проекта «Будущие педагоги – детям». Видеоролики занятий размещены на YouTube-канале БГПУ и имеют большое число просмотров.

Опыт работы со студентами в направлении олимпиадной подготовки позволяет выделить новые направления: привлечение студентов к проведению онлайн-занятий начиная с младших курсов; проведение систематических внутренних курсовых и межкурсовых мини-олимпиад; проведение конкурсов по дисциплине «Методика преподавания математики» на лучший сценарий, видеоролик по теме «Решение олимпиадных задач». Как правило, после первой педагогической практики выделяются студенты, владеющие достаточным уровнем подготовки для проведения занятий в школе с учащимися по подготовке их к олимпиадам. Такие студенты получают приглашение от школы и рекомендации университета для проведения факультативных занятий в школе.

Методические разработки сегодняшних студентов содержат не только изложение известного способа решения задач, но и собственные удачные модели для иллюстрации решения. Например, для понимания хода решения в логических задачах словесные рассуждения сопровождаются блок-схемами, графическое решение известных задач делает их понятнее для учащихся.

Студенты активно используют интеграцию эвристических методов и компьютерных технологий для организации поиска решения олимпиадных задач, ментальные карты для хранения и переработки информации.

Видеоролики созданных студентами занятий размещены на YouTube-канале БГПУ [2].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Об утверждении образовательных стандартов общего среднего образования [Электронный ресурс] : постановление М-ва образования Респ. Беларусь, 26 дек. 2018 г., № 125. – Режим доступа: https://pravo.by/upload/docs/op/W21933745p_1548190800.pdf.
2. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLIJrhX7hWkNmH1vmJp2nJcUzvpEH1mDFS>.

СЕКЦИЯ 4. ПРОБЛЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ГОТОВНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Т. В. БОЛЫЧЕВА

Беларусь, Брест, ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста»

ФОРМИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЫ И МЕДИАКОМПЕТЕНТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

В современном мире, черпая информацию из многочисленных источников, мы оказываемся в бесконечном круговороте новостей и событий, порой не столь важных для нас. Необходимо уметь фильтровать всю поступающую информацию. Обучать этому в первую очередь следует подрастающее поколение.

Согласно результатам последнего исследования PISA, только 9 % обучающихся способны находить нарушение логики и выявлять отличия между фактом и предположением, опираясь на неявные подсказки, которые касаются содержания или источника информации. В Беларуси этот показатель еще меньше: только 4 % учащихся показали способности к критической оценке информации. Данную проблему можно решить посредством формирования информационной культуры и медиакомпетентности у детей.

С какого возраста нужно начинать медиаобразование учащихся? Как известно, уже с раннего возраста современные дети погружаются в виртуальную реальность, знакомятся с многочисленными, разработанными по последнему слову техники устройствами, подвергаются влиянию различных средств массовой коммуникации.

Программы медиаобразования детей отсутствуют, однако уже с 1 класса педагоги должны работать в этом направлении, поскольку одним из ожидаемых результатов начального образования (постановление Министерства образования Республики Беларусь от 26.12.2018 № 125 «Об утверждении образовательных стандартов общего среднего образования») является владение учащимися основами умения учиться; готовность и способность к сотрудничеству; умение пользоваться различными источниками информации при организации самостоятельной деятельности; проявление инициативности в учебной деятельности, познавательной активности. Учащийся начальной школы совместно с учителем и самостоятельно должен использовать справочную литературу, электронные средства обучения, инструменты и приспособления для решения учебных и познавательных задач, понимать и сопоставлять информацию, представленную в виде текста, рисунка, схемы, таблицы.

Ожидаемые результаты среднего образования воплощает учащийся, «умеющий получать, анализировать и критически воспринимать информацию, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий, и применять ее в учебно-познавательной деятельности и социальной жизни».

Формированию информационной культуры и гражданской компетентности учащихся способствует продолжение реализации в 2020/2021 учебном году информационно-образовательного проекта «Школа активного гражданина»

(«ШАГ») для 8–11 классов и реализация одноименного проекта для учащихся 5–7 классов.

Важно организовать привлекательное для учащихся информационное пространство учреждения образования, обеспечивающее возможность взаимодействия всех субъектов образовательного процесса: педагогов, учащихся, их законных представителей.

Одним из самых доступных и эффективных способов размещения информационных материалов является использование стендов. На современном этапе информационный стенд – это не просто обычная доска с различными извещениями, а интересная и оригинально оформленная тематическая конструкция. Благодаря яркости оформительского решения стенд становится особенно заметным, в результате чего на него обращает внимание большое количество людей. Информация на таких стендах может использоваться для проведения информационных часов, заочных экскурсий.

Особое внимание уделяется развитию сайта учреждения образования. Вся информация, размещаемая на нем, должна быть актуальной, достоверной, доступной и интересной для пользователей.

С целью развития медиакомпетентности учащихся целесообразно использовать QR-коды. QR-коды применяются не только в учебной деятельности, но и при проведении внеклассных мероприятий, в частности квестов, викторин и др. Таким образом, учащиеся, пользуясь камерой мобильного телефона и программой, установленной на нем (QR-сканер), приобщаются к самостоятельной познавательной деятельности.

Социальные сети занимают огромное пространство в жизни подростков. Instagram, Viber, «ВКонтакте», Facebook, «ТикТок» – эти слова прочно вошли в наш лексикон. Двигаясь в ногу со временем, следует учиться извлекать выгоду из возрастающей вовлеченности молодежи в социальные сети и эффективно их использовать в воспитательной работе – создать профиль школьного сообщества, где размещать различную информацию. Модераторами школьной странички в социальной сети «ВКонтакте» могут являться как педагоги-организаторы, так и сами учащиеся.

При всем положительном эффекте воспитательной работы в Сети важно учитывать обратный эффект распространения социальных сетей, а именно снижение потребности в живом общении. Главное, что учащиеся должны понимать и осознавать в процессе общения, – социальные сети только средство для достижения определенных целей, но никак не сама цель.

Делая вывод, можно сказать, что выходом из сложившейся ситуации может быть обучение детей критическому мышлению. Помимо этого, необходимо дать детям возможность использовать различные современные устройства не только для развлечения, но и для образования, развития собственной личности, познания себя. Кроме того, детей следует научить, каким образом можно быстро найти необходимую достоверную информацию, как правильно сформулировать поисковой запрос, как создать блог, снять и (или) смонтировать видео, создать брошюру, листовку или плакат, откорректировать иллюстрацию и (или) фотографию и т. д.

Следовательно, значительное место при планировании воспитательной работы учреждениям образования следует отвести мероприятиям, направленным на разъяснение учащимся правил безопасного поведения в сети Интернет и использования интернет-ресурсов:

- проведению информационных часов для учащихся по вопросам компьютерной безопасности;
- организации обучающих семинаров и тренингов для учащихся и педагогов (обучение способам защиты персональных данных, изучение типов источников информации, освоение правил корректного и безопасного общения в социальных сетях, определение признаков буллинга, троллинга и др.).

Е. П. ГРИНЬКО

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Важнейшей задачей профессионального образования является формирование личности будущего специалиста. Профессиональная адаптация, являясь одним из важных факторов эффективности начального этапа обучения студентов, существенно определяется условиями организации учебной деятельности. Проблеме адаптации студентов посвящено немало научных трудов. Изучением данной проблемы занимались К. А. Абульханова-Славская, В. И. Брудный, В. П. Казначеев, Д. А. Андреева, В. Г. Асеев и др.

Понятие «преадаптация» принадлежит Ч. Дарвину, оно «...отражает факт существования у организмов еще не реализованной готовности приспособления к будущему, причем готовности, сформировавшейся в старой среде» [1, с. 12].

Адаптивная система подготовки будущих учителей математики и информатики к профессиональной деятельности есть целостная подсистема профессионального образования, интегрирующая специальные методические и социально-педагогические знания и практику. В основе адаптивной системы подготовки будущих учителей математики и информатики к профессиональной деятельности в качестве приоритетного реализуется компетентностный подход. Сущность компетентностного подхода раскрывается в работах В. А. Болотова, Н. А. Гришановой, И. А. Зимней, Д. А. Иванова, К. Г. Митрофанова, З. М. Махмутовой, О. В. Соколовой, И. Д. Фрумина и др. В научных трудах этих ученых отражены целевая, содержательная, технологичная и другие сферы компетентностного подхода к подготовке специалистов с высшим образованием.

Процесс преадаптации студентов специальностей педагогического профиля физико-математического факультета к профессиональной деятельности включает в себя три основных аспекта: профессиональный, психологический и социальный. Профессиональный аспект выражается в достаточном уровне овладения методическими и специальными (профессиональными) умениями

и навыками. Психологический аспект заключается в знании основ психологии и умении применять их на практике и представляет собой личностно-деятельностное образование, выражающееся в наличии профессионально значимых качеств личности, в развитии устойчивого положительного отношения к своей профессии. Социальный аспект связан с умением входить в сложившуюся систему отношений, взаимодействовать с ее членами, принимать особенности учреждения образования.

Цель работы по преадаптации – создать оптимальные организационно-педагогические, социально-психологические, учебно-методические условия, способствующие успешной адаптации студентов к профессиональной деятельности. Задачи: усилить практико-ориентированную составляющую в организации образовательного процесса; способствовать становлению у студентов внутренней мотивации к освоению необходимых профессионально-значимых компетенций; содействовать приобретению обучающимися личностных качеств, необходимых для работы учителем в школе.

Содержание деятельности по преадаптации студентов к профессиональной деятельности:

1. Планирование работы, ее анализ и коррекция.

2. Научно-методическое сопровождение процесса организации дидактической адаптации (создание условий для ознакомления старшекурсников со спецификой их будущей профессиональной деятельности, условиями работы); стимулирование потребности к самообразованию и личностному росту.

3. Социально-психологическое сопровождение.

Основные мероприятия кафедры методики преподавания физико-математических дисциплин по преадаптации студентов к профессиональной деятельности:

1. «Пассивная практика» (2 курс) – студенты приходят в школы на уроки к студентам 3 и 4 курса (практикантам), наблюдают за их работой, участвуют в анализе уроков.

2. Подготовка учебно-методических комплексов для студентов по практико-ориентированным дисциплинам, подготовка методических материалов.

3. Встречи студентов с психологами, врачами, руководителями и специалистами системы образования.

4. Организация педагогической практики студентов в учреждениях образования разного типа.

5. Организация участия старшекурсников в проведении профориентационной работы (филиалы кафедры, базы практики).

6. Открытые уроки по теме «Современные образовательные технологии» в ГУО «Лицей № 1 имени А. С. Пушкина г. Бреста».

7. Международная научно-практическая конференция «Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися».

8. Международный научно-методический семинар «Путь в профессию: о работе с одаренными детьми».

9. Международный конкурс методических разработок студентов БрГУ имени А. С. Пушкина, университета в Белостоке (Польша), университета имени Лóранда Этвеша (Будапешт, Венгрия).

10. Международная математическая олимпиада приграничья для студентов и учащихся 9–11 классов учреждений общего среднего образования (Брест – Белосток – Вильнюс – Смоленск – Одесса).

11. Учебно-методический семинар «Первые шаги в профессию» для студентов 3 курса специальностей «Математика и информатика» и «Физика и информатика».

12. Конкурс по специальности «Я хочу стать учителем информатики» для студентов 3–4 курсов специальностей «Физика и информатика» и «Математика и информатика».

13. Конкурс по специальности «Моя профессия – учитель математики» для студентов 3 курса специальности «Математика и информатика».

14. Проведение факультатива в ресурсном центре по подготовке учащихся к олимпиадам высокого уровня и для учащихся ГУО «Лицей №1 имени А. С. Пушкина г. Бреста» по теме «Методы решения олимпиадных задач» (в работе факультатива принимают участие студенты).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Георгиевский, А. Б. Проблема преадаптации. Историко-критическое исследование / А. Б. Георгиевский. – Л. : Наука, 1974. – 123 с.

2. Гринько, Е. П. Подготовка в университете будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : монография / Е. П. Гринько ; М-во образования Респ. Беларусь ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2017. – 241 с.

3. Гринько, Е. П. Формирование готовности учителя математики к работе с одаренными детьми : монография / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2014. – 222 с.

4. Гринько, Е. П. Подготовка в университете будущих учителей математики к работе с потенциально одаренными детьми: концептуальные основы / Е. П. Гринько // Проблемы и перспективы современной науки : сб. ст. ЦНС «Международные научные исследования» по материалам V междунар. науч.-практ. конф. «Проблемы и перспективы современной науки», Москва, 25 марта 2016 г. – М. : ISI-journal, 2016. – С. 27–31.

Т. В. ГУЛЯЕВА, Н. К. ПЕЩЕНКО

Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

ФОРМИРОВАНИЕ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ВУЗА

В настоящее время одной из актуальных проблем современного общества является развитие способностей обучающихся, поддержка их талантов и одаренности. Именно такая молодежь, окончив учреждения образования и став высококвалифицированными специалистами, будет определять экономическое, политическое, социальное и культурное развитие своего государства. Поддержать и развить индивидуальность каждого обучаемого, не потерять, не затормозить рост его способностей – важная задача обучения.

Однако сегодня в педагогических вузах не существует факультетов, ориентированных на подготовку учителей к работе с одаренными детьми. Создаются учреждения для работы с детьми, имеющими различные отклонения и дефекты развития и поведения, для них готовятся соответствующие педагогические кадры. Формирование же готовности учителя-предметника к работе с детьми, имеющими высокий уровень развития интеллектуального потенциала, осуществляется, как правило, в рамках преподавания психолого-педагогических, методических и специальных дисциплин на выбранном студентом факультете. Многолетний опыт нашей работы в вузе показывает, что целесообразна специальная подготовка будущих учителей к работе с одаренными детьми в рамках класса, а главное, определение содержания такой подготовки в ходе изучения ими профессиональных дисциплин.

Специальная подготовка учителей математики, способных и готовых работать с одаренными детьми, должна пронизывать всю их профессиональную подготовку и находить отражение в изучении дисциплин не только методического, но и предметного циклов. Прежде всего, работать с одаренными детьми должны учителя, сами способные выполнять творческую математическую деятельность, знающие основы психологической и педагогической теории одаренности, готовые к решению соответствующих профессиональных задач с учетом специфики предметной области.

В соответствии с вышесказанным, считаем целесообразным формирование у будущего учителя математики и информатики следующих академических компетенций, необходимых в работе с одаренными детьми: знание основ теории одаренности, ее сущности и структуры; знание методов диагностики личности обучающегося; знание форм работы с одаренными детьми; умение проектировать целостную систему работы с одаренными детьми и формировать индивидуальную траекторию их сопровождения в образовательном пространстве учреждения образования; знание структуры математических способностей, поскольку математическая одаренность относится к одному из видов специальной интеллектуальной одаренности.

На аудиторных занятиях по методике преподавания математики с целью формирования у будущих учителей этих компетенций мы особое внимание уделяем вопросам внутренней дифференциации и проблемного изложения материала, организации проектной и исследовательской деятельности обучающихся. Как показывает наш практический опыт работы в педагогическом вузе, реализация этих позиций молодым специалистом в своей самостоятельной педагогической деятельности стимулирует личностное развитие способных и талантливых детей, их познавательную активность, гибкость ума и креативность мышления.

Учителя учреждений образования подчеркивают значимость решения школьниками нестандартных задач в развитии их математических способностей. Программа по элементарной математике и практикуму по решению задач (ПРЗ) включает вопросы, представляющие непосредственный интерес для обучающихся с повышенным уровнем развития математических способностей: это теоремы Чебы и Менелая, вневписанные окружности треугольника, окружность и прямая Эйлера, инварианты, наибольшее и наименьшее значения величин в геометрии

и др. При изучении каждой темы целесообразно выделять вопросы, на которые стоит обратить особое внимание при работе с одаренными детьми. Например, при изучении темы «Многоугольники» это теоремы Пифагора и косинусов для четырехугольников, формулы для нахождения площадей четырехугольников и т. д. В рамках самостоятельной работы или курсовой работы можно рассматривать более сложные и интересные вопросы, такие как использование аналогии планиметрии и стереометрии, задачи с параметрами в курсе планиметрии и др.

Последний раздел, с которым знакомятся студенты на занятиях по ПРЗ, – это конкурсные и олимпиадные задачи. Он непосредственно связан с работой с одаренными учащимися. Студенты знакомятся с эвристическими методами поиска способа решения задач, функциональным подходом при поиске решений геометрических задач, решают логические, комбинаторные и нестандартные задачи (задачи с несформулированным вопросом, с недостающими или излишними данными), постигают основы теории игр, выигрышные стратегии и др.

Одним из эффективных средств решения задачи развития одаренных детей является проектный метод. Однако, чтобы применить его на практике, будущие учителя и сами должны владеть им. Поэтому одной из технологий, используемой при подготовке будущих учителей математики к работе с одаренными учащимися, является проектная технология, которая успешно используется на занятиях практикума по методике преподавания математики.

Большое влияние на уровень подготовки будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися оказывают дисциплины по выбору. На физико-математическом факультете в БГПУ имени Максима Танка будущим учителям предлагаются следующие дисциплины по выбору, способствующие формированию их готовности к работе с одаренными учащимися: «Занимательные и олимпиадные математические задачи», «Конструктивный подход к обучению учащихся решению задач по стереометрии», «Развитие математических компетенций обучающихся при решении развивающих задач с параметрами», «Методика организации внеклассной работы по математике», «История математики».

Важной составляющей профессиональной подготовки студентов является курс «Информационные технологии в образовании», который нацеливает студентов на включение информационно-компьютерных технологий в учебно-образовательный процесс. Именно они в будущем окажут большую помощь в работе с одаренными учащимися. Использование современных информационных технологий (в том числе дистанционного обучения) и общедоступных сетевых ресурсов позволит организовать адресную информационную поддержку учащихся в зависимости от их потребностей. Это даст возможность учителю организовать с каждым из них работу по индивидуальному плану и выработку индивидуальных траекторий обучения. А дистанционное обучение, которое позволяет полностью индивидуализировать содержание, методы, формы и темпы учебной деятельности обучаемого, особенно актуально на фоне пандемии коронавируса. К тому же оно позволяет вовремя вносить необходимые коррективы и обеспечивать текущий контроль. Конечно, дистанционное обучение не может в полной мере обеспечить качество обычного посещения школы, но в создавшихся условиях пандемии пока это единственный выход.

Большие возможности содержатся и в такой форме работы, как педагогическая практика, которую студенты педагогических вузов проходят на протяжении всего периода обучения: она помогает закрепить сформированные на аудиторных занятиях компетенции, усовершенствовать их.

Мы считаем, что, работая с талантливыми и одаренными детьми, следует ориентироваться на качественно иное содержание обучения и организацию образовательного процесса, устанавливая внутрипредметные и межпредметные связи с другими темами, проблемами, дисциплинами. Это обеспечивает индивидуализацию обучения за счет использования дифференцированных форм предъявления учебной информации. Такое обучение может осуществляться через погружение учащихся в исследовательские проекты. Это направление в подготовке учителя мы реализуем при написании курсовых работ и дипломных проектов.

Подчеркнем, что работать с одаренными детьми должны учителя, сами способные к творческой математической деятельности. Они должны уметь выстраивать взаимоотношения в системе «учитель – ученик» с детьми различного уровня интеллектуального развития, быть креативными и знать основы детской одаренности.

Таким образом, в связи с изменением парадигмы образования в направлении приоритета личностного развития и самореализации обучающихся особо важное значение приобретает проблема формирования профессиональной готовности будущего учителя к работе с одаренными детьми в ходе самостоятельной педагогической деятельности. Считаем целесообразным создание в образовательном пространстве вуза оптимальных условий для развития профессиональных компетенций начинающих педагогов, ориентированных на эффективную работу с талантливыми школьниками, в ходе изучения психолого-педагогических, методических и специальных дисциплин на педагогических специальностях вузов.

Н. А. КАЛЛАУР, А. А. БЫКОВА

Брест, Беларусь, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ

В последние годы в науке (преимущественно в педагогике и психологии) значительно возрос интерес к феномену одаренности, поскольку социальный заказ на разработку проблем одаренности во многом определяет перспективу экономического, социального и культурного процветания, совершенствования и развития нашего общества. Это, в свою очередь, актуализирует проблему разработки специальных программ и методик для одаренных детей, а также формирования уже в условиях вуза профессиональной готовности будущего учителя к работе с одаренными детьми.

Огромный вклад в осмысление сущности, природы, структуры, типов одаренности и изучение вопросов диагностики одаренности внесли психолого-

педагогические работы Ю. Д. Бабаевой и Д. Б. Богоявленской. Сейчас же все более актуальны научные труды, посвященные проблемам подготовки учителя к работе с одаренными детьми (Г. М. Анохина, А. М. Матюшкин, Е. Л. Яковлева и др.). Авторы с психолого-педагогических позиций рассматривают необходимые профессионально-личностные качества педагога как центральной фигуры организации процесса развития одаренных детей.

Особый интерес представляют исследования, посвященные формированию готовности к профессиональной деятельности учителя, в которых можно выделить целый комплекс направлений: обоснование концептуальных основ профессиональной подготовки будущих специалистов, становление личности в профессиональной среде, выявление механизма развития профессионально-личностных качеств специалиста, разработка продуктивных педагогических моделей и технологий подготовки современного специалиста, создания условий для достижения вершин профессионального и личностного расцвета.

При всей несомненной теоретической и практической значимости указанных выше исследований следует отметить, что в педагогической науке еще не накоплен достаточно полный материал, необходимый для решения проблемы формирования в условиях вуза готовности будущих учителей математики к работе с одаренными детьми. Несмотря на то что в школьной практике обучения математике постепенно формируется новый тип педагогической деятельности, направленный на личностное развитие учащихся, все же принципиальные изменения на основе личностно ориентированного обучения, так необходимого именно одаренным детям, реализуются не всегда и не всеми учителями. Очень часто молодые педагоги затрудняются в выборе приоритетов профессиональной деятельности, методики обучения, вида психолого-педагогического сопровождения математически одаренного ребенка, в определении ведущих и промежуточных целей и задач своей работы, в осуществлении объективной оценки и самооценки ее результатов и проведении коррекции. Подобные затруднения приводят к профессиональной уязвимости молодых учителей математики.

Таким образом, существует необходимость поиска, разработки и внедрения специальных моделей формирования готовности будущего учителя математики к работе с одаренными детьми, которые предусматривали бы совершенствование потенциальных возможностей обучаемых.

Опираясь на определение и структуру детской одаренности, отечественные и зарубежные модели одаренности, можно обосновать возможность и необходимость работы с одаренными детьми, конкретизировать понятие готовности будущих учителей математики к данному виду педагогической деятельности. При этом готовность будущих учителей математики к работе с одаренными детьми понимается как сложное целостное личностно-деятельностное образование, включающее в себя потребность, способность и профессиональные умения создания оптимальных условий для развития потенциала математически одаренных детей посредством организации специального психолого-педагогического и методического сопровождения ребенка, соответствующего его индивидуальным особенностям, возможностям и потребностям.

Модель формирования готовности будущих учителей математики к работе с одаренными детьми представляет собой конструкцию, отображающую взаимосвязь следующих составляющих: компоненты готовности студента к работе с одаренными детьми, этапы формирования исследуемой готовности, уровни ее сформированности, условия, обеспечивающие эффективность формирования готовности будущих учителей к работе с одаренными детьми и результат. В модели заложено прохождение студентами четырех этапов: подготовительного, теоретического, практического и обобщающего [1]. Графически структура модели отражена на схеме (рисунок).



Рисунок – Модель формирования готовности будущих учителей математики к работе с ОД

На *подготовительном этапе* (1 курс) решаются следующие задачи:
– изучение индивидуальных особенностей студентов и характера их взаимодействия как друг с другом, так и с преподавателями вуза;

– изучение мотивов профессионального выбора, выявление отношения к проблеме детской одаренности и исходного уровня знаний по данной проблеме, формирование мотивационной установки готовности к работе с одаренными детьми.

Теоретический этап (2 курс обучения) нацелен на ознакомление студентов с теоретико-методологическими аспектами личностно ориентированного, продуктивного обучения школьников математике и особенностями педагогического взаимодействия с одаренными детьми.

Практический этап (3–4 курсы) связан с решением задач по формированию операционного, эмоционально-волевого и оценочного компонентов готовности к работе с одаренными детьми.

Обобщающий этап (4 курс) направлен на самосовершенствование, саморазвитие студента, повышение требовательности к себе, самокритичности и т. д. В результате прохождения всех этапов готовность будущих учителей математики к работе с одаренными детьми становится устойчивым личностно-деятельностным образованием.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулибаба, О. М. Профессиональная подготовка учителя математики к работе с одаренными детьми: теоретико-методологический анализ / И. К. Кондаурова, О. М. Кулибаба // Высш. образование сегодня. – 2008. – № 2. – С. 32–36.

Е. В. КИСИЛЮК, А. А. БЫКОВА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ

Математические науки выделили собственную дисциплину, которая исследует игровые явления как явления, поддающиеся обработке математическим аппаратом. Теория игр представляет собой раздел математики, занимающийся исследованием вопросов поведения и разработкой оптимальных правил (стратегий) поведения каждого из участников в конфликтной ситуации. Теория игр рассматривает не совсем обычные математические задачи, так как, во-первых, в ней часто нет ничего числового, т. е. непонятно, что нужно решать или, точнее, что писать в решении таких задач.

Во-вторых, иногда в играх нельзя придумать стратегию победы, т. е. иметь возможность действовать определенным алгоритмическим образом в ответ на каждый ход противника, иными словами, в игре возможна победа и без стратегии, а также ничья.

В-третьих, для решения игровой задачи нужно уметь правильно записать его. И эта запись зависит, например, от того, кто выигрывает в данной игре.

Итак, сложностей при решении данного типа задач достаточно. Поэтому для успешного решения задач такого типа необходимо владеть классификацией игровых задач и знать методы их решения [2].

Рассмотрим несколько видов таких задач и покажем методику их решения.

1. Игры-шутки. Это такие игры, в которых для построения выигрышного алгоритма можно ничего и не знать, так как в них результат будет зависеть не от игры партнеров, а от начальных условий. Однако для этого в решении нужно заметить, что это игра-шутка, а не какая-то другая, в которой нужно искать выигрышную стратегию. На самом деле итог игры уже определен очередностью или другими факторами. Задача в том, чтобы математически доказать такую закономерность. Для доказательства обычно находится какая-то величина, относительно которой понятно, чему она равна в начале и конце и как изменяется на каждом ходу. Такую величину называют инвариантом [2].

Наиболее простым и часто встречающимся инвариантом является четность числа; инвариантом может быть также и остаток от деления не только на 2, но и на какое-нибудь другое число. Для построения инвариантов иногда бывают полезны вспомогательные раскраски, т. е. разбиения рассматриваемых объектов на несколько групп (каждая группа состоит из объектов одного цвета).

Многие задачи легко решаются, если заметить, что некоторая величина имеет определенную четность. Из этого следует, что ситуации, в которых эта величина имеет другую четность, невозможны. Иногда эту величину (функцию) надо сконструировать, например рассмотреть четность суммы или произведения, разбить объекты на пары, заметить чередование состояний, раскрасить объекты в два цвета.

Отметим, что часто для нахождения идеи решения задачи можно использовать «метод маленьких чисел», т. е. начинать поиск решения с небольших чисел.

Задача. Двое по очереди ломают шоколадку 5×8 . За ход можно разломать любой кусок по прямой линии между дольками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Решение. Долек всегда будет $5 \cdot 8 = 40$ штук, а шоколадка в начале была одна. Заметим, что на каждом ходу один кусок шоколадки всегда разламывается на 2, т. е. количество различных кусков шоколадки увеличивается на 1. В начале это количество было равно 1, а в конце, как мы заметили, 40. Значит, игра продолжалась ровно 39 ходов. Поэтому последний (39-й) ход был обязательно ходом первого (его ходы – первый, третий и все с нечетными номерами) – и первый выиграл. Вот такая получилась шутка: как ни ходи, первый всегда выигрывает.

2. Симметрия. Очень простой, но мощный и красивый метод решения игровых задач – симметричная стратегия. Суть его – делать каждый раз ход, симметричный ходу противника или дополняющий его до чего-либо. Доказательство правильности нашей стратегии будет пользоваться тем, что после каждого нашего хода позиция симметрична: раз так, то если противник сумел сделать свой ход, то и мы сможем сделать ход, симметричный ему [3].

Задача. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга и не выступали за край стола. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение. Нам нужно найти такую последовательность ходов, которая позволила бы, глядя на ходы соперника, делать ходы, которые привели бы к победе. Как же ходить после хода соперника? Стол круглый, поэтому первый ход так

и просится – положить пятак в центр доски. А дальше? А дальше – по симметрии относительно центра стола! И понятно, что первый выигрывает.

Можно отметить, что если доска обладает центром симметрии (и не обязательно круглая), тогда первый сможет выиграть на ней, действуя аналогичным образом – ставя свою фишку или монету в центр стола, а затем используя центральную симметрию.

Заметим, что симметрия бывает не только центральной, но и осевой. Рассмотрим одну из таких задач.

3. Игры, в которых стратегия – дополнение до фиксированного числа. Другая идея выигрышной стратегии в играх – дополнение хода соперника до некоторого фиксированного числа, уменьшая каждым «совместным» ходом общее число элементов на некоторое постоянное число, что сводит игру к игре с меньшим числом элементов, т. е. более простой. Понятно, что победа в данной стратегии зависит от общего количества данных по условию элементов [3].

Рассмотрим пример такой стратегии на конкретной задаче.

Задача. Двое играют в игру. Ходы, которые делаются по очереди, заключаются в том, что из кучки в 50 камней убирается любое число камней от 1 до 5. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Кто выигрывает в данной игре?

Решение. И опять выработку стратегии лучше начинать с небольшого числа камешков. Понятно, что если в нашей кучке меньше шести камней, тогда выигрывает первый игрок: он первым своим ходом заберет все камни.

Если бы в этой кучке было 6 камешков, тогда понятно, что второй выигрывает, так как он забрал бы все оставшиеся камни после первого хода начинающего.

Если камней семь? Что делать тогда первому? Ему нужно забрать один камень и свести задачу к предыдущему случаю. Аналогично надо выработать стратегию игры и для 7, 8, 9, 10, 11 камней.

Когда камней 12, то понятно, что выигрывает второй: как бы первый ни ходил, он своим ходом может взять такое количество камней, чтобы осталось ровно 6. А в этом случае он выигрывает, как мы уже разобрали.

Итак, если число камней делится на 6, то выигрывает второй, если не делится, то первый. Докажем это.

Пусть у нас $6t$ камней. После первого хода игрока, начинающего игру, второй делает ход, после которого остается $6t - 6$ камней, т. е. число камней в кучке уменьшилось на 6. Несложно понять, что последний камень возьмет игрок, делающий второй ход, и также понятно, что у него всегда есть возможность сделать ход.

Пусть у нас $6t + a$, где $1 < a < 5$, камней. Тогда начинающий первым своим ходом убирает все, что «мешает», т. е. a камней, и остается всего $6t$ камней, т. е. сводит игру к рассматриваемому выше случаю, где он уже второй игрок. Значит, в этом случае побеждает игрок, делающий первый ход.

В нашей задаче 50 камней. Поэтому выигрывает первый, беря из кучки два камня и оставляя 48 камней. Далее после его последующих ходов в кучке будет оставаться соответственно 42, 36, 30, 24, 18, 12, 6, 0, таким образом, последний камень забирает первый игрок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Генкин, С. А. Ленинградские математические кружки / С. А. Генкин, И. В. Итенберг, Д. В. Фомин. – Киров : АСА, 1994. – 271 с.
2. Гусев, В. А. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах / В. А. Гусев, И. А. Орлов, А. Л. Розенталь. – М. : Просвещение, 1984. – 290 с.

Е. В. КИСИЛЮК, А. А. МОЙСЕЕНКОВ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

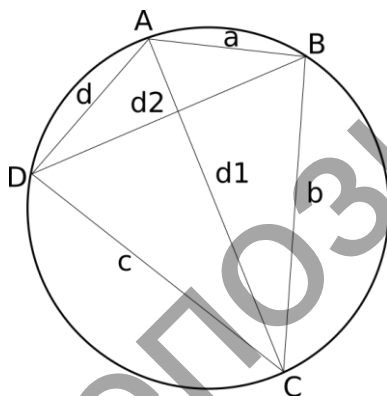
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ ПТОЛЕМЕЯ ПРИ РЕШЕНИИ ШКОЛЬНЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

В статье рассмотрены доказательство и практическое применение теоремы Птолемея. Актуальность статьи заключается в том, что на школьных олимпиадах, а также на экзаменах и ЦТ есть геометрические задачи, которые решаются с помощью теоремы Птолемея.

Теорема Птолемея формулируется следующим образом [1]: круг можно описать вокруг четырехугольника тогда и только тогда, когда произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

Есть несколько способов доказательства. Один из них – доказательство с помощью теоремы косинусов.

Из треугольников ABC и ADC по теореме косинусов:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle B,$$

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2 \cdot CD \cdot AD \cdot \cos \angle D$$

Введем обозначения: $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$, $AC = d_1$, $BD = d_2$.

$$\text{Отсюда: } d_1^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \angle B$$

$$d_1^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cdot \cos \angle D$$

$$\cos \angle B = \frac{a^2 + b^2 - d_1^2}{2ab}$$

$$\cos \angle D = \frac{c^2 + d^2 - d_1^2}{2cd}.$$

Так как четырехугольник ABCD – вписанный, то $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$.
Значит, $\cos \angle D = \cos(180^\circ - \angle B) = -\cos \angle B$

$$\frac{-a^2 + b^2 - d_1^2}{2ab} = \frac{c^2 + d^2 - d_1^2}{2cd}$$

$$cd(d_1^2 - (a^2 + b^2)) - ab((c^2 + d^2) - d_1^2),$$

$$cd \cdot d_1^2 + ab \cdot d_1^2 = ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2),$$

$$d_1^2 = \frac{ab(c^2+d^2)+cd(a^2+b^2)}{ab+cd} = \frac{abc^2+abd^2+a^2cd+b^2cd}{ab+cd} = \frac{(abc^2+a^2cd)+(abd^2+b^2cd)}{ab+cd} =$$

$$= \frac{ac(bc+ad)+bd(ad+bc)}{ab+cd} = \frac{(ac+bd)(ad+ac)}{ab+cd}$$

Аналогично

$$d_2^2 = \frac{(ab+cd)(bd+ac)}{ad+bc}.$$

В результате

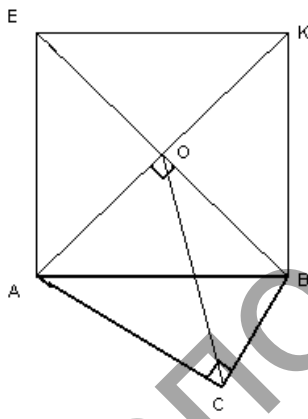
$$d_1^2 \cdot d_2^2 = \frac{(ac+bd)(ad+bc)(ab+cd)(bd+ac)}{(ab+cd)(ad+bc)} = (ac+bd)^2$$

$$d_1 \cdot d_2 = ac + bd,$$

что и требовалось доказать.

Рассмотрим практическое применение теоремы Птолемея.

Задача. Длины катетов прямоугольного треугольника равны a и b . На его гипотенузе во внешнюю сторону треугольника построен квадрат, одна из сторон которого совпадает с гипотенузой. Найдите расстояние от вершины прямого угла треугольника до центра квадрата [2].



Решение.

1. Пусть дан прямоугольный треугольник ABC, его катеты – BC и AC, гипотенуза – AB.

2. ABKE – заданный квадрат, построенный на гипотенузе AB, а точка O – пересечение диагоналей квадрата, т. е. его центр. Таким образом, необходимое расстояние равно длине отрезка CO.

3. Рассмотрим четырехугольник AODC. Его два противоположных угла – $\angle C$ и $\angle AOB$ – прямые, поэтому окружность может быть описана рядом с ним, и, следовательно, теорема Птолемея может быть применена к этому четырехугольнику. $CO \cdot AB = AO \cdot BC + AC \cdot OB$ (1).

4. По свойству квадрата $AO = OB = \frac{AB}{\sqrt{2}}$, тогда уравнение (1) примет вид $CO \cdot AB = AO \cdot (BC + AC)$ (2). Подставляя в уравнение (2) вместо BC и AC их значения, получим $CO \cdot AB = (a + b) \cdot \frac{AB}{\sqrt{2}}$, откуда $CO = \frac{(a+b)}{\sqrt{2}}$.

Ответ: $\frac{(a+b)}{\sqrt{2}}$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарыгин, И. Ф. Факультативный курс по математике для 10 класса / И. Ф. Шарыгин. – М. : Просвещение, 1989. – 352 с.
2. Черкасов, О. Ю. Планиметрия на вступительном экзамене / О. Ю. Черкасов. – М. : Моск. лицей, 1996. – 128 с.

Л. П. КОЗАК

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска»

МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ ПЕДАГОГА КАК ФАКТОР И УСЛОВИЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

В начале педагогической деятельности молодому педагогу необходима помощь – создание условий, которые помогли бы ему решить личные и профессиональные проблемы, приобрести большую уверенность в себе, достичь желаемого результата. В помощь педагогам существует система повышения квалификации педагогических кадров: научно-методические центры, институты повышения квалификации, методические объединения и мн. др.

Среди факторов, обуславливающих рост профессионального мастерства учителя, на первое место выходит методическое сопровождение в учреждении образования. Именно оно призвано стимулировать профессиональное развитие педагога, способствовать его самореализации, решению профессиональных проблем, что несомненно позволяет получить педагогу большее удовлетворение от его работы.

Педагог, который не повышает свою квалификацию, может потерять свою «аудиторию», т. е. детям будут неинтересны его занятия. Чтобы заинтересовать учащихся обучением, к ним нужен особенный подход, заключающийся в яркой и доступно поданной информации. Если педагог замечает, что дети быстро теряют интерес на занятиях к изучаемому материалу, начинают заниматься «своими» делами во время урока, часто вынуждают учителя повышать голос, а после работы с детьми у педагога нет чувства личного удовлетворения, то можно смело утверждать, что педагог перестал развиваться как личность и самое время что-то менять.

Профессиональный рост учителя осуществляется посредством самообразования или за счет осознанного, обязательно добровольного участия в организованных школой мероприятиях – «методической работе». В процессе самообучения учитель постигает новые навыки преподавания, изучает опыт своих коллег, находит интересные интерактивные уроки и внедряет их в свою практику, что является основным фактором и условием обеспечения качества общего среднего образования.

Самообразование предполагает:

- постоянное ознакомление с современными исследованиями ученых в области преподавания различных дисциплин;
- изучение прогрессивного опыта коллег по проблемам использования различных форм организации уроков и внеурочных занятий;
- ознакомление с новыми программами и концепциями обучения и воспитания.

Для совершенствования профессионализма, как и совершенствования личности, возможны разные пути. Назовем некоторые из них.

- Ежедневная работа с информацией. На каждом тематическом семинаре, педагогическом совете, в индивидуальной беседе желательно предоставлять педагогам электронные адреса сайтов, где можно знакомиться с нормативными документами, «черпать» вдохновение, заимствовать свежие идеи, узнавать о новых технологиях и направлениях в педагогической деятельности.

- Желание творчества. Организация индивидуальных консультаций для освоения работы с интерактивной доской, в сети Интернет, создания интерактивных плакатов, использования социальных сетей, проведение тематических недель, дней поможет реализовать задумки педагогов, проявить творчество, креатив.

- Стремительный рост современной науки, особенно психологии и педагогики. В каникулярное время с учителями необходимо проводить по учебным предметам различные заседания, семинары. Давать возможность педагогам представить педагогическому коллективу систему методов, приемов и средств обучения, разработанных самим педагогом или заимствованных, которые эффективно применяются им в образовательном процессе и направлены на решение актуальных проблем преподавания учебных предметов. Выступление – это своего рода самопрезентация педагога, показ самых ярких достижений в профессиональной деятельности, итог педагогической работы на сегодня.

- Конкуренция. Учитель, который влюблен в свою профессию, способен достигнуть многого, у него есть желание и потенциал развиваться, учиться новому, стремиться соответствовать требованиям. В течение учебного года педагогам необходимо предлагать участвовать в различных конкурсах, фестивалях, семинарах, форумах. В начале каждого учебного года подводить итог работы среди учебно-методических объединений за прошедший учебный год. Озвучивать имена тех, кто написал больше статей, кто подготовил больше победителей, кто посетил больше семинаров и т. д. Для тех, кто «засиделся» на месте, ненавязчиво напомнить о Кодексе Республики Беларусь об образовании (п. 1.8 ст. 52, п. 1.4 ст. 53).

- Материальное стимулирование. Для своевременного поощрения учителей вести ежемесячный отчет о проделанной работе. Предоставить возможность каждому педагогу фиксировать свои достижения. Руководство школы, руководители учебно-методических объединений по учебным предметам при необходимости дополняют представленную информацию.

Чем больше информации, методов и инструментов в своей работе использует учитель, тем более эффективна его работа. Показатели эффективности педагогического самообразования – это прежде всего качество организованного учителем образовательного процесса и профессионально-квалификационный рост педагога.

Деятельность бессмысленна, если не создается некий продукт или нет каких-либо достижений. И в личном плане самообразования учителя обязательно должен быть список результатов, которые должны быть достигнуты за определенный срок. Если представить деятельность учителя в области самообразования списком глаголов, то получится следующий: читать, изучать, апробировать, анализировать, наблюдать, писать.

Только непрерывное повышение профессиональной компетентности может способствовать реализации личности педагога, его креативных способностей и постоянному росту его профессионального мастерства. И только такой педагог, саморазвивающийся и самосовершенствующийся, готовый меняться и работать в изменяющихся условиях, способен перевести образовательный процесс на новое качество и давать обучающимся качественное образование.

Развить профессиональную культуру педагога возможно только при условии повышения его педагогического мастерства, что позитивно сказывается на качестве образовательного процесса, его результатах. Отлаженная система взаимосвязанных мер, действий и мероприятий, направленных на всестороннее повышение квалификации и профессионального мастерства каждого педагога (включая и управление профессиональным самообразованием, самовоспитанием, самосовершенствованием педагогов), на развитие и повышение творческого потенциала педагогического коллектива в целом, в конечном счете повлияет на совершенствование образовательного процесса, достижение оптимального уровня образования, воспитания и развития учащихся.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисевич, А. Р. Ступени мастерства / А. Р. Борисевич, В. Н. Пунчик. – Минск : Красико-Принт, 2008. – 176 с.
2. Никишина, И. В. Инновационная деятельность современного педагога в системе общешкольной методической работы / И. В. Никишина. – Волгоград : Учитель, 2008.

М. П. КОНЦЕВОЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗРАБОТКА MATHEMATICAL MARKUP LANGUAGE 4.0

Важность адекватного оформления математических текстов в Интернете общепризнанна. Для решения проблемы представления математических формул в документах WWW в 1995 г. был предложен язык MathML (Mathematical Markup Language), разрабатываемый на основе XML и сегодня входящий в состав HTML5. Первые версии MathML не оправдали возложенных надежд. Поддержка MathML математическим сообществом осталась на низком уровне [1]. Вместе с тем TeX-подобные системы, будучи прекрасными издательскими приложениями математических текстов, не сохраняют математическую структуру выражений, что препятствует развитию машинной обработки математических текстов. Это же относится к решениям на основе CSS и SVG. MathML, как подмножество XML, в отличие от нотации TEX является носителем не только синтаксиса математических выражений (presentation), но и их математического содержания (семантики, content). MathML прост для восприятия человеком, а его система кодирования легко преобразуема к бесскобочной польской записи, которая особенно удобна для машинной обработки математических выражений с возможностью динамического ввода информации (форумы, чаты и др.) и семантического контроля нотации. В апреле 2021 г. W3C возобновила работу

рабочей группы по разработке MathML 4.0 (<https://www.w3.org/Math/>). Работа должна быть завершена в 2023 г. Помимо собственно разработки языка, решаются следующие задачи: обязательная стандартная браузерная поддержка инструментария единообразного отображения математических выражений в спецификации MathML 4.0 (без необходимости полагаться на внешние библиотеки); обеспечение инфраструктуры для эффективного поиска математического контента. Знакомство будущих учителей математики с разными аспектами работы над таким важнейшим инструментарием современной математической деятельности, как MathML, и посильное участие в такой работе могут иметь существенное значение для повышения уровня их готовности к профессиональной педагогической деятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Krautzberger, P. MathML is a failed web standard [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.peterkrautzberger.org/0186/>. – Date of access: 10.04.2021.

М. П. КОНЦЕВОЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

swMATH В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ

Для современной математики существенно важна роль специализированного программного обеспечения. Сориентировать будущего учителя математики в актуальных математических приложениях можно на основе swMATH (<https://www.swmath.org/>) – общедоступного научного информационно-поискового сервиса, предоставляющего возможность поиска в обширной базе данных по математическому программному обеспечению с систематической привязкой программных пакетов к описывающим их математическим публикациям, которые включены в Zentralblatt MATH (zbMATH) (<https://zbmath.org/>). Это статьи, описывающие разработку и технические детали программы, и те публикации, в которых часть программного обеспечения применяется для исследований. База данных swMATH на 10 апреля 2021 г. содержит 35 262 программных пакета с 451 307 ссылками в 234 672 математических статьях в zbMATH. В сервисе swMATH реализован чувствительный к регистру расширенный поиск по выполнению условий для отдельных полей метаданных (название программного обеспечения, авторы, описание, ключевые слова, язык программирования и классификация). Поддерживаются регулярные выражения и подстановочные знаки. Точные фразы можно найти, заключив одно или несколько слов в двойные кавычки. Существует сортировка пакетов программного обеспечения по названию и релевантности. Сервис swMATH (используя системы MathWebSearch) реализует также поиск по формулам в базе zbMATH, который можно свободно комбинировать с другими типами запросов.

Сервис swMATH предоставляет уникальную информацию о фактическом использовании программного обеспечения, которую иначе невозможно получить.

Тексты, относящиеся к программному обеспечению, служат для будущих учителей математики ценным источником информации о том, где и как используется программное обеспечение, какие результаты получены с его использованием и как их описания отражаются в индексе цитирования. Эти метрики могут использоваться для выбора математического программного обеспечения в научных и образовательных целях. Для улучшения работы сервиса, swMATH предоставляет пользователям инструменты обратной связи, что делает его важным коммуникативным элементом математического сообщества и придает ему дополнительную дидактическую значимость в контексте современного математического образования.

Е. П. КУЗНЕЦОВА

Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

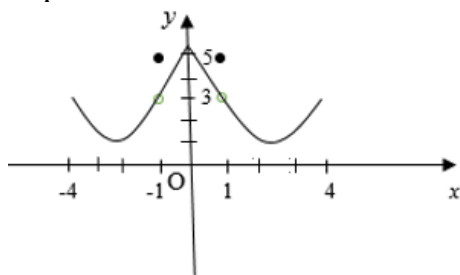
ФОРМИРОВАНИЕ У СТУДЕНТОВ НАВЫКОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ, СВЯЗАННЫХ С ИДЕЕЙ АКТУАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Многолетний опыт обучения студентов дисциплине «Методика преподавания математики» (МПМ) показывает, что существуют традиционные проблемы восприятия и усвоения ряда понятий как школьного курса математики, так и курса МПМ. Трудно формируются понятия «иррациональное число», «действительное число», «длина отрезка», «площадь фигуры», «объем многогранника», «предел функции», «дифференцируемость», «несчетность множества точек отрезка», «мощность несчетного множества – континуум». Заметим, что указанные понятия так или иначе связаны с идеей измерения, а также с понятием действительного числа. Образование этих математических понятий связано с абстракцией актуальной бесконечности, т. е. абстракцией бесконечности в малом. Такой вид абстракции усваивается (воспринимается) значительно тяжелее, чем идея потенциальной бесконечности.

Школьники и студенты легко принимают свойства бесконечности натурального ряда, бесконечности плоскости и прямой, поскольку представления о них образованы посредством абстракции потенциальной осуществимости (бесконечности). Но принять, например, бесконечность количества точек на отрезке длиной 1 см оказывается значительно труднее. Когда студентам рассказываешь, что 10 точек – самый массовый ошибочный ответ на подобный вопрос (о числе точек на сантиметровом отрезке), они смеются. А когда добавляешь, что среди респондентов были люди самых разных возрастов и уровня образования (в том числе и с высшим техническим), – удивляются. Еще большее удивление вызывает наличие среди неверных ответов вариантов «2 точки» и «3 точки». У некоторых эта информация вызывает желание проверить указанные факты, т. е. повторить опрос. Таким образом, возникает мотивация для участия ряда студентов в педагогическом констатирующем эксперименте посредством анкетирования.

На этом простом примере можно разъяснить желающим азы организации экспериментальной работы, например, в ходе педагогической практики [1].

Подобное экспериментирование, хотя бы с целью перепроверки утверждений преподавателя о типичных ошибках учащихся, можно предложить при изучении методики введения других понятий. Естественным продолжением является последующая статистическая обработка результатов анкетирования и разработка вопросов и заданий для поискового, а затем и формирующего эксперимента.



Хорошо известно, что большие затруднения вызывает чтение некоторых свойств функции по изображению ее графика. Например, при написании курсовой работы студентка предложила для учащихся 11 класса, изучающих математику на повышенном уровне, следующее задание: «Используя график функции f (он изображен на рисунке), ответьте на вопросы: 1. Есть ли у функции f точки максимума? Сколько их? Если они есть, укажите эти точки. 2. Есть ли на графике функции точки, в которых функция f не имеет производной? Сколько их? Если они есть, то укажите эти точки и поясните, почему в каждой из них нет производной».

Ответы на эти вопросы обычно вызывают затруднения не только у учащихся, но и у будущих учителей (а порой и у состоявшихся). В таблице приведены результаты опроса 17 студентов-добровольцев 3–4 курсов физико-математического факультета БГПУ, которые уже завершили изучение курса математического анализа. Верные ответы на эти вопросы смогли указать соответственно два человека (11,8 %) и один человек (5,9 %):

1) есть; их три; в точках $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$;

2) есть; их пять; в точках $x_1 = -4$; $x_2 = -1$; $x_3 = 0$; $x_4 = 1$; $x_5 = 4$; в точках -4 и 4 производной нет, так как около этих точек нет двусторонней окрестности; в точке 0 производной нет, так как в ней график функции f имеет не единственную касательную; в точках -1 и 1 производной нет, так как в этих точках функция f имеет разрывы [2].

Даже такой незначительный по объему опрос, подтверждающий наличие серьезных методических проблем, стимулирует будущего учителя на участие в экспериментальной работе по методике преподавания предмета. Аналогичное анкетирование по известным проблемным моментам может быть и частью практических занятий по МПМ. Можно предложить для опроса, а затем для взаимной проверки, следующие задания:

- Приведите по пять примеров математических объектов, образованных с использованием абстракции: а) идеализации; б) отождествления; в) потенциальной осуществимости (бесконечности); г) актуальной бесконечности.

- Среди перечисленных ниже математических понятий выберите то, которое образовано с помощью абстракции потенциальной осуществимости (бесконечности).

А. Число 5. Б. Натуральный ряд. В. Треугольник. Г. Предел функции. Д. Округлость.

При обсуждении на занятиях по МПМ проблем изучения числовых множеств практически у всех студентов приходится фиксировать ошибочный ответ на вопрос «Какая математическая операция над рациональными числами дает расширение множества рациональных чисел до множества действительных чисел?». Обычно все отвечают, что это операция извлечения корня. Так отвечают, к сожалению, даже после введения определения действительного числа α как предела последовательности его десятичных приближений a_n по недостатку (избытку) с точностью до 10^{-n} при $n \rightarrow \infty$, т. е. $\alpha = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$. Таким образом, студенты не замечают операцию предельного перехода в последовательности с рациональными членами как операцию, дающую полное расширение множества Q до множества R . Именно эта операция дает выход на все элементы дополнения $R \setminus Q = I$, в то время как результаты операции извлечения корней любой степени из рациональных чисел заполняют очень незначительную часть I – множества иррациональных чисел. Среди корней нет, например, таких иррациональных чисел, как π , $\sin 1$, $\lg 5$, e , Φ , ϕ , $\arcsctg 7$ и т. д.

Проведение экспериментальной проверки этого факта в разных аудиториях подтверждает массовость этой теоретической ошибки и заставляет студентов задуматься о причинах ее возникновения и подходах к ее преодолению. Ведь, как правило, необходимый математический материал в учебных пособиях для этого имеется.

Целесообразно обратить внимание студентов на тот факт, что иррациональные числа, в отличие от рациональных, невозможно записать конечным количеством цифр. Иррациональное число как бы носит «маску» из букв или иных символов, и, не зная рационального приближения этого иррационального числа, невозможно правдоподобно отметить его положение на координатной прямой.

Акцентирование внимания студентов на проблемах восприятия содержания традиционно трудных математических понятий и привлечение их к проведению хотя бы констатирующих экспериментов постепенно формируют необходимые в будущей профессии исследовательские навыки, критическое мышление, умение замечать методические проблемы, искать и находить их решения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецова, Е. П. Как организовать констатирующий и/или поисковый эксперимент по проблемам обучения математике / Е. П. Кузнецова, Л. Л. Тухолко // Матэматыка. – 2019. – № 6. – С. 50–54.
2. Наливко, Н. В. Особенности графических заданий при изучении функций в общеобразовательной школе / Н. В. Наливко, Е. П. Кузнецова // Матэматыка. – 2020 – № 6. – С. 43–50.

Н. В. НЕСТЕРЧУК

Беларусь, Брест, ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста»

К ВОПРОСУ О ФОРМИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ

В эпоху становления информационного общества формирование информационной культуры учащихся стало актуальным направлением в современном образовании, отображающим процесс развития личности с помощью и на материале средств массовой коммуникации (прессы, телевидения, радио, кино, видео и т. д.). Приоритетным направлением идеологической и воспитательной работы, проводимой в учреждениях образования, должно быть формирование у учащихся умения взвешенно и объективно давать оценку событиям, происходящим в стране, обществе.

Одним из наиболее эффективных способов решения этой задачи в условиях учреждений образования является проведение классных и информационных часов. Классный и информационный час – форма организации воспитательного процесса, направленная на формирование гражданской позиции, политической и информационной культуры обучающихся, расширение их кругозора, социализацию личности, что предполагает восприятие социального опыта, преемственность и сохранение национальных традиций и исторического наследия, участие в обсуждении экономических, социальных, политических и духовных проблем общества.

Классные и информационные часы – это возможность предоставить учащимся такую информацию, которая будет им интересна, сможет пробудить потребность в познании, чтении литературы, газет и журналов, сохранить любознательность. Это еще и возможность получить обратную связь в виде мнения учащихся о тех или иных событиях, происходящих в мире. Поскольку родители не всегда обсуждают то, что происходит вокруг, с детьми, то на классных и информационных часах ребята учатся оценивать происходящее, проявлять инициативу в оценке событий, высказывать свое мнение и отношение, даже если оно не совпадает с мнением большинства участников разговора.

В подготовке классного часа выделяют следующие этапы:

1. Определение темы информационного часа, постановка целей и задач. Следует отметить, что формальный подход к выбору темы ведет к снижению личной заинтересованности и воспитательного воздействия информационного часа на участников.

2. Определение формы проведения информационного часа.

3. Определение координатора (ведущего). Это может быть классный руководитель или один из наиболее подготовленных учащихся, способный легко увлечь сверстников, сфокусировать их внимание на определенной проблеме.

4. Разработка вопросов, конкретизирующих тему. Вопросы должны быть направлены на всестороннее раскрытие выбранной темы.

5. Определение индивидуальных и коллективных заданий для участников классного или информационного часа с учетом уровня их подготовки и индивидуальных особенностей развития.

6. Комплексное методическое обеспечение, в том числе подбор актуальных материалов по теме. Очень важно научить учащихся самостоятельно отбирать нужный материал, правильно относиться к материалам сомнительного происхождения, односторонней ориентации, националистической и шовинистической направленности.

7. Подготовка наглядных материалов – пособий, аудио- и видеосюжетов, работа в Интернете.

Значительно повышает интерес к освещаемой проблеме использование собственных материалов учащихся (мультимедийных презентаций, тематических фотоколлажей, видеосюжетов и т. д.). Это способствует всестороннему исследованию поставленной проблемы, в дальнейшем побуждает к ее обдумыванию, аргументированию собственного мнения.

При проведении классных и информационных часов важно не только уделять внимание сведениям о том или ином событии, но и пробуждать к нему интерес, заставлять задуматься, прочитать о проблеме в газете, журнале, книге, активно реагировать на происходящее. С этой целью после каждого сообщения учащегося координатор предусматривает для ребят возможность:

- задать вопросы выступающему;
- дополнить сообщения иными фактами, примерами;
- обменяться мнениями;
- сформулировать выводы по обсуждаемому вопросу.

После завершения всех выступлений и дискуссий координатор (ведущий) подводит итог.

Форму проведения мероприятия классный руководитель определяет в соответствии с выбранной темой («Информация +», «Информ-дайджест», «Спрашивали – отвечаем», «По страницам молодежных СМИ», «Беседа за “круглым столом”», «Политическая дискуссия», «Информационный ринг», «Как это было», «Годы и люди», «Пресс-конференция», «Фотокамера смотрит в мир» и др.).

Формирование информационной культуры можно рассмотреть на примере классного часа «Улицы Бреста, которые названы в честь женщин-героев». Цель – приобретение навыков исследовательской работы, расширение знаний о людях, в честь которых названы улицы Бреста, развитие чувства патриотизма, уважения к памяти героев.

Классный руководитель является на данном мероприятии координатором. Он приглашает учащихся к рассуждению на тему Родины, героизма. Знать о людях, именами которых названы улицы нашего города, означает знать историю и культуру своей страны.

Классный час формирует следующие компоненты информационной грамотности:

1. Получение информации (самостоятельное нахождение информации, ее сортировка).

2. Анализ, сортировка и отбор необходимой информации. Учащиеся самостоятельно определяют количество улиц в городе; извлекают нужную информацию о количестве улиц, названных именами женщин; находят интересующую улицу; определяют ее расположение; отмечают находящиеся на ней учреждения, формирующие развитие города; собирают фотоматериал.

3. Оценка информации (анализ информации, обобщение материалов и их интерпретация). Знакомясь с материалами о личностях женщин-героинь, ребята учатся отбирать только тот материал, который рассказывает о пути людей к героизму.

4. Использование информации (освоение информации как собственных знаний, подготовка информационного продукта в виде презентации или видеоролика).

Одна из задач классного руководителя – пояснить, что использование информации должно быть в соответствии с законом об интеллектуальной собственности, правилами легального использования и этическими нормами.

Грамотное проведение классных и информационных часов является серьезной предпосылкой активного вовлечения молодежи в социально-экономическую и культурную жизнь государства.

СЕКЦИЯ 5. ОПЫТ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗЕ И ШКОЛЕ

С. А. АНДРУСЕНКО, С. Н. ТУРБИНА, М. А. КИРЕЙШИНА

Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода»

СОВРЕМЕННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ КАК УСЛОВИЕ ДОСТИЖЕНИЯ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ

Наше будущее – наши дети. Сегодня формирование молодого поколения происходит в условиях довольно быстро изменяющегося мира.

Перед учителем стоит задача не просто вооружить ученика начальной школы определенным набором знаний, но и способствовать формированию умений, навыков, желания учиться, создавать условия для работы в паре, группе; способствовать самоизменению и самореализации. Всего этого можно достичь благодаря использованию в работе современных образовательных технологий.

Для повышения эффективности образовательного процесса при проведении уроков в условиях реализации требований ФГОС НОО применяем и эффективно используем современные образовательные технологии, такие как проблемное обучение, игровые технологии, информационно-коммуникационные технологии, проектная технология, здоровьесберегающие технологии, технология обучения в сотрудничестве (групповая работа), технология развития критического мышления, технология личностно ориентированного образования и др.

Технология проблемного обучения предусматривает организацию учебного коллектива под руководством учителя к самостоятельной поисковой деятельности учащихся по решению учебных проблем, в ходе которой у учащихся формируются новые знания, умения и навыки, развиваются способности, творческое мышление, познавательная активность, любознательность, эрудиция и другие личностно значимые качества.

Эффективность применения этой технологии подтверждается динамикой повышения качества обучения. Технология проблемного обучения довольно универсальна, так как применима к любому предметному содержанию и на любой ступени обучения.

Проблемное обучение предполагает, что учащийся выделяет и ставит проблему; предлагает возможные пути ее решения; делает выводы с опорой на результаты проверки; применяет выводы к новым данным; делает обобщения.

Рассмотрим фрагменты урока математики по теме «Понятие о многоугольнике и его элементах» во 2 классе.

– Какую фигуру можно сложить из трех палочек? (Треугольник.)

Возьмите в руки листочек. Поставим три точки в разных местах. Стараемся согнуть лист так, чтобы линия сгиба проходила через каждые две точки.

Соединим линейкой все точки. Вырезаем фигуру. Какая фигура получилась? Сколько поставили точек? Это вершины треугольника. Покажите стороны треугольника. Сколько их? Сколько углов?

Рассмотрите чертежи на доске.

Покажите четырехугольник. Его стороны, вершины, углы. Дайте название этой фигуре. (Четырехугольник.) Как вы догадались, что это четырехугольник? Расскажите о пятиугольнике. Какое название дадим этой фигуре? (Шестиугольник.) Можно ли к этим фигурам добавить круг? (Нет, нет углов.)

– Какое название дадим всем фигурам с углами? Как их можно назвать одним словом. (Многоугольники.)

– Кто назовет тему урока? (Многоугольники.)

– Чему будем учиться на уроке? Для чего? Какую закономерность вы обнаружили? (У каждой следующей фигуры увеличивается количество углов и сторон на 1.)

В рамках исследовательского подхода обучение ведется с опорой на непосредственный опыт обучающихся. Одной из основных целей такого обучения является расширение детского опыта в ходе поисковой, исследовательской деятельности. Учебный процесс строится на основе самостоятельного поиска ребенком новых познавательных ориентиров.

– Рассмотрите печенье. Сколько углов имеет каждая из фигур? Теперь рассмотрите желтый многоугольник. Сколько в нем углов?

– Какой фигурой является каждая сторона многоугольника? (Отрезком.) Сколько сторон у желтого многоугольника?

– Какой фигурой является вершина многоугольника? (Точкой.)

– Сколько вершин имеет желтый многоугольник? (Пять.)

Вывод. В желтом многоугольнике 5 углов, 5 сторон, 5 вершин. В многоугольнике одинаковое количество углов, сторон и вершин.

Для того чтобы процессы развития и саморазвития личности обучающихся шли интенсивно, необходимо поддерживать в школьнике жажду новых впечатлений, проявление любознательности, стремление экспериментировать, самостоятельный поиск истины.

Игровые технологии способствуют психологической раскованности, непринужденности на уроках. Использование игровых форм повышает интерес к изучаемым предметам. Игры предоставляют возможность реализовать дифференцированный подход к учащимся, помогают вовлекать каждого из них в работу с учетом интересов, склонностей, уровня подготовки по предметам. Упражнения игрового характера обогащают учащихся новыми впечатлениями, выполняют развивающую функцию, снимают утомляемость.

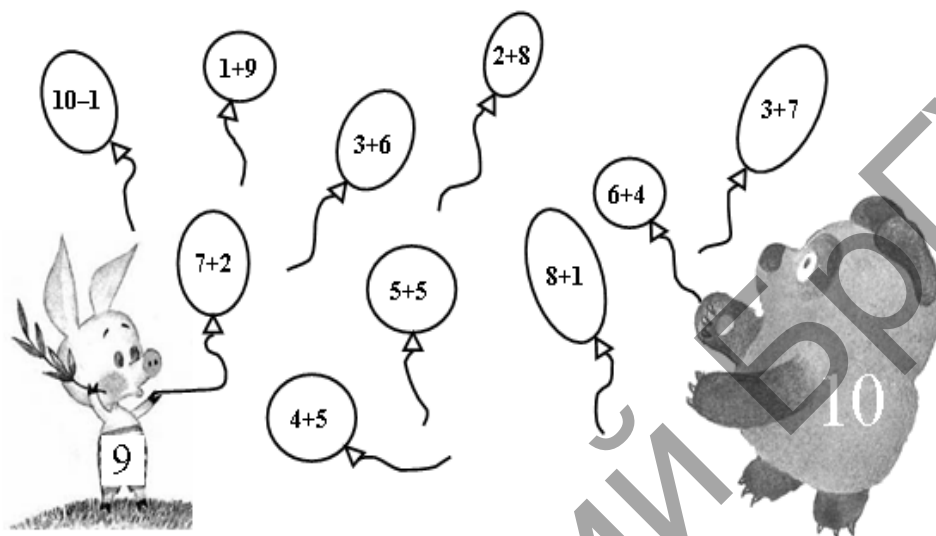
Как технология обучения, учебная игра давно стала интересовать ученых и практиков. Начиная с первого класса, на уроках используем дидактические игры.

1. Игры-упражнения. Они совершенствуют познавательные способности учащихся, способствуют закреплению учебного материала, развивают умение применять его в новых условиях.

2. *Игры-путешествия.* Эти игры способствуют осмыслению и закреплению учебного материала. Используются на всех этапах урока.

3. *Игры-соревнования.* Такие игры включают все виды дидактических игр.

Игра «Помоги Винни-Пуху и Пятачку»



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляева, Н. А. Одаренные дети в обычной школе / Н. А. Беляева, А. И. Савенков // Нар. образование. – 1999. – № 9.
2. Гейдман, Б. П. Подготовка к математической олимпиаде. Начальная школа. 2–4 классы / Б. П. Гейдман, И. Э. Мишарина. – 3-е изд., испр. – М. : Айрис-пресс, 2007. – 128 с.
3. Аменицкий, Н. Н. Забавная арифметика / Н. Н. Аменицкий, И. П. Сахаров. – СПб. : Лань, 1996.

И. А. АРТЕМЕНКО, Е. А. ВЕТРОВА, Д. Н. ПУШКАРСКАЯ

Россия, Белгород, МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 50 г. Белгорода»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ РАБОТЫ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

В младшем школьном возрасте закладывается базис математического образования. Математика обеспечивает изучение смежных предметов, развивает волю и умственные способности ребенка, требует полной концентрации внимания и расширяет кругозор учащегося, развивая тем самым личность. Поурочная система в классе предусматривает разнообразные виды организации учебно-воспитательного процесса: домашняя учебная работа, экскурсии, практические занятия, внеклассная учебная работа, факультативы, консультации. Но основной формой организации обучения в школе является урок. Большое внимание уделяется проблеме преподавания математики в начальной школе. Это связано с ин-

тенсивными процессами во всех сферах общественной жизни. Перед современным обществом стоит сложная задача, связанная с умением мыслить теоретически, проявлять находчивость в принятии и выполнении принципиально новых задач, ориентироваться в огромном потоке научной информации, адаптироваться к постоянно меняющимся условиям обучения. Математика – это интеграция наук, изучающих величины, количественные отношения, а также формы пространства. Основа математической грамотности закладывается в школе. Основными требованиями к процессу обучения математике в младшем школьном возрасте являются: 1) четкость и целенаправленность урока; 2) соответствующее организационное и материальное обеспечение урока; 3) оптимальный психологический порядок урока; 4) оптимальный темп и ритм работы на уроке; 5) систематическая последовательность и преемственность в учебных ситуациях; 6) логическая завершенность операций; 7) экономия времени на уроке; 8) неустанный контроль и самоконтроль; 9) закрепление и усовершенствование знаний и умений [1].

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту начального общего образования (ФГОС НОО), основной задачей математики как предмета является развитие математической речи, логического и алгоритмического мышления, воображения, обеспечение начальных представлений о компьютерной грамотности [2]. Основные положения, характеризующие урок, заложены еще в XVI–XIX вв. в трудах Я. А. Коменского, И. Ф. Гербарта, А. Дистервега, К. Д. Ушинского. Эффективность и успех проведения урочного занятия во многом зависят от применения индивидуальных, групповых и фронтальных форм работы. Рекомендуются смешивать эти формы обучения. С помощью их сочетания можно узнать, как учащиеся усвоили теоретические и практические умения и навыки, которые используются в математике. Здесь особое значение имеет позиция учителя, от которого зависит правильность выбора вида деятельности с целью раскрытия возможностей в индивидуальной, групповой и фронтальной формах работы на уроках математики, определения их влияния на развитие личности ребенка.

Известно, что основной формой организации учебно-воспитательной работы с учащимися является урок. Как форма организации учебной работы, он существует с XVII в. В XXI веке урок остается самой распространенной организационной формой учебно-воспитательного процесса в школе [3].

Урок – это целостная и законченная часть образовательного процесса, которая представляет собой систему элементов учебно-воспитательной деятельности (содержание, средства, методы, приемы, организационные моменты) и которая ограничена определенными границами времени. Среди основных характеристик урока важную роль отводят образовательным, воспитательным, развивающим целям. Учебная работа на уроке математики строится на определенном сотрудничестве учителя и ученика, а также взаимодействии учащихся между собой. Учитель с помощью слов, жестов, мимики, интонации и др. влияет на учащихся, а они в свою очередь реагируют на эти воздействия. На основе того, как учащиеся воспринимают и реагируют на эти факторы, учитель строит свою

дальнейшую работу и обозначает форму работы на уроке. Во время проведения урока математики иногда бывают трудности, так как учитель при взаимодействии со всем классом должен управлять процессом научения каждого отдельно взятого учащегося. Но каждый ученик имеет различный уровень знаний, умений, навыков и индивидуальные черты характера. На уроке математики рекомендуется применять индивидуальные, групповые и фронтальные работы. Они помогут сделать урок интереснее и увеличат возможности самого занятия. Рассмотрим каждый вид работы отдельно.

Индивидуальная работа на уроке предусматривает каждому ученику самостоятельное задание в соответствии с его подготовкой и возможностями. В качестве таких заданий могут выступать: работа с учебником или с другой учебной и научной литературой; решение задач, примеров; ведение различных наблюдений и т. д. Индивидуальный подход динамичен, он проявляется в учете личностных особенностей, склонностей и интересов на различных этапах обучения [4]. Индивидуальная форма работы на уроках математики может быть дифференцированной и недифференцированной. Организация дифференцированных заданий позволяет охватить возможности всех детей, а также организовать учебный процесс, который будет универсален для всех.

Под групповым обучением понимается одна из форм деятельностного метода обучения, во время которого в классе создаются небольшие микрогруппы для совместного выполнения учебного задания. Основной целью работы в группе является развитие мышления учащихся и включение каждого школьника в процесс усвоения выданного материала. Эффект от работы в группах проявляется в быстром выполнении задач, а также в формировании навыков организаторской работы и рефлексивных способностей учеников, поэтому групповая работа считается одной из самых продуктивных форм работы. Организация работы на уроках математики в группе предполагает следующее: разбивка класса на малые группы для выполнения определенных учителем конкретных учебных задач; каждой группе дается определенное задание, которое выполняется под прямым наблюдением и руководством старшего в группе или учителя; задания в группе выполняются таким образом, который позволяет производить учет и оценку индивидуального вклада каждого члена группы [4].

Одной из форм при организации учебного взаимодействия является дискутирующий класс: дети для действий со своими содержательными сложностями применяют способы организации и сотрудничества, усвоенные ими на предыдущих этапах фронтального и группового взаимодействия [5]. Ученики учатся вести обсуждение, учитель организует содержательное взаимодействие между детьми («Спроси его об этом», «Попробуй по-другому объяснить»), вырабатывает у детей умение выслушать иное мнение, сравнить его со своим, быстро найти дополнение, найти в содержании ошибки, исправить их и подготовить правильный ответ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шабалина, З. П. Дифференцированный подход в обучении младших школьников / З. П. Шабалина // Нач. шк. – 1990. – № 6. – С. 26–28.

2. Безрукова, В. С. Все о современном уроке в школе: проблемы и решения / В. С. Безрукова. – М. : Сентябрь, 2004. – 159 с.

3. Кузьминский, А. И. Педагогика в вопросах и ответах : учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / А. И. Кузьминский, В. Л. Омеляненко. – М. : Знание, 2006. – 311 с.

4. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста : хрестоматия / сост.: З. А. Михайлова [и др.]. – СПб. : Детство-Пресс, 2008.

5. Будницкая, И. И. Ребенок идет в школу / И. И. Будницкая, А. А. Катаева. – М. : Педагогика, 1985. – 157 с.

И. Б. БАБАЯН, И. М. НЕДОСЕКОВА, С. Н. ПРЯМОНОСОВА

Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода»

РАБОТА НАД УРАВНЕНИЯМИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Для младшего школьного возраста большую трудность представляет умение решать уравнения. Обучение решению уравнений в начальной школе носит пропедевтический характер, т. е. необходимо подготовить детей к изучению уравнений в старших классах. В начальной школе в процессе работы над уравнением изучаются правила о взаимосвязи части и целого, сторон прямоугольника с его площадью и периметром, понимание связи между компонентами действий, формируются вычислительные навыки и закрепляется порядок действий, идет работа над развитием правильной математической речи, формируется умение решать текстовые задачи. Решение уравнений в школьном курсе математики занимает лидирующее место. На их изучение отводится больше времени, чем на любую другую тему. Уравнения имеют не только важное теоретическое значение, но и служат практическим целям. Большое количество задач о пространственных формах и количественных отношениях существующего мира сводится к решению разных видов уравнений. В процессе решения их мы находим ответы на различные вопросы из сфер науки, техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.).

Решение уравнений до сих пор остается важной проблемой в обучении математике, так как, несмотря на напряженные поиски и безусловные достижения в этой области, уровень усвоения материала учениками невысок. В годы обучения в начальной школе формируются базовые знания, умения и навыки, на основе которых будет строиться дальнейшее изучение математики. Начальная школа занимает главенствующее место: проблема преемственности не возникнет только тогда, когда правильно организовано начальное обучение. На начальную школу возлагается высокая ответственность за дальнейшее обучение математике, поэтому так важно познакомить учащихся с сущностью уравнения и научить его решать.

Изучение уравнений начинается с подготовительного этапа уже в 1 классе, когда дети решают «задачки».

Потом учащиеся переходят к действиям над числами и выполняют задания, связанные с нахождением неизвестного числа в «окошке»: дети находят

число либо подбором, либо на основе знаний состава числа. На данном этапе учителю необходимо включать в устные упражнения следующие задания:

- Сколько надо вычесть из 4, чтобы получилось 3?
- Сколько надо прибавить к 3, чтобы получилось 5?

На следующем этапе ученики знакомятся с понятиями «уравнение» и «корень уравнения». На протяжении нескольких уроков ребята решают уравнения с неизвестным уменьшаемым, вычитаемым, слагаемым. Названия компонентов арифметических действий вводятся в речь учащихся и используются для чтения равенств и выражений, пока правило нахождения неизвестного компонента в уравнениях не заучивается. Уравнения решаются на основе взаимосвязи между частью и целым. При изучении данной темы ученики учатся находить в уравнениях неизвестные компоненты, соответствующие целому (сумма, уменьшаемое), и компоненты, соответствующие его частям (слагаемое, уменьшаемое, разность). При решении уравнений учащиеся руководствуются двумя известными правилами:

1. Целое равно сумме частей.
2. Чтобы найти часть, надо из целого вычесть другую часть.

Работа сопровождается графическим обозначением части и целого, а также пониманием того, что целое – это большее число.

Работу над формированием навыка решения уравнений можно облегчить, выполняя в классе следующие задания.

1. Составление и решение уравнений по схеме.
2. Составление и решение уравнений с помощью модели числа.

– Решите уравнение:

$$A + B :: BVB :: A = VB.$$

– Замените модели числами:

$$A + 15 = 45. \quad A = 30.$$

3. Уравнения с буквами.

– Как из *волка* получить *вола*?

$$\text{ВОЛК} - A = \text{ВОЛ}. \quad A = \text{ВОЛК} - \text{ВОЛ}. \quad A = K.$$

4. Составление и решение уравнений с помощью числового луча.

5. Выполни проверку и найди ошибку.

$$F + 8 = 16. \quad F = 16 + 8. \quad F = 24.$$

Дети решают: $34 + 8 = 26$; $42 \neq 26$.

6. Составить уравнения с числами Z, 7, 21 и решить их.

Дети решают: $Z + 7 = 21$. $21 - Z = 7$. $Z - 7 = 21$ и т. п.

7. Из данных уравнений реши те, в которых Z находится сложением.

$$Z + 16 = 20; \quad Z - 18 = 30; \quad 29 - Z = 19.$$

8. Рассмотрите решение уравнения и вставьте соответствующий знак.

$$Z ? 22 = 33. \quad Z = 33 - 22.$$

К концу изучения темы дети учатся комментировать уравнения через компоненты действий. Работа строится следующим образом:

- 1) читаю уравнение;
- 2) нахожу известные и неизвестные компоненты (части и целое);
- 3) применяю правило (по нахождению части или целого);

4) нахожу, чему равно Z ;

5) комментирую через компоненты действий.

Следующий этап – решение уравнений вида: $a \cdot K = v$; $a : K = v$; $K : a = v$.

1 этап. Решение с одновременным комментированием правил нахождения площади прямоугольника и его сторон. Например, $K : 2 = 5$ (K – площадь прямоугольника, 2 и 5 – его стороны).

$K = 2 \cdot 5$ (чтобы найти площадь прямоугольника, надо перемножить его стороны). $K = 10$.

2 этап. Решение уравнений с комментированием (через площадь прямоугольника и его стороны).

Комментирование через компоненты действий после решения уравнения.

Для отработки навыков решения уравнений на умножение и деление можно использовать следующие упражнения.

1. Выполни проверку и найди ошибку.

$K : 2 = 4$. $K = 4 : 2$. $K = 2$.

Дети решают: $2 : 2 = 4$; $1 \neq 4$.

2. Проанализируй решение уравнения и найди ошибку.

$K \cdot 3 = 9$. $K = 3 \cdot 9$. $K = 27$.

Ошибки: 1) 9 – это площадь, целое, ее надо обозначить прямоугольником;

2) K – это сторона, надо площадь разделить на другую сторону.

3. Составь уравнения с числами 3, X , 12 и реши их.

Дети составляют: $12 : K = 3$; $3 \cdot K = 12$ и т. д.

4. Из данных уравнений реши те, которые решаются делением.

$K \cdot 2 = 6$; $K : 4 = 16$; $12 : K = 4$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Салмина, Н. Г. Знак и символ в обучении / Н. Г. Салмина. – М., 1988.
2. Савин, А. П. Энциклопедический словарь юного математика / А. П. Савин. – М. : Педагогика, 2006. – 450 с.
3. Рудницкая, В. Н. Математика. 1–4 класс : учебник / В. Н. Рудницкая, Т. В. Юдачева. – М. : Вентана-граф, 2016–2018.

А. И. БАСИК, Е. В. ГРИЦУК

Брест, Беларусь, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ БрГУ ИМЕНИ А. С. ПУШКИНА (АНАЛИЗ)

На физико-математическом факультете БрГУ имени А. С. Пушкина 01.04.2021 проходила традиционная студенческая олимпиада по математике. В олимпиаде приняли участие 30 студентов факультета. Отметим победителей: дипломами первой степени награждены Е. В. Веренич (ПМ-11) и Т. А. Яцук (ПМ-31), дипломами второй степени – Д. В. Галуц (ПМ-11) и С. В. Савонюк (ПМ-11), дипломом третьей степени – А. В. Зарецкий (ФИ-11).

Ниже приводятся условия и решения задач по математическому анализу и обыкновенным дифференциальным уравнениям олимпиады (нумерация задач сохранена).

Задача 2. Числовая последовательность задана рекуррентно

$$x_1 = a, \quad x_{n+1} = \frac{3n+5}{3n+2}x_n + \frac{1}{3n+2}.$$

При каких $a \in \mathbf{R}$ последовательность x_n сходится?

Решение. Положим $y_n := \frac{x_n}{3n+2}$. Тогда

$$y_1 = \frac{a}{5}, \quad y_{n+1} = y_n + \frac{1}{(3n+5)(3n+2)}.$$

Имеем

$$\begin{aligned} y_n &= y_1 + (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \dots + (y_{n-1} - y_{n-2}) + (y_n - y_{n-1}) = \\ &= \frac{a}{5} + \frac{1}{(3 \cdot 1 + 5)(3 \cdot 1 + 2)} + \frac{1}{(3 \cdot 2 + 5)(3 \cdot 2 + 2)} + \dots + \\ &+ \frac{1}{(3(n-2) + 5)(3(n-2) + 2)} + \frac{1}{(3(n-1) + 5)(3(n-1) + 2)}. \end{aligned}$$

Так как при любом натуральном k выполняется равенство

$$\frac{1}{(3k+5)(3k+2)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3k+2} - \frac{1}{3k+5} \right),$$

то

$$\begin{aligned} y_n &= \frac{a}{5} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3 \cdot 1 + 2} - \frac{1}{3 \cdot 1 + 5} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3 \cdot 2 + 2} - \frac{1}{3 \cdot 2 + 5} \right) + \dots + \\ &+ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3(n-2) + 2} - \frac{1}{3(n-2) + 5} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3(n-1) + 2} - \frac{1}{3(n-1) + 5} \right) = \\ &= \frac{a}{5} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3 \cdot 1 + 2} - \frac{1}{3(n-1) + 5} \right) = \frac{3a+1}{15} - \frac{1}{3(3n+2)}. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$x_n = \frac{(3a+1)(3n+2)}{15} - \frac{1}{3}.$$

Из полученной формулы следует, что последовательность x_n имеет конечный предел в том и только в том случае, когда $3a + 1 = 0$.

Ответ: $-\frac{1}{3}$.

Задача 5. Найти все непрерывно дифференцируемые на числовой прямой $\mathbf{R}$ функции $y(x)$ такие, что

$$y'(x)y(-x) = x \quad \text{и} \quad y(0) = 1.$$

Решение. Пусть функция $y: \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ удовлетворяет условию задачи. Тогда при каждом $x \in \mathbf{R}$ имеем

$$(y(x)y(-x))' = y'(x)y(-x) - y(x)y'(-x) = x - (-x) = 2x.$$

Следовательно, $y(x)y(-x) = x^2 + C$. Так как $y(0) = 1$, то $C = 1$. Таким образом, при всех $x \in \mathbf{R}$ выполняется равенство

$$y(x)y(-x) = x^2 + 1.$$

Из последней формулы следует, что $y(x) \neq 0$ при всех $x \in \mathbf{R}$. Для нахождения $y(x)$ составим дифференциальное уравнение

$$\frac{y'(x)y(-x)}{y(x)y(-x)} = \frac{x}{1+x^2} \Leftrightarrow \frac{y'(x)}{y(x)} = \frac{x}{1+x^2}.$$

Интегрируя последнее уравнение (дифференциальное уравнение с разделенными переменными) с учетом условия $y(0) = 1$, получим

$$y(x) = \sqrt{1+x^2}.$$

Непосредственная проверка показывает, что найденная функция удовлетворяет условию задачи.

Ответ: $y(x) = \sqrt{1+x^2}$.

Задача 7. Пусть функция $f: \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \mapsto \mathbf{R}$ — непрерывно дифференцируема и $f(0) = 0$. Доказать неравенство

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x))^2 dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^2 dx.$$

Решение. Рассмотрим разность

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x))^2 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left((f'(x))^2 + (f(x) \operatorname{ctg} x)^2 - \frac{f^2(x)}{\sin^2 x} \right) dx.$$

Так как

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{\cos x} = f'(0),$$

то функции $\frac{f(x)}{\sin x}$ и $f(x) \operatorname{ctg} x = \frac{f(x) \cos x}{\sin x}$ продолжаются по непрерывности на отрезок $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x))^2 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} ((f'(x))^2 + (f(x) \operatorname{ctg} x)^2) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f^2(x)}{\sin^2 x} dx.$$

Последнее слагаемое полученной формулы проинтегрируем по частям

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f^2(x)}{\sin^2 x} dx &= \left[\begin{array}{ll} u = f^2(x) & du = 2f(x)f'(x)dx \\ dv = \frac{dx}{\sin^2 x} & v = -\operatorname{ctg} x \end{array} \right] = \\ &= -f^2(x) \operatorname{ctg} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) f'(x) \operatorname{ctg} x dx. \end{aligned}$$

Поскольку $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} = 0$ и

$$\lim_{x \rightarrow 0} f^2(x) \operatorname{ctg} x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cos x = f'(0) f(0) \cos 0 = 0,$$

то

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x))^2 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x))^2 dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} ((f'(x))^2 + (f(x) \operatorname{ctg} x)^2) dx - \\ &- 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) f'(x) \operatorname{ctg} x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f'(x) - f(x) \operatorname{ctg} x)^2 dx \geq 0, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

А. И. БАСИК, З. Н. СЕРАЯ, А. А. ТРОФИМУК
Брест, Беларусь, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

**СТУДЕНЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
БрГУ ИМЕНИ А. С. ПУШКИНА (АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ)**

В статье приводятся условия и решения задач по алгебре и геометрии студенческой олимпиады по математике (нумерация задач сохранена).

Задача 1. Найти количество пятизначных натуральных чисел, произведение цифр каждого из которых равно 1000.

Решение. Так как $1000 = 2^3 \cdot 5^3$, то цифрами рассматриваемых в задаче чисел могут быть наборы $\{2, 4, 5, 5, 5\}$, $\{1, 8, 5, 5, 5\}$. Как в первом, так и во втором случае количество чисел с заданным набором цифр равно $\frac{5!}{3!} = 20$.

Ответ: 40.

Задача 3. Имеются три квадратные вещественные матрицы одинакового порядка A, B, C , причем матрица A обратима и $(A - B)C = BA^{-1}$. Доказать, что $C(A - B) = A^{-1}B$.

Решение. Так как $(A - B)C = BA^{-1}$, то $(A - B)C - BA^{-1} + AA^{-1} = E$ и $(A - B)(C + A^{-1}) = E$. Значит, матрица $A - B$ обратима. Тогда

$$(A - B)(C + A^{-1}) = E = (C + A^{-1})(A - B)$$

и $C(A - B) - A^{-1}B + AA^{-1} = E$. Таким образом, $C(A - B) = A^{-1}B$, что и требовалось доказать.

Задача 4. Пусть $A(z)$, $B(2z - 1)$, $C(z^2)$ – вершины треугольника ABC , расположенного на комплексной плоскости $\mathbb{C}$. При каких $z \in \mathbb{C}$ площадь треугольника ABC является наибольшей, если $|z - 1| = 2$?

Решение. Пусть $\overrightarrow{BA} = x_1 + iy_1$ и $\overrightarrow{BC} = x_2 + iy_2$, тогда

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2} |x_2 y_1 - x_1 y_2| = \frac{1}{2} |\operatorname{Im}(x_1 + iy_1)(\overline{x_2 + iy_2})|.$$

Так как $|z - 1| = 2$, то $z = 1 + 2e^{i\varphi}$ при $\varphi \in (-\pi; \pi]$. Имеем

$$\overrightarrow{BA} = z - (2z - 1) = 1 - z = -2e^{i\varphi}, \quad \overrightarrow{BC} = z^2 - (2z - 1) = (z - 1)^2 = 4e^{2i\varphi},$$

$$S_{\triangle ABC} = 4 |\operatorname{Im}(e^{i\varphi} \cdot \overline{e^{2i\varphi}})| = 4 |\operatorname{Im}(e^{-i\varphi})| = 4 |\sin \varphi|.$$

Из последней формулы следует, что $S_{\triangle ABC}$ является наибольшей, если $|\sin \varphi| = 1$, т. е. при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ($z = 1 + 2i$) или при $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ ($z = 1 - 2i$).

Приведем решение этой задачи, предложенное студенткой третьего курса специальности «Прикладная математика» Татьяной Яцук.

Так как $AB = |1 - z| = 2$, $CB = |(1 - z)^2| = 4$ и $AC = |z^2 - z| = 2|z|$, то периметр треугольника ABC равен $3 + |z|$, и по формуле Герона имеем

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \sqrt{(3 + |z|)(1 + |z|)(|z| - 1)(3 - |z|)} = \\ &= \sqrt{-9 + 10|z|^2 - |z|^4} = \sqrt{16 - (|z|^2 - 5)^2}. \end{aligned}$$

Из последней формулы следует, что $S_{\triangle ABC} \leq 4$, при этом $S_{\triangle ABC} = 4$ тогда и только тогда, когда $|z| = \sqrt{5}$. Значения $z = x + iy$ теперь нетрудно найти из системы уравнений

$$\begin{cases} |z| = \sqrt{5}, \\ |z - 1| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ (x - 1)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y^2 = 4. \end{cases}$$

Ответ: $1 + 2i$, $1 - 2i$.

Задача 6. Даны две скрещивающиеся прямые l_1 и l_2 . Отрезок AB «скользит» своими вершинами вдоль l_1 , отрезок CD – вдоль прямой l_2 . Докажите, что объем тетраэдра $ABCD$ – величина постоянная. Длины отрезков фиксированы.

Решение. Проведем через прямую l_1 плоскость π_1 параллельно l_2 , а через прямую l_2 – плоскость π_2 параллельно l_1 . Ясно, что $\pi_1 \parallel \pi_2$, $\rho(\pi_1, \pi_2) = \rho(l_1, l_2) = \text{const}$.

Проведем через точку C перпендикуляр к плоскости π_1 до пересечения с π_1 в точке E . Рассмотрим $\vec{e}_1 = \overline{AB}$, $\vec{e}_2 = \overline{CD}$, $\vec{e}_3 = \overline{EC}$. Пусть $|\vec{e}_1| = a$, $|\vec{e}_2| = b$. Ясно, что $|\vec{e}_3| = \rho(l_1, l_2)$. Тогда

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} |\vec{e}_1 \vec{e}_2 \overline{AC}|.$$

Нетрудно заметить, что $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$, $\overline{AE} = \alpha \vec{e}_1 + \beta \vec{e}_2$, где $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ (так как $\vec{e}_1 \nparallel \vec{e}_2$ и векторы $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ и $\overline{AE}$ компланарны). Тогда $\overline{AC} = \alpha \vec{e}_1 + \beta \vec{e}_2 + \vec{e}_3$. Вычислим смешанное произведение

$$\vec{e}_1 \vec{e}_2 \overline{AC} = \vec{e}_1 \vec{e}_2 (\alpha \vec{e}_1 + \beta \vec{e}_2 + \vec{e}_3) = \alpha \vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{e}_1 + \beta \vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{e}_2 + \vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{e}_3 = \vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{e}_3.$$

Итак, $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |\overline{e_1 e_2 e_3}|$ не зависит от положения точек A, B, C, D на прямых l_1, l_2 , что и требовалось доказать.

В. В. БОРГАРДТ¹, М. Н. БОРГАРДТ²

¹Россия, Смоленск, МБОУ «Средняя школа № 30 имени С. А. Железнова»

²Россия, Санкт-Петербург, ФГБОУВО «Санкт-Петербургский государственный университет»

РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ПОСРЕДСТВОМ МЕТОДА ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

В настоящее время огромное значение приобретает формирование и развитие аналитического мышления у обучающихся средних и высших учебных заведений. Качественное усвоение содержания образования предусматривает установление межпредметных связей, использование научной терминологии, систематизацию информации с опорой на аналитическое мышление. Развитые аналитические навыки могут пригодиться каждому, но новые профессии XXI в. диктуют обязательное их наличие. Наиболее значимо развитое аналитическое мышление для социологов, политологов, аналитиков, преподавателей, менеджеров, экономистов, юристов, программистов, других представителей ИТ-сферы.

Аналитическое мышление в общем смысле – это логический анализ поступающей информации с целью принятия того или иного решения. Вначале происходит разделение информации на составные части, всестороннее логическое осмысление частей и информации в целом, далее мы получаем недостающее путем логических умозаключений и возобновления из памяти накопленной ранее информации. Затем происходит выбор оптимального решения из возможных, получаем вывод. Итак, аналитическое мышление включает анализ, синтез, обобщение, осознанное и интуитивное осмысление окружающего мира, накопление информации для его эффективного анализа. Все это во взаимосвязи с абстрагированием, обобщением, сравнением, аналогией и другими мыслительными операциями.

Мы используем аналитические навыки при наблюдении, отборе информации, поиске закономерностей, «мозговом штурме», интерпретации данных, интеграции информации и т. д.

Рассмотрим использование метода эвристической деятельности по развитию аналитического мышления при изучении математики и информатики. Суть метода – в создании задачи-проблемы; знания и умения приобретаются обучающимися в результате исследовательской, творческой деятельности по разработке решения данной микропроблемы. Процесс обучения строится на ситуациях, организованных педагогом, направленных на эвристическую деятельность обучающихся. Наша задача – сопровождение и поддержка. Развиваем аналитическое

мышление, применяем анализ в динамике, прививаем практические навыки работы с информацией. Для реализации метода предлагаем следующие типы задач.

Задачи с неопределенными исходными данными. Для обучающихся предоставляется возможность проанализировать ситуацию и определить информацию, без которой решение невозможно. Предполагается вариативность наборов исходных данных.

Задачи с избыточными исходными данными. При решении проблемы обучающийся отбирает необходимые данные, возможен отбор данных для нескольких способов решения, например, геометрической задачи. В постановке задачи можно сформулировать дополнительное задание, например определить ненужные данные.

Задачи с неопределенным вопросом. Сформулировано некое условие, но отсутствует вопрос-задание. Обучаемый анализирует ситуацию и прогнозирует предполагаемое задание, формулирует его.

Задачи с противоречивыми данными в условии. Можно ли определить истинность высказывания A , если известно, что дизъюнкция высказываний $A \vee B$ принимает значение «ложь», а конъюнкция $A \wedge B$ значение «истина»?

Задачи-тренинги для развития навыка анализа условия с целью нахождения способа решения. Сначала анализируем, затем выполняем. Например, найди значение выражения: $1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 97 - 99$.

Задачи, провоцирующие на неверный ответ. Например, выбери число, являющееся простым из 205, 206, 207, 208, 209. Провоцирует записать число в ответ, хотя среди них простого числа нет.

Задачи, провоцирующие на неверный путь решения. Например, что больше – m или $2m$? Возможно неверное рассуждение и ответ $2m$. Но верный ответ зависит от значения m . Другой пример: какое простое число следует за числом 800? Напрашивается взять следующее число – 801. Но оно составное. Верный ответ – 809.

Задачи, не имеющие решения. Например, найди объем пирамиды, имеющей в основании прямоугольник со сторонами 5 см и 7,2 см.

Задачи с ограниченным временем на решение.

Задачи межпредметного содержания. Информатика может интегрироваться практически с любыми дисциплинами. Из всего многообразия приведем в качестве примера визуализацию данных посредством инфографики.

Задачи с готовым решением. Предлагается условие и решение задачи, содержащее ошибки. Обучающемуся предоставляется возможность анализировать чужие ошибки. Такая работа особенно эффективна при повторении материала. Воспитываем у обучаемых культуру аналитико-оценочной деятельности.

Задачи, имеющие несколько способов решения.

Задачи, имеющие несколько верных ответов. Например, в геометрии при рассмотрении различных случаев взаимного расположения геометрических фигур.

Задачи с нестандартной формулировкой условия. Нестандартность даже в малом. Например, при решении уравнений не использовать только x , при обозначении функций только $y(x)$.

Задачи по работе с большими массивами информации. Решение с помощью компьютерных программ значительно упрощает и ускоряет получение ответа.

Задачи представленных типов вызывают интенсивную мыслительную деятельность, способствуют развитию критического мышления, самостоятельности, самоконтроля, приучают к анализу и всесторонней оценке информации, повышают интерес к процессу обучения. На способность обучающихся успешно решать аналитические задачи влияет множество факторов, такие как интеллект, навыки логического мышления, творческие способности и когнитивный стиль, личность, ценности, отношения и интересы.

Формирование аналитического мышления предопределяет развитие целостной информационной культуры личности, сущность которой состоит в возможности, способности и умении анализировать информацию, оперировать ею в целях оптимального использования для эффективного решения учебных, а в будущем выпускника – профессиональных задач.

В. А. ВАНДИЧ, Е. А. БАГАЛЬ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОД ИНТЕЛЛЕКТ-КАРТ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

В современном мире поток информации настолько велик, что требует от человека умений быстро ее воспринимать, обрабатывать, структурировать, перерабатывать и передавать другим. Неумение работать с большим объемом информации может привести к «перенасыщению» в процессе ее восприятия и усложнению ее переработки, что является актуальной проблемой современности, затронувшей практически все сферы жизнедеятельности общества, в том числе и сферу образования.

Неумение учащихся работать с информацией затрудняет процесс их обучения и требует от учителя особой подготовки учебного материала. В таком случае целесообразно рассматривать не только систему знаний, умений и навыков по учебному предмету «Математика», но и универсальные навыки по преобразованию информации и ее применению. Актуальной остается и проблема поддержания у учащихся интереса к изучаемому материалу и активности их в течение всего урока. Все это приводит к поиску технологии, позволяющей учащимся научиться самостоятельно перерабатывать информацию, интерпретировать ее, выделять главное и представлять в удобном для запоминания виде.

Для систематизации информации и знаний есть много разнообразных способов, которыми все чаще стали пользоваться учителя-предметники, в том числе и учителя-математики, на своих уроках. Одна из таких форм работы с информацией – построение интеллект-карт, или карт памяти.

Интеллект-карта – это способ систематизации и обработки информации посредством визуализации ее в виде схем путем поиска смысла через установление закономерностей.

Метод интеллект-карт способствует формированию у учащихся ответственного отношения к изучаемому материалу. Информация, структурированная в виде схем с использованием яркой наглядности, ассоциаций и выделения главного, позволяет легче запоминать материал. Работа с данным методом формирует и развивает универсальные учебные действия – построение связей между практическим применением знаний и теоретической базой, а также стимулирует познавательную активность учащихся.

К примеру, использование интеллект-карты актуально при изучении темы «Квадратичная функция и ее свойства» в 8 классе, так как данная тема объемная и вызывает трудности у учащихся при ее изучении. В процессе подготовки к уроку по этой теме учитель может составить интеллект-карту, с помощью которой будет излагаться новый материал. Это позволит учащимся увидеть структуру изучаемого материала, а учителю использовать ее на уроке как справочный, демонстрационный или раздаточный материал. При изучении данной темы карту можно использовать не только при усвоении нового материала, но и на уроках повторения изученного, обобщения и систематизации знаний, а также при подготовке к самостоятельным и контрольным работам и проведении их. Используя данный метод на уроках контроля знаний, учитель с легкостью может выявить уровень обученности каждого учащегося.

Составлять интеллект-карту могут и сами учащиеся, при этом используя различные способы, такие как составление конспекта с помощью интеллект-карт или работа в специальных программах, посредством которых можно создать свое методическое пособие, которое со временем можно дополнять. В результате изучения данной темы с использованием интеллект-карт у учащихся получится краткий, структурированный конспект или электронное пособие, которые при регулярном использовании можно корректировать, дополнять и использовать в дальнейшем.

Таким образом, интеллект-карты помогают облегчить обучение, а также сделать его интересным и увлекательным. При высоком уровне сформированности навыков в построении интеллект-карт у обучающихся можно охватить большой объем учебного материала. Также использование интеллект-карты – это эффективный способ обработки и запоминания информации, а также развития памяти, мышления, речи.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макарова, Е. А. Визуализация как интроекция смыслообразов в ментальное пространство личности : монография / Е. А. Макарова ; под. ред. И. В. Абакумовой. – М. : Спутник+, 2010. – 169 с.
2. CYBERLENINKA [Электронный ресурс]. – Режим доступа: intellekt-karty-kak-instrument-vizualizatsii-uchebnogo-materiala-na-urokah-estestvenno-matematicheskikh-distcipin.pdf. – Дата доступа: 28.03.2021.
3. Проект «Применение интеллект-карт на уроках математики» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: znanio.ru. – Дата доступа: 29.03.2021.

О. А. ВАСИЛЮК¹, С. А. ВАСИЛЮК²

¹Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

²Беларусь, Высокое, ГУО «Высоковская средняя школа» Каменецкого района

ИГРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ НА УРОКАХ ФИЗИКИ И ВНЕКЛАССНЫХ МЕРОПРИЯТИЯХ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Среди множества путей формирования у школьников познавательного интереса одним из наиболее эффективных является организация игровой деятельности. Структура игры, ее смысловое содержание и правила предполагают создание эвристической среды, постоянно стимулирующей познавательную и творческую активность ребенка, которая, как отмечают психологи, может проявляться как эпизодически, ситуативно, так и постоянно, иметь различную степень выраженности – от самостоятельного выполнения известных правил, переноса известных способов действия в новую ситуацию до выработки нового оригинального решения игровой задачи.

Игра – это вид деятельности в условиях ситуаций, направленных на воссоздание и усвоение общественного опыта, в котором складывается и совершенствуется самоуправление поведением. В любой игре заложены одновременно огромные воспитательные и образовательные возможности. Она развивает наблюдательность и способность различать отдельные свойства предметов, выявлять их существенные признаки, что оказывает большое влияние на умственное развитие детей, совершенствуя их мышление, внимание, творческие способности.

Какова же роль игры в процессе обучения физике? В каждом классе вместе обучаются способные, сильные ученики и слабые. В первые же месяцы работы видно, что учащиеся 7 класса, особенно слабоуспевающие, постепенно теряют интерес к изучению предмета. Для семиклассников физика является новым предметом. Начало курса не связано с изучением сложных процессов и формул, но много объемных вычислительных операций. Поэтому через некоторое время интерес к предмету у некоторой части учащихся ослабевает. Достаточная сложность предмета приводит к тому, что к концу 9 класса еще больше учащихся теряют интерес к физике. Мотивация к активному изучению предмета и получению более высоких результатов у учащихся 10–11 классов ослаблена из-за того, что физика многим не нужна при поступлении в вуз. Поэтому, используя только традиционную организацию учебных занятий, нельзя добиться стопроцентной заинтересованности детей предметом.

Применение игровой технологии на уроках позволяет решить вышеперечисленные проблемы. Это не только возможность заинтересовать учащихся содержанием предмета, но и содействие их адаптации, освоению детьми новых социальных ролей. Очевидно, что на таких уроках ученики работают более активно. Особенно радует, что те ученики, которые учатся неохотно, на таких уроках работают с большим увлечением. Если же урок построен в форме соревнования, то у каждого учащегося возникает желание победить, что предполагает

наличие хороших знаний (ученики это понимают и стараются лучше подготовиться к уроку). Часто после подобных уроков можно услышать от детей фразу «Давайте еще поиграем», что свидетельствует об успешности урока. Использовать игровые технологии, конечно, проще в 7–8 классах, но и в старших классах это возможно, только подготовка такого урока потребует от учителя больших затрат времени, и порой это будет не всегда оправданно. Например, нет необходимости в использовании игровых технологий в профильной группе, которая состоит из 5–10 человек, настроенных на серьезную работу.

Так каково же место игровых технологий в процессе обучения физике? В современной школе, делающей ставку на активизацию и интенсификацию учебного процесса, игровая деятельность используется в следующих случаях: в качестве самостоятельных технологий для освоения понятия, темы и даже раздела учебного предмета; как элемент (иногда весьма существенный) более обширной технологии; в качестве урока (занятия) или его части (введения, объяснения, закрепления, упражнения, контроля); как технологии внеклассной работы.

Игровая форма занятий создается на уроках при помощи игровых приемов и ситуаций, которые выступают как средство побуждения, стимулирования учащихся к учебной деятельности. Реализация игровых приемов и ситуаций при урочной форме занятий происходит по следующим основным направлениям: дидактическая цель ставится перед учащимися в форме игровой задачи; учебная деятельность подчиняется правилам игры, учебный материал используется в качестве ее средства; в учебную деятельность вводится элемент соревнования, который переводит дидактическую задачу в игровую; успешное выполнение дидактического задания связывается с игровым результатом.

Целесообразность использования дидактических игр определяется этапом урока. При усвоении новых знаний возможности дидактических игр уступают более традиционным формам обучения, поэтому их чаще применяют при проверке результатов обучения, выработке навыков и умений. В этой связи различают обучающие, контролирующие и обобщающие дидактические игры.

Выделяют следующие виды дидактических игр: **игры-упражнения** (совершенствуют познавательные способности учащихся, способствуют закреплению учебного материала, развивают умение применять его в новых условиях; примеры игр-упражнений – кроссворды, ребусы, викторины, задания типа «установи соответствие»); **игры-путешествия** (способствуют осмыслению и закреплению учебного материала; активность учащихся в этих играх может быть выражена в виде рассказов, дискуссий, творческих заданий, высказывания гипотез); **игры-соревнования** (включают все виды дидактических игр; учащиеся соревнуются, разделившись на команды).

При использовании игровых технологий на уроках необходимо соблюдение следующих условий: соответствие игры учебно-воспитательным целям урока; доступность для учащихся данного возраста; умеренность в использовании игр на уроках.

Игровые технологии занимают важное место в учебно-воспитательном процессе, так как не только способствуют воспитанию познавательного интереса

и активизации деятельности учащихся, но и выполняют ряд других функций: правильно организованная с учетом специфики материала игра тренирует память, помогает учащимся выработать речевые умения и навыки; игра стимулирует умственную деятельность учащихся, развивает внимание и познавательный интерес к предмету; игра – один из приемов преодоления пассивности учеников; в составе команды каждый ученик несет ответственность за весь коллектив, каждый заинтересован в лучшем результате своей команды, каждый стремится как можно быстрее и успешнее справиться с заданием (таким образом, соревнование способствует усилению работоспособности всех учащихся, воспитанию чувства коллективизма и ответственности); способствует повышению самооценки, формированию уверенности в себе, чувства успешности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ступина, Н. И. Игровые технологии на уроках физики и внеклассных мероприятиях как средство развития познавательной активности у школьников [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docplayer.ru/69590339-Igrovye-tehnologii-na-urokah-fiziki-i-vneklassnyh-meropriyatiyah-kak-sredstvo-razvitiya-poznavatelnoy-aktivnosti-u-shkolnikov.html>. – Дата доступа: 01.04.2021.

G. A. VOLSKY, M. P. KONTSEVOY

Brest, Belarus, Brest State A. S. Pushkin University

FORMATION OF MATHEMATICAL CONCEPTS BASED ON SEMANTIC COMPUTING

Semantic computing implements the formal analysis and processing of linguistic data arrays based on the calculation of their distribution, forms the basis of all modern neural network services for automated language processing and deepens the understanding of mathematics [1]. The didactic potential of semantic computing can be revealed in the implementation of effective solutions to the following problems: mastering the deep necessary stable connection of modern linguistics with mathematics and its practical implementation in modern information systems and services; understanding of such important mathematical and linguistic concepts as “calculation” and “vector” at a high level of abstraction. The semantic distance between concepts expressed in natural language words is calculated as the distance between the vectors of the verbal space. Thus, by means of semantic calculations, the concepts of “calculation”, “context” and the definition of a vector are raised to a new level of abstraction, which is understood more generally as an arbitrary mathematical object characterized by a magnitude and direction in a special configuration space. RusVectōrēs service (<https://rusvectors.org>) calculates semantic relations between words and is actually a “semantic calculator”, with which you can perform algebraic operations on word vectors; draw semantic maps of relations between words; get a vector, represented as an array of numbers, and its visual representation for the selected word, etc. [2].

Semantic computing clearly demonstrates that calculations can be used in work with any constructs, including language constructs. Familiarity with semantic computing and its practical implementation on the basis of the RusVectōrēs service can become a significant factor in the formation of a computing culture in the context of teaching computer science and mathematics.

REFERENCES

1. Nefdt, R. M. Formal Semantics and Applied Mathematics: An Inferential Account. [Electronic resource] / R. M. Nefdt // J of Log Lang and Inf. – 2020. – Vol. 29. – P. 221–253. – Mode of access: <https://doi.org/10.1007/s10849-019-09298-z>. – Date of access: 01.04.2021.
2. RusVectōrēs [Electronic resource]. – Mode of access: <https://rusvectors.org/ru/about/>. – Date of access: 31.03.2021.

В. К. ДРОЗД, Н. А. КАЛЛАУР

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АЛГОРИТМОВ

В школьной жизни каждого ученика всегда много ежедневных дел: посетить школу, работать на уроках, не забыть покушать, сходить на факультатив, сделать домашнее задание, подготовиться к контрольной или самостоятельной работе, сходить на кружок, подготовиться к мероприятию и т. д. И у каждого добросовестного ученика почти нет времени отдохнуть. Что в таком случае можно говорить об усиленном занятии каким-нибудь предметом?

Дело в том, что большее количество времени все школьники проводят именно в стенах школы, поэтому и следует на этом делать акцент. Если ученик не успевает учиться дома, то необходимо создать максимально благоприятные условия на уроке, чтобы все было легко и понятно, чтобы дома можно было только повторить и закрепить знания, решив несколько примеров домашнего задания.

Каждый учитель применяет для этого лучшие, на его взгляд, методы и формы проведения занятий. Мы считаем, что на уроках математики лучше всего использовать различные информационные технологии, которые способны повысить не только наглядность изучаемого предмета, но и активность и интерес каждого ученика.

Информационные технологии в педагогике – это педагогические технологии, использующие специальные методы, программные и технические средства работы с информацией и предназначенные для создания новых возможностей эффективного достижения дидактических целей [2].

Целью исследования является описание информационных технологий, которые можно использовать при изучении алгоритмов на уроках математики, и выявление отношения учащихся к использованию данной технологии.

При использовании информационных технологий учитель добивается лучшего усваивания информации и повышения уровня знаний учащихся. Это

достигается и благодаря демонстрации информации с использованием компьютера, ноутбука или проектора.

Самая удобная информационная технология для любого учителя-предметника – создание презентаций. За счет огромного экрана материал будет виден всем учащимся. На слайдах можно показать часто встречающиеся типы задач и алгоритмы их решения. Так, на слайды можно добавить анимационные изображения, которые будут играть роль запоминаний (проводить ассоциации). Можно использовать дом, который будет называться алгоритмом. Чтобы его построить, необходимо подобрать правильные кирпичи, роль которых будут играть этапы алгоритма.

Для создания шаблонов-напоминалок с этапами алгоритма для учащихся можно использовать различные текстовые редакторы. Здесь тоже можно использовать картинки для ассоциации.

При изучении алгоритмов на уроках математики учителю необходимо проверить знания учеников. Для этого можно использовать фронтальный опрос, тесты и самостоятельные работы. Но лучше всего использовать тестирование. Тесты можно создавать в различных программах: Айрен, HotPotatoes, Master Test, «конструктор тестов» и др. Также тесты можно создавать с применением облачных технологий с помощью Google Forms. Эти программы хороши тем, что учащиеся не могут подозревать компьютер в несправедливости и субъективности. Также учащиеся смогут немного расслабиться, не волноваться из-за того, что необходимо дать быстрый ответ, иначе учитель подумает, что ученик не выучил материал (некоторые учащиеся в стрессовых ситуациях очень сильно волнуются и впадают в ступор). Такие программы имеют разнообразие типов вопросов, которые можно использовать при создании теста. Так, можно выбрать вопрос на установление соответствия: с левой стороны расположить этапы алгоритма, а с правой вперемешку предложить действия в задаче.

При изучении алгоритмов учитель может воспользоваться интернетом. Использование образовательных сайтов на уроке будет положительно влиять на учащихся. Это поможет заострить их внимание на том, что поиск дополнительной информации можно сократить и использовать определенные сайты.

Таким образом, применение информационных технологий при изучении алгоритмов в математике делает процесс обучения более эффективным, продуктивным, наглядным, повышает интерес к учебному предмету, позволяет включить в учебную работу на уроке большее количество учащихся, делает материал урока более доступным для них.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарова, И. Г. Информационные технологии в образовании : учеб. для студентов учреждений высш. проф. образования / И. Г. Захарова. – М. : Академия, 2013. – 208 с.
2. Сивашинская, Е. Ф. Педагогические системы и технологии : учеб. пособие для студентов учреждений высш. образования, обучающихся по пед. специальностям / Е. Ф. Сивашинская, В. Н. Пунчик ; под. общ. ред. Е. Ф. Сивашинской. – Мозырь : Содействие, 2012. – 243 с.

Е. Н. ЕРЕМЕНКО, Н. А. ГАБЕЛКО, М. А. ПИПИЯ
Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИГРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКЕ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ

Сегодня, как никогда, обострился вопрос повышения качества образования. Проблема повышения познавательной активности детей в настоящее время является очень актуальной. Залогом успешного и сознательного усвоения знаний учащимися является ситуация успеха. Для повышения эффективности обучения в последние годы широко используют игровые технологии. В их основе – эффективные формы управления учебным процессом через педагогические игры, при помощи которых все ученики могут быть привлечены к активному обучению.

Как заинтересовать ребенка, вызвать у него желание учиться, познавать, задумываться, делать выводы? Этот вопрос волнует всех учителей, над ним работают ученые, практики, методисты. Разработаны серии игровых сеансов, разнообразных по содержанию и тематике, которые помогают организовать деятельность ребенка так, чтобы он мог выполнять поставленные задачи разными способами, каждый из которых был бы правильным и заслуживал высокой отметки. Итак, ребенок в школе обучается, играя, а играя, обучается и делает это с удовольствием.

Игровая терапия основана на природной потребности ребенка в игре.

Педагогические игры, которые используют на уроках математики, можно классифицировать по нескольким критериям. Остановимся на классификации игр по характеру педагогического процесса и по игровым методикам.

По характеру педагогического процесса все игры можно разделить:

- на обучающие (тренинговые, контролирующие, обобщающие);
- познавательные, воспитательные, развивающие;
- репродуктивные, продуктивные, творческие;
- коммуникативные, диагностические, профориентационные, психотехнические.

По характеру игровые методики делятся :

- на предметные;
- сюжетные;
- ролевые;
- деловые;
- имитационные.

Игровая технология объединяет учебный процесс общим содержанием, последовательностью игр, упражнений, методикой их организации. В каждом возрасте игровые технологии имеют определенные особенности. Так, учащихся начальной школы легко приобщить к любой деятельности, они быстро входят в образ, организовываются в группы. Для подросткового возраста характерны

необходимость самоутверждения, формирование и защита собственного мира, желание взрослости, возникновение стихийных групп.

Дидактические игры. Стержнем таких игр являются учебные проблемы, вокруг них формируются новые знания и умения учеников.

Ролевая игра. Это небольшая пьеса, которую разыгрывают учащиеся, сценарий игры может быть известен, но чаще всего это импровизация учащихся.

Мозговой штурм. Этот метод используют, когда необходимо на протяжении короткого времени сгенерировать много идей на основе быстрого повышения творческой активности учащихся. Так бывает во время решения проблем.

Метод проектов. Это самостоятельное исследование определенного периода, которое осуществляют ученики.

Кейс-метод. Он основан на описании проблемы или ситуации, и используют его для обучения анализировать ситуационные упражнения и принимать правильные решения.

Е. Н. ЗМИЕВА

Беларусь, Белыничи, ГУО «Средняя школа № 1 г. Белыничи имени Н. И. Пашковского»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ GOOGLE-ФОРМ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

У каждого времени есть свои приметы. Нынешнее время – эра информатики, которая характеризуется наличием виртуальной среды и телекоммуникаций. Дети (да и их родители) не представляют свою жизнь без смартфона или планшета. Как учитель информатики, стараюсь построить учебный процесс так, чтобы электронные носители помогали учащимся учиться.

Неотъемлемым компонентом образовательного процесса является контроль за усвоением знаний, умений и навыков. По своей сути контроль обеспечивает установление обратной связи, т. е. получение сведений о результате учебной деятельности обучаемых. Учитель выясняет, какие знания и в каком объеме усвоил ученик, готов ли он к восприятию новой информации. Контроль также показывает педагогу, насколько его собственная работа была плодотворной, удачно ли он использовал возможности педагогического процесса в учебных целях.

Во время контроля получает информацию о своей учебной деятельности и сам ученик. Это помогает ему понять, каких успехов он добился в усвоении знаний, а также увидеть пробелы и недостатки в них. Постоянный контроль дисциплинирует учащихся, приучает к определенному ритму, развивает волевые качества.

Традиционные формы контроля дают точную информацию о результате учебной деятельности учащегося, но они имеют один важный недостаток: подведение итогов невозможно здесь и сейчас. А сколько бумаги уходит на распечатку тестов, проверочных и самостоятельных работ! Сегодня с приходом информационно-коммуникационных технологий контроль упрощается в десятки

раз, а главное, экономится время, которого всегда не хватает. Самый распространенный сервис, который предоставляет возможность бесплатно создавать различные опросы, – это сервис Google.

Google Forms – это инструмент, позволяющий создавать тесты, опросы, которые можно использовать на различных этапах урока, и, что немаловажно, позволяющий осуществить быструю проверку, т. е. получить результаты в процессе урока, а не после него. Кроме того, Google-формы – бесплатный сервис, для работы с которым нужен только интернет и адрес почты. Сервис не привязан к конкретному устройству.

Сегодня использование смартфонов подразумевает под собой обязательное наличие аккаунта в сервисе Google. Созданные формы сохраняются на Google-диске и доступны онлайн (для заполнения в скачивании не нуждаются). Ответы выгружаются удобным для учителя способом: в Google-таблице, в виде диаграмм или файла CSV.

Google-формы с автоматической проверкой успешно применяем при проведении тестовых работ, например, на этапе проверки домашнего задания или этапе актуализации знаний. Результаты проведения входного и выходного контроля у учащихся вызывают живой интерес, дают им сведения о плодотворности работы на уроке.

Удобно применять Google-формы и при создании проблемной ситуации на уроке.

При проверке понимания новых знаний и способов деятельности подразумеваются ответы учащихся в свободной форме, тогда необходима ручная проверка Google-форм.

Кроме того, привлекаем учащихся для создания тестов в Google-формах, им очень нравится такой вид работы. Например, необходимо задать пять основных вопросов по теме урока. При создании тестов к урокам обобщения и повторения изученного используем наработки учащихся с их разрешения, ведь мы соблюдаем законодательство об интеллектуальной собственности.

Сетевое взаимодействие педагога и его учеников, в том числе на уроке, поднимает их уровень взаимопонимания на ступень выше, позволяет ненавязчиво формировать культуру общения участников образовательного процесса. Облачные технологии позволяют частично разрешить конфликт неправильного оценивания: «Васю учительница любит и ставит ему высокие отметки». Применяем так любимые подростками социальные сети в образовательном процессе для проверки домашней работы, проверки понимания материала, проведения нестандартных уроков.

Как регулярные спортивные тренировки «прокачивают» тело, делают его здоровым, сильным и выносливым, так информационно-коммуникационные технологии «прокачивают» мозг: развивают интеллект и познавательные способности, расширяют кругозор. Считаем, что использование Google-форм делает процесс обучения интересным, продуктивным. Но высоких результатов в обучении можно достичь, лишь работая в тандеме «традиционные формы обучения и облачные технологии».

Л. Г. ЗОРИНА, Ю. Г. КУРБАНОВА

Россия, Смоленск, МБОУ «Средняя школа № 30 имени С. А. Железнова»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДСТВ, МЕТОДОВ И ПРИЕМОВ РАЗВИТИЯ РЕЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Как помочь ребенку полюбить математику? Какие методы и приемы использовать, чтобы интерес к предмету оставался стойким и продуктивным? Успех во многом зависит от методики педагога. Бесконечная зубрежка способна отбить интерес к предмету у школьника, даже если он математически одарен. Что уж говорить о гуманитариях! А ведь математика – непростая, но очень важная составляющая школьной программы, необходимая и тем, и другим.

Математика в отличие от большинства других преподаваемых в школе дисциплин имеет предметом своего изучения не непосредственно вещи, составляющие окружающий нас внешний мир, а количественные отношения и пространственные формы, свойственные этим вещам. Преодолеть в сознании учеников возникающее представление о сухости, формальном характере, оторванности этой науки от практики и жизни – такая сверхзадача стоит перед учителем математики. Заинтересоваться алгеброй и геометрией важно и нужно даже гуманитариям. Ведь в настоящее время неактуально ориентироваться на «врожденные» способности. Сегодня ценятся универсальные специалисты, которые умеют работать как с цифрами и алгоритмами, так и с текстами, применяют творческий подход, опираясь на разнообразные умения и навыки.

Так как способности, в том числе и математические, формируются и развиваются только в деятельности, важно, чтобы уроки математики носили деятельностный характер. В свою очередь, деятельность должна вызывать у ребенка устойчивые положительные эмоции. Тогда у него возникает стремление по собственной инициативе, без принуждений заниматься ею. Если ученик не справляется с задачей или думает, что не справится, он стремится ее обойти. В таком случае формируется негативное отношение к заданию и к предмету вообще. Чтобы этого избежать, учитель должен создавать для ребенка «ситуацию успеха». Это особенно касается математики, так как данный предмет большинству детей дается нелегко.

Кроме того, деятельность школьника на уроках должна быть творческой. Творчество детей при занятии математикой может проявляться в необычном, нестандартном решении задачи, в раскрытии детьми способов и приемов вычислений, но не только. Известно, что самое большое количество открытий в математике происходило на стыке дисциплин. Аналогично и в ходе урока: у учеников должна быть возможность переключиться, перенести свои способности на другое направление, другой, «нематематический» предмет. Поэтому при стремлении развивать математические способности стоит интересоваться всеми предметами в школе и вообще разносторонне развиваться. И наоборот, полноценное всестороннее развитие невозможно без интереса к математике. Ведь на этих уроках школьники учатся рассуждать, доказывать, находить рациональные пути

выполнения заданий, делать соответствующие выводы. Как отмечал М. В. Ломоносов, «математика – самый короткий путь к самостоятельному мышлению» и она «ум в порядок приводит». Конечно, расчеты есть во многих науках, например химии, физике, географии. Даже гуманитарные предметы – языки и литература – опираются на математические и логические законы. И в этом плане эффективным является применение средств, приемов и способов развития речи.

Речь – это сложнейшая человеческая деятельность, причем творческая, включающая в себя умение наблюдать, мыслить, фантазировать, а также слушать и слышать. Раньше всех выучивается говорить тот, кому есть что сказать, поэтому необходимо учить детей не техническому оформлению высказываний, а речевому мышлению, речевому творчеству, а также восприятию чужой речи. Развитие речи учащихся на уроках русского языка предполагает совершенствование всех видов речевой деятельности и осуществляется в трех направлениях, составляющих единое целое:

- овладение нормами русского литературного произношения, образования форм слов, построения словосочетаний и предложений, употребление слов в соответствии с их лексическим значением и стилевой принадлежностью;
- обогащение словарного запаса и грамматического строя речи;
- формирование умений и навыков связного изложения мыслей.

Может ли все вышеперечисленное быть достигнуто на уроках математики? Безусловно. Но для результативности в этом отношении большое значение имеет использование средств, методов и приемов развития речи учащихся в ходе изучения данного предмета. Как это реализовать на практике?

1. Для развития речи школьников необходимо грамотно строить свой разговор с ними. Речь учителя должна восприниматься обучающимися как некоторый образец. Качествами, определяющими такую речь, должны служить:

- полная ясность выражаемых учителем мыслей;
- научность (точность терминов, формулировок, определений, логическая обоснованность);
- соблюдение правил морфологии и синтаксиса (правильное употребление падежей, употребление союзов, сокращений);
- литературность (живость и, если возможно, образность изложения).

Именно в математике необходимо приучать к тому, что даже в обиходе следует избегать слов и фраз, которые не несут смысловой нагрузки. Речь обучающихся на уроках математики должна быть подчинена тем общим законам, которые они изучают на уроках русского языка. Необходимо правильно употреблять падежи, не опускать в речи союзы, правильно произносить числительные. Например, нужно помнить, что названия латинских букв *x*, *y*, *z* мужского рода, остальных – среднего. Например, «*A* равно пяти», «*C* равно минус семи», но «*X* равен минус трем»;

– при чтении выражений названия букв не склоняются: «*Зy*» – «три игрек», а не «три игрека»;

– названия всех греческих букв в математике принято употреблять в среднем роде, и они не изменяются по падежам.

2. При работе с учебником важно обращать внимание на рубрику «Говори правильно». Примеры склонения числительных (количественных, порядковых, дробных), как правило, даны на форзаце учебника. На уроках математики, как и на занятиях по русскому языку, нужно напоминать ученикам об учете речевой ситуации при ответе. Например, в русском языке у терминов нет уменьшительно-ласкательной формы. Совершенно недопустимо использование в математической речи таких форм, как «отрезочек», «треугольничек», «гипотенузочка».

3. Математика начинается с осмысления слов. Каждый из математических терминов нужно не только сообщать, но и изучать. При сообщении термина полезно указать его происхождение (слово *точка* образовано от глагола *ткнуть* и означает 'результат мгновенного касания'), его буквальный смысл ('метка, след от прикосновения, укола чем-либо острым'), а затем и научный ('одно из фундаментальных понятий математики, абстрактный объект в пространстве, не имеющий никаких измеримых характеристик'). Допустимо сравнение с лингвистическим термином – знак препинания, использующийся при письме во многих языках мира, употребляющийся для завершения предложения. Сравнительный анализ двух терминов – математического и лингвистического – в соотношении с буквальным смыслом слова позволит глубже усвоить материал. Недостаточно глубокое, поверхностное усвоение понятия является в дальнейшем основной причиной его неправильного употребления; неясное, неполное понимание термина влечет за собой неточную, несвязную речь.

4. Особенно большое значение имеет составление объяснений к решениям текстовых задач. Эти объяснения должны быть написаны грамотным и связным языком, а не в виде отрывочных, сокращенных предложений. Составление объяснений, которые имеют форму рассуждения, последовательно излагающего каждый этап решения, помогает ученикам развивать правильную письменную речь. Возможно использование заданий, в которых предлагается решить задачу различными способами. Они не только формируют умение переносить ранее усвоенные знания в новую ситуацию, но и приучают видеть новые функции рассматриваемого объекта, комбинировать известные способы деятельности. Также обучающиеся могут самостоятельно составить текст задачи по записанному уравнению или примеру.

5. В развитии речи обучающихся немалую роль играет умение задать вопрос. Правильная формулировка вопроса помогает ученику с наибольшей точностью излагать свои мысли, правильно строить предложения, употреблять только нужные слова. Ученики могут задавать вопросы своим одноклассникам, например, при повторении теоретического материала. Эти вопросы могут быть «толстыми» и «тонкими» (более подробными или вопросами по существу), могут обсуждаться в группах, парах при выполнении тех или иных заданий.

6. В работе по развитию грамотной математической речи возможно использование исторического материала. Так, при изучении темы «Функции и их графики» обучающиеся узнают, что термин «функция» (от латинского *function* – исполнение, совершение) впервые ввел немецкий ученый Готфрид Лейбниц. У него функция связывалась с геометрическим образом – графиком функции.

Школьникам предлагается прочитать исторический материал о функциях и об ученом Лейбнице, сделать доклад по данной теме. Таким образом, помимо математических знаний, ребята осваивают этот вид учебно-научной речи.

Подобная работа может проводиться в ходе внеурочной деятельности. После прохождения темы «Меры длины» – углубление знаний по теме в процессе проведения бесед и практических упражнений по измерению длины отрезков старинными способами. Подростки изучают происхождение различных единиц измерения. Аналогично и при изучении темы «Единицы измерения времени» – краткие сведения о происхождении часов, о зарождении календаря и путях его совершенствования. На занятии можно раскрыть взаимосвязь единиц времени с природными явлениями. Не менее интересные сведения могут получить школьники и в ходе изучения темы «Многочисленные числа». Материал о том, как люди научились вести счет, записывать числа, выполнять с ними операции обязательно вызовет интерес.

7. Применение игровых технологий на занятиях развивает познавательный интерес и активность, снимает усталость, позволяет удерживать внимание. Особенно это актуально для младших школьников. Игровые задачи предлагаются им таким образом, чтобы дети воспринимали их именно как задания, но при их выполнении все-таки играли. Ярким примером является урок-путешествие. Здесь обогащается словарный запас, развивается речь, активизируется внимание, расширяется кругозор, прививается интерес к предмету, развивается творческая фантазия, воспитываются нравственные качества. И главное, детям интересно заниматься, они не отвлекаются, стремятся поскорее выполнить задание, чтобы продолжить понравившееся путешествие. Ученики играют, а играя, непроизвольно закрепляют, совершенствуют и доводят до уровня автоматизированного навыка математические знания.

Ребята, давайте совершим необычное путешествие. Представьте, что мы с вами оказались на необитаемом острове, где нас подстерегает много опасностей и неожиданностей, много удивительных приключений. Но, прежде чем отправиться изучать наш дивный остров, нам надо немного подкрепиться. Чем мы полакомимся? Кокосами! Но для этого нам надо влезть на пальму, решив примеры.

$6 + 9$; $5 + 4$; $5 + 7$; $8 + 7$ и т. д.

В дальнейшем можно продолжить путешествие с учителем или предложить школьникам разработать его маршрут самостоятельно. Последнее более полезно: такое «соавторство» позволит применить фантазию, воображение в сочетании с математическими знаниями.

8. С творчеством связан особый прием, который помогает ребенку понять азы математики и легче усваивать информацию в дальнейшем, – математическая сказка. Это уникальное средство обучения, метафора, поняв которую школьник сможет применять общее правило в разных ситуациях. Сказка с математическим содержанием – это повествование, героями которого становятся цифры, арифметические знаки, геометрические фигуры или знакомые детям персонажи из народных сказок. Сюжет содержит понятия о времени, количестве, величинах,

формах и осложнен математическими проверками или задачами. Самая простая и известная – математическая сказка «Ноль и Единичка».

В одном городе жили цифры от 0 до 9. Они всегда спорили и хвастались друг перед другом, кто больше или старше. Цифры даже придумали для себя знаки «>» и «<», так им легче было хвастаться. Некоторые цифры очень грустили, особенно доставалось Нолику и Единичке, ведь они были самыми маленькими, и их постоянно дразнили: «Малыши!» Однажды Ноль и Единичка сидели и плакали от обиды, что они ничего не могут сделать против старших цифр. Тогда они взялись за руки, чтобы было не так обидно. Ноль с Единичей шли по улице, а другие цифры как-то странно на них смотрели – как будто снизу. Друзья дошли до витрины магазина и увидели в отражении, что они стали большими, как никогда! Даже больше, чем цифра 9! Так получилось число 10. Другие цифры посмотрели на 10 и поняли, что если объединиться и действовать сообща, то можно стать сильнее и больше.

Конечно, это сказка для самых маленьких. Но, помимо математического смысла, в ней содержатся понятия о дружбе, взаимоотношениях, ценностях, жизненных законах. Для сказки не существует возрастных рамок, ведь по мере развития ребенка истории наполняются новым смыслом, адекватным его возрасту. Поэтому сказки успешно применяются педагогами в обучении математике младших и даже старших школьников. Возможно их использование в парной и групповой работе. Подросткам полезно предложить стать автором математической сказки или хотя бы частично поучаствовать в ее создании. Это развивает фантазию, воображение, навыки связной письменной и устной речи, а также интерес к предмету, позволит посмотреть на математику с иной, творческой стороны.

9. Один из универсальных способов развития речи – чтение художественных произведений. Эффективен он и для математиков. Удивительно, но литература способна повысить интерес к математике и вдохновить на собственные исследования и творчество. Младшим школьникам и подросткам подойдут художественные рассказы о математике и необычные сборники и задачники: «Алиса в Стране математики» Льва Генденштейна, математическая трилогия «Магистр Рассеянных Наук» Владимира Левшина, «Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы» Игоря Шарыгина. В каждой из них яркий герой постигает премудрости математики, и без помощи читателя ему никак не справиться. В такой увлекательной ненавязчивой форме преподносятся математические знания и представления. Приведем пример диалога персонажей из «Алисы в Стране математики» о положительных и отрицательных числах.

- А как называются числа, которые больше нуля? – спросила Алиса.
- Положительные, – ответил Король.
- Значит, отрицательных чисел столько же, сколько положительных? – догадалась Алиса.
- Ровно столько же, – подтвердил Король. – И тех и других бесконечно много...
- А сам ноль – какое число, положительное или отрицательное? – спросила Алиса.

– Нуль – единственное число, которое не положительное и не отрицательное, – сказал Король.

«Так вот почему Шалтай-Болтай согласился теперь быть нулем! – подумала Алиса. – Он ведь так любит быть единственным в своем роде!»

– Но зачем нужно так много отрицательных чисел? – снова спросила она. – Неужели только для долгов?

– Ты, наверное, думаешь, что число может отвечать только на вопрос “сколько”?» – предположил Король.

– А на какой же еще? – удивилась Алиса.

– Если я тебя спрошу, где мы сейчас находимся, что ты ответишь? – поинтересовался Король.

Алиса посмотрела по сторонам в поисках какой-нибудь приметы и обратила внимание, что они с Королем как раз проходят мимо числа «сто».

– Я бы сказала, что мы находимся на дороге для королевских прогулок возле числа «сто», – ответила Алиса.

– Ну вот, ты сама и ответила числом на вопрос «где?»! – воскликнул Король.

– Но ведь это число тоже отвечает на вопрос «сколько?» – возразила Алиса. – Оно говорит, сколько шагов вы сделали, отойдя от нуля.

– Дорога для королевских прогулок идет от нуля в две стороны, – заметил Король. – Мы с тобой пошли вправо, но ведь могли пойти и влево! Однако, если бы я прошел сто шагов влево от нуля, разве я был бы там, где нахожусь сейчас?

– Конечно, нет! – сказала Алиса. – Вы были бы... – она секунду подумала, – вы были бы за двести шагов отсюда.

– Правильно, – отозвался Король. – Так вот: число «сто» говорит не только о том, сколько шагов я сделал, отойдя от нуля, но и в какую сторону я шел! Ведь «сто» – положительное число, а все положительные числа расположены справа от нуля.

– А сто шагов влево от нуля – это будет «минус сто»? – догадалась Алиса.

– Конечно, – подтвердил Король. – «Сто» и «минус сто» называют противоположными числами: они расположены на равных расстояниях от нуля, но с противоположных сторон.

– Так почему бы не говорить просто «сто шагов влево от нуля» или «сто шагов вправо от нуля»? – спросила Алиса. – По-моему, это было бы понятнее.

– Но зато не так удобно, – возразил Король. – Сейчас дорога размечена так, что когда идешь вправо, числа всегда увеличиваются, а когда идешь влево – уменьшаются!

– Даже если идти влево от нуля? – спросила Алиса. – Ведь тогда после числа «минус один» будет число «минус два»...

– Ты, наверное, забыла, что «минус два» на единицу меньше, чем «минус один», – напомнил Король...

Также внимание школьников при прочтении стоит обратить на то, как меняется синтаксис предложений, когда речь заходит либо о положительных, либо об отрицательных числах.

Для старшего школьного возраста подойдут биографии известных исследователей и научно-популярные книги «Удовольствие от Х. Увлекательное путешествие в мир математики от одного из лучших преподавателей в мире» Стивена Строгаца или «Магия математики» Артура Бенджамина и др.

Математика интересна, когда в ней есть творчество. Тогда ее законы ясны и легки в использовании. Для тех, кто серьезно занимается алгеброй и геометрией, в них сокрыта красота и гармония сродни музыке. При глубоком изучении появляется любовь к математике. Более того, художественные произведения подтверждают: математический язык может стать основой для признания в любви. А это уже вопрос о ценностях вечных, общечеловеческих. Так, герой повести Г. Н. Щербаковой «Вам и не снилось...» Роман, ученик класса с физико-математическим уклоном, делает аудиозапись для любимой девушки, используя таблицу умножения:

Юлька!

Слушай мою **таблицу умножения**. **Дважды два будет четыре, а трижды три – девять**. А я тебя люблю. **Пятью пять, похоже, – двадцать пять**, и все равно я тебя люблю. **Трижды шесть – восемнадцать**, и это потрясающе, потому что в **восемнадцать** мы с тобой поженимся. Ты, Юлька, известная всем Монголка, но это ничего – **пятью девять!** Я тебя люблю и за это. Между прочим, **девятью девять – восемьдесят один**. Что в перевернутом виде опять обозначает **восемнадцать**. Как насчет венчального наряда?.. это мое последнее слово – **четырежды четыре**, я повторять не буду. Учись хорошо – на **четырежды пять!** Не вздумай остаться на второй год, а то придется брать тебя замуж без среднего образования, а мне, академику, – **семью восемь** – это не престижно, как любит говорить моя бабушка. А она в этом разбирается. Так вот – на чем мы остановились? Академик тебя крепко любит. Это так же точно, как **шестью шесть – тридцать шесть**. Ура! Оказывается, это **дважды по восемнадцать!** Юлька! У нас все к счастью, глупенькая моя, **семью семь!** Я люблю тебя – **десятью десять!**..Как хорошо, что ты маленькая, как жаль, что ты маленькая. Я тебя люблю. Я тебя люблю.

Твой Ромка.

Эта повесть – одно из любимых произведений старшеклассников. Анализируя приведенный выше художественный текст, ребята отмечают, что неслучайно автор вводит в него столько математики. Любовь героев так же совершенна и не может быть подвержена сомнению, как и приведенная в письме таблица умножения. Соединить одно с другим – это задача, решаемая с помощью средств, методов и приемов развития речи.

Итак, методы развития устной и письменной речи необходимо использовать на уроках математики. Грамотный математический язык является свидетельством четкого и организованного мышления. Владение этим языком, понимание его математического смысла позволяет переводить математические высказывания с естественного языка на математический и наоборот. Именно математика научит детей мыслить логически. Цель учителя математики – систематизировать работу по формированию у детей правильной, точной, математически

грамотной речи. Только тогда ученик научится правильно оформлять свои мысли на письме, выполнять верно математические операции. Ведь обычно «как говорят, так и пишут». Таким образом, успехи школьников в изучении математики находятся в прямой связи с развитием их устной и письменной речи.

А. С. ИВКОВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ СОДЕРЖАНИЕ УРОКОВ ФИЗИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ ИНТЕРЕСОВ УЧАЩИХСЯ

Проблема развития интереса учащихся средней школы к изучению физики остается по-прежнему актуальной, о чем свидетельствуют наблюдаемое в последние годы снижение конкурса среди абитуриентов, поступающих на физические специальности университетов, достаточно низкие результаты централизованного тестирования и республиканского мониторинга уровня обученности учащихся по физике. А ведь интерес к физике является одним из важнейших осознанных мотивов учения, активизирующих внимание и мышление учеников, стремление к знаниям и самостоятельной творческой работе. Основными источниками возникновения у школьников интереса к физике выступают прежде всего деятельность учителя на уроке и организованная им познавательная деятельность учащихся, направленные на формирование и развитие их познавательных интересов [1]. В качестве такого источника выступает также содержание учебного материала курса физики, в котором раскрывается жизненная значимость получаемых знаний, возможность их применения на практике, прогнозирования физических явлений и их свойств, парадоксальность многих выводов из изучаемых закономерностей.

Творчески работающие учителя в целях формирования устойчивого интереса к физике используют целый арсенал методов и приемов обучения, активизирующих внимание и мышление школьников, вызывающих положительные эмоции, раскрывающих значение знаний по физике в быту и на производстве. Вместе с тем, как показывает практика, сама по себе практико-ориентированная направленность содержания материала в учебных пособиях по физике не обеспечивает должного уровня развития познавательных интересов учащихся. Необходимо, чтобы содержание всех этапов урока физики, начиная с формулировки целей урока, было направлено на формирование познавательного интереса к изучаемой теме, выступающего в качестве одного из ведущих мотив учения. Вместо того, чтобы бесстрастно объявлять тему урока, как это нередко бывает на практике, можно использовать такой прием, как привлечение самих учащихся к формулировке целей урока, и в ходе обсуждения предложенных ими вариантов подвести к такой формулировке цели, в которой бы раскрывалась также практическая значимость учебного материала новой темы или решаемых на уроке физических задач.

Разумеется, в зависимости от возраста учащихся, уровня подготовки класса, особенностей темы урока такую формулировку целей при объявлении темы урока может дать и сам учитель. Например, на уроке «Решение задач по теме “Параллельное соединение проводников”» при объявлении цели урока необходимо не просто сказать, что мы будем сегодня учиться решать качественные и расчетные задачи по данной теме, а пояснить, что будем учиться рассчитывать основные величины, характеризующие участок цепи с параллельным соединением проводников, выясним, как изменяются эти величины в зависимости от числа проводников и что может случиться, если в квартире одновременно включить параллельно много потребителей электроэнергии.

Практико-ориентированную направленность можно придать также и содержанию задач, решаемых по теме на уроке. К сожалению, в упражнении 17 по данной теме [2, с. 101] задачи сформулированы без привязки к конкретной практической ситуации. А между тем даже на базовом уровне можно было бы предложить, например, такую задачу: «К сети напряжением 220 В подключена мультиварка с общим сопротивлением 40 Ом. Как изменится сила тока в общем участке подводящих проводов при включении в этой квартире в ту же сеть электрического утюга сопротивлением 30 Ом? К каким последствиям это может привести, если допустимая сила тока в проводах 10 А?». Или такую: «Для увеличения пределов измерения амперметра с сопротивлением катушки 360 Ом к ней подключают резистор (шунт). Какой нужно взять резистор и как его подключить, чтобы общее сопротивление амперметра с шунтом стало 36 Ом?».

Формулировка практико-ориентированных целей урока физики, соответствующее дополнение содержания учебного материала и придание практической направленности решаемым на уроке задачам мотивируют учащихся и создают условия для формирования и развития их познавательных интересов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы методики преподавания физики / В. Г. Разумовский [и др.] ; под ред. А. В. Перышкина, В. Г. Разумовского, В. А. Фабриканта. – М. : Просвещение, 1984. – 398 с.
2. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 8 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский, В. В. Дорофейчик ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2018. – 176 с.

А. С. ИВКОВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ФОРМИРОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗНАНИЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ НА ПОВЫШЕННОМ УРОВНЕ

В связи с постепенным переходом учреждений среднего образования с 2017/2018 учебного года на обновленные учебные программы, возможность изучать физику на повышенном уровне к настоящему времени имеют учащиеся 8–11 классов. Решение основных образовательных целей в классах с повышен-

ным уровнем изучения физики характеризуется определенной спецификой, связанной прежде всего с тем, что в такие классы, как правило, идут учащиеся с более высоким уровнем способностей к естественным наукам и математике. Кроме того, в соответствии с типовыми учебными планами учреждений среднего образования на изучение физики на повышенном уровне в 8–9 классах может выделяться три или четыре часа в неделю, а в 10–11 классах – четыре часа в неделю вместо двух часов в неделю на базовом уровне.

В процессе обучения физике достижение образовательных, воспитательных и развивающих целей осуществляется во взаимосвязи и взаимозависимости, однако ведущая роль, как известно, принадлежит образовательным целям, на основе которых достигаются остальные цели [1]. Важнейшая образовательная цель обучения физике – формирование прочных и осознанных знаний основ физики, в которые входят такие элементы, как экспериментальные факты, понятия, законы, теории, физическая картина мира, методы физических исследований; знаний о возможностях практического использования результатов физической науки; целого ряда конкретных умений и навыков по использованию физических знаний на практике.

В классах с повышенным уровнем изучения физики, как было показано в [2], в качестве приоритетной становится задача усвоения основ физической науки на уровне теоретического обобщения, обеспечивающая как необходимую для данных классов системность знаний, так и развитие особого (физического) стиля мышления учащихся. Формирование знаний на уровне теоретического обобщения предполагает построение курса на основе ведущих теорий как целостных структурных единиц содержания. В структуре физической теории выделяют три составные части: основание, ядро, выводы – и основные элементы содержания: факты, понятия, законы, следствия [3]. В курсе физики первой ступени (7–8 классы) возможно изучение только отдельных элементов теории, как это сделано, например, для некоторых фактов, понятий и следствий молекулярно-кинетической и электронной теорий. Но уже в курсе физики 9 класса возможно формирование знаний о целостной структуре теории и ее предсказательной функции на примере классической механики.

Содержание классической механики в школьном курсе таково, что в нем возможно отразить целостную структуру теории, без чего не будет обеспечено ни формирование теоретического мышления, ни решение других задач обучения на этой ступени. В профильных классах, помимо глубокого рассмотрения экспериментальных оснований и ядра теории, значительное внимание уделяется изучению выводов (следствий) теории и их практического применения, при этом важно, чтобы учащиеся поняли, что теория в физике позволяет из очень небольшого числа исходных принципов и уравнений получить множество конкретных выводов для описываемой предметной области. Конечный смысл теоретических обобщений состоит именно в выводах: они применяются на практике, лежат в основе прикладных наук, технических устройств и т. д.

Таким образом, обобщение знаний на уровне теории предполагает понимание учащимися места основных элементов содержания (фактов, понятий,

законов, следствий) в структуре физической теории. В частности, при формировании знаний по механике поясняется, что идеализированный объект (материальная точка), экспериментальные факты (опыты Галилея, Кавендиша и др.), основные понятия и величины кинематики и динамики входят в основание теории. Законы Ньютона, принцип суперпозиции сил входят в ядро теории. В качестве выводов теории выступают конкретные случаи решения прямой и обратной задач механики: определение положения тел по заданным силам и начальным условиям или определение сил по уравнениям движения; применение законов Ньютона для описания равновесия, законы сохранения импульса и механической энергии.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кульбицкий, Д. И. Методика обучения физике в средней школе : учеб. пособие для студентов физ. специальностей / Д. И. Кульбицкий. – Минск : ИВЦ Минфина, 2007. – 272 с.
2. Ивкович, А. С. Построение курса физики в лицейских классах 12-летней средней школы / А. С. Ивкович // Весн. Брэсц. ун-та. – 2000. – № 4. – С. 51–55.
3. Основы методики преподавания физики / В. Г. Разумовский [и др.] ; под ред. А. В. Перышкина, В. Г. Разумовского, В. А. Фабриканта. – М. : Просвещение, 1984. – 398 с.

А. С. ИВКОВИЧ, А. А. АБРАЖЕВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О КАЧЕСТВЕ ИЛЛЮСТРАЦИЙ В УЧЕБНЫХ ПОСОБИЯХ ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Качество используемых школьниками учебных пособий, выступающих в роли основного учебника по предмету, существенно влияет на эффективность процесса обучения физике. Неотъемлемым элементом содержания учебного пособия является иллюстративный материал, предназначенный не только для иллюстрации изучаемых явлений и устройств, но и для раскрытия сущности описываемых явлений и призванный обеспечить рост интереса к изучаемому материалу, повысить эмоциональный фон урока. В учебных пособиях по физике последних лет иллюстративный материал достаточно обширен и весьма красочен, в целом представлен грамотно в соответствии с принципом научности, соответствует содержанию основного текста и методическому аппарату пособий. Однако даже при издании новых учебных пособий в содержании ряда иллюстраций допущены существенные неточности, о которых необходимо знать учителю физики для их исправления.

Так, в новом учебном пособии по физике для 7 класса (Минск, 2017) в тексте сказано, что лампа на рисунке 9 [1, с. 8] излучает свет, а на изображении лампы на рисунке 9 [1, с. 9] не показано, что лампа излучает свет. На с. 31 того же пособия утверждается, что «и пар, и вода, и лед состоят из одинаковых

молекул», и на иллюстрирующем это утверждение рисунке 48 для пара и воды изображены одинаковые молекулы (состоят из одного атома кислорода и двух атомов водорода), а вот для льда изображено всего 15 атомов кислорода и только 19 атомов водорода [1, с. 31]. При введении понятия поступательного движения в новом учебном пособии для 7 класса используется иллюстрация на рисунке 89 [1, с. 55], а в учебнике физики для 7 класса 2009 г. издания – иллюстрация на рисунке 10 [2, с. 12]. Анализ рисунков показывает, что движение девочки, изображенное на рисунке 89 в новом учебном пособии, не является поступательным, так как девочка на санках изображена здесь движущейся по выпукловогнутой горке, а не по прямой, как в издании 2009 г.

Существенным нарушением внутрипредметных связей является принятый в новых учебных пособиях для 7 и 9 классов подход к изображению векторов сил на соответствующих иллюстрациях: в курсе физики 9 класса [3] на всех рисунках, где даны изображения векторов сил, в надписях указан векторный характер силы (везде дана надпись $\vec{F}$), а вот в курсе физики 7 класса [1] такой вид подписи на рисунках, где изображены силы, отсутствует (везде дана надпись F вместо необходимой надписи $\vec{F}$). Привыкнув к таким изображениям в младших классах, учащимся трудно будет перестроиться в старших классах, где от них потребуется правильное изображение надписи векторов сил.

В новом учебном пособии по физике для 8 класса тщательный анализ графика плавления льда на рисунке 50 [4, с. 32] позволяет выявить ряд неточностей в его построении. Участки АВ и СД, соответствующие нагреванию льда от $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ и воды от $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ (как и участки ДЕ и КМ), изображены верно, так как при постоянной мощности электроплитки и с учетом того, что удельная теплоемкость воды ($c = 4200\text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$) в 2 раза больше удельной теплоемкости льда ($c = 2100\text{ Дж/кг}\cdot^{\circ}\text{C}$), время нагревания воды будет в 2 раза больше, чем льда. В то же время для плавления данной массы льда при $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ требуется, как нетрудно подсчитать, количество теплоты, почти в 8 раз большее ($\lambda = 333000\text{ Дж/кг}$), чем для нагревания той же массы воды от $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Следовательно, при постоянной мощности электроплитки время на плавление льда должно быть в 8 раз больше, чем на нагревание воды, и на графике участок ВС (как и ЕК) должен иметь в выбранном масштабе длину в 32 клеточки, а не 6, как на рисунке 50 [4, с. 32].

Приведенные примеры показывают, что до использования на уроке иллюстрации, представленные в учебных пособиях, должны быть тщательно проанализированы учителем.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 7 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2017. – 168 с.
2. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2009. – 181 с.

3. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 9 кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, А. А. Сокольский, Е. В. Захаревич ; под ред. А. А. Сокольского. – Минск : Нар. асвета, 2019. – 208 с.

4. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 8 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский, В. В. Дорофейчик ; под ред. Л. А. Исаченковой. – Минск : Нар. асвета, 2018. – 176 с.

А. С. ИВКОВИЧ, Н. С. КУЛИНА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО МЕХАНИКЕ НА НОВОМ ОБОРУДОВАНИИ В КЛАССАХ С ПОВЫШЕННЫМ УРОВНЕМ ИЗУЧЕНИЯ ФИЗИКИ

Учащиеся 9 класса с более высоким уровнем подготовки и мотивации к изучению физики в 2019/2020 учебном году получили возможность изучения предмета на повышенном уровне с добавлением одного или двух часов в неделю по сравнению с базовым уровнем. Вместе с тем с этого же года в 9 классе введены новая программа по физике и соответствующее ей обновленное учебное пособие 2019 г. издания. Содержание новой программы и нового учебного пособия, предназначенное как для классов с базовым уровнем, так и с повышенным уровнем изучения физики, определялось на основе концепции отбора минимально необходимого материала, что вылилось в определенное упрощение курса физики 9 класса. Проведенное упрощение затронуло в том числе и содержание фронтальных лабораторных работ по разделу «Механика», изучаемому в этом классе. В частности, вместо работы «Изучение закономерностей равноускоренного движения» предложена более простая работа «Измерение ускорения при равноускоренном движении тела», добавлены перенесенные из курса физики 7 класса работы «Проверка условия равновесия рычага», «Изучение неподвижного и подвижного блоков», «Изучение наклонной плоскости и измерение ее КПД», «Изучение выталкивающей силы», хотя уровень сложности содержания данных работ остался практически таким же, как был в 7 классе.

Результаты исследований в области психологии обучения и педагогическая практика показывают, однако, что для реализации принципов развивающего обучения задания для учащихся должны находиться в «зоне ближайшего развития», следовательно, для учащихся с более высоким уровнем способностей не должны быть слишком простыми. Привести содержание лабораторных работ в соответствие с уровнем развития и подготовки учащихся может помочь постановка работ с использованием нового оборудования для учебного физического эксперимента, которым в последние годы постепенно оснащаются кабинеты физики средних школ.

В состав нового оборудования входит, в частности, разработанный белорусской компанией «Учпромтехно» прибор для изучения законов механики с электронным секундомером и комплектом принадлежностей, представляющий

собой многофункциональный универсальный набор по механике. Входящие в комплект прибора высокочувствительные оптоэлектрические датчики и цифровой секундомер с точностью измерения времени до 0,001 секунды позволяют использовать его для проведения количественных измерений при постановке как демонстрационных опытов, так и фронтальных лабораторных работ по механике.

Для учащихся 9 класса с повышенным уровнем изучения физики на новом оборудовании возможна постановка на более высоком познавательном уровне фронтальной лабораторной работы по изучению равноускоренного движения за счет включения в цель работы не только измерения ускорения, но и определения ряда закономерностей такого движения. Тема работы в этом случае может быть такой – «Измерение ускорения и изучение закономерностей равноускоренного движения тела».

В плане расширения познавательных возможностей учащихся целесообразно провести выполнение работы на основе построения графика зависимости скорости тела от времени, на базе которого можно определить и ускорение, и ряд закономерностей равноускоренного движения. Предварительно до выполнения работы, при постановке демонстрационного опыта по введению понятия мгновенной скорости, следует обратить внимание учащихся, что с помощью одного оптоэлектрического датчика практически измеряется именно мгновенная скорость шарика.

При выполнении работы учащимся предлагается с помощью подъемного механизма установить основание под небольшим углом к горизонту, приподняв левый конец основания, на котором смонтировано пусковое устройство, на высоту 5–8 см. Устанавливая поочередно один датчик, подключенный к гнезду 1 секундомера, работающего в режиме (ONE), на расстоянии 5, 10, 20, 30, 40 и 45 см от нулевой отметки шкалы, учащиеся измеряют промежутки времени (не менее трех раз), в течение которых шарик перекрывал световой пучок, двигаясь в створе датчика ($d_{\text{шарика}} = 22 \text{ мм}$), и рассчитывают модули скорости для каждого положения датчика. Затем устанавливают первый датчик, подключенный к гнезду 1 секундомера, на нулевой отметке шкалы, а второй датчик, подключенный к гнезду 2 секундомера, работающего в режиме (DUBLE), устанавливают поочередно на расстоянии 5, 10, 20, 30, 40 и 45 см от нулевой отметки шкалы и измеряют промежутки времени, за которые шарик проходит соответствующие расстояния. Полученные данные заносятся в таблицу, и по результатам измерений и вычислений строится график зависимости модуля скорости шарика от времени, на основании которого определяется ускорение шарика, подтверждается прямая зависимость мгновенной скорости от времени и определяется соотношение путей (1 : 3 : 5 : ...), проходимых телом за последовательные равные промежутки времени.

М. А. КАЛАВУР

Беларусь, Брэст, УА «БрДУ імя А. С. Пушкіна»

ВЫВУЧЭННЕ ПЕРЫЯДЫЧНАСЦІ ФУНКЦЫЙ У ШКОЛЕ

Перыядычнасць функцый. Як правіла, вывучэнне гэтай уласцівасці функцыі рэкамендуецца ажыццяўляць пры разглядзе трыганаметрычных функцый. Падвесці вучняў да ўласцівасці перыядычнасці функцый можна, выкарыстоўваючы метады мэтазгодных задач.

1. Пры дапамозе адзінкавай акружнасці дакажыце тоеснасці ($\alpha \in \mathbb{R}$):

а) $\sin(\alpha + 2\pi) = \sin \alpha$; б) $\sin(\alpha + 4\pi) = \sin \alpha$;

в) $\sin(\alpha + 6\pi) = \sin \alpha$; г) $\sin(\alpha + 8\pi) = \sin \alpha$.

2. Параўнайце:

а) $\sin(\alpha - 2\pi)$ і $\sin \alpha$;

б) $\sin(\alpha - 4\pi)$ і $\sin \alpha$;

в) $\sin(\alpha - 6\pi)$ і $\sin \alpha$;

3. Ці існуе такі лік α , пры якім выконваецца роўнасць $\sin(\alpha + \frac{2}{3}\pi) = \sin \alpha$?

Вучні падводзяцца да вываду: лікі выгляду $2\pi k$ ($k \in \mathbb{Z}$) – асаблівыя для функцыі сінус. Ім паведамляецца, што гэтыя лікі называюцца перыядамі функцыі, а сама функцыя перыядычнай.

Затым уводзіцца азначэнне: «Функцыя $y = f(x)$ называецца перыядычнай, калі існуе такі лік $T \neq 0$, што пры любым x з абсягу вызначэння функцыі лікі $x - T$ і $x + T$ таксама належаць гэтаму абсягу і выконваецца роўнасць $f(x - T) = f(x) = f(x + T)$ ». У гэтым выпадку лік T называецца перыядам функцыі.

Прыклад. Функцыя $f(x) = \sin x$ з'яўляецца перыядычнай.

$D(f) = \mathbb{R}$. Пры любым $x \in \mathbb{R}$ (лікі $(x + 2\pi) \in \mathbb{R}$ і $(x - 2\pi) \in \mathbb{R}$) сума і рознасць двух сапраўдных лікаў – сапраўдныя лікі. Лікам x , $x \pm 2\pi$ адпавядае адзін і той жа пункт адзінкавай акружнасці, а значыць, і адна і тая ж ардыната – значэнне сінуса, таму $\sin x = \sin(x \pm 2\pi)$.

Лёгка даказаць, што функцыя $y = \sin x$ мае бясконцае мноства перыядаў тыпу $2\pi k$, дзе $k \in \mathbb{Z}$: лікі $4\pi, 6\pi, 8\pi, \dots, -4\pi, -6\pi, -8\pi, \dots$ – перыяды функцыі.

Лік 2π з'яўляецца найменшым дадатным перыядам функцыі сінус.

Такім чынам, калі T – перыяд функцыі, то kT , дзе $k \in \mathbb{Z}$, – таксама перыяд функцыі. Выходзіць, усякая перыядычная функцыя мае бясконцае мноства перыядаў. На практыцы звычайна разглядаюць найменшы дадатны перыяд. Яго іншым разам абазначаюць T_0 .

Уласцівасці перыядычных функцый:

1. Абсяг вызначэння перыядычнай функцыі сіметрычны адносна пачатку каардынат.

2. Для перыядычнай функцыі $y = f(x)$ справядлівая роўнасць $f(x + kT_0) = f(x)$, дзе T_0 – перыяд функцыі, $k \in \mathbb{Z}$.

3. Калі T_0 – перыяд функцыі $y = f(x)$, то любы з лікаў kT_0 , дзе $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, таксама перыяд гэтай функцыі.

4. Калі функцыя $y = f(x)$ перыядычная з перыядам T_0 , то функцыя $y = f(ax)$ таксама перыядычная з перыядам $\frac{T_0}{|a|}$ (пры $a \neq 0$).

5. Калі функцыя $y = f(x)$ перыядычная з перыядам T_0 , то функцыі тыпу $y = -f(x), y = f(-x), y = f(x + a), y = f(x) + b, y = af(x), y = f(x + a) + b$ з'яўляюцца перыядычнымі з тым жа перыядам.

6. Сума, рознасць, здабытак і дзель перыядычных функцый з аднолькавым перыядам з'яўляюцца перыядычнымі функцыямі з тым жа перыядам.

7. Сума перыядычных функцый з рознымі перыядамі з'яўляецца перыядычнай функцыяй толькі тады, калі іх перыяды сувымяральныя.

8. Калі $y = f(x)$ мае перыяд T і дыферэнцаваная, то $f'(x)$ – перыядычная функцыя з тым жа перыядам.

Графік перыядычнай функцыі. Значэнні перыядычнай функцыі праз прамежак, роўны перыяду, паўтараюцца. Гэта асаблівасць выкарыстоўваецца пры пабудове графіка.

Калі T – асноўны перыяд функцыі $y = f(x)$, то для пабудовы яе графіка дастаткова пабудаваць галіну графіка на адным з прамежкаў восі Ox даўжынёй T , а затым ажыццявіць паралельны перанос гэтай галіны па восі Ox на $\pm T, \pm 2T, \pm 3T, \dots$ г. зн. працягнуць яго на ўвесь абсяг вызначэння функцыі.

Калі графік перыядычнай функцыі перамяшчаць уздоўж восі Ox на адрэзак, даўжыня якога роўная $\pm T \pm kT$ ($k \in \mathbb{N}$), то ўсякі раз новы графік сумесціцца са сваім першапачатковым становішчам.

Карысна разгледзець з вучнямі прыклады неперыядычных функцый:

1. Функцыя $y = \sqrt{x}$ ($D(y) = [0; +\infty)$) неперыядычная, таму што абсяг вызначэння не сіметрычны адносна пачатку каардынат.

2. Функцыі $y = 3x^2, y = x^2 + 4x - 5, y = \frac{1}{x}$ неперыядычныя, паколькі маюць толькі па два прамежкі манатоннасці. Асноўнай асаблівасцю перыядычных функцый з'яўляецца паўтаральнасць іх лікавых значэнняў праз роўныя прамежкі змянення значэнняў аргумента.

Для актывізацыі разумовай дзейнасці вучняў пры вывучэнні тэарэтычнага матэрыялу рэкамендуецца прапаноўваць вучням праблемныя пытанні.

1. Ці можа перыядычная функцыя: а) быць нарастальнай на ўсім абсягу вызначэння? б) мець толькі два прамежкі манатоннасці? (Не.)

2. Ці можа перыядычная функцыя мець толькі адзін перыяд? (Не.)

3. Прывядзіце прыклады перыядычных працэсаў у прыродазнаўстве, фізіцы і адпаведных ім функцый.

4. Ці правільныя сцвярджэнні: а) Калі графік функцыі f мае дзве восі сіметрыі $x = a$ і $x = b$ ($a < b$), то f – перыядычная (Так.); б) Калі функцыя f – перыядычная, то $g(x) = |f(x)|$ – перыядычная функцыя (Так.); в) Калі функцыя f – перыядычная, то $g(x) = f(|x|)$ – перыядычная функцыя? (Не, напрыклад, $f(x) = \sin x$ – перыядычная, а $g(x) = \sin |x|$ – неперыядычная.)

5. Прывядзіце прыклад перыядычнай функцыі, якая з’яўляецца сумай (рознасцю) дзвюх неперыядычных функцый. (Напрыклад, $f(x) = (-2x - 3) + (2x + 5)$; $f(x) = 2$ – перыядычная функцыя.)

Для далейшага тлумачэння і замацавання вывучанага матэрыялу рэкамендуецца разнастайныя практыкаванні. Іх падбор для канкрэтнага класа залежыць ад мэтай навучання (агульнаадукацыйная школа, ПТВ і г. д.), матэматычных здольнасцяў і цікавасці вучняў да матэматыкі. Прывядзем прыклады практыкаванняў.

1. Вылічыце: $\sin 2600^\circ, \cos 1700^\circ, \operatorname{tg} 1470^\circ, \sin(-420^\circ), -\operatorname{tg}(-120^\circ)$.

2. Ці з’яўляецца перыядычнай функцыя:

$$f(x) = -x^2, g(x) = 3, h(x) = \frac{1}{x}, l(x) = \cos 5x?$$

3. Знайдзіце перыяд функцыі $y = \cos 3x$.

Заўвага. Перыяд функцыі можна знайсці, карыстаючыся ўласцівасцю 4.

4. Знайдзіце найменшы дадатны перыяд функцыі $y = \cos^2 x$.

Н. А. КАЛЛАУР, Л. Н. МОЩИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СПОСОБСТВОВАНИЕ РАЗВИТИЮ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ С ПОМОЩЬЮ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Решение стереометрических задач способствует развитию логико-алгоритмического мышления, так как при решении большинства задач используются четкие алгоритмы, а также применяются такие логические приемы, как синтез и анализ.

Анализ – логический прием, с помощью которого изучаемый предмет мысленно расчленяется на части, каждая из которых затем рассматривается отдельно. В случае необходимости эти части опять могут быть расчленены на другие части и т. д., следовательно, процедура разложения целого на части производится до получения элементарных и уже известных предметов.

В процессе умственной работы приходится делать и обратную мыслительную операцию – отдельные части или элементы, полученные при анализе, соединять в целое. Логический прием объединения отдельных элементов или частей в целое, обогащенное новыми знаниями, называется синтезом.

Решение математической задачи состоит из отдельных шагов. Решить математическую задачу – значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, аксиом, теорем, правил, законов, свойств, формул), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточные результаты решения), получаем то, что требуется найти в задаче, – ответ. Математическое доказательство – тоже цепочка логических следствий из аксиом, определений, ранее доказанных теорем до требуемого заключения. Таким образом, при доказательстве теоремы мы сводим ее к ранее доказанным теоремам, а те, в свою очередь, еще к другим. Каждый шаг доказательства состоит из трех частей:

- 1) предложение, на основе которого производится этот шаг доказательства (аксиомы, определения, теоремы);
- 2) логическое рассуждение на основе аксиом, определений, ранее доказанных теорем;
- 3) логический вывод из этого рассуждения.

Таким образом, любая задача элементарной геометрии является, по существу, теоремой, а ее решение – доказательством.

При решении задач следует строить общие схематические модели решения задач, т. е. алгоритмы. Алгоритм составляется совместно с учащимися, так как через напряжение умственных сил развиваются логико-алгоритмическое мышление учащихся и их способность к прогнозированию. Также это увеличивает долю самостоятельности учащихся и учит их действовать в новой, незнакомой ситуации.

Алгоритм решения задачи может выглядеть следующим образом:

1. Прочитать задачу.
 2. Выделить условие и вопрос.
 3. Сделать по условию чертеж.
 4. Отметить на чертеже данные и искомые величины. Проанализировать данные, выявить связи между ними и все возможные расположения фигур.
 5. Подумать, что надо знать, чтобы ответить на вопрос задачи. Записать формулу для искомой величины (формула может быть выведена из теоремы, из условия задачи, из треугольника на чертеже, из частных методов решения элементарных задач).
 6. Неизвестные величины в этой формуле подчеркнуть.
 7. Записать выражения (формулы) для нахождения этих подчеркнутых величин (или выведенные из теорем, или из условия задачи, или из треугольника на чертеже, или из частных методов решения элементарных задач).
 8. А теперь можно ответить на вопрос задачи? (Действия по контролю.)
- Продолжать до тех пор, пока можно будет ответить на вопрос задачи.

9. Подставить найденные подчеркнутые величины в формулу для искомой величины. Произвести вычисления.

10. Записать ответ.

Такой план можно записать учащимся в виде памятки. Действие в соответствии с ним дисциплинирует мышление в процессе решения задач, дает представление об эстетике решения в задаче, позволяет оценивать рациональность найденного решения.

Решая задачи, совместно с учащимися постепенно можно составлять общий алгоритм аналитического решения задачи, дополняя его новыми пунктами и подпунктами. Впоследствии алгоритм может сильно разветвиться, а значит, охватить больший объем задач. В итоге алгоритм можно представить в виде блок-схемы.

Самостоятельное составление алгоритма решения задачи не только развивает логико-алгоритмическое мышление, но и способствует формированию некоторых других умений и навыков у учащихся. К ним относятся:

- умение абстрагировать конкретные количественные отношения и формализовать изучаемый материал;
- навык устной и письменной речи;
- умение сокращать процесс рассуждений (применять уже полученные с помощью рассуждений способы и методы);
- умение выделять основные аспекты из изучаемого материала, строить логическую структуру;
- пространственное мышление;
- гибкость мышления (умение переключаться между различными выполняемыми действиями, находить нестандартные варианты решения задач и способы реализации идей);
- умение последовательно рассуждать, применяя логические приемы;
- умение решать задачи как в числах, так и с использованием параметров, не привязывая отыскание решения задачи только к вычислению.

Данные навыки полезны как при решении школьных задач, так и вне школы в повседневной жизни.

Алгоритмизация решения задач позволяет облегчить учащимся восприятие задач, упорядочивать хаотически разбросанные данные, что позволяет тратить меньшие волевые усилия для восприятия задачи.

Использование анализа и синтеза может выступать в разных формах. Так, например, анализ при решении задачи можно применить следующим образом:

1. Движение в рассуждении от искомого к исходным данным.
2. Расчленение целого на части.

Синтез же применяется с точностью наоборот:

1. Движение в рассуждениях от исходных данных к искомому.
2. Объединение частей в одно целое, выделение их общих характеристических свойств.

Также для упрощения процесса поиска решения и самого решения задачи можно представить учащимся основные типы базовых задач и способы их решения.

Типизация базовых задач способствует умению учащихся расчленять задачу на более мелкие подзадачи и логически выстраивать свою работу над решением.

Можно выделить следующие базовые типы стереометрических задач:

1. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости и расстояние между скрещивающимися прямыми.

- Расстоянием от точки до прямой в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную прямую (рисунок 1).

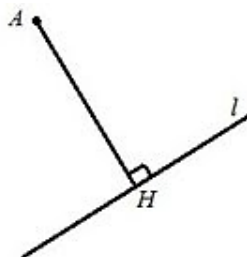


Рисунок 1 – Расстояние от точки A до прямой l

Для нахождения расстояния от точки A до прямой l перпендикуляр AH , опущенный из данной точки на данную прямую, представляют в качестве высоты треугольника, одной вершиной которого является точка A , а сторона BC , противоположная этой вершине, лежит на прямой l . Зная стороны этого треугольника, можно найти и его высоту.

- Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость (рисунок 2).

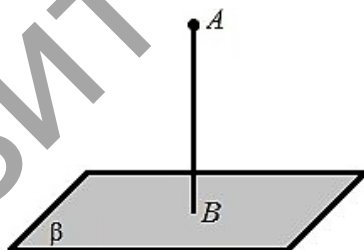


Рисунок 2 – Расстояние от точки A до плоскости β

- Расстоянием между двумя непересекающимися прямыми в пространстве называется длина общего перпендикуляра, проведенного к этим прямым (рисунок 3).

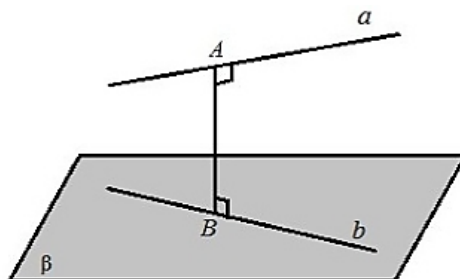


Рисунок 3 – Расстояние между прямыми a и b

Для нахождения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми используют следующие теоремы.

Теорема 1. Если две скрещивающиеся прямые лежат в параллельных плоскостях, то расстояние между ними равно расстоянию между этими плоскостями.

Теорема 2. Если ортогональная проекция на плоскость π переводит прямую a в точку A' , а прямую b в прямую b' , то расстояние AB между скрещивающимися прямыми a и b равно расстоянию $A'B'$ от точки A' до прямой b' (рисунок 4).

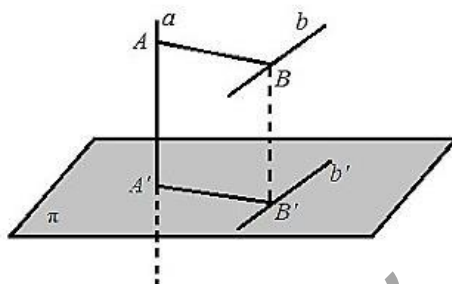


Рисунок 4 – Расстояние между прямыми a и b

2. Угол между прямыми, между прямой и плоскостью.

- Углом между двумя пересекающимися прямыми в пространстве называется наименьший из углов, образованных лучами, лежащими на этих прямых, с вершиной в точке их пересечения (рисунок 5).

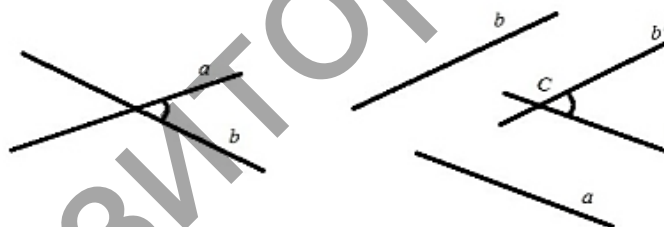


Рисунок 5

Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным (рисунок 5).

Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90° .

- Углом между прямой и плоскостью называется угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость (рисунок 6).

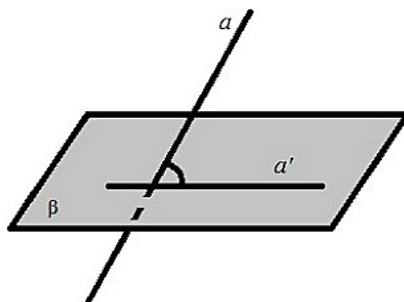


Рисунок 6 – Угол между прямой a и плоскостью β

3. Угол между плоскостями.

Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных соответствующими полуплоскостями (рисунок 7).

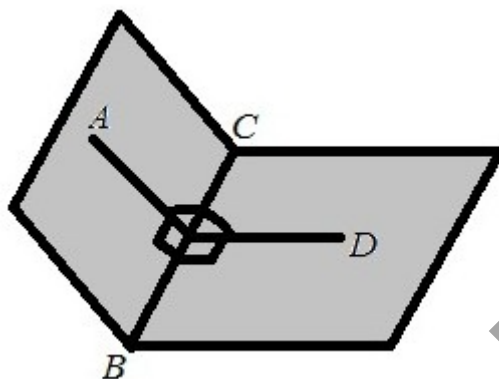


Рисунок 7 – Угол между плоскостями

Двугранный угол измеряется соответствующим ему линейным углом.

Две плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90° .

М. А. КАЛЛАУР, К. В. КРИКУНОВА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ ПРЕЗЕНТАЦИЙ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Использование презентации на отдельном этапе или этапах урока зависит от содержания этого урока и цели, которую ставит учитель. Презентации могут применяться на различных этапах урока: на этапе актуализации знаний, при изложении нового материала, закреплении, контроле, проверке и даче домашнего задания. Проиллюстрируем эту часть работы собственными слайдами из презентации «Пространственные фигуры». Данная презентация может применяться на этапе объяснения нового материала и закрепления изученного материала.

При изучении новой темы можно провести урок-лекцию с применением презентации, позволяющей акцентировать внимание учащихся на значимых моментах излагаемой информации [1].

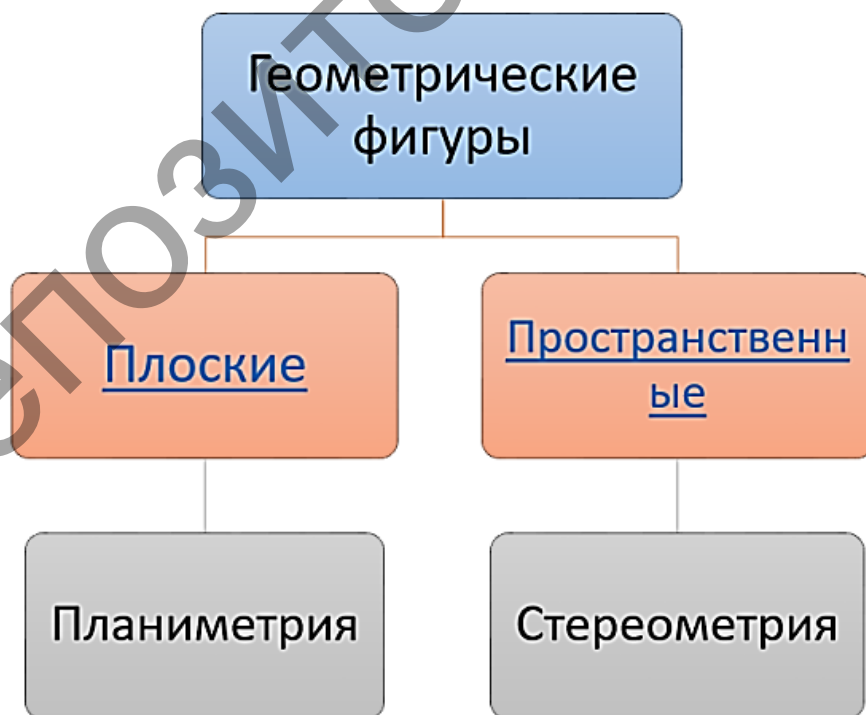
Объявление темы урока сопровождается демонстрацией слайда, на котором представлена тема урока «Пространственные фигуры». Далее учащимся показывается план урока (слайд 2).

Актуализацию знаний проводим при помощи фронтального опроса, в ходе которого учащиеся называют примеры плоских и пространственных фигур (слайды 3–5).

Содержание

- [Геометрические фигуры](#)
- [Плоские фигуры](#)
- [Пространственные фигуры](#)
- [Многогранник](#)
- [Призма](#)
- [Пирамида](#)
- [Цилиндр](#)
- [Конус](#)
- [Шар](#)
- [Упражнение](#)
- [Задачи](#)

Слайд 2



Слайд 3

Плоские фигуры



Слайд 4

Пространственные фигуры

Пространственная фигура – это фигура, не все точки которой лежат в одной плоскости.

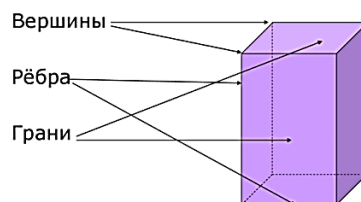


Слайд 5

Далее идет подробное знакомство учащихся со всеми запланированными для изучения пространственными фигурами (слайды 6–21). На слайде учащимся предоставляется определение пространственной фигуры и ее наглядное изображение, на котором обозначены все основные элементы данной фигуры. За счет этого чертежи в тетрадях обучающихся значительно улучшаются, так как чертеж, представленный на слайде, более четкий, и мелкие детали изображения хорошо видны с любой парты.

Многогранник

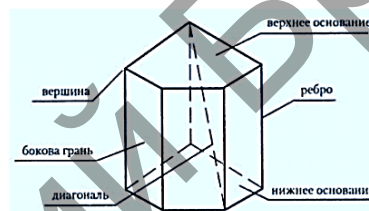
Многогранник – тело, ограниченное плоскими многоугольниками.



Слайд 6

Призма

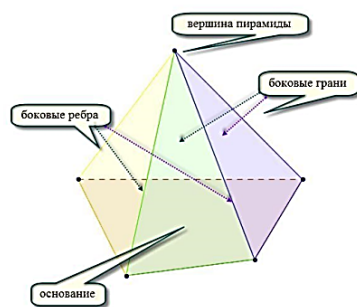
Призма – многогранник, две грани которого – равные n -угольники, а остальные n граней – параллелограммы.



Слайд 7

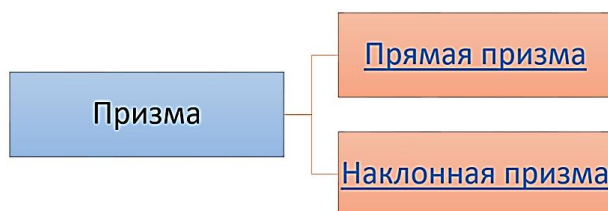
Пирамида

Пирамида – многогранник, одна грань которого – многоугольник, а остальные являются треугольниками с общей вершиной.



Слайд 14

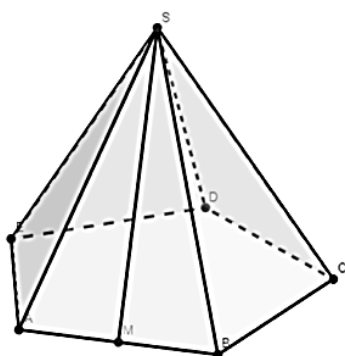
При объяснение новой темы удобно использовать различные схемы и диаграммы для структурирования информации (слайд 3, 9).



Слайд 9

Практически на всех слайдах презентации применена анимация, благодаря которой информация идет последовательно, слайд постепенно заполняется текстом и рисунком. Это необходимо для предоставления самостоятельного формулирования учениками определения, теоремы или алгоритма решения задачи. Особенно удобно использовать анимацию при доказательстве теоремы (слайд 18).

Доказательство Теоремы 2



Дано: SAEDCBM – правильная пирамида;

SA = a;

SM – апофема пирамиды

Доказать: $S_{б.п} = \frac{1}{2} * P * a$

Доказательство

1. Площадь боковой грани:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} * AB * SM = \frac{1}{2} * AB * a, \text{ где } SM \perp AB.$$

2. Боковая поверхность правильной n-угольной пирамиды состоит из суммы n таких площадей S_{ABC} :

$$S = \frac{1}{2} * AB * a * n = \frac{1}{2} * (AB * n) * a = \frac{1}{2} * P * a$$

Теорема доказана.

Слайд 18

Алгоритм доказательства теоремы с помощью презентации:

1. Прочитать теорему, выделить условие и заключение теоремы.
2. На слайде с помощью анимации появляется: что дано, рисунок и что надо доказать.
3. Показ слайдов остановлен. Фронтальная работа над идеей доказательства.
4. Следующий этап доказательства зависит от подготовленности класса. Если класс сильный, то учащимся можно предоставить время на самостоятельное доказательство теоремы. После этого показываем доказательство с помощью презентации и обобщаем. Если класс слабый, то вместе с учителем доказываем теорему и выполненные действия последовательно демонстрируем на слайде.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саранцев, Г. И. Современный урок математики / Г. И. Саранцев. – Минск, 2006. – 55 с.

Н. А. КАЛЛАУР, Ю. В. УГЛЯНЕЦ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕЗЕНТАЦИЙ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В 10–11 КЛАССАХ

Урок с применением информационно-коммуникационных технологий требует от учителя немалой подготовки методических материалов, зато составленные таблицы, схемы, наглядные пособия могут многократно работать на следующих занятиях. Это помогает улучшить организацию урока, разнообразить его формы, повысить качество контроля знаний учащихся.

При использовании на уроке компьютерных презентаций структура урока принципиально не изменяется. В нем по-прежнему сохраняются все основные этапы, изменяются, возможно, только их временные характеристики. Подобные уроки помогают решить следующие дидактические задачи:

- усвоить базовые знания по предмету;
- систематизировать усвоенные знания;
- сформировать навыки самоконтроля;
- сформировать мотивацию к учению в целом и к определенному предмету в частности;
- оказать учебно-методическую помощь учащимся в самостоятельной работе над учебным материалом.

Будущее компьютерных технологий в школе напрямую зависит от того, насколько продуман начальный период их внедрения в учебный процесс.

Использование мультимедийного проектора, демонстрация или фронтальная работа с классом на уроке дают наглядное представление, но более полное раскрытие возможностей мультимедийных технологий на уроке достигается, на наш взгляд, в индивидуальной работе каждого учащегося с интерактивным продуктом.

Методика использования мультимедиа технологий предполагает:

- совершенствование системы управления обучением на различных этапах урока;
- усиление мотивации учения;
- улучшение качества обучения и воспитания, что повысит информационную культуру учащихся;
- повышение уровня подготовки учащихся в области современных информационных технологий;
- демонстрацию возможностей компьютера не только как средства для игры.

Мультимедийные технологии могут быть использованы:

1. Для объявления темы. Тема урока представлена на слайдах, в которых кратко изложены ключевые моменты разбираемого вопроса.

2. Как сопровождение объяснения учителя. Используются специально для конкретных уроков мультимедийные презентации, содержащие краткий текст, основные формулы, схемы, рисунки, видеофрагменты.

При использовании мультимедиапрезентаций в процессе объяснения новой темы достаточно линейной последовательности кадров, в которой могут быть показаны самые выигрышные моменты темы. На экране могут также появляться определения, схемы, которые ребята списывают в тетрадь, тогда как учитель, не тратя время на повторение, успевает рассказать больше. Переход от кадра к кадру в этом случае запрограммирован только по нажатию клавиш или по щелчку мышью, без использования автоматического перехода по истечении заданного времени, поскольку время, требуемое для восприятия учащимися того или иного кадра с учетом дополнительных объяснений, может быть различным в зависимости от уровня подготовки учащихся.

3. Как информационно-обучающее пособие. В обучении особенный акцент ставится сегодня на собственную деятельность ребенка по поиску, осознанию и переработке новых знаний. Учитель в этом случае выступает как организатор процесса учения, руководитель самостоятельной деятельности учащихся, оказывающий им нужную помощь и поддержку.

4. Для контроля знаний. Использование компьютерного тестирования повышает эффективность учебного процесса, активизирует познавательную деятельность школьников. Тесты могут представлять собой варианты карточек с вопросами, ответы на которые ученик записывает в тетради или на специальном бланке ответов; по желанию учителя смена слайдов может быть настроена на автоматический переход через определенный интервал времени.

При создании теста с выбором ответа на компьютере можно организовать вывод реакции о правильности (неправильности) сделанного выбора или без указания правильности сделанного выбора. Можно предусмотреть возможность повторного выбора ответа. Такие тесты должны предусматривать вывод результатов о количестве правильных и неправильных ответов. По результатам таких тестов можно судить о степени готовности и желании учеников изучать данный раздел.

Особого внимания требует вопрос совместного использования мультимедийных презентаций и рабочих тетрадей. На наш взгляд, не следует опираться только на возможности компьютера, хотя он предоставляет великолепные средства для наглядного и красочного представления информации по изучаемой теме. Тексты основных определений и другие основополагающие сведения все же должны остаться у учащихся в виде «бумажной копии». При решении задач, в которых требуется выполнить самостоятельно какие-либо вычисления и вписать в указанные места готовые ответы, также желательно делать это в рабочей тетради. Функции мультимедийных презентаций и рабочих тетрадей строго разделены и дублировать друг друга должны только там, где это действительно необходимо.

Для обеспечения эффективности учебного процесса необходимо:

- 1) избегать монотонности, учитывать смену деятельности учащихся по ее уровням: узнавание, воспроизведение, применение;
- 2) ориентироваться на развитие мыслительных (умственных) способностей ребенка;
- 3) учитывать фактор памяти ребенка (оперативной, кратковременной и долговременной).

Конкретно рассмотрим использование презентаций на уроке изложения нового материала по теме «Функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ ». Для начала объявляется тема урока (слайд 1). Для изучения данной темы повторяем необходимый материал с помощью решения заданий. На следующем слайде даются два задания, а после озвучивания учащимися решения на экране появляются ответы.

Далее на слайдах будут определения и основные свойства данных функций с поэтапным появлением на экран с помощью анимации. На слайде после свойств показан график и далее примеры с их решением, которое также появляется поэтапно. Аналогично рассматривается и функция $y = \operatorname{ctg} x$. Затем решаются задания с поэтапным появлением хода решения.

После этого на слайде появляются номера заданий из учебника, которые необходимо выполнить. Учащиеся выходят к доске с учебниками и выполняют. Затем на экране появляются вопросы на определение понимания изученной темы, на которые учащиеся отвечают, подняв руки. Последний слайд – домашнее задание.

На таком уроке затрачивается меньше времени на изложение, так как учитель контролирует обстановку в классе, не чертит графики и не записывает рассматриваемые примеры на доске. Это время можно посвятить выполнению заданий для лучшего усвоения материала.

Урок проверки и оценки знаний также можно проводить с помощью презентаций. Например, на уроке по теме «Тригонометрические уравнения» используем презентацию для фронтальной работы: учащиеся называют решение, а после нажатия на экране появляется ответ. В данной работе должны быть задействованы все ученики. Затем выполняется самостоятельная работа по вариантам, которая находится на слайде презентации. После решения учащиеся обмениваются тетрадями и с помощью ответов, которые находятся на последующем слайде, исправляют ошибки друг у друга.

После этого ученики решают пример и проверяют его по решению на слайде, которое появляется поэтапно. В конце урока на слайде появляется самостоятельная работа с последующей сдачей ее решения учителю.

Учащиеся записывают домашнее задание в тетради. На последнем слайде подведены итоги урока.

На данном виде урока учащиеся выполняют задания и с помощью презентаций проверяют правильность решения. Также с помощью показа решения уравнения они видят правильность хода своего решения.

Целесообразной будет презентация и на уроках обобщения. Рассмотрим это на теме «Логарифмические уравнения». Обобщение происходит с помощью презентации «Своя игра». В ней даны 4 блока тем с разным уровнем сложности. Учащиеся делятся на две команды и выбирают блок и сложность задания.

Данная презентация будет выполняться с помощью гиперссылок. Новизна такого проведения урока привлечет внимание и заинтересует учащихся.

С. Н. КАСПАРОВА, В. П. МАНИНА, А. А. СОЗОНЕНКО

Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода»

РАЗВИТИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Математику уже затем учить
надо, что она ум в порядок приводит.

М. В. Ломоносов

Современные преобразования в жизни общества направлены на изменение наших представлений о целях образования и путях их достижения. Взамен классической системе передачи знаний, умений и навыков от учителя к учащимся приходит система самоорганизации, саморазвития, самосовершенствования. Однако во все времена одной из приоритетных задач начального образования была задача «научить учиться». Как же не потерять накопленный бесценный опыт прошлого и построить перспективное будущее на основе новых взглядов и свежих идей? Реализовать поставленную цель можно благодаря развитию системы универсальных учебных действий (далее – УУД).

Понятие «универсальные учебные действия» – это:

1) в широком значении умение учиться, т. е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта;

2) в узком значении совокупность способов действия учащегося, обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса.

В составе основных видов УУД, соответствующих ключевым целям общего образования, можно выделить четыре блока.

1. Личностные – обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся.

2. Регулятивные – обеспечивают учащимся организацию их учебной деятельности.

3. Познавательные – обеспечивают овладение самостоятельными эффективными способами работы с информацией;

4. Коммуникативные – обеспечивают социальную компетентность и учет позиций других людей по общению и деятельности [1, с. 27].

Рассмотрим УУД на уроках в начальной школе.

1. Задания для формирования и развития личностных универсальных учебных действий:

- участие в проектах;
- выполнение творческих заданий;
- решение жизненных ситуаций;
- ведение дневников достижений.

Проектная деятельность. Учащимся предлагается выполнить совместный проект и построить идеальный «Город будущего», обязательное условие – сохранить все достопримечательности. Каждому путем жеребьевки достается одна улица города, в котором живут учащиеся. Учащиеся подробно изучают улицу и достопримечательности. Затем в технике коллажа и рисунка создают свою улицу и благоустраивают. Все части в итоге соединяют в одно большое полотно – карту. Определяют, сколько потребуется материалов, какая площадь, какие кроки выполнения работы и т. д. Все данные вносят в таблицу и выводят на диаграмму.

2. Задания для формирования и развития регулятивных универсальных учебных действий:

- взаимоконтроль и рефлексия;
- письмо по памяти;
- игры «Установи последовательность», «Поднимись на вершину», «Преднамеренные ошибки»;
- маршрутные листы;
- сверка работы с эталоном.

Реализация на практике на примере урока математики.

На слайде запись. Учащимся предлагается поиграть в игру «Преднамеренные ошибки». Задание найти и выписать слова среди напечатанных без пробелов букв, затем исправить ошибки. Затем сложить все числа порядкового номера буквы в алфавите.

КАМВАРАБЕЙЛИ (воробей).

В-3 О-16 Р-18 О-16 Б-2 Е-6 Й-11 = 3 + 16 + 18 + 16 + 2 + 6 = 61.

НУГОРАТШУ (город).

ДЕТУКОРОНДАШЯЛ (карандаш).

3. Диагностика, формирование и развитие познавательных универсальных учебных действий осуществляется с помощью следующих заданий:

- лабиринты и цепочки;
- поиск отличий и сходств;
- работа со словарями и различными видами таблиц;
- решение задач с избытком и недостатком информации;
- игры «Отгадай задуманное», «Вычисли и расшифруй».

Реализация на практике на примере еще одного урока математики.

На доске запись. Учащимся предлагается самостоятельно выбрать одну цепочку и выполнить задание.

1-я цепочка: списать примеры, найти «третье лишнее», обозначить.

2-я цепочка: списать числа, найти «закономерность», продолжить ряд.

3-я цепочка: по порядковым номерам букв в алфавите отгадать слова – названия чисел второго десятка, умножить, получить результат.

Каждому учащемуся предлагается поиграть в игру «Шифровальщик».

За основу берется какое-то математическое слово, каждая буква находится под шифром. Для того чтобы отгадать слово, необходимо решить пример, соотнести ответ с буквой. В итоге появится слово.

A 25 + 10	C 60 – 50
У 47 – 13	М 8 · 9
10 34 35 35 72	
С У М М А	

4. Задания для диагностики, формирования и развития коммуникативных универсальных учебных действий:

- инсценировка и драматизация «В стране Арифметика»;
- игра «Веселый счет»;
- игры «Отгадай, о ком говорим», «Ассоциации»;
- «Цифровая поэзия», «Зеркальные числа».

Одним из эффективных способов развития коммуникативных УУД являются инсценировки и драматизации. Учащимся предлагается разыграть ранее изученное произведение С. Я. Маршака «Двенадцать месяцев». Яркость образов и необычный стиль исполнения всегда привлекают внимание младшего школьника. Для инсценировок можно использовать теневой, пальчиковый и кукольный театр, фотосъемку и монтаж мультфильмов с озвучиванием детскими голосами, создание видеороликов с участием детей по сюжетам известных сказок.

Таким образом, универсальные учебные действия – это целостная система. Для достижения эффективных результатов необходимо проводить работу над формированием УУД у учащихся в постоянном деятельностном режиме.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли : пособие для учителя / А. Г. Асмолова. – М. : Просвещение, 2010. – 152 с.
2. Кузнецова, О. В. Развитие универсальных учебных действий обучающихся средствами проектно-исследовательской деятельности / О. В. Кузнецова, Н. В. Дудырева // Упр. нач. школой. – 2011. – № 6. – С. 31–40.
3. Осипова, Н. В. Показатели сформированности универсальных учебных действий обучающихся / Н. В. Осипова, И. А. Головинская, С. В. Брюханова // Упр. нач. школой. – 2010. – № 10. – С. 26–33.

Л. В. КИСЛЯК

Беларусь, Брест, Г УО «Средняя школа № 7 г. Бреста»

СПЕЦИФИКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ УРОКА НЕМЕЦКОГО ЯЗЫКА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕСУРСОВ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

В настоящее время информационно-коммуникационные технологии (ИКТ) интенсивно внедряются во все сферы нашей жизни, в том числе и в сферу образования. Однако перед использованием ИКТ стоит задаться вопросом, насколько обоснованно использование информационных технологий на конкретном этапе урока, какую цель ставит учитель, используя ту или иную информационную технологию, с учетом санитарных норм для разных возрастов учащихся.

Использование интернет-ресурсов на уроках иностранного языка стало неотъемлемой частью учебного процесса. Оно расширяет зону индивидуальной активности каждого учащегося, а значит, делает урок более насыщенным и эффективным.

Можно выделить два основных направления работы с интернет-ресурсами:

- непосредственная работа на уроке в сети Интернет, требующая наличия рабочего места и достаточно качественной интернет-связи в хорошей скорости;
- работа с материалами из сети Интернет.

По содержанию это могут быть тренажеры фонетики, лексики, грамматики, тестирующие и контролирующие программы, предметно ориентированные среды, справочники и энциклопедии, информационно-поисковые системы, а также сайты массмедиа. Для обучения иностранным языкам могут использоваться любые интернет-ресурсы на иностранном языке, которые создают языковую среду в зависимости от цели обучения.

Обучение восприятию и пониманию иноязычной речи на слух, чтению, письму может быть организовано с использованием различных интернет-ресурсов. Существуют сайты с синтезаторами речи, превращающими печатный текст в звук, например <http://www.bell-labs.com> (7 языков). Получение культуроведческих знаний, включающих в том числе этикет, особенности речевого поведения и традиций народов стран изучаемого языка, можно осуществлять практически на любых интернет-ресурсах, где основным является изучаемый иностранный язык. Конечно, нужно доверять носителю информации, поэтому предпочтительнее выбирать интернет-ресурсы, например массмедиа, стран изучаемого языка.

Все газеты имеют свои сайты, где можно познакомиться с материалами онлайн, выбирая статьи по уровню подготовленности учащихся. Например, для немецкого языка это <http://www.spiegel.de>, <http://www.m.faz.net>, <http://www.welt.de>, <http://www.bild.de>. При этом используются не только «живые», но и «горячие» материалы. Если учащиеся владеют иностранным языком на уровне A2 и выше, то началом урока может быть обсуждение свежей новости из страны изучаемого языка. Например, с сайта <http://www.dw.com>.

Для развития межкультурных компетенций имеет смысл работать некоторое время над темой, например «Образование», изучая проблему и делая упор на различия между нашей страной и странами изучаемого языка. В процессе работы над темой могут изучаться не только статьи, но и результаты опроса жителей немецкоязычных стран и Беларуси, позиции разных слоев населения (например, соцопросы), проводится дискуссия или конференция, на которой будет видна работа каждого учащегося или группы учащихся. Таким образом, на основе информации, полученной из первых рук, участник образовательного процесса оказывается вовлеченным в гущу мировых событий, пробует себя в роли не только потребителя, но и поставщика информации.

Обучению письму может способствовать работа над усвоением лексики и грамматики на сайтах, выполнение тренировочных упражнений по фонетике, лексике, грамматике, особенно при нехватке учебного времени для закрепления грамматических навыков, если учащийся испытывает трудности, например, в употреблении какой-либо лексики или грамматического правила. Огромное

значение имеет также участие в международном обмене. Например, у ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста» установлены многолетние связи со школой Кле-стерле из г. Равенсбурга. Сначала у учащихся завязывалась переписка, а уже по- том происходил обмен с проживанием в семьях, что способствовало сближению учащихся Германии и Беларуси, изучению культуры двух стран изнутри. Уча- стие в совместных мероприятиях позволяло углублять эти связи, исправляя главный недостаток интернет-общения – недостаточную его глубину. Присут- ствие реального собеседника, пусть и находящегося на большом расстоянии, ведет к обогащению общения, делает речь учащихся более выразительной, повышает мотивацию к изучению иностранного языка. Не секрет, что самое большое количество ошибок на продвинутом уровне связано именно с употребле- нием лексики. До перехода к интернет-общению целесообразно выполнять такие задания, как, например, составление писем сверстникам.

Правильно организованная работа с интернет-ресурсами развивает мета- предметные навыки, связанные с мыслительными операциями анализа, синтеза, абстрагирования, вербального и смыслового прогнозирования, сравнения и др., развивает социальные (способность работать в группе), психологические (уве- ренность в себе) качества.

С точки зрения методики уроки иностранного языка с использованием интернет-ресурсов могут быть уроками демонстрационного типа, учебным заня- тием с компьютерной поддержкой, где за компьютером работает группа уча- щихся по определенной проблеме, традиционным уроком с использованием интернет-ресурсов, например образовательных сайтов, и нетрадиционными формами занятий: мультимедийная лекция, виртуальная экскурсия и др.

При подготовке к уроку с использованием интернет-ресурсов учитель должен отобрать необходимый материал, при необходимости структурировать его, сформулировать вопросы и задания. При организации уроков необходимо соблюдать гигиенические требования к образовательному процессу, изложенные в санитарных нормах и постановлении Министерства здравоохранения № 70 от 30.05.2006, регламентирующие длительность работы с персональным компьюте- ром, режим проветривания, отдых, выполнение упражнений, предотвращающих утомление.

Таким образом, использование ИКТ расширяет возможности каждого учащегося, однако главными все же остаются фигуры учителя и ученика, а ИКТ являются лишь вспомогательным средством обучения.

О. А. КОТЛОВСКИЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Физика – одна из самых сложных и важных, формирующих мировоз- зрение учащихся дисциплин школьной программы. Однако в последние годы качество физического образования в школе неуклонно снижается. Одна из

причин данной проблемы – это слабая мотивация изучения физики, снижение значимости ее для учащихся. Число абитуриентов, выбравших физику как один из предметов ЦТ, неуклонно падает (2017 г. – 30 132, 2018 г. – 25 553, 2019 г. – 24 800, 2020 г. – 19 900).

Другой, на наш взгляд, причиной является недостаточное количество часов на изучение физики в современной средней школе. В советской школе на изучение физики в течение пяти лет выделялось 560 часов, в настоящее время – 367 часов на базовом уровне и 507 часов на повышенном уровне. Это очень мало, учитывая, что в старших классах рассматриваются сложные темы, которые трудно объяснить за один урок. Ведь содержание и объем учебного материала практически не изменились с советских времен. В 7 и 8 классах изучается эмпирический вводный курс. С 9 класса начинается систематическое изучение физики: механика, молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм, колебания и волны, оптика, элементы специальной теории относительности, атомная и ядерная физика. Получается, что в результате снижения часов нагрузка на учащихся возросла.

Попытки уменьшить объем изучаемого материала приводят еще к большему падению качества физического образования. Как, например можно изучать термодинамику, устройство тепловых машин, не изучая при этом адиабатный процесс? Пути решения этой проблемы – это либо увеличивать количество часов на изучение физики, либо коренным образом пересматривать содержание школьного физического образования.

Еще одна причина – появление новых информационных технологий. Речь, конечно, идет не об оснащении интерактивными досками, проекторами, компьютерами кабинетов физики, создании основанных на этих технологиях инновационных методик обучения, а о неконтролируемом тотальном использовании учениками гаджетов и интернета в учебном процессе, что не только снижает уровень подготовки выпускников по всем школьным дисциплинам, но и отрицательно влияет на их память, развитие логического мышления и т. п.

D. A. LAVRENTIEV, M. P. KONTSEVOY

Belarus, Brest, BrSU named after A. S. Pushkin

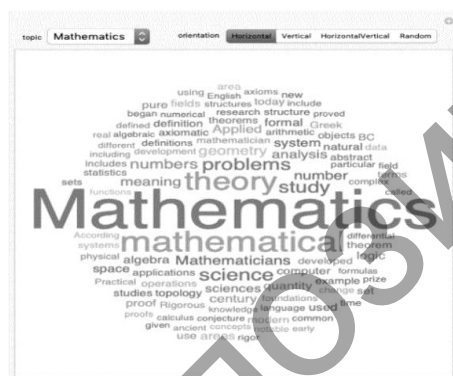
CDF-MODELING OF LINGUISTIC DATA BASED ON THE COMPUTER ALGEBRA SYSTEM «MATHEMATICA»

Computable Document Format (CDF) makes it possible to create dynamic multimedia interactive content [1].

The integration of CDF with Wolfram Language, CAS Mathematica, Wolfram Language and Wolfram|Alpha extends the potential of the material to the interactive application functionality and provides the user with content management tools in real time. The built-in capability to perform computations based on the content type (textual, numerical, symbolic, tabular, graphic, cartographic) enables analysis of the material and acquisition of new knowledge from the information provided [2]. Files

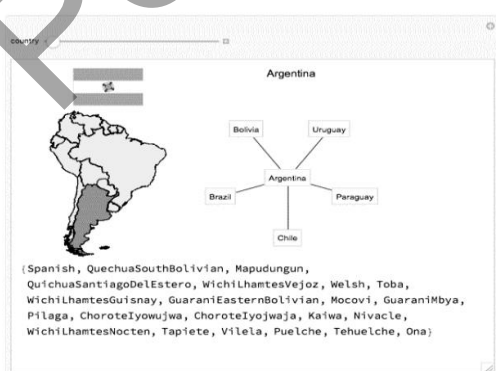
in the CDF format can be inserted into web pages and viewed directly in a browser as full-screen documents, their contents are updated when interacting with the user's graphic elements. Free CDF-Player contains Mathematica runtime library, the contents of the document may be generated in response to a user action by means of any algorithms or visualizing functions. This makes CDF convenient to visualize material operating with volumes of diverse data, including linguistic data [3]. The general algorithm for creating an interactive linguistic CDF-model in Mathematica using arbitrary dataset excluding traditional programming would be as follows:

- generation of an arbitrary dataset by means of the built-in generator within syntactic constructs that are described in the documentation, copying of a pre-written code;
- graphical representation of the generated dataset according to the selection from the list of embedded objects. Computation and copying of the pre-written code;
- symbolic computations through the selection of the required functions and through the syntax rules;
- visualization and copying of the pre-written code;
- adding various elements to the graphical representation;
- transforming the graphical representation into the interactive model based on the choice of control elements, dataset, modifying variables, initial values, value ranges. Computation and copying of the pre-written code.
- design of the interactive model and addition of an initialization option;
- converting the interactive model to CDF.



Picture 1

grammatical skills; dialogue composition on the basis of proposed lexemes, as an example.

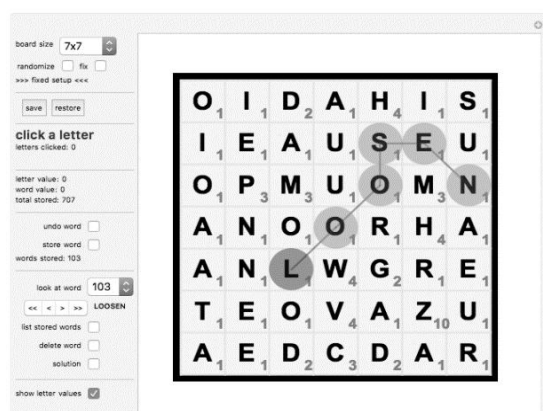


Picture 2

Teaching lexical aspect of speech activity can be effectively implemented through the Word Clouds (Picture 1) interactive model. It provides a visible way to systematize lexical material predominantly on its introduction and consolidation phases, which greatly facilitates memorizing new vocabulary. The simplicity of this model makes it easy to integrate into the learning process. The model may serve as a tool for composing exercises focused on the development of receptive and productive lexicogrammatical skills; dialogue composition on the basis of proposed lexemes, as an example.

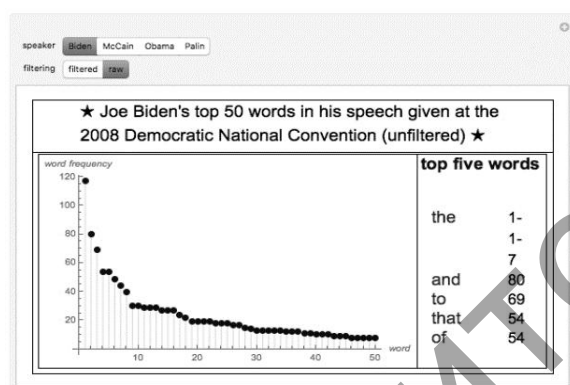
The Languages in South American Countries (Picture 2) multimedia sample model is suited to familiarization of students with regional varieties of the English language. Demonstration of subject-specific vocabulary right on the geographic map, provision of semantic analogies, translation of expressions into the students' first language enables to form cross-cultural knowledge base, as well as providing a way for stepping out of the target

language conceptual system. This model can also be realized in the form of a creative research project based on a subject-specific vocabulary topic.



Picture 3

levels and the multifunctionality of the models themselves extend the range of their use.



Picture 4

Both the acquisition of topical vocabulary and control of the receptive vocabulary formation level can be accessed through the use of the Wordfinder Puzzle (Picture 3) interactive model. This model operating as a puzzle game may act as a means of stimulating and motivating students to study the foreign language. In the course of task completion, students not only master the required lexical material, but also improve their self-learning skills and attention span. The capability of CDF to be optimized for learners of different skills

The 2008 Convention Speeches (Picture 4) sample model provides teachers with an opportunity to organize text analysis interactive activities in text comprehension classes. Having processed the language data, the model represents the list of the words most frequently used in the given work in form of a graph. On the basis of the information received, students can thoroughly explore lexical and grammatical, structural and semantic, stylistic and cultural aspects of a text within a discussion organized by the teacher.

CDF-models are interesting both as an interactive illustrative material and as an object of study within research or educational activity. Such samples may be of concern as a basis for particular computer simulations based on symbolic computation.

REFERENCES

1. Computable Document Format [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.wolfram.com/events/virtual-conference/2012/files/BrochureCDF.pdf/>. – Date of access: 15.03.2021.
2. Концевой, М. П. CDF-моделирование в компьютерной алгебре [Электронный ресурс] / М. П. Концевой // Математическое и компьютерное моделирование : сб. материалов VIII Междунар. науч. конф., Омск, 20 нояб. 2020 г. – Омск : Изд-во Омского гос. ун-та, 2020. – С. 217–218.
3. Wolfram Demonstrations Project [Electronic resource]. – Mode of access: <http://demonstrations.wolfram.com/>. – Date of access: 15.03.2021.

S. F. LEBED

Belarus, Brest, BrSTU

UPDATING THE ICT STUDY PROGRAMS FOR MASTER

The faculty of electronic information system takes part in the Erasmus+-project “Modernization of Master Curriculum in ICT for Enhancing Student Employability in Belarus” (MaCICT). One of the main goals of the MaCICT project is to update the ICT study programs to become more labor market and society oriented, practice-based and student-centered. The training of specialists of new type fully complies with the goal and objectives of the National Strategy for Sustainable Socio-Economic Development of the Republic of Belarus for the period up to 2020, developed in accordance with the Law of the Republic of Belarus “On State Forecasting and Programs of Social and Economic Development of the Republic of Belarus” [1]. Such specialists will make a significant contribution to the effectively developing information and communication infrastructure in the country, designed to create the conditions for improving the efficiency of the economy.

The development of skills required for the intensively developing ICT sector of the national economy, as well as close cooperation with the ICT industry enterprises for use in the educational process of updated information and real-world problems, will significantly improve the quality of training, and advanced educational methods, methods and training technologies will ensure the effectiveness of practice-oriented training and the deepening of relations with the labor market.

Within the framework of the project 10 courses were upgraded. Information about some updated and developed courses with description of methodology, approaches and competencies are given in Table.

Table – Information about courses

Course name (type of upgrade)	Methodology, approaches and competencies
Special Mathematics training (developed)	Conducting lectures on the discipline is based on an active method of teaching, in which students are not passive listeners, but active participants in the class, answering questions from the teacher. The teacher’s questions are aimed at activating the process of learning the material, as well as the development of logical thinking. The teacher outlines a list of questions in advance that stimulate associative thinking and establish connections with previously mastered material. Practical classes are conducted based on the implementation of the method of learning by action: problem areas are identified and groups are formed. When conducting practical classes, the following goals are pursued: applying knowledge of individual disciplines and creative methods to solve problems and make decisions; developing students’ skills of teamwork, interpersonal

	communication and leadership development; fixing the foundations of theoretical knowledge. Interactive lectures, group discussions, role-playing games, training sessions, and analysis of situations and simulation models are used during training sessions. In the course of studying this discipline, fundamental ideas about dynamic phenomena are formed; the quantities that characterize these phenomena; the laws that they obey. This includes the acquisition of theoretical knowledge and practical skills for solving problems in the qualitative theory of dynamical systems, as well as problems about branching solutions of these systems when parameters change (bifurcation theory). The content of the course is also aimed at forming students' modern natural science worldview, developing scientific thinking and expanding their scientific and technical horizons.
Mobile Applications Architecture & Development (updated)	The main form of knowledge is classroom interactive lecture classes, which discuss the information provided between the lecturer and students in the form of a dialogue. At this stage of training, online lectures and webinars are also provided. At the second stage of training, an individual technical task is compiled and issued, the result of which will be a ready-made mobile application on the topic of the dissertation. In the process of project implementation, practical classes (individual and team work), group and individual consultations, meetings are held and intermediate control is performed as a code review in a distributed system by Git versions. At the final (third) stage, a full code review is conducted by the course supervisor and / or the supervisor of the dissertation. After a positive feedback on the work done (completed project), the student is allowed to credit (pass pre exam)t, which takes place in the audience and includes: 1. written answers to questions with the possibility of oral explanation; 2. project protection, which includes a demonstration of the finished application and the presentation of the results. In the process of studying the course, it is necessary to learn the distinctive features of the mobile platforms Android, iOS and Windows Phone, understand the principles and methods of building a graphical interface for mobile applications. It is necessary to study in detail the interaction mechanisms of user windows and data transfer methods, as well as data storage using a given operating system. Be able to create and manage local databases, and use adapters to display data. Pay attention to the principles of organizing secure access and data exchange between applications, debugging, testing and reviewing a mobile application.

Software Verification & Certification (updated)	The work of the first month is devoted to acquaintance with the basics of software verification theory. For full involvement of all the participants of the lecture session in the process of the material study, along with the usual type of lectures in the form of a monologue, they are also supposed to be held in an interactive form: in the format of mini-lectures (discussion of the learner's attitude to a question before and after the representation of material), lectures-consultations (presentation of material on the type of "questions – answers – discussion") and press conferences (with a system of reports lasting 5–10 minutes). In order to consolidate and adjust independently acquired knowledge and skills, to develop skills in group activities and to share experiences with other participants, it is also planned to hold group educational discussions, which will simulate real work situations and promote the development of skills to listen and interact with other people. Mid-term virtual consultations will be held during the self-study period. The self-study sessions will provide the opportunity to learn the bulk of the training information, while writing assignments and case study seminars will develop the skills to use the course concepts in a practical way. During the semester students are encouraged to conduct a detailed analysis of the requirements for their own Master's project software, which will allow them to understand better the goals of their individual research. Students are responsible for planning their own time. At the end of the semester students are expected to present this individual work, as well as analyze the requirements for each other's software and creative work on it. Testing features are considered during the whole life cycle of software development: levels, types and methods of testing and test designing. Further peculiarities of testing organization, planning and evaluation, as well as advantages and risks of testing automation are studied in detail. Within the framework of laboratory classes practical application of the approaches and methods studied in the sphere of software verification and certification is supposed. A lot of time is devoted to studying basic concepts: test cases and error reports. In the course of the work the peculiarities of both manual and automated testing are analyzed. Special attention is paid to using modern testing tools. The main tools used in training are Silenium Web Driver and JMeter.
Neural Network Modeling & Data Processing (updated)	As part of the lecture classes, analysis and discussion of examples of solving typical tasks is carried out, starting with analysis of the problem, selection and comparison of models, ending with a ready-made code and analysis of its effectiveness. As a

	main part of the laboratory work a sequential implementation of an individual project to solve an essential practical problem is provided (for example, image classification or analysis of semantic proximity of text documents). Upon completion of laboratory work, the project should be presented for discussion, and the results should be evaluated during the debate. This course aims to provide students with a clear idea of the actual problems of data analysis and possible ways to solve them. This will allow students to understand the specifics of work and requirements to specialists in the field of data processing, and therefore develop the necessary technical and research skills. At the same time, the knowledge gained in the course on designing models, planning computational experiments, developing and debugging code will also be very useful for successful training in other courses.
--	---

Е. С. ЛОЗИНА¹, Л. И. ЛОЗИНА¹, Л. П. МАЛЕВАННАЯ²

¹Россия, Белгород, МБОУ «Центр образования № 15 “Луч” г. Белгорода»

²Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 22 г. Белгорода»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИКТ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Возможно ли надолго удержать в ребенке чувство радостного удивления перед школой? Возможно ли, чтобы школа стала золотой порой в жизни каждого ребенка? Конечно, возможно. Только так и должно быть. Ведь начальная школа – это тот фундамент, от которого зависит дальнейшее развитие и обучение ребенка. Поэтому задача учителя – не только научить писать, читать, считать, но и развивать ребенка духовно, что очень важно в нашем мире, переполненном информацией. Академик А. П. Семенов сказал: «Научить человека жить в информационном мире – важнейшая задача современной школы». Эти слова должны стать определяющими в работе каждого учителя.

Человек, который эффективно владеет информационными технологиями, имеет новый стиль мышления. Он иначе подходит к организации своей деятельности и оценке возникшей проблемы. Уроки математики, на которых используются информационные технологии, имеют большое преимущество перед традиционными уроками. Такие уроки более интересны учащимся, следствием чего становится более эффективное усвоение знаний. Мы считаем, что самыми интересными и эффективными уроками являются уроки с использованием универсальных образовательных ресурсов, т. е. уроки, разработанные педагогом с учетом особенностей конкретного ученического коллектива и для конкретных учащихся.

Изучению математики в начальной школе отводится одно из главных мест, так как этот учебный предмет обеспечивает ученику возможность усвоения других дисциплин. Для многих учащихся начальной школы математика является одним из самых сложных предметов, поэтому на своих уроках мы используем электронные средства обучения. Использование ИКТ на уроках позволяет нам развивать у учащихся умение ориентироваться в информационных потоках, обмениваться информацией с помощью современных технических средств, активизировать познавательную деятельность учащихся, индивидуально подойти к каждому ученику, применяя разноуровневые задания, а также проводить уроки на высоком эстетическом уровне.

Опираясь на знания о статусе ребенка в классе, организовываем работу за компьютером в группах, попутно решая задачу развития коммуникативных умений. Особый эффект дает такая форма работы при решении проблемных, исследовательских заданий.

Еще К. Д. Ушинский говорил: «Если вы входите в класс, от которого трудно добиться слова, начните показывать картинки, и класс заговорит, а главное, заговорит свободно...» Эти слова не потеряли своей актуальности. Урок, включающий в себя работу с интерактивной доской, вызывает у детей яркий эмоциональный отклик, позволяет привлечь внимание самых слабых учеников. Одной из самых удачных форм подготовки и представления учебного материала к урокам можно назвать создание интерактивных презентаций.

Использование тренажеров по математике удобно как для самостоятельной выработки навыка по теме тренажера, так и для контроля знаний. При выполнении таких заданий дети сразу видят свои ошибки, могут их исправить, посмотрев справочный материал, а также могут попробовать выполнить задание еще раз. Работая с программой, учащиеся не только учатся правильно употреблять те или иные правила, но и овладевают навыками устного счета. При проверке изученного материала используем тесты. Тесты можно создавать самостоятельно. Кроме тестов, на своих уроках используем кроссворды, схемы, таблицы, с которыми учащиеся работают непосредственно на компьютере, самостоятельно изучая материал урока и по очереди работая по определенному алгоритму.

Учитель должен постоянно помнить, что презентация не должна заменять практическую деятельность учеников. Дети лучше запомнят то, что усвоено через практический опыт, а не просто продемонстрировано на экране. Надо помнить, что презентация – это не учебник и не конспект урока, поэтому выносить на экран слова учителя не нужно. На экране должна быть лишь та информация, которая привлечет внимание детей и останется у них в памяти.

Следует также помнить, что работа с компьютером требует определенных физических нагрузок, особенно на глаза. Желательно чередовать работу с компьютером и практическую письменную работу с гимнастикой для глаз, сменой позы (при работе в группах или парах), физминуткой, подвижной игрой, релаксационными паузами.

Ученики начальной школы любят все яркое и движущееся, но цель урока – дать знания, а не развлечь. Только грамотное использование современных

информационных технологий в начальной школе способствует повышению качества знаний, активизации познавательной деятельности, развитию навыков самообразования и самоконтроля, формированию информационно-коммуникативной компетенции.

Е. С. ЛОЗИНА¹, Л. И. ЛОЗИНА¹, Л. П. МАЛЕВАННАЯ²

¹Россия, Белгород, МБОУ «Центр образования № 15 “Луч” г. Белгорода»

²Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 22 г. Белгорода»

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

В ФГОС НОО поставлены цели, требующие от учителя конструирования на уроках и внеурочной деятельности обучающей среды, способной направить ученика самостоятельно находить, использовать нужную в данный момент информацию. Поэтому сейчас недостаточно просто дать ученику объем знаний и умений по разным предметам – появилась необходимость формировать у учащихся информационную компетенцию.

Математика – наука точная, и не всем легко освоить ее в школе. Ведь на уроке нужно активно работать, решать задачи, запоминать новые формулы. Иногда бывает сложно вспомнить уже пройденный материал. Некоторые ребята считают математику скучной и неинтересной. Чтобы решить такие задачи, используются прогрессивные методические технологии, которые заменяют ориентацию на накопление знаний учащихся компетентностно ориентированным подходом к обучению, что позволяет развивать учащихся, приспосабливать к социальной среде.

По мнению профессора, доктора педагогических наук Евгении Семеновны Полат, «проект – это совокупность определенных действий, документов, предварительных текстов, замысел для создания реального объекта, предмета, создание разного рода теоретического продукта. Это всегда творческая деятельность. В основе метода проектов лежит развитие познавательных творческих навыков учащихся; умений самостоятельно конструировать свои знания, умений ориентироваться в информационном пространстве, развитие критического мышления» [1].

Проект – отличный способ заинтересовать школьников математикой. Раньше многие считали ее скучной, тяжелой, боялись решать задачи, выходить к доске. Но проектная деятельность показывает, что математика может быть интересной, удивительной. Некоторые ребята взглянули на математику уже по-другому.

Проект всегда организуется учителем, а потом самостоятельно выполняется учениками и обязательно завершается возникновением творческого результата труда. Можно считать, что метод проектов – это учебно-познавательные приемы, позволяющие решить любую задачу, а результат будет показан с применением ИКТ.

Метод проектов применяется тогда, когда на уроках появляется либо исследовательская, либо творческая задача, решить которую помогут знания из разных предметов, изучаемых в школе, а также умение учащихся использовать поисковые методы, знание способов классификации и анализа информации, ведение статистики, обработка данных.

Как считают учителя, учебный проект выступает как дидактическое средство, помогающее научить учащихся проектированию, значит, научить целенаправленно трудиться над нахождением различных способов решения проблемы.

Главный замысел проектной деятельности – это создание такой атмосферы на уроках, когда все действия направлены на обучение учащихся исследовательским умениям, что способствует развитию личности. Задачей проектной деятельности, кроме перечисленных ранее, является развитие умения работать в группе над решением поставленной задачи, что означает умение координировать свои попытки с усилиями других участников, чтобы получить хороший результат.

Вовлекая учащихся в проектную деятельность, учитель должен познакомить их с понятием «5П» – последовательностью проведения проектной деятельности: первое – возникновение проблемы, второе – начало проектирования; третье – поиск данных по теме; четвертое – получение продукта; пятое – отчет-презентация. Главным для учеников должно стать то, что они осознают, для чего им нужно то, над чем они работают, они знают, где будут применены полученные результаты [2].

Проектная деятельность – это деятельность с обязательным применением ИКТ, где компьютер становится приспособлением, которое помогает выполнить выбранную задачу, которая решается в этом случае очень качественно и с большим интересом. Значит, есть возможность убрать все факторы плохого отношения к учебе из-за непонимания изучаемого, недостатков в знаниях. Конечно же, осуществляя проектную деятельность в начальной школе, нужно считаться с психолого-физиологическими и возрастными особенностями детей начальных классов. Проекты, выполненные учащимися с применением ИКТ, очень эффективны и просты, у них высока наглядность, поэтому они дают максимальный результат. Проектная деятельность оказывает наибольшее влияние на несколько групп УУД: исследовательские, социального взаимодействия (помощь другу и помощь друга, умение вести ход коллективной работы и направлять ее), оценочные (оценивать, как идет работа, каков результат получен и каков вклад внесли товарищи), информационные (самостоятельно находить информацию), презентационные (умение выступить, ответить на вопросы, применять различные средства наглядности), рефлексивные (спрашивать самого себя: «Что я знаю? Чему нужно научиться?»), менеджерские (проектировать процесс, планировать деятельность – распределять обязанности при выполнении коллективного дела).

Методы, которые чаще всего используют при обучении учащихся проектной деятельности, могут быть как традиционные (наблюдение, демонстрация, самостоятельная работа с литературой), так и нетрадиционные (мозговой штурм,

метод информационной поддержки, конкурсы исследовательских проектов, защита и оценка проектов, презентации).

Проектная деятельность на уроках математики очень эффективна, так как дает возможность привить интерес к предмету, расширить кругозор, научить проявлять инициативу, самостоятельность, сформировать практические умения. Вот тогда учебная деятельность и приносит пользу младшим школьникам.

Темы для проектных работ берутся из объема того материала, который изучается в школе или из близких к ним разделов. Ведь для проекта нужна такая тема, которая захватывает воображение, вызывает заинтересованность ученика. После защиты все сделанное детьми должно использоваться на уроках, во внеурочной деятельности.

Результатом проектной деятельности является творческое сотрудничество учащегося и учителя, появляется прямая возможность устанавливать межпредметные связи. Метод проектов позволяет учителю расширить свой творческий потенциал, разнообразить формы ведения уроков. Проектная деятельность совершенствует не только ученика, но и учителя. Важно еще и то, что в проекты нужно привлекать родителей. Благодаря этому они приобщаются к школьной жизни своих детей, будут лучше их знать и понимать.

Умение использовать в своей учебной работе метод проектов, ИКТ – показатель высокой квалификации учителя. Ведь эти технологии относятся к технологиям нашего прогрессивного настоящего, направленного на обучение умению приспособиться к стремительно меняющимся условиям жизни человека в обществе. Каждый учитель стремится внести свой посильный вклад в усовершенствование образования, применяя новейшие приемы и методы обучения

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования / Е. С. Полат [и др.] ; под ред. Е. С. Полат. – М. : Академия, 1999. – 224 с.
2. Бренчугина-Романова, А. Н. Использование метода проектов / А. Н. Бренчугина-Романова // Образование в соврем. шк. – 2006. – № 5. – С. 15.

O. A. MARTYNUK, M. P. KONTSEVOY

Belarus, Brest, BrSU named after A. S. Pushkin

COMPUTER ALGEBRA IN TEACHING MATHEMATICS TO LINGUISTICALLY GIFTED STUDENTS

Teaching mathematics to gifted students is primarily focused on mathematical giftedness. However, other types of students' capabilities, including linguistic ones, need special handling as well.

The notion of linguistic giftedness [1]. Modern linguistics is mathematized substantially. Modern linguists should be provided with extensive background in mathematics and knowledge of computer systems. This should be taken into account when interpreting linguistic giftedness.

Computer algebra systems applied to linguistic material may become an effective motivational and learning tool for linguistically gifted students. The use of computer algebra systems in linguistic modeling can be exemplified by CAS Mathematica [2]. The most important component of CAS Mathematica is Wolfram Language [3], a general-purpose language of symbolic computing, functional and logic programming, designed to represent the «computable general-equilibrium model of the world» and automate the modeling of its objects, processes, and relations to the extent possible.

CAS Mathematica has a user-friendly interface and is easy to master at the level of educational use. A wide range of CAS Mathematica templates for creating interactive symbolic computation-based models of different aspects of linguistic data, which cover practically all areas of language learning based on mathematics and computer tools, are made available on the Internet [4].



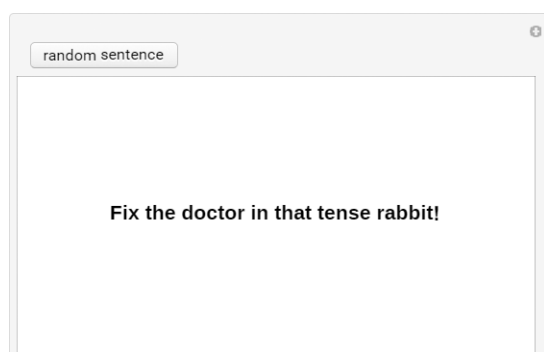
Picture 1



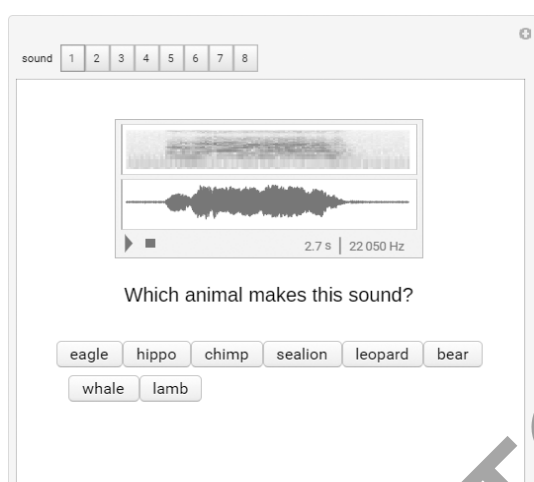
Picture 2

The Word Webs interactive model may be used in order to represent word families. It makes it possible to illustrate the phenomenon of polysemy of English affixes as well as the derivational capacity of the chosen lexical material. Another way to represent affixes in all their diversity is to demonstrate them within a sequence of words containing a common element with the help of the Common Subsequences of Words (Picture 1) model. When accomplishing model-based assignments, students not only acquire knowledge of the core principles of affixation in a foreign language, but also expand their active vocabulary.

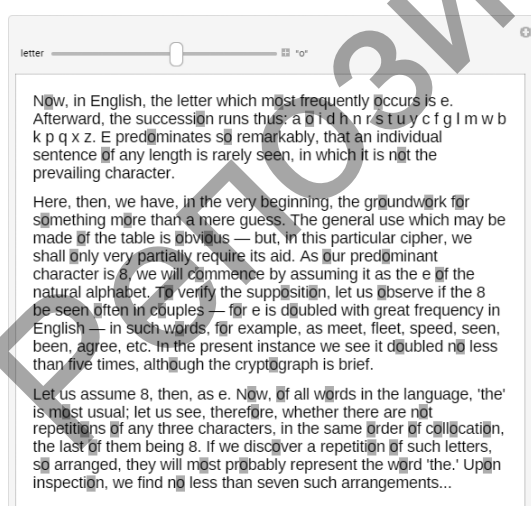
An illustration of the word wrap rules may be provided with the help of the Un Divisor Silábico (Spanish) (Picture 2) demonstration model. Students may also be encouraged to present the chosen words in context or supplement the correct pattern with a wrong one. Besides the obvious educational benefits, the given task simplifies the process of phonetic skills improving by appealing to the principles of syllabification and even contributes to realizing the significance of the article as a part of speech.



Picture 3



Picture 4



Picture 5

The Nonsense Sentence Generator [Picture 3] multimedia model may be used as a tool of demonstration of the structural differences of various syntactic units typical of analytic languages. Learners may also be offered to focus on one of the communicative, e.g. interrogative or imperative, or structural, e.g. simple one-membered or compound, types of sentences or to complement their projects with schematic models of the sentences created.

The Animal Sounds (Picture 4) interactive model may provide the basis for a wide range of tasks improving hearing and spelling skills, e.g. assignments on homographs differentiation or long/short vowels opposition. It may also be proposed to create a project of a cross-cultural character in form of a test which enables the user to guess the English-speaking country that the speaker lives in from a spoken speech segment. The task fulfillment may not only result in students' acquisition of specific knowledge, but also contribute to the removal of language barriers.

With the example of the Letter Highlighting in Text (Picture 5) demonstration model, it is possible to illustrate the connection between orthography and phonetics of the English language: the task may consist in creation of a model in which the phonetic principle of orthography is highlighted along with a less obvious for a non-native speaker type of spelling, explained mostly by historical tradition. In order to facilitate the task students may be offered a text adjusted to the goals of the project by the teacher and given an opportunity to use a speech synthesizer.

CAS Mathematica can be successfully used in the context of teaching mathematics to linguistically gifted students, making it possible to effectively solve the problems of motivation for studying mathematics and increase its mastery level significantly.

REFERENCES

1. Biedroń, A. New conceptualizations of linguistic giftedness / A. Biedroń, M. Pawlak // *Language Teaching*. – 2016. – Vol. 49, iss. 2. – P. 151–185.
2. Концевой, М. П. Символьные вычисления в лингвистическом моделировании / М. П. Концевой // *Инновации в технологиях и образовании : сб. ст. участников VIII Междунар. науч.-практ. конф., 5–6 марта 2015 г. / Фил. КузГТУ в г. Белово*. – Белово, 2015. – Ч. 2. – С. 79–82.
3. Wolfram Language [Electronic resource]. – Mode of access: <http://www.wolfram.com/language/>. – Date of access: 15.03.2021.
4. Wolfram Demonstrations Project [Electronic resource]. – Mode of access: <http://demonstrations.wolfram.com/>. – Date of access: 15.03.2021.

Е. И. МАЦУЛЕВИЧ, А. М. ГОЛОВЕЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

Функционал искусственного интеллекта (ИИ) широко востребован во всех отраслях, особенно это касается вопросно-ответных систем, которые могут применяться при оказании правовой помощи, поиске патентов, оповещении о рисках и в медицинских исследованиях. Прочие возможности применения ИИ представлены ниже.

Здравоохранение. Технологии ИИ могут применяться в персонализированной медицине и при расшифровке рентгеновских снимков. Персональные медицинские помощники могут напоминать пользователям, что нужно принять лекарство, выполнить физические упражнения или перейти на более здоровый режим питания. Все более популярными становятся приложения телемедицины, собирающие данные с фитнес-браслетов и прочих датчиков, а также «опросники», устанавливающие точные симптомы и заболевания пациентов. Так, ИИ способен распознать туберкулез и нарушение работы внутренних органов, в том числе головного мозга.

Ритейл. ИИ помогает совершать покупки онлайн с индивидуально подобранными рекомендациями, а также дает возможность продавцам обсуждать покупки с клиентами. Кроме того, технологии ИИ могут оптимизировать процессы управления товарными запасами и размещения товара.

Промышленность. ИИ может анализировать данные IoT с производственного участка, получаемые от подключенного оборудования, и прогнозировать загрузку и спрос с помощью рекуррентных сетей – особого вида сетей глубокого обучения, используемых для работы с последовательными данными.

В ближайшие десятилетия пострадают следующие рабочие места:

Сбор деталей. Робот, запоминая последовательность действий, справляется с соединением деталей самостоятельно.

Бухгалтерские расчеты. По сравнению с человеком машина безошибочно рассчитывает данные. Суперкомпьютеры учатся и принимают логические решения.

Замена консультантов. Робот наравне с человеком может вести диалог с покупателем на высоком уровне и дать ответы на стандартные вопросы.

Спорт. Тренеры получают отчеты со снимками с камер и показателями датчиков о том, как лучше организовать игру, в том числе как оптимизировать расстановку игроков и стратегию.

Образование. В ближайшем будущем сфера образования будет развиваться быстрыми темпами в двух руслах – адаптивном обучении и прокторинге. Адаптивное обучение призвано решить проблему разной успеваемости учеников и студентов. Дело в том, что один человек усваивает материал намного быстрее и успешнее, чем другой. Поэтому ИИ будет отслеживать уровень знаний обучающегося и адаптировать порядок блоков курсов под его способности или же информировать преподавателя, насколько хорошо ученик усвоил материал.

Каковы проблемы в сфере применения искусственного интеллекта?

Технологии искусственного интеллекта способны изменить любые отрасли, но их возможности не безграничны. Главное ограничение ИИ заключается в том, что обучение возможно только на основе данных, другими способами невозможно. Это означает, что любые неточности в данных отразятся на результатах. Новые же уровни прогнозирования или анализа необходимо добавлять отдельно.

Современные системы ИИ предназначены для выполнения четко определенных задач. Система для игры в покер не сможет раскладывать пасьянсы или играть в шахматы. Система, настроенная на выявление мошенничества, не сможет водить машину или предоставлять правовую помощь. Более того, система ИИ, предназначенная для выявления мошенничества в сфере здравоохранения, не сможет с той же степенью точности выявлять махинации с налогами или претензиями по гарантиям.

Другими словами, эти системы характеризуются очень узкой специализацией. Они предназначены для выполнения одной конкретной задачи, и им далеко до многозадачности человека.

Кроме того, самообучающиеся системы не являются автономными. Образы технологий ИИ, которые мы видим на экранах телевизоров и кинотеатров, по-прежнему являются элементами фантастики. Тем не менее компьютеры, способные анализировать сложные данные для освоения и совершенствования конкретных навыков, уже не редкость.

И. Н. МЕЛЬНИКОВА, А. А. ШУЛЮК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СИСТЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Быстрое развитие информационных технологий и средств связи требует развития современных методов обучения. Ведущиеся работы в области создания систем дистанционного обучения ориентированы в основном на обучение гуманитарным наукам. Некоторый практический опыт накоплен в ряде вузов.

Представляется актуальной, таким образом, разработка основ построения системы дистанционного обучения математике, использующей компьютерные технологии.

Под дистанционным обучением мы подразумеваем систему дистанционной поддержки традиционного учебного процесса, когда основную часть знаний обучающийся получает на аудиторных занятиях с преподавателем. Компьютерная система выполняет роль наставника при самостоятельной проработке учебного материала, помогает насытить учебный процесс дополнительными сведениями для продвинутых учеников, обеспечить их оперативно и на современном уровне техники раздаточным материалом, текущей информацией, обеспечить дополнительный канал связи с преподавателем, помочь отстающему школьнику.

На начальном этапе разработок наиболее существенно построение содержательной, обучающей части дистанционного обучения. Административная часть обучения слабо зависит от предмета и может быть тиражирована единым образом по разным дисциплинам.

В настоящей работе речь идет о математической подготовке не только для высшего профессионального образования, так как образование не исчерпывается его высшей формой. По нашему мнению, не менее остро стоят проблемы использования дистанционного обучения и в средней школе. Целесообразно выделить несколько различных уровней образования применительно к проблеме дистанционного обучения: 1) школьники, 2) абитуриенты, 3) студенты. Третья ступень может быть разделена на студентов младших и старших курсов. Так как обучение на стадии завершения подготовки специалиста является делом значительно более сложным, чем получение базового высшего образования, то вопрос подготовки методами дистанционного образования студентов-старшекурсников должен решаться уже после разработки концепции многоуровневого дистанционного образования для школьников, абитуриентов и студентов младших курсов.

По этим уровням у нас имеются существенные заделы, опробованные на занятиях и показавшие свою эффективность. Конечно, их основная часть относится к студентам 1 и 2 курса, изучающим курс математики в течение трех семестров. Так, страница полностью насыщена относительно простым для помещения в Сеть материалом. Студенту доступна информация об истории кафедры, о проводимых на ней научных исследованиях, студенческих олимпиадах и конкурсах, расписание работы преподавателей и (по желанию) персональные страницы преподавателей, где студент может задать вопрос по электронной почте.

Завершается внедрение автоматизированного контроля готовности студентов к проведению лабораторных работ. Необходимые методические и программные заготовки уже есть, проблема была только в обеспечении доступа студентов к необходимой компьютерной технике. Ранее разработанные контрольно-обучающие программы по семинарским занятиям приводятся к виду, пригодному для их использования в Сети как части системы электронных консультаций.

Следующий этап развития дистанционного обучения – создание электронных учебников, не являющихся, естественно, просто помещенными в Сеть отсканированными страницами обычной книги. Этот процесс требует значительных усилий и времени на разработку.

При изучении математики ключевое место занимает лабораторный практикум. В рамках дистанционного обучения для студентов был создан небольшой пока лабораторный практикум удаленного доступа, что для естественных дисциплин представляет особую сложность. Можно выделить два вида лабораторных работ удаленного доступа: лабораторные работы, использующие компьютерное моделирование, и лабораторные работы на базе реальных лабораторных установок, удаленный доступ к которым осуществляется через Интернет или корпоративную сеть. Реализация лабораторных работ второго типа представляет собой особую сложность для математики и всех естественно-научных дисциплин, так как требует наличия дополнительного оборудования по сопряжению лабораторной установки с ЭВМ, разработки систем автоматического управления установкой и соответствующего программного обеспечения.

Помимо лабораторных работ, дистанционное обучение математике должно включать в себя такие виды занятий, как лекция для проработки теоретического материала и семинары, на которых реализуются практические методы решения задач данной дисциплины. Лекции обязательно включают в себя лекционные демонстрации, причем не только для высшей, но и для средней школы. В средней школе проблема лекционных демонстраций стоит наиболее остро и может быть решена по мере развития в стране сети Интернет и корпоративных сетей системы высшего и среднего образования.

Базой для методических разработок в области дистанционного обучения по математике для школьников и студентов может служить разрабатываемый на кафедре математического анализа и дифференциальных уравнений и их приложений БрГУ имени А. С. Пушкина курс в виде серии книг-учебников.

Н. Е. МОЗГОВАЯ, Т. В. ПОПОВА

Россия, Белгород, МБОУ «Центр образования № 15 “Луч” г. Белгорода»

ПРИМЕНЕНИЕ ЗДОРОВЬЕСБЕРЕГАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ ПО МЕТОДУ ДОКТОРА В. Ф. БАЗАРНОГО С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Чтобы сделать ребенка умным и рассудительным, сделайте его крепким и здоровым.

Ж.-Ж. Руссо

Вот уже несколько лет мы используем в своей педагогической практике методику доктора В. Ф. Базарного. Знание технологий, которые позволяют сохранить здоровье ребенка за годы учебы в школе – важная составляющая профессиональной компетентности современного учителя. Педагог, использующий эти технологии на уроках, ограждает детей от перегрузок и переутомления. Благодаря этому у детей развиваются внимание, память, воля, творческое вообра-

жение, происходит формирование самостоятельности мышления, свободы суждений, повышение уровня успеваемости и эффективности учебного процесса.

Проблема развития математической одаренности школьников, как и общей одаренности, также не является принципиально новой. Во многих странах наблюдается значительный рост интереса к проблемам математического образования. Это связано с тем, что значение математики в жизни человеческого общества возрастает с каждым днем [1, с. 109].

Как сделать так, чтобы начальный интерес к математике не угас, чтобы настроить детей на упорный труд, в какие моменты необходим контроль? Задача школы – поддержать ребенка и развить его способности, подготовить почву для того, чтобы эти способности были реализованы, при этом сохранить и укрепить здоровье.

Наиболее остро эта проблема проявляется в школе в отношении детей с высокими интеллектуальными и математическими способностями, так как их запросы и возможности отличаются от тех, на которых ориентировано традиционное обучение. Для таких детей особенно важна атмосфера психологического комфорта, которая является одновременно и развивающей, и психокоррекционной. Именно в такой атмосфере исчезают барьеры, снимается психологическая защита, энергия расходуется не на тревогу или борьбу, а на учебную деятельность.

«Для решения данной проблемы возвращаем многообразный цветной, движущийся мир в школьное учреждение. Вместо традиционной сгорбленной сидячей позы – используем режим меняющихся поз, когда можно стоя и сидя работать в течение занятия, урока. Вместо близорукое обучение, когда взгляд прикован к столу, – поиск необходимой информации на большом расстоянии. Внедряем разработанные системы коллективных и индивидуальных тренажеров, повышающих активность различных органов чувств ребят, заставляющих их быть все время в действии» [2, с. 8].

В своей работе мы применяем следующие оздоровительные методики.

Обучение учащихся в режиме смены динамических поз. На уроках используется специальная мебель с наклонной поверхностью – парты и конторки. Часть урока каждый ученик стоит за конторкой, часть – сидит за партой и таким образом укрепляет весь опорно-двигательный аппарат, исключаются искривления позвоночника и боли в спине, сохраняется правильная осанка, что формирует у ребенка чувства координации равновесия, предупреждает появление близорукости [2, с. 63].

Одна из главных причин возникновения нарушения осанки – это неправильная посадка за партой. Сохранить правильную осанку в движении детям очень трудно. Особенно трудно запомнить правильное положение головы. На уроке часто приходится обращать на это внимание. Правильно держать голову помогают упражнения с предметами. Для закрепления навыка хорошей осанки на уроках используем соляные мешочки. Как результат, укрепляются мышцы, удерживающие позвоночник, не портится зрение.

У каждого учащегося рядом с его рабочим местом находится **коврик для массажа подошвенной поверхности стопы**. Ноги учащихся находятся на

коврике, что уменьшает вероятность развития плоскостопия. Массаж стоп имеет оздоравливающий эффект на весь организм в целом. Детям очень нравится ходить по массажным коврикам. Все это приносит им огромную пользу и удовольствие.

Работа с наглядным материалом, максимально удаленным от глаз ребенка. Карточки с заданиями и ответами, разнообразные по форме, цвету и размеру, раскладываются в любой точке класса. Они могут оказаться и на стене, и на шторке, и в любом месте класса. Их нужно найти и использовать в своей работе, поэтому дети не только не прикованы к парте и конторке, но и находятся в постоянном движении, в постоянном поиске. Дети всматриваются в удаленные наглядные материалы и таким образом снимают напряжение с глазных мышц.

Тренажер со зрительными метками. В различных участках класса фиксируются привлекающие внимание яркие объекты – зрительные метки. С этой целью все дети периодически поднимаются и под счет 1, 2, 3, 4 быстро поочередно фиксируют взгляд на указанных зрительных метках, сочетая движения головы, глаз и туловища. В течение урока работа в режиме ближнего зрения, а именно работа с учебником, ведется обычно на одном этапе урока. Все остальное заранее размещается на тренажерах: выносится на доску, на специальные карточки, которые размещаются по стенам класса или воспринимаются на слух.

На уроках математики часто используем карточки:

– Найти все четные числа.

– Найти числа, которые делятся на 3, 5, 7 и т. д.

Все эти задания являются упражнением для глазодвигательных мышц.

«Экологическое панно». На стене в классе находится «экологическое панно», которое меняется с приходом нового времени года. Дети всматриваются вдаль, снимая напряжение с глаз. На фоне панно можно разыгрывать на уроке математики различные ситуации.

Методика зрительно-координационных упражнений. Схема-тренажер находится высоко на стене. Различные по форме траектории окрашены в разные цвета. Стрелками указано направление, по которому должен двигаться взгляд ребенка. Способствует снятию напряжения с глазных мышц. Учащиеся делают произвольные движения головой, шеей, туловищем, разминая так напряженные мышцы.

Обязательным моментом на уроках должна являться **пальчиковая гимнастика**. Тонкие движения пальцев рук положительно влияют на развитие детской речи. Учащиеся учатся концентрировать свое внимание и правильно его распределять. Развивается память детей, так как они учатся запоминать определенные положения рук и последовательность движений.

Благодаря использованию здоровьесберегающих технологий на уроках математики, одаренные дети становятся более успешными. Такая работа дает свои положительные результаты в профилактике заболеваний учащихся. Они активны, работоспособны, лучше усваивают учебный материал, улучшилось зрение, осанка учащихся. Дети отличаются свободой суждений, наблюдается повышенный интерес к изучаемому предмету.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломакин, А. В. Из опыта работы с одаренными детьми / А. В. Ломакин // Одаренный ребенок. – 2009. – № 6. – С. 105–112.
2. Организация деятельности общеобразовательного учреждения, реализующего здоровьесберегающую технологию по методу академика В. Ф. Базарного : метод. рекомендации. – Белгород, 2014. – 104 с.

С. Г. ОЗЕРОВА¹, И. А. КАРПЕНКО¹, Ю. С. ТЮКОВА²

¹Россия, Белгород, МБОУ «Гимназия № 3 г. Белгорода»

²Россия, Белгород, МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 11 г. Белгорода»

**РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ ДЕТЬМИ НА УРОКАХ
МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

Проблема развития и исследования одаренности у обучающихся является важной и определяется противоречиями между обязательностью развития одаренности и недостаточностью учебных пособий, методического обеспечения и технологий создания организационно-педагогических условий становления одаренности разновозрастных групп детей. Эта проблема напрямую связана с новыми условиями и требованиями быстро меняющегося мира, породившего идею организации целенаправленного образования людей, имеющих ярко выраженные способности в той или иной области деятельности. Вопросы обучения, развития и воспитания одаренных детей приобретают особое значение для современной школы.

По решению Всемирной организации здравоохранения одаренные дети входят в «группу риска» наряду с другими важными проблемами, имеющими место в среде подростков. Одаренным детям необходимы специальные индивидуальные программы, специально подготовленные учителя, специальные школы.

Так, Б. М. Теплов называет способности индивидуальными особенностями человека, которые обуславливают успешность какой-либо деятельности, а одаренность – это качественно своеобразное сочетание этих способностей. Наиболее важными способностями и умениями у одаренных детей являются познавательные способности и навыки, творческие способности, особенности эмоциональной сферы, среди которых представления о самом себе, положительное отношение к людям, чувство юмора и др.

В отечественной и зарубежной литературе одаренность выступает как сложное, интегральное явление, включающее интеллектуальные и личностные аспекты. Психологи считают, что одаренность человека проявляется во всей совокупности его способностей и сохраняет свое единство. Одаренность в детском возрасте можно рассматривать в качестве потенциала психического развития по отношению к последующим этапам жизненного пути личности. Она, по мнению ряда исследователей (Д. Гилфорд, Д. Б. Богоявленская), связана со спецификой детского возраста. Ребенок, увлеченный техникой, дома строит свои

модели, но к школьной либо социально организованной внешкольной деятельности его занятие не имеет никакого отношения. Иной ребенок увлеченно сочиняет стихи, но отказывается показывать их педагогу.

Основной формой организации учебного процесса остается урок. Формы проведения уроков:

- Урок-лекция.
- Урок-конференция.
- Урок-зачет.
- Урок защиты проектов.
- Урок-семинар.

Виды деятельности:

- проблемно-развивающее обучение;
- работа в малых группах;
- проектно-исследовательская деятельность;
- информационно-коммуникативные технологии для удовлетворения познавательной мотивации развития способностей (разноуровневые тесты, презентации, тренажеры);
- творческие и нестандартные задания (творческие домашние задания, решение одной и той же задачи различными способами, использование старинных задач и т. д.).

Формы и приемы в рамках отдельного урока должны отличаться значительным разнообразием и направленностью на дифференциацию и индивидуализацию работы. Широкое распространение должны получить групповые формы работы, различного рода творческие задания, различные формы вовлечения учащихся в самостоятельную познавательную деятельность, дискуссии, диалоги. Творческие умения самостоятельной работы:

- уметь видеть проблему;
- уметь сформулировать проблему;
- уметь выдвинуть гипотезу;
- уметь составить план решения проблемы, задачи;
- уметь делать обобщение, выводы;
- уметь систематизировать материал;
- уметь составить доклад по теме (с использованием разных источников);
- уметь перекодировать материал (изобразить его в виде схемы, рисунка, диаграммы, таблицы);
- уметь решить задачу;
- уметь делать прогноз.

Большую часть времени обучающиеся проводят на уроках, и большая работа с одаренными проводится на уроке. Именно на уроке одаренные дети проявляют свои способности, быстрее и оригинальнее других решают задачи, отвечают на вопросы и сами задают нестандартные вопросы. Выявить способности учащихся помогает всеми уже изученное, но не забытое дифференцированное обучение. Оно может стать благоприятным фактором развития для детей, которые имеют разный интеллектуальный уровень в учебном коллективе.

Используем индивидуальные и групповые задания для обучения, ориентируем школьников на дополнительную литературу с указанием источника получения информации. Индивидуальная, групповая работа предполагает практические задания, проектную деятельность, работу с дополнительным материалом, решение исследовательских задач по математике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теплов, Б. М. Способность и одаренность / Б. М. Теплов // Избранные труды : в 2 т. – М., 1985. – Т. 1. – 236 с.
2. Большой психологический словарь / под ред. Б. Г. Мещерякова, В. П. Зинченко. – М. : Олма-Пресс, 2003. – 666 с.
3. Савельева, Т. А. Актуальные теоретические проблемы одаренности / Т. А. Савельева // Пралеска. – 2008. – № 9. – С. 9–12.

Т. С. ОНИСКЕВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА УЧЕБНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

Моделирование – метод научного исследования явлений, процессов, объектов, устройств или систем (обобщенно – объектов исследований), основанный на построении и изучении моделей с целью получения новых знаний, совершенствования характеристик объектов исследований или управления ими. Под моделью понимается «...такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе исследования замещает объект-оригинал так, что можно получить новые знания об этом объекте-оригинале» [1]. Моделирование как метод научного познания известен с глубокой древности. Постепенно он стал распространяться на все новые и новые области научных знаний.

Метод учебного моделирования можно рассматривать как «дидактическую проекцию универсального метода научного моделирования, а учебную модель – как модель, используемую с целью усвоения изучаемого математического материала» [2, с. 6]. Причем учебное моделирование имеет две одинаково значимые цели. Первая связана с достижением предметных результатов обучения, вторая с формированием у обучающихся умения моделировать [2]. Другими словами, учебное моделирование позволяет обеспечить более высокий уровень овладения учащимися учебным материалом, а также сформировать умение моделировать объекты и процессы.

Достижение вышеназванных целей представляется важным при подготовке специалистов – педагогов и психологов – в образовательном процессе на психолого-педагогическом факультете БрГУ имени А. С. Пушкина, а именно в преподавании математических дисциплин.

Первая цель, связанная с достижением предметных результатов обучения, включает в себя процесс образования новых знаний, являющийся основой обучения, – восприятие новой информации через ее сопоставление с уже имею-

щимися знаниями с помощью интеллектуальных операций анализа, синтеза, классификации, аналогии, обобщения и др. При этом новая информация «прикрепляется» к усвоенным понятиям и способам действий, в результате формируется новое знание. Причем новые знания усваиваются лучше, если наглядность в обучении выполняет не только иллюстративную функцию, но еще и помогает представить информацию в систематизированном обобщенном виде. Важно также, что использование дидактических моделей в учебном процессе основано на психологических закономерностях обучения, а именно применение учебной графики ведет к включению в процесс усвоения знаний правого полушария, отвечающего за образное мышление.

Опорные схемы и структурно-логические модели используются в обучении математике для облегчения восприятия теоретического материала, его осмысления и прочного запоминания. Визуальные модели заставляют учащихся мыслить, рассуждать, сопоставлять, самостоятельно делать определенные выводы.

Дидактические модели значительно облегчают восприятие и осмысление математического материала студентами: зачастую наглядная модель заменяет длительные рассуждения. Учет этой особенности реализован автором в учебно-методическом комплексе «Элементы теории вероятностей и математической статистики» [3] для студентов педагогических специальностей. Так, например, модель анализа условия комбинаторной задачи «подсказывает» способ ее решения (схема «Основные комбинации и условия их применения») [3, с. 18].

Применение учебного моделирования в дидактическом процессе высшего учебного заведения служит и второй из вышеупомянутых целей, а именно формированию у студентов навыка конструирования подобных схем. Ведь они смогут использовать эти умения для анализа конкретных ситуаций в работе психолога, для организации усвоения материала учащимися в практической работе учителя.

Обучение студентов созданию моделей и схем проходит поэтапно. На первом этапе им предлагаются готовые модели, на втором дается задание дополнить существующую схему недостающими элементами, на третьем – создать свою схему. Учет такого поэтапного формирования навыка учебного моделирования осуществлен в пособии «Лекции по основам высшей математики» [4]. Здесь широко используется представление учебного материала в виде интеллектуальных карт, представляющих собой рисунок на бумаге хода мыслей человека во время запоминания, осмысления информации, а также при решении творческих задач. Размещенные в пособии схемы можно использовать на лекционных и практических занятиях для организации управляемой самостоятельной работы студентов, поскольку задания разработать интеллектуальные карты к отдельным темам будут способствовать вовлечению студентов в творческую деятельность.

Учебные модели могут быть представлены на различных носителях (электронном, бумажном) или в виде демонстрационной таблицы. Использовать модели можно по-разному. На начальном этапе можно показать студентам готовую таблицу либо ее часть, обратив внимание на изображенные объекты и связи между ними. Другим вариантом использования схем, которые представляют собой обобщенную модель конкретной математической ситуации, является направленная рефлексия. Это значит, что готовую схему мы применяем на ко-

нечном этапе для того, чтобы студенты могли оценить правильность самостоятельно выполненного задания. Например, обобщенные модели «Правила формирования выборки», «Понятие распределения и способы его задания», «Предварительная проверка распределения на нормальность» и др. [3].

Особую роль дидактические модели играют в заочном и дистанционном образовании, когда студенты имеют возможность увидеть не только готовую визуальную модель в сжатом виде, но и проследить процесс ее создания. Примером использования таких моделей служит упомянутый выше УМК «Элементы теории вероятностей и математической статистики» [3], в котором каждое разработанное практическое занятие основано на использовании моделирования. Например, на занятии по теме «Случайные события» студентам предлагается самостоятельно заполнить схему «Операции над событиями» [3, с. 51].

Таким образом, применение элементов учебного моделирования в учебном процессе высшего учебного заведения для усвоения материала практических занятий, ведения конспекта на лекциях, осмысления большого объема информации, написания курсовых и дипломных работ, подготовки к экзаменам и зачетам, повышения эффективности дистанционного и заочного образования учит студентов преобразовывать информацию, что облегчает ее усвоение, а также формирует профессиональное мышление, профессиональные умения и навыки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бируля, И. О. Экономико-математическое моделирование и его применение [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiCvd_CzdLvAhUE6aQKHa5KADYQFjAAegQIAxAD&url=http%3A%2F%2Feconomyar.narod.ru%2FBirulj.pdf&usg=AOvVaw1eN2SxNRWoopDrR3VswMHa. – Дата доступа: 28.03.2021.
2. Урбан, М. А. Методическая система начального обучения математике с использованием учебного моделирования : автореф. дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / М. А. Урбан ; Белорус. гос. ун-т. – Минск, 2020. – 52 с.
3. Онискевич, Т. С. Элементы теории вероятностей и математической статистики : учеб.-метод. пособие / Т. С. Онискевич ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – 90 с.
4. Онискевич, Т. С. Лекции по основам высшей математики : пособие для студентов специальности 1-23 01 04 «Психология» / Т. С. Онискевич ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – 2-е изд., перераб. и доп. – Брест : БрГУ, 2017. – 74 с.

Р. А. ОСИПОВ

Россия, Смоленск, ФГБОУ ВО «СмолГУ»

ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Информационно-коммуникационные технологии стремительно развиваются в последние десятилетия и производят революцию в общем восприятии их возможностей. Благодаря способности быстро и легко передавать информацию

в любом месте и в любое время, мобильные технологии расширили возможности удовлетворения различных образовательных потребностей современного человека и стали неотъемлемой частью жизни.

Потребность в применении мобильных технологий в образовательном пространстве основной школы ежегодно возрастает. Однако сегодня мобильные технологии слабо интегрированы в практику основной школы из-за отсутствия четко разработанной методической и теоретической базы, консервативных взглядов части педагогического сообщества и низкого уровня ИКТ-компетентности педагогов.

Но практика показывает, что мобильные устройства весьма органично вписываются в процесс обучения, трансформируя и оптимизируя его в индивидуализированном и личностно ориентированном ключе. Рассмотрим наиболее известные и популярные сервисы, которые применяются нами в педагогической практике:

- Образовательный интернет-ресурс для школьников, учителей и родителей «ЯКласс». Позволяет учителю проводить проверку знаний учащихся, задавать домашние задания в электронном виде. Школьник может работать в электронных рабочих тетрадях и использовать тренажеры по учебным предметам.

- Математический пакет GeoGebra. Как известно, особую сложность у школьников вызывают геометрические задачи и построения. Пакет GeoGebra соединяет интерактивную геометрию, алгебру, таблицы, графики, статистику и вычисления, облегчает создание математических построений и моделей обучающимися.

- Приложения для блин-тестирования Kahoot, Plickers, позволяющие мгновенно дать оценку результатов всего класса и облегчить сбор статистики.

- Сервисы для создания интерактивных упражнений, тренажеров, дидактических материалов, интерактивных карточек, тестов, такие как Quizlet, Onlinetestpad, LearningApps, содержащие большой набор уже готовых упражнений разных типов по всевозможным темам, а также предоставляющие возможность создавать интерактивные модули самостоятельно. Использование данных сервисов позволяет совмещать наглядность, закрепление теоретических знаний, совершенствование практических навыков.

- Приложение для трансляции презентаций на мобильные устройства Presefy. Главная особенность решения Presefy заключается в отсутствии какого-либо промежуточного программного обеспечения на мобильном устройстве, с которого выполняется показ презентации. С помощью этого сервиса учитель может удаленно управлять презентацией со своего мобильного устройства, а также транслировать через интернет демонстрацию презентации для значительного количества обучающихся. Подключиться к просмотру презентации можно с любого мобильного устройства. Единственное ограничение для активного использования такой технологии – качество подключения интернета.

- Сервис для формирования индивидуальных домашних заданий с автоматизированной проверкой A2B2.RU, позволяющий свести к минимуму списы-

вание школьниками домашней работы как из готовых домашних заданий, так и друг у друга. Сервис предлагает задания по алгебре для учащихся 5–11 классов.

Перечисленные технологические решения для обучения могут применяться на любом этапе урока математики вне зависимости от его типа, будь то урок открытия нового знания, урок рефлексии, урок закрепления и систематизации знаний или урок развивающего контроля.

Таким образом, использование мобильных технологий на уроках математики имеет высокий дидактический потенциал, который заключается не только в расширении возможностей технического обучения, но и в повышении эффективности за счет индивидуализации учебного процесса и повышения педагогической мотивации. Однако существует также ряд очевидных проблем, связанных с интеграцией мобильных технологий в образовательный процесс. К ним можно отнести организацию равного доступа школьников к современным мобильным устройствам, качественной сети Интернет, обеспечение информационной безопасности школьников, повышение компетентности всех участников образовательного процесса в отношении использования мобильных технологий.

Современному учителю следует пересмотреть отношение к мобильным устройствам как отвлекающим от образовательной деятельности в школе и научиться использовать их высокий дидактический потенциал для достижения образовательных целей и планируемых результатов обучения.

Р. А. ОСИПОВ

Россия, Смоленск, ФГБОУ ВО «СмолГУ»

ТЕХНОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС

В связи с переходом образовательных организаций на ФГОС второго поколения, а в ближайшем будущем на ФГОС третьего поколения существует необходимость пересмотра традиционных подходов к планированию и проведению современного урока. Одной из образовательных технологий, которая соответствует всем требованиям действующего ФГОС, является технология развития критического мышления.

По поводу понятия «критическое мышление» существует несколько оценок: с одной стороны, оно ассоциируется с негативным, поскольку предполагает дискуссию, конфликт; с другой стороны, объединяет понятия «логическое мышление», «творческое мышление», «аналитическое мышление» и т. д. [1]. В настоящее время в различных источниках можно найти разные определения термина «критическое мышление». Так, Д. Халперн определяет критическое мышление как «направленное мышление, оно отличается взвешенностью, логичностью и целенаправленностью, его отличает использование таких когнитивных навыков и стратегий, которые увеличивают вероятность получения желательного результата» [2].

Для развития критического мышления требуется применение специальных методических инструментов, одним из которых является педагогическая технология развития критического мышления через чтение и письмо. Ее базовая модель состоит из трех этапов («вызов – осмысление – рефлексия») и отражает три стадии единого процесса движения учителя и учеников от поставленных целей к результатам обучения по освоению новой темы [1]. Эта модель соответствует закономерным этапам когнитивной деятельности человека. Базовая модель технологии развития критического мышления через чтение и письмо с необходимыми пояснениями представлена в таблице.

Таблица – Базовая модель технологии развития критического мышления

Технологический этап	Содержание этапа
I этап Вызов	Вызов у учащихся уже имеющихся знаний по изучаемому вопросу, активизация их деятельности, мотивация к дальнейшей работе.
II этап Осмысление	Работа с новой информацией с использованием активных методов чтения, постепенное продвижение от знания старого к новому.
III этап Рефлексия	Соотнесение новой информации со старой, творческая переработка, анализ, интерпретация полученной информации.

Технология развития критического мышления подразумевает, что обучающиеся самостоятельно определяют направление в изучении темы, ставят перед собой цель и решают поставленные перед собой вопросы. На каждой из стадий (этапов) урока используются свои методические приемы, которых в настоящее время насчитывается несколько десятков.

Приведем пример урока по математике в 10 классе (с использованием технологии развития критического мышления через чтение и письмо) [3].

Тема урока: Параллельные прямые в пространстве. Цель урока: создание условий для усвоения понятия «параллельные прямые в пространстве» и применения полученных знаний для решения задач.

Урок был проведен в 10 классе по учебнику [4]. Использовались такие приемы технологии развития критического мышления, как «Верите ли вы», «Знаю – Хочу узнать – Узнал», «Синквейн».

Можно выделить следующие преимущества данной технологии:

- Вырабатывается уважение учащихся к собственным мыслям и опыту.
- Обостряется наблюдательность, любознательность.
- Учащиеся становятся более восприимчивы к опыту других детей.
- В ходе обсуждения обнаруживается несколько трактовок одного и того же содержания, а это еще раз работает на понимание.
- Развивает активное слушание.

Затруднения:

- Реализовать полностью урок в данной технологии в рамках классно-урочной системы очень сложно.
- Технология не всегда эффективна в слабых классах.
- В технологии огромное количество приемов – затруднение в выборе.
- Сложность в подборе материала.
- Большие моральные, временные и материальные затраты.

Таким образом, у технологии развития критического мышления есть масса достоинств, но есть и проблема в ее применении: разработка каждого урока требует большого количества времени и сил. Однако накопление опыта применения технологии помогает постепенно решать эту проблему, а положительные результаты собственной педагогической деятельности вдохновляют на дальнейшее использование технологии критического мышления на уроках и во внеурочной деятельности. Органичное включение работы по технологии развития критического мышления в систему школьного образования дает возможность личностного роста, ведь такая работа обращена прежде всего к ребенку, к его индивидуальности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заир-Бек, С. И. Развитие критического мышления на уроках : пособие для учителей общеобразоват. учреждений / С. И. Заир-Бек, И. В. Муштафинская. – М. : Просвещение, 2011. – 220 с.
2. Халперн, Д. Психология критического мышления / Д. Халперн. – СПб. : Питер, 2000. – 512 с.
3. Конспект урока по теме «Параллельные прямые в пространстве» [Электронный ресурс]. – 2021. – Режим доступа: <https://drive.google.com/file/d/1CB-0nnzgiOq99c0HW6YuUNH8NuJNMg5B/view?usp=sharing>. – Дата доступа: 02.04.2021.
4. Атанасян, Л. С. Геометрия. 10–11 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев. – М. : Просвещение, 2013. – 255 с.

В. А. ПЛЕТЮХОВ, В. С. СЕКЕРЖИЦКИЙ, А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ИЕРАРХИИ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА

Многочисленные задачи классической нерелятивистской механики можно классифицировать с точки зрения разновидностей используемых для их решения инерциальных систем отсчета (ИСО). Данная классификация не охватывает все задачи механики, но позволяет выделить иерархию ИСО, в которой при переходе на более высокую ступень все ИСО более низкого уровня превращаются, строго говоря, в неинерциальные системы отсчета (НИСО) [1, с. 67]. Например, если выбрана ИСО третьего уровня, связанная с Солнечной системой, то системы

отсчета, связанные с Землей как планетой, а также с земной поверхностью, с точки зрения данной ИСО будут относиться к разряду НИСО.

Обсуждаемую классификацию представим в виде таблиц 1–4. Во всех задачах предметом исследования по умолчанию является механическое движение. Иерархия ИСО для таблиц 1, 2 и 4 выбрана пятиступенчатой (так как сравнивается один и тот же перечень задач), большему номеру соответствует более высокий уровень иерархии. Разумеется, что на каждом уровне иерархии вместо ИСО можно использовать и НИСО, если по каким-либо причинам это предпочтительнее.

Таблица 1 – Разновидности задач о движении тел в различных ИСО

Где происходят события	Объект исследования, который часто считается материальной точкой	Аналогичные варианты задач (менее распространенные)
1. В ограниченной области земной поверхности или вблизи нее	Человек, автомобиль, летательный аппарат на не очень большой высоте	В ограниченной области поверхности другой планеты (спутника) или вблизи нее
2. Вблизи Земли как планеты	Искусственный спутник Земли, межконтинентальная ракета, метеорит	Вблизи планеты или спутника как единого целого
3. В пределах Солнечной системы	Космический летательный аппарат для исследования комет, планет, спутников	В другой звездной системе
4. В пределах Млечного Пути	Солнце и другие звезды	В другой галактике
5. Во Вселенной	Млечный Путь (<i>относительно других галактик</i>)	Другие галактики

Таблица 2 – Выбор начала отсчета и направлений координатных осей в разновидностях задач, перечисленных в таблице 1

Класс задач	Выбор начала отсчета	Выбор направлений координатных осей	
		по образующим сопровождающего трехгранника Френе [2, с. 179]	другие способы
1	Удобная точка на поверхности или вблизи поверхности Земли	<i>Для ИСО такого типа это не актуально</i>	Удобные в контексте решаемой задачи [1, с. 16]
2	Центр Земли	Орбиты Земли вокруг Солнца	Варианты см. в таблице 3

Продолжение таблицы 2

3	Центр Солнца (или центр масс Солнечной системы)	Орбиты Солнца вокруг центра Млечного Пути	На три удаленные звезды в нашей Галактике, не лежащие в одной плоскости [1, с. 67]
4	Центр Галактики	<i>Для ИСО такого типа это не актуально</i>	а) Тот же вариант, что и в п. 3; б) на три другие галактики, не лежащие в одной плоскости
5	Центр одной из удаленных галактик	<i>Для ИСО такого типа это не актуально</i>	На три других удаленных астрономических объекта Вселенной [1, с. 67]

Таблица 3 – Варианты выбора направлений координатных осей в задачах второго типа

Вариант	1. Три прямые, проходящие через центр Земли	2. Три прямые, проходящие через центр Земли
При этом	одна прямая проходит через центр Земли и географические полюсы, другая – через точку пересечения экватора с нулевым меридианом, а третья перпендикулярна двум другим	одна прямая направлена по вектору скорости Земли по орбите, другая – к центру Солнца, третья – на Полярную звезду
Система координат	приблизительно прямоугольная	произвольная аффинная (коосоугольная)
Примечание	есть привязка к координатам поверхности Земли	нет привязки к координатам поверхности Земли

Таблица 4 – Приближения, используемые при построении ИСО

Почему приближенным является	Выбор направлений координатных осей	Утверждение об отсутствии воздействия других тел
1-й уровень ИСО	Это может быть обусловлено погрешностью приборов	а) Воздействие других тел просто скомпенсировано; б) вращение Земли – проявление силы Кориолиса [1, с. 339]
2-й уровень ИСО	Прецессия и нутация земной оси	Возмущения со стороны Луны, Солнца, планет
3-й уровень ИСО	Далеким звездам совершают собственные движения	Возмущения со стороны других звезд
4-й уровень ИСО	Далеким звездам и галактикам совершают собственные движения	Возмущения со стороны других галактик
5-й уровень ИСО	Другим галактикам совершают собственные движения	Возмущения со стороны других галактик

Следует отметить, что предложенный в [1, с. 67] метод решения задач об относительном движении галактик, опирающийся на выделение каких-либо четырех галактик для фиксации ИСО (5-й уровень), не вполне убедителен, так как собственные движения галактик (в том числе «опорных») по порядку величины примерно одинаковы, а по закону Хаббла у далеких галактик оно даже больше, чем у близких. В качестве альтернативы для таких задач можно использовать ИСО, в которой реликтовое излучение изотропно [3, с. 10, 130–131]. Она не может быть привилегированной с точки зрения специальной теории относительности, но в данном случае является таковой с точки зрения практического удобства. При этом такая ИСО нерациональна для задач, более подходящих для ИСО «низших» уровней.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.
2. Воднев, В. Т. Основные математические формулы : справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович ; под ред. Ю. С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1995. – 380 с.
3. Толкачев, Е. А. Современная концепция естествознания: начала и образ науки в массовом сознании / Е. А. Толкачев. – Минск : РИВШ, 2012. – 212 с.

Е. В. ПОЖИВИЛКО

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 14 г. Пинска»

ГРАФИКО-ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

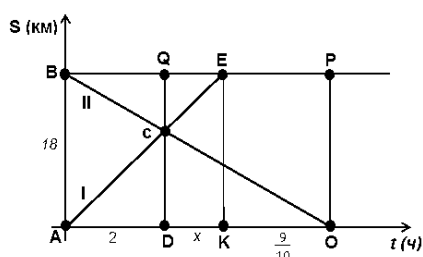
Геометрия придает алгебре необыкновенную красоту и изящность, а вместе алгебра и геометрия представляют собой единое целое. Французский математик София Жермен писала: «Алгебра – не что иное, как записанная в символах геометрия, а геометрия – это просто алгебра, воплощенная в фигурах».

Часто при решении задач мы сталкиваемся с проблемой: некоторые текстовые задачи на движение трудно решить стандартными методами. Для решения данной проблемы можно использовать графико-геометрический метод. Он основан на построении графического образа условия задачи на координатной плоскости и на законах геометрии, которые помогают ответить на вопрос задачи или найти верный путь решения. Данный метод делает решение текстовой задачи более иллюстративным и позволяет избежать громоздких вычислений. Графико-геометрический метод решения задач на движение удобен своей наглядностью, так как вырисовывается вся картинка целиком, и не нужно удерживать в своей памяти разрозненные кусочки.

Графическое представление условия задачи может помочь в решении задач на движение различных уровней сложности. Начнем с одного из часто встречающегося в природе случая – задачи о встречном движении двух объектов. Эту ситуацию можно представить как движение двух объектов навстречу друг

другу. Задача заключается в том, чтобы определить, где произойдет встреча и когда, т. е. через какое время после начала движения объектов она состоится. Встречей объектов считается такой момент времени, когда координаты двух объектов совпадут, а именно, говоря графическим языком, графики движения двух объектов пересекутся.

Рассмотрим **пример 1** [1]. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 18 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились через 2 часа. После чего, не останавливаясь, продолжили движение каждый в своем направлении. Найдите скорость каждого пешехода, если один из них прибыл в пункт B на 54 минуты раньше, чем другой в пункт A .



Решение. Построим графики равномерного движения двух пешеходов, тогда AE – график движения первого пешехода из A в B ; BO – график движения второго пешехода из B в A . C – момент встречи пешеходов. $AD = 2$ ч; $KO = 54$ мин $= \frac{9}{10}$ ч; $DK = x$ ч – время, которое затратил первый пешеход на путь с момента встречи до пункта B .

1. Рассмотрим треугольники $\triangle BQC \sim \triangle ODC$ (по первому признаку подобия треугольников), тогда $\frac{BQ}{OD} = \frac{QC}{DC}$.

2. Рассмотрим треугольники $\triangle EQC \sim \triangle ADC$ (по первому признаку подобия треугольников), тогда $\frac{EQ}{AD} = \frac{QC}{DC}$.

Таким образом, $\frac{BQ}{OD} = \frac{EQ}{AD}$; $\frac{2}{x + \frac{9}{10}} = \frac{x}{2}$;

$$x \left(x + \frac{9}{10} \right) = 4; x^2 + \frac{9}{10}x - 4 = 0;$$

$$D = \left(\frac{9}{10} \right)^2 + 4 \cdot 4 \cdot 1 = \frac{1681}{100} = 16,81.$$

$$x_1 = \frac{-\frac{9}{10} + 4,1}{2} = \frac{-0,9 + 4,1}{2} = 1,6; \quad x_2 = \frac{-\frac{9}{10} - 4,1}{2} = \frac{-0,9 - 4,1}{2} = -2,5 \text{ — не удовлетворяет условию задачи.}$$

Значит, $DK = 1,6$ ч.

$$AK = AD + DK = 2 + 1,6 = 3,6 \text{ (ч); } v_1 = \frac{EK}{AK} = \frac{18}{3,6} = 5 \text{ (км/ч).}$$

$$BP = BQ + QE + EP = 2 + 1,6 + 0,9 = 4,5 \text{ (ч); } v_2 = \frac{PO}{BP} = \frac{18}{4,5} = 4 \text{ (км/ч).}$$

Ответ: 5 км/ч, 4 км/ч.

Рассмотрим **пример 2** [2]. Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Вслед за ним через 2 часа из пункта A выехал велосипедист, а еще через 30 минут – мотоциклист. Пешеход, велосипедист, мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время после выезда мотоциклиста оказалось, что к этому моменту все трое преодолели одинаковую часть пути от A до B . На сколько минут раньше пешехода в пункт B прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт B на 1 час позже мотоциклиста?

Решение. Построим графики равномерного движения велосипедиста, мотоциклиста и пешехода, тогда AE – график движения пешехода из A в B ; KD – график движения велосипедиста из A в B , а FC – график движения мотоциклиста из A в B . O – момент встречи всех троих участников движения.

$AK = 2$ ч; $KF = 30$ мин = $0,5$ ч; $CE = 1$ ч;
 $DE = x$ ч – искомое время.

1. Рассмотрим $\triangle CEO \sim \triangle FAO$ (по первому признаку подобия треугольников), тогда $\frac{CE}{FA} = \frac{EO}{AO}$; $\frac{1}{2+0,5} = \frac{EO}{AO}$; $\frac{1}{2,5} = \frac{EO}{AO}$;

$FA = AK + KF = 2 + 0,5 = 2,5$ (ч).

2. Рассмотрим $\triangle DEO \sim \triangle KAO$ (по первому признаку подобия треугольников), тогда $\frac{DE}{KA} = \frac{EO}{AO}$; $\frac{x}{2} = \frac{EO}{AO}$;

Таким образом, $\frac{CE}{FA} = \frac{DE}{KA}$; $\frac{1}{2,5} = \frac{x}{2}$.

Решим пропорцию: $1 \cdot 2 = 2,5 \cdot x$; $x = \frac{4}{5}$.

Получаем $DE = \frac{4}{5}$ ч = $\frac{4}{5} \cdot 60$ мин = 48 мин.

Ответ: на 48 мин.

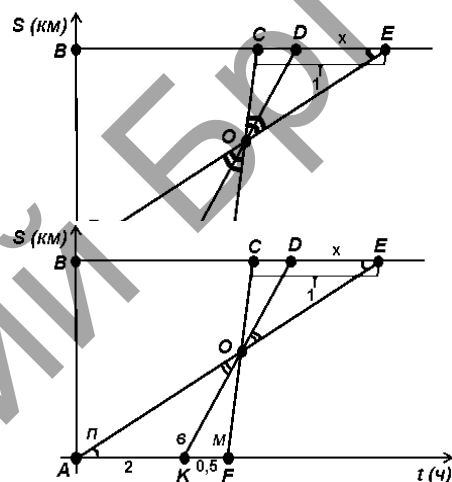
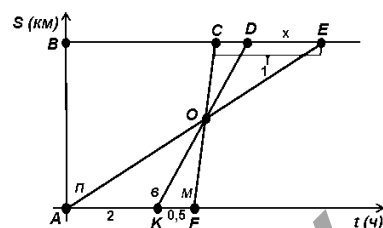
Таким образом, решение текстовой задачи на движение графико-геометрическим методом осуществляется в три этапа:

- 1) построение графической модели условия задачи;
- 2) решение получившейся графической задачи, применяя геометрические знания;
- 3) перевод полученного ответа с графико-геометрического языка на естественный (обычный).

Графико-геометрический метод решения текстовых задач на движение во многих случаях является наиболее простым и изящным методом, он привлекает отсутствием громоздких вычислений и быстротой получения ответа на вопрос задачи. Также одно из преимуществ данного метода перед стандартными состоит в наглядности решения, что позволяет лучше понять задачу. Графико-геометрический метод дает возможность более тесно установить связь между алгеброй и геометрией. Представленный метод решения задач на движение является, возможно, не единственно простым и изящным методом решения текстовых задач на движение, но он по праву заслуживает того, чтобы быть признанным наравне со стандартными методами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общего среднего образования. – Минск, 2019. – Вариант 9, № 9.
2. Арефьева, И. Г. Математика : пособие-репетитор для подготовки к централизованному тестированию / И. Г. Арефьева. – Минск : Аверсэв, 2015.



Д. В. ПРОНЬКО, Е. В. ЗУБЕЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПРЕИМУЩЕСТВА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ «1С: МАТЕМАТИЧЕСКОГО КОНСТРУКТОРА»

Программная среда «1С: Математический конструктор» предназначена для создания интерактивных чертежей (моделей) по математике, сочетающих в себе конструирование, моделирование, динамическое варьирование, эксперимент [1].

«1С: Математический конструктор» позволяет:

- построить основные геометрические объекты: точку, отрезок, прямую, окружность, многоугольник и др.;
- менять оформление чертежа: стиль линий, цвет, отметка штрихами отрезка, дуги;
- использовать преобразования плоскости: гомотетию, поворот, параллельный перенос, осевую симметрию;
- использовать анимацию;
- находить сумму, разность, произведение и частное произвольных выражений.

Преимуществом использования динамической модели, построенной с помощью «1С: Математического конструктора», является ее «гибкость»: можно перемещать точки, изменять длины отрезков, вводить новые значения и др., и, что немаловажно, результат этих изменений виден сразу на экране компьютера. Благодаря своей динамичности геометрическая модель, созданная в математическом конструкторе, становится инструментом, позволяющим сделать геометрическое открытие.

Использование динамических моделей на уроках математики позволяет более эффективно организовать работу учащихся, усиливает познавательный интерес у учащихся. Использование различных стилей оформления, анимации дает возможность увидеть то, что трудно воспроизвести обычным рисунком на доске.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. 1С: Математический конструктор [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://obr.1c.ru/mathkit/index.html>. – Дата доступа: 10.04.2021.

Е. Д. РЫЛАЧ, Е. А. БАГАЛЬ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON ВО ВНЕКЛАССНОЙ РАБОТЕ

Программирование – неотъемлемая часть для активных пользователей компьютера и людей, непосредственно сталкивающихся с самим программированием, будь то интернет-магазины, социальные сети или онлайн-кинотеатры.

Учащиеся начинают изучать основы программирования уже в 6 классе в курсе предмета «Информатика», что способствует развитию у них логико-алгоритмического мышления.

Курс программирования в школе базируется на достаточно несложном для восприятия учащихся языке Pascal ABC. Однако Pascal ABC устаревает и уже перестает конкурировать с современными языками программирования. В настоящее время насчитывается достаточное количество альтернативных ему языков, к которым по праву можно отнести язык программирования Python [1].

Если сравнить Python с другими языками программирования, то можно выделить ряд преимуществ, которыми он обладает. Из них понятность синтаксиса языка для новичков, его логичность, лаконичность и понятность; сильное комьюнити, кросс-платформенность. Именно поэтому целесообразно добавить в школьный курс информатики в качестве факультативного занятия или кружка изучение данного языка программирования. Данные факультативные занятия или кружки могут состоять из теоретической и практической частей, где учащиеся изучат синтаксис языка и научатся применять полученные знания на практике.

Учитель информатики должен определить для себя следующие цели: способствовать формированию навыков программирования на языке Python, развитию логико-алгоритмического мышления у учащихся, а также показать значимость использования программирования при решении задач в различных областях жизнедеятельности человека.

Рассмотрим пример факультатива по информатике, в основе которого будет изучение языка программирования Python. Факультативный курс целесообразно разработать на 34 часа. Он будет включать в себя теоретическую и практическую части, направленные на углубление и расширение знаний учащихся в области синтаксиса и семантики языков программирования, которые необходимы для разработки алгоритмов и программ с использованием процедурного и объективно ориентированного программирования на языке Python. В содержание факультативного курса целесообразно включить такие вопросы, как основы языка Python, числа и строки в языке Python, типы данных языка Python, графика в языке Python, функции и файлы в языке Python.

Теоретическая часть должна состоять из ознакомления с краткой историей, сферой применения и возможностями языка программирования Python; знакомства с синтаксисом языка; знакомства с типами данных и их использованием в зависимости от условия задачи; знакомства с логическим умножением, сложением, комбинацией различного рода операций булевой алгебры, с вводом данных с клавиатуры. Практическая часть – из составления первой программы на языке программирования Python, знакомства с помощью практических примеров с логическим умножением, сложением, комбинацией различного рода операций булевой алгебры, знакомства с помощью практических примеров с возможностями условного оператора «if» и способами его использования, составления циклических алгоритмических конструкций, а также из знакомства с различными вариантами их реализации, знакомства с множественным ветвлением, назначением, способами применения и сферой использования оператора «if-elif-else»

в языке программирования Python, приобретения с помощью практических задач навыков ввода и вывода данных с клавиатуры.

При проведении занятий следует руководствоваться методами активного обучения и использовать элементы проектной технологии. Занятия можно проводить как в индивидуальной, так и в групповой формах. Следует уделить особое внимание формированию у учащихся навыков реализации разработанных ими алгоритмов с использованием требуемых конструкций языка программирования Python. После каждой пройденной темы учащимся необходимо давать различные практические задания, направленные на закрепление ранее изученного материала.

Таким образом, по окончании данного факультатива учащиеся будут знать типы констант и переменных; правила записи команд ветвления, выбора, цикла; правила описания строк, массивов, списков; правила работы с простейшей графикой, команды ввода-вывода при работе с текстовыми файлами, а также будут уметь решать задачи с использованием различных циклических конструкций и команд ветвления, простейшие задачи с использованием строк, массивов, словарей и множеств; при решении практических задач использовать простейшую графику.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляков, К. Ю. Язык Python глазами учителя / К. Ю. Поляков // Информатика. – 2014. – № 9. – С. 4–16.

Л. Н. САВЧУК, В. К. ДРОЗД

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СОЗДАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО ОСНОВАМ АЛГОРИТМИЗАЦИИ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Использование электронных средств обучения (ЭСО) позволяет повысить качество образовательного процесса за счет увеличения производительности труда как учителя, так и учащихся. Появляется возможность повысить мотивацию учащихся, целенаправленно развивать их познавательную и творческую активность в ходе самостоятельной индивидуальной работы. Кроме того, сейчас как никогда востребованы дистанционные формы обучения, поэтому неудивительно, что создание ЭСО по различным предметам является одним из приоритетных направлений развития процессов информатизации в сфере образования.

Под электронными средствами обучения понимают программные средства, в которых отражается некоторая предметная область, в той или иной мере реализуется технология ее изучения средствами информационно-коммуникационных технологий, обеспечиваются условия для осуществления различных видов учебной деятельности [1].

В рамках курсовой работы было разработано электронное учебное пособие по теме «Основы алгоритмизации и программирования» для 6 класса базового

вого курса информатики. Для реализации был выбран объектно ориентированный высокоуровневый язык программирования Delphi из-за отсутствия аппаратных ограничений и возможности использования уникального авторского дизайна (цветовая палитра, интерфейс, структура учебника и подача материала, адаптированная для 6 класса).

Пособие «Основы алгоритмизации и программирования» состоит из аннотации, введения, основной части, заключения и библиографического списка. Основная часть электронного пособия разделена на 4 раздела, в конце каждого из них имеются задания для самостоятельного решения, которые располагаются по возрастанию уровня сложности.

Для создания электронного пособия на языке программирования Delphi были использованы следующие основные компоненты: Label, Button, Image, ScrollBox и форма. Ширина форм пособия составила 995 линейных единиц, а высота – 500 линейных единиц. Таким образом, пособие имеет достаточно большое окно и при этом не закрывает весь экран, чтобы учащийся мог при необходимости параллельно работать и в PascalABC при написании программ.

В строке заголовка электронного пособия отображается его название. Для передвижения по формам созданы кнопки, на которых записывается поясняющий текст. Электронный учебник содержит достаточное количество изображений. Добавление на форму изображений осуществлялось при помощи компонента Image, находящегося на основной вкладке Additional.

Для написания текста использовался компонент Label, для того чтобы расположить весь текст введения и вместить его на одной форме, применили компонент ScrollBox. Он представляет собой регулирующийся по размерам прямоугольник, который дает возможность прокручивать содержащуюся в нем информацию. Данный компонент был расположен в левой части формы. Для перехода от данных форм к другим используются кнопки, созданные при помощи компонента Button.

Каждая последующая форма выглядит следующим образом: слева 38 линейными единицами в компоненте Label записано название раздела, ниже 32 линейными единицами записано название подраздела, далее следует компонент ScrollBox, который растянут на всю ширину формы; в этом компоненте при помощи Label записана основная информация раздела и подраздела, а также присутствуют схемы и разнообразные изображения, которые введены в форму с помощью компонента Image; после компонента ScrollBox снизу формы в середине располагается кнопка для перехода на форму с содержанием, слева находится кнопка для перехода к предыдущей форме, а справа – к последующей форме, т. е. все перемещения по электронному пособию осуществляются через кнопки (исключением является форма с содержанием).

Данное электронное учебное пособие обеспечивает представление большего количества разнообразной информации по основам алгоритмизации и программирования, также возможность легко и быстро дополнить и модифицировать содержащуюся информацию. Пособие имеет простую и понятную навигацию, обеспечивает быстрое перемещение по страницам. За счет обеспечения

хорошей наглядности и нетрадиционной формы подачи учебного материала повышается интерес к учению.

Электронное учебное пособие по теме «Основы алгоритмизации и программирования» может применяться в школе при изучении информатики в 6 классе. Использование данного электронного пособия дает целый ряд преимуществ: представление программного материала в наглядном виде, отображение различных видов информации, интерактивность, возможность доступа для учеников в любом месте и в любое удобное время.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Инструктивно-методическое письмо по использованию электронных средств обучения в образовательном процессе // Информатизация образования. – 2009. – № 4. – С. 13–30.

Л. Н. САВЧУК, С. М. ИБРАГИМОВА

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИСТОРИЧЕСКИЙ АСПЕКТ ИЗУЧЕНИЯ ОСНОВ АЛГОРИТМИЗАЦИИ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Содержание обучения, обогащенное исторической информацией, способствует развитию познавательного интереса учащихся, расширяет их кругозор, углубляет понимание изучаемого материала, а также повышает их информационную культуру как составную часть общей культуры личности. Залог успешного обучения состоит в умелом использовании учителем элементов истории информатики таким образом, чтобы они сочетались с излагаемым фактическим материалом и дополняли его. Это может быть и краткое сообщение, и несколько слайдов презентации, содержащих наглядную информацию, и короткий видеофрагмент. Формы представления исторического материала весьма разнообразны.

Трудные понятия, термины воспринимаются учащимися формально. Чтобы связать обучение с жизнью, показать связь понятий с практической деятельностью людей, нужно историческое обоснование изучаемого материала. Содержательная линия «Основы алгоритмизации и программирования» является одной из наиболее сложных для учащихся, поэтому особое значение имеет привлечение дополнительного занимательного исторического материала. Обычно на первых уроках по алгоритмизации учащимся рассказывают о происхождении термина «алгоритм» от имени арабского ученого Аль Хорезми. Однако не менее интересно узнать и о первой программе, которая была создана еще в 1842 г. Дочь лорда Байрона Ада Лавлейс описала алгоритм первой в мире программы для вычисления чисел Бернулли. Кроме того, Ада Лавлейс ввела термины «цикл», «рабочая ячейка», а также описала основные принципы алгоритмизации, которые остаются актуальными в настоящее время, поэтому она и считается первым в мире программистом.

Важно также на уроках информатики представлять сведения из биографий видных ученых, внесших большой вклад в развитие школьной информатики, таких как А. П. Ершов, который не только написал фундаментальные работы по теоретическому программированию, но и являлся инициатором введения нового курса «Основы информатики и вычислительной техники» в школу, выдвинув революционный в то время лозунг о всеобщей компьютерной грамотности молодежи, который является актуальным и в настоящее время.

Грамотно подобранный исторический материал, повышая интерес к предмету, способствует лучшему усвоению программного материала учащимися, развивает их мышление и информационную культуру.

А. П. САЦКЕВИЧ

Россия, Смоленск, МБОУ «Средняя школа № 40 г. Смоленска»

ЭФФЕКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Для того чтобы идти в ногу со временем, сегодня учителю уже недостаточно хорошо знать свой предмет и методику его преподавания. Современному учителю необходимо:

- осознанно использовать технологии;
- развивать «гибкие навыки»;
- знать свои права;
- быть финансово грамотным;
- увлекаться чем-то помимо работы.

Все перечисленные «характеристики» учителя напрямую связаны с концепцией обучения в течение всей жизни. Обучение в течение всей жизни предполагает обучение всему, везде, в любом возрасте. При этом формы обучения могут быть разнообразны – от программ профессиональной переподготовки до посещения лекториев и мастер-классов. Одно из последних новаторских направлений развития образовательной деятельности – так называемый «конвергентный подход». Когда говорят о конвергенции, то параллельно звучат такие понятия, как «межпредметные связи» и «интеграция». Конвергенция – это новый научно-технологический уклад, который базируется на «большой четверке» технологий – НБИК-технологиях, где Н – это «нано», Б – «био», И – «информационные» и К – «когнитивные» технологии. В настоящее время происходит цифровая трансформация целей и содержания образовательной работы, изменения в организации и методах корректировки форм проведения уроков.

Рассмотрим наиболее эффективные технологии, применяемые на уроках физики.

1. Работа по станциям. Данный метод хорошо зарекомендовал себя для проведения лабораторных и практических работ в случаях, когда запланирована работа со специфическим учебным оборудованием, но может быть использован и на обычных уроках. В начале урока учитель проводит краткий инструктаж

с учениками, распределяет их по станциям и выдает задание каждой группе. Станции могут быть связаны с конкретным оборудованием, которое вы планируете использовать на уроке. Например, «зона теории», «зона практического эксперимента», «зона проектной работы», «демонстрационная зона». Ребята выполняют задания совместно в группах или индивидуально в соответствии с задумкой учителя. В рамках урока может происходить ротация станций, как следствие, у ученика несколько раз за урок может изменяться форма его работы. В конце – общее подведение итогов урока, рефлексия. Для того чтобы данная технология была эффективна, необходимо заранее разработать четкие инструкции для учеников, определить, какие задачи на данной станции они должны решать.

2. Технология «Перевернутый класс (урок)» – это модель обучения, при которой учитель предоставляет материал для самостоятельного изучения дома, а на очном занятии осуществляет практическое закрепление и отработку материала. Для перевернутого обучения характерно:

- предварительное выполнение учениками домашнего задания;
- просмотр видеофрагментов, презентаций, лекции;
- чтение учебных текстов, рассмотрение поясняющих схем;
- прохождение тестов на начальное усвоение темы.

Классная работа посвящается разбору сложной теоретической части и вопросов, возникших у школьников в процессе выполнения домашней работы. Также в классе под наблюдением учителя ребята решают практические задачи и выполняют исследовательские задания. После урока в рамках домашней работы школьники завершают практические задачи, выполняют тесты на понимание и закрепление пройденной темы. Недостатки данной формы работы в том, что подготовка уроков может занять много времени, а некоторые ученики могут заранее не изучить ваши материалы. К достоинствам этой технологии можно отнести то, что школьники всегда могут пересмотреть материалы, если что-то непонятно, а мотивированные ребята смогут еще более углубиться в изучение материала.

3. Технология проектной деятельности. Эта технология хорошо подходит для занятий внеурочной деятельностью и кружков дополнительного образования. При реализации проектного подхода педагог помогает ученикам выявить какую-либо проблему, над решением которой они будут работать. Далее проблема переходит в цель, ребята ставят перед собой задачи для ее достижения. В ходе дальнейших занятий они совместно работают над проектом, результатом которого становится конечный продукт. Данная технология настолько гибкая, что практически любую задачу можно свести к решению в рамках проектного подхода. Однако для успешного применения данного подхода нужен определенный опыт.

Используя новые технологии, легко решать задачи по физике. Рассмотрим практическую задачу: На какой высоте h над центром круглого стола радиусом $r = 0,5$ м нужно повесить лампочку, чтобы освещенность на краю стола была максимальной?

Для решения нам понадобятся датчик измерения освещенности и ноутбук.

План решения:

- 1) подключить датчик, установить настройки;
- 2) змерить освещенность на рабочем месте;
- 3) данные перевести в Excel;
- 4) построить диаграмму или график на основании результатов;
- 5) проанализировав полученные данные, ответить на вопрос задачи.

4. Учебный фильм является средством эффективного усвоения учебного материала.

Основные цели использования видеоматериалов в учебном процессе:

- активизация интереса к предмету;
- обеспечение наглядности в учебном процессе;
- создание не только образного представления о событии или явлении, но и визуализация информации.

Актуальность применения учебных фильмов на уроке продемонстрирована на рисунке.

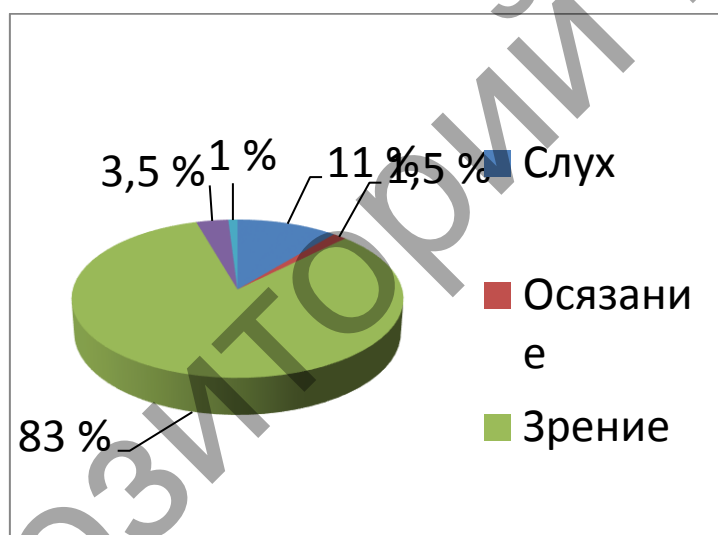


Рисунок – Актуальность применения учебных фильмов

Готовясь к проведению киноурока, учитель должен просмотреть кинофильм, определить время просмотра, разбить фрагмент на смысловые единицы, сформулировать к ним вопросы и задания для учащихся; определить значение фрагмента для изучения конкретной темы; продумать выявление результатов просмотра.

Использовать видеофрагменты можно в начале урока для актуализации, мотивации, постановки проблемы или проблемной ситуации, в ходе изучения нового материала для поиска необходимой информации, решения проблемы, в конце занятия для закрепления полученных знаний.

Инновационные технологии, новые формы работы позволяют учащимся развивать качества, которые просто необходимы человеку XXI в. в школе, на работе и в жизни.

М. А. СЕЛЮЖИЦКАЯ

Беларусь, Пинск, ГУО «Средняя школа № 1 г. Пинска»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Предмет «Математика» столь серьезен, что не следует упускать ни одной возможности сделать его более занимательным (Б. Паскаль).

Решение одной из важнейших задач обучения школьников – научить учащихся – связано с проблемой систематического усиления познавательной активности детей. Любой педагог, пробуждая интерес к своему предмету, не просто осуществляет передачу опыта, но и укрепляет веру в свои силы у каждого ребенка независимо от его способностей. Для создания глубокого интереса учащихся к предмету, для развития их познавательной и самостоятельной активности необходим поиск дополнительных средств, стимулирующих развитие общей активности, самостоятельности, личной инициативы и творчества учащихся разного возраста.

Математика – предмет очень удобный для развития интеллектуальных творческих способностей ребят. Цель уроков математики – сформировать умение использовать на практике способы познания нового. Используемые учителем инновации, методы, активизирующие деятельность учащихся по поиску и усвоению нового материала, позволяют достичь этой цели.

Инновационные технологии в преподавании математики играют важную роль для повышения уровня усвоения этого предмета учащимися. Старые способы преподавания уже не помогают решить задачи, которые стоят перед учителем, так как изменение образа жизни людей в век развития техники влияет на детей. Они лучше усваивают информацию, изложенную с использованием новых приемов, чем поданную с помощью традиционных методов (рассказа, беседы, объяснения и др.). Инновации на уроках способствуют закреплению знаний и формированию практических умений учащихся [1].

На своих уроках я использую проектный метод. В основе его лежит самостоятельное получение учащимися знаний. Учитель выступает в роли независимого консультанта. Дети учатся работать, организовывать свою деятельность по добыче информации, учатся ставить цель, пользоваться дополнительной литературой, сравнивать данные и делать выводы. Этот метод обучения побуждает детей задавать проблемные вопросы, творчески мыслить и свободно высказывать свою точку зрения. Он также может способствовать закреплению знаний и формированию практических умений и навыков по решению нестандартных задач [1].

Деятельность учеников направлена на создание проекта на предложенную педагогом тему, исходной информации не дается. В ходе решения поставленной задачи они учатся приспосабливаться к изменяющимся условиям действительности и самостоятельно действовать в трудных ситуациях.

Также на уроках использую игровые технологии с игровыми приемами. Игру считают основным способом получения информации о мире для ребенка дошкольного возраста, но в школе она не теряет актуальности. Этот метод позволяет вызвать интерес учащихся к изучаемой теме, стимулировать их активность на уроке и способствует развитию творческого потенциала.

Активно использую проблемное обучение. Оно способствует закреплению полученных детьми на уроке знаний путем применения их на практике. Учитель создает проблемную ситуацию и подводит учащихся к разрешению противоречия, но не дает им готовый ответ. Он побуждает детей рассмотреть изучаемое явление с разных сторон, сравнить факты, обобщить информацию и сделать выводы. В качестве проблемы могут быть выбраны задачи с недостающими, избыточными или ошибочными данными; поиск новых способов решения примера или задачи; поиск доказательств теорем и правил; нахождение противоречий между решением задачи и действительностью [1].

Очень часто использую тестовые технологии. Тестовое задание – вопрос с вариантами ответов на него. Тесты используются в учебном процессе на этапе закрепления изученного материала и проверки знаний. Большое внимание им уделяется при подготовке учащихся к сдаче экзамена и централизованного тестирования по математике. Тесты учат анализировать данные, сравнивать их, работать с понятиями, сравнивать варианты ответов и выбирать правильный на основе сопоставления. Тестовые технологии также выполняют функцию контроля уровня знаний. Учащиеся при выполнении письменных заданий, где даны варианты ответов, испытывают меньше негативных эмоций, чем на устном экзамене. Им легче выбрать готовый ответ, чем формулировать его самостоятельно. Это позволяет увидеть точный уровень знаний учеников и поставить справедливую отметку. Важно не ограничиваться только тестовым методом закрепления материала, так как ученикам важно не только уметь анализировать и делать выводы, но и высказывать свою точку зрения. Эта проблема может быть решена с помощью открытых тестовых заданий, где нет вариантов ответа. При ответе на них учащиеся должны вспомнить теоретическую информацию и написать ее своими словами [2].

Microsoft Office Excel – прикладная программа с большими графическими возможностями, некоторые из них можно использовать для решения математических задач, которые вполне успешно решаются привычным для нас аналитическим способом. Если раньше основное внимание было сосредоточено на математических методах, которые предусматривали проведение расчетов вручную, то теперь с появлением специализированных математических программ необходимо научиться проводить требуемые вычисления на компьютере.

В настоящее время только специалист, хорошо знающий математику и умеющий применять математические методы на компьютере, может считаться специалистом современного уровня.

Для интеллектуального развития школьников необходимы творческие задания, направленные на раскрепощение их мысли, на проявление инициативы, смелости при поиске решения. За кажущейся простотой заданий – огромное

поле для творчества. Каждый ребенок может проявить фантазию и применить свой оригинальный способ решения, за что его необходимо обязательно поощрить. Для стимулирования творческой деятельности учащихся можно использовать самостоятельные домашние исследования, например предложить нескольким учащимся решение одной и той же задачи. Даю им время на выполнение, например неделю, и предлагаю на очередном уроке изложить свой метод решения. Это прекрасный стимул для творческой деятельности. Учащиеся находятся в центре внимания, они проявляют максимум мыслительных способностей, чтобы оправдать доверие учителя, поднять свой авторитет в глазах одноклассников. На своих уроках математики я уделяю большое внимание формированию практических навыков учащихся через самостоятельную работу, индивидуальный и дифференцированный подход. Дети должны чувствовать связь обучения с жизнью, с общественно полезным, производительным трудом, с содержанием программ по другим предметам общеобразовательного цикла [2].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канарская, О. В. Инновационное обучение / О. В. Канарская. – М. : Лики России, 1997. – 480 с.
2. Гельман, В. Я. Решение математических задач средствами Excel : практикум / В. Я. Гельман. – СПб., 2013. – 240 с.

С. И. СЕРГЕЕВ

Беларусь, Минск, НМУ «Национальный институт образования»

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ В ЗАДАНИЯХ МЕЖДУНАРОДНОЙ ПРОГРАММЫ PISA: КОНЦЕПТУАЛЬНОЕ НОВОВВЕДЕНИЕ

Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся PISA уже в течение двух десятилетий оказывает значительное влияние на школьное образование стран-участниц [1]. Рейтинг страны, определяемый PISA, сам по себе является чувствительным индикатором для стран-участниц. Результаты исследований, которые проводятся раз в три года, являются предметом тщательного анализа и обсуждения педагогическим сообществом каждой страны и часто становятся триггером изменений в системе образования. Беларусь с 2018 г. также принимает участие в этой международной программе.

С 2012 г. PISA использует принципиально новый вид заданий, что явилось главной инновацией в диагностическом инструментарии с момента начала деятельности программы. Речь идет об интерактивных заданиях (interactive tasks), ключевым моментом при выполнении которых является взаимодействие учащегося со специально сконструированной компьютерной программой (апплетом) [2].

Основным отличием интерактивных заданий от привычных аналитических является то, что учащемуся предлагается самостоятельно провести «исследование новой сложной многофакторной системы с заранее неизвестными свой-

ствами, причем... не чистым отвлеченно-аналитическим путем, а путем непосредственного практического взаимодействия с новым объектом – выдвигая гипотезы, тут же экспериментально проверяя их и пытаясь управлять объектом» [3, с. 34]. В интерактивных заданиях учащемуся нужно получить ряд данных самостоятельно, провести их анализ и в итоге сделать определенные выводы. Получение новых данных, новой информации, проведение экспериментов для подтверждения или опровержения гипотез посредством взаимодействия с компьютерной программой является основным элементом интерактивных заданий программы PISA.

Рассмотрим для примера интерактивное задание *Бег в жаркую погоду*, предлагавшееся в исследовании 2015 г. [2, с. 40]. На рисунке изображен скриншот апплета *Бег в жаркую погоду* для четвертого из шести вопросов этого задания. Вопрос учащемуся сформулирован следующим образом: «Основываясь на данных, полученных с помощью симуляции (апплета), определите самую высокую температуру воздуха, при которой человек может бежать в течение часа, не получив при этом тепловой удар. Влажность воздуха составляет 40 %». Возможные варианты ответа: 20 °C, 25 °C, 30 °C, 35 °C, 40 °C.

Бег в жаркую погоду
Вопрос 4 / 6

► Как выполнить симуляцию

Выполните симуляцию для получения данных на основании приведенной ниже информации. Для ответа на вопрос отметьте нужный вариант ответа, выберите данные в таблице, а затем запишите объяснение.

В соответствии с симуляцией, в условиях, когда влажность воздуха составляет 40%, какова самая высокая температура воздуха, при которой человек может бежать в течение часа, не получив теплового удара?

☐ 20 °C
☐ 25 °C
☐ 30 °C
☐ 35 °C
☐ 40 °C

✱ Выберите в таблице две строки данных для подтверждения вашего ответа.

Объясните, как эти данные подтверждают ваш ответ.

Температура воздуха (°C)	Влажность воздуха (%)	Пьет воду	Объем пототделения (в литрах)	Потеря воды (%)	Температура тела (°C)

Рисунок – Задание *Бег в жаркую погоду*

Для ответа на этот вопрос учащемуся предлагается с помощью апплета получить значения ряда параметров и заполнить следующую таблицу.

Температура воздуха (°C)	Влажность воздуха (%)	Употребление воды	Объем пототделения (литры)	Потеря воды (%)	Температура тела (°C)

Далее учащемуся нужно выбрать в таблице две строки данных для подтверждения выбранного им варианта ответа, а затем в текстовом поле записать объяснение, почему эти данные подтверждают его ответ.

Отдельно следует отметить факт, относящийся к интерактивным математическим заданиям PISA: несмотря на то что такие задания уже используются в исследовании, в открытый доступ консорциум разработчиков инструментария исследования PISA эти задания не выложил. В целом публикуется ограниченное количество образцов заданий. Это связано с повторным использованием одинаковых заданий в разных циклах исследования.

Появление нового вида заданий стимулировано, с одной стороны, глобальным влиянием цифровых технологий на все стороны жизни человека, естественным образом расширивших понятие функциональной грамотности. Человеку приходится взаимодействовать с разной степенью сложности компьютерными приложениями и в повседневной жизни, и в профессиональной деятельности. С другой стороны, применение компьютерных интерактивных заданий впервые в истории массового тестирования стало возможным благодаря многолетнему чрезвычайно успешному опыту разработки компьютерных инструментов для системы образования в ведущих экономиках мира. В этой связи в первую очередь следует отметить, пожалуй, самый масштабный проект в области физического образования The Physics Education Technology Project (PhET), начало реализации которого относится к 2003–2005 гг. Проект осуществлялся группой крупных ученых под руководством лауреата Нобелевской премии по физике Карла Вимана (Carl Wieman) на базе Колорадского университета (США). Созданные в рамках проекта компьютерные программы (апплеты), на разработку которых были привлечены колоссальные ресурсы, предоставлены в открытый доступ и локализованы практически на все языки, в том числе и на русский [4]. В настоящее время проект предлагает не только физические апплеты, но и апплеты для других образовательных областей: математики, биологии и химии. Отметим, что за время деятельности проекта PhET пользователи осуществили более 800 млн загрузок апплетов. Использование ресурсов проекта в образовательном процессе в белорусских школах может существенным образом повлиять не только на готовность учащихся к успешному прохождению тестирования в рамках программы PISA, но и на качество обучения по ряду предметов.

В целом можно заключить, что развитие компьютерного диагностического инструментария PISA стимулирует массовое применение в педагогических практиках интерактивных дидактических и диагностических материалов в цифровом формате, а также их разработку для системы образования Республики Беларусь.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Assessing mathematical literacy: the PISA experience / eds. K. Stacey, R. Turner. – New York : Springer, 2015. – 321 p.
2. PISA 2015 released field trial cognitive items [Electronic resource]. – Mode of access: <https://www.oecd.org/pisa/test/PISA2015-Released-FT-Cognitive-Items.pdf>. – Date of access: 12.04.2021.
3. Поддьяков, А. Н. Решение комплексных проблем в PISA-2012 и PISA-2015: взаимодействие со сложной реальностью / А. Н. Поддьяков // Образоват. политика. – 2012. – № 6 (62). – С. 34–53.
4. PhET, University of Colorado, Boulder [Electronic resource]. – Mode of access: <https://phet.colorado.edu>. – Date of access: 12.04.2021.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ РАЗНОВИДНОСТЕЙ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ

В курсах астрономии, физики атомного ядра и элементарных частиц встречаются сведения о различных видах гамма-излучения (далее – ГИ). В литературе не уделяется достаточного внимания вопросу о систематизации соответствующей информации (см., например, [1, с. 407–411]). В связи с этим, учитывая различные подходы к классификации ГИ, предложим следующую таблицу.

Таблица – Различные подходы к классификации гамма-излучения

Классификационный признак	Разновидности гамма-излучения с точки зрения данного признака
1.1. Типы источников ГИ (объекты и процессы)	ГИ возбужденных атомных ядер, аннигиляционное ГИ, тормозное ГИ (более подробную классификацию тормозного излучения, не обязательно ГИ, см. в [2, с. 212])
1.2. Местоположение источников ГИ	ГИ от земных источников и космическое ГИ
2. Характер спектра ГИ	Линейчатое и сплошное ГИ
3. Количество испущенных квантов в одном элементарном процессе	Один гамма-квант при ГИ ядер, не менее двух квантов при аннигиляции пары «частица-античастица»
4. Энергия ГИ	Мягкое (до 10 кэВ) и жесткое (свыше 10 кэВ)
5. Поляризация ГИ	Неполяризованное ГИ, линейно поляризованное ГИ, циркулярно-поляризованное ГИ

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др]. – М. : Совет. Энцикл., 1988. – Т. 1 : Ааронова – Бома эффект – Длинные линии. – 704 с.
2. Серый, А. И. К вопросу о классификации разновидностей тормозного излучения / А. И. Серый // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 8–9 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; редкол.: Е. П. Гринько [и др.] ; под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 212.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

**К ВОПРОСУ О МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ
«СТРОЕНИЕ ЗВЕЗД» В КУРСЕ АСТРОНОМИИ**

Учебной программой по дисциплине «Астрономия» для специальности «Физика и информатика» предусмотрено, в частности, изучение темы «Физические условия и эволюция небесных тел», в которой присутствуют такие вопросы, как «Общие сведения о звездах» и «Основные стадии эволюции звезд». Ниже в форме таблицы и схемы на рисунке (составленные на основе [1, с. 96–101]) представлены некоторые результаты сравнительного анализа строения звезд поздних спектральных классов главной последовательности G, K, M (I), ранних спектральных классов главной последовательности O, B, A (II) и красных гигантов (III).

Предложенные таблица и схема могут быть полезными при обобщении и закреплении материала по данной теме. Также составление подобных таблиц и схем может быть предложено студентам в качестве самостоятельных творческих заданий. Впоследствии студенты, работая в школе учителями астрономии, смогут попробовать аналогичные методы работы с одаренными учащимися.

Данная публикация является продолжением методических исследований, результаты которых были изложены в [2, с. 47].

Таблица – Сравнение строения звезд типов I, II и III

Строение звезд	Тип звезд		
	I	II	III
Изотермическое гелиевое ядро	Отсутствует	Отсутствует	Есть
Зона ядерных реакций	Есть	Есть, вместе с конвективным ядром (25 % радиуса у звезды с массой, в 10 раз больше солнечной)	Есть
Зона переноса энергии излучением	Есть	Есть	Есть
Конвективная зона	Есть	Отсутствует	Есть (до 90 % радиуса звезды)
Примеры	α Центавра А, Капелла, Солнце	Спика	Арктур, Альдебаран

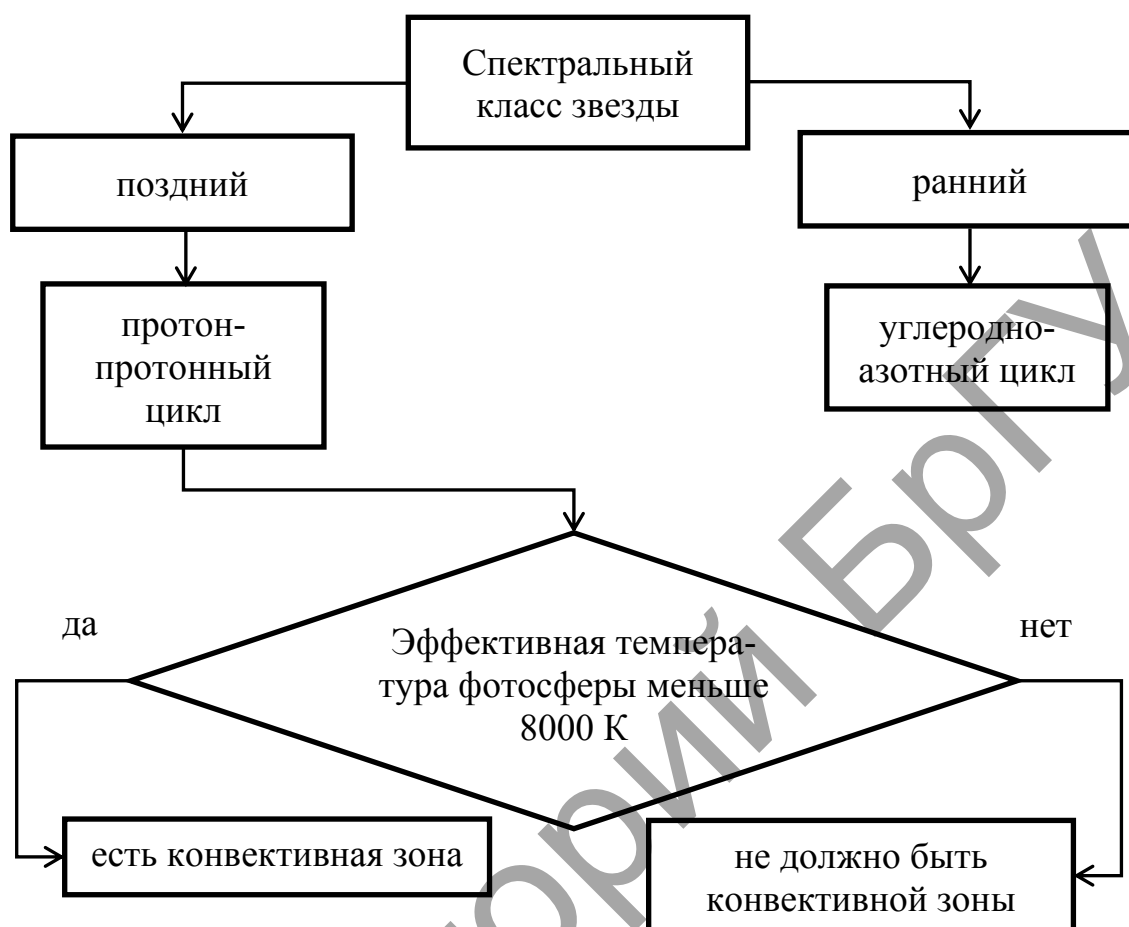


Рисунок – Сравнение звезд ранних и поздних спектральных классов с точки зрения типов ядерных реакций и наличия конвективной зоны

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клищенко, А. П. Астрономия : учеб. пособие / А. П. Клищенко, В. И. Шупляк. – М. : Новое знание, 2004. – 224 с. : ил.
2. Серый, А. И. О сравнительной характеристике некоторых процессов энерговыделения в звездах / А. И. Серый // Межпредметные связи в обучении физике и астрономии в средней школе : сб. материалов регион. науч.-метод. семинара, Брест, 23 марта 2018 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2018.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

К МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ФИЗИЧЕСКИ ДВОЙНЫЕ ЗВЕЗДЫ» В КУРСЕ АСТРОНОМИИ

В курсе астрономии изучается, в частности, тема «Двойные звезды» (далее – ДЗ). Ниже предложена таблица (составленная на основе [1, с. 563–564; 2, с. 107–111; 3, с. 107, 108; 4]), которая может быть полезной при обобщении

материала по данной теме. В таблице сравниваются разновидности физически ДЗ (т. е. связанных гравитационно) с точки зрения аккреции вещества, при этом R_s – радиус Солнца, а.е. – астрономическая единица.

Таблица – Разновидности двойных систем (ДС)

Тип Характеристика	Широкие ДС	Тесные ДС	Сталкивающиеся ДЗ
Расстояние между звездами	От $3 \cdot 10^3 R_s$ до 10^4 а.е.	От 10^9 см до $3 \cdot 10^3 R_s$	До 10^9 см
Форма звезд	Сферическая	Несферическая	Несферическая
Наличие аккреции	Нет	Да	Да
Слияние двух звезд воедино	Нет	Нет	Да
Примеры	α Центавра AB	Барстеры, новые	Столкновение двух нейтронных звезд

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др]. – М. : Совет. Энцикл., 1988. – Т. 1 : Ааронова – Боме эффект – Длинные линии. – 704 с.
2. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др]. – М. : Большая Рос. Энцикл., 1998. – Т. 5 : Стробоскопические приборы – Яркость. – 691 с.
3. Клищенко, А. П. Астрономия : учеб. пособие / А. П. Клищенко, В. И. Шупляк. – М. : Новое знание, 2004. – 224 с. : ил.
4. Юдина, А. Сталкивающиеся нейтронные звезды могут раскрыть тайны расширения Вселенной [Электронный ресурс] / А. Юдина. – Режим доступа: <https://scientificrussia.ru/articles/stalkivayushchiesya-nejtronnye-zvezdy-mogut-raskryt-tajny-rasshireniya-vselennoj>. – Дата доступа: 05.04.2021.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ В ЗАДАЧАХ ПО АСТРОНОМИИ ОЛИМПИАДНОГО УРОВНЯ

В современной школьной программе по математике не уделяется столь заметного внимания приближенным вычислениям, как это было в прежние годы. Эти трудности методического характера во многом связаны с гораздо более слабым владением современными учащимися такой важнейшей операцией, как дифференцирование (не говоря уже о знании формулы Тейлора – Маклорена и ее конкретного вида для основных известных функций).

Иллюстрирующим примером, предполагающим владение приближенными вычислениями, является следующая задача, по уровню соответствующая астрономическим олимпиадам [1, с. 81].

На квазаре произошла вспышка, зарегистрированная земным наблюдателем. Двойник, возникший благодаря галактике, расположенной на расстоянии $l = 1.00 \cdot 10^9$ световых лет от Земли, «мигнул» с запозданием примерно в двое суток ($\tau = 1.73 \cdot 10^5$ с). Угловое расстояние между квазаром и двойником $\alpha = 3.00 \cdot 10^{-6}$ рад. Определить расстояние d до квазара.

Решение, приведенное в [1, с. 113–114] (и более детально разобранный в [2, с. 24–25]), приводит к следующему ответу:

$$d = \frac{l^2 \sin^2 \alpha - (c\tau + l(\cos \alpha - 1))^2}{2(c\tau + l(\cos \alpha - 1))} + l \cos \alpha. \quad (1)$$

Все величины, стоящие в правой части (1), известны, поэтому остается только подставить численные данные.

При разборе этой задачи на тренировочных сборах при подготовке к заключительному этапу Республиканской олимпиады по астрономии среди учащихся общеобразовательных школ в 2021 г. в г. Бресте некоторые участники рассуждали следующим образом.

Поскольку угол α мал, то можно приближенно положить

$$\cos \alpha \approx 1, \cos \alpha - 1 \approx 0, \sin \alpha \approx 0. \quad (2)$$

В результате формула (1) упрощается, и можно получить

$$d \approx l - \frac{c\tau}{2}. \quad (3)$$

Численно это дает (если принять $c = 3.00 \cdot 10^5$ км/с, 1 световой год = $9.46 \cdot 10^{12}$ км [3, с. 28]) $d \approx l = 9.46 \cdot 10^{21}$ км, т. е. с учетом точности исходных данных можно пренебречь вычитаемым в правой части (3).

Если же вместо (2) использовать более точные разложения (в чем, как оказалось, современные учащиеся выпускных классов общеобразовательных школ не сильны)

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}, \cos \alpha - 1 \approx -\frac{\alpha^2}{2}, \sin \alpha \approx \alpha, \quad (4)$$

то упрощение формулы (1) приводит к результату

$$d \approx \frac{l^2 \alpha^2 - \left(c\tau - l \frac{\alpha^2}{2}\right)^2}{2\left(c\tau - l \frac{\alpha^2}{2}\right)} + l. \quad (5)$$

Численные расчеты показывают, что вычитаемым в числителе первого слагаемого правой части (5) можно пренебречь, но благодаря слагаемому $l^2\alpha^2$ оказывается, что значением всей дроби по сравнению с l пренебрегать нельзя. В результате получаем $d \approx 52.62 \cdot 10^{21}$ км $\approx 5.56 \cdot 10^9$ св. лет.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белонучкин, В. Е. Кеплер, Ньютон и все-все-все... / В. Е. Белонучкин. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 128 с.
2. Серый, А. И. О нелинейных алгоритмах в задачах по астрономии / А. И. Серый, З. Н. Серая // Астрофизические исследования в БрГУ имени А. С. Пушкина : сб. материалов науч.-метод. семинара, Брест, 11 апр. 2017 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2017. – С. 24–25.
3. Клищенко, А. П. Астрономия : учеб. пособие / А. П. Клищенко, В. И. Шупляк. – М. : Новое знание, 2004. – 224 с. : ил.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О РАЗНОВИДНОСТЯХ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ В ФИЗИКЕ

Такое важнейшее понятие, как замкнутая (изолированная) система, встречается в разных разделах физики, приобретая в каждом из них свое смысловое содержание и свои сопутствующие законы сохранения. В связи с этим представляет интерес сравнительная характеристика основных вариантов смыслового содержания указанного понятия (таблица).

Таблица – Разновидности замкнутых систем

Замкнутая система	Раздел физики		
	Механика	Термодинамика	Электродинамика
Смысл замкнутой системы	Система тел, настолько удаленных от всех остальных тел, что эти остальные тела не оказывают никакого действия на рассматриваемую систему [1, с. 68]	Система тел, которые не могут обмениваться энергией и веществом с окружающими телами [2, с. 15]	Система тел, которые не могут обмениваться электрическими зарядами с окружающей средой
Что сохраняется в такой системе	Импульс	Энергия	Заряд [3, с. 16]

Продолжение таблицы

Обратное утверждение, вообще говоря, неверно, так как, например,	автомобиль, движущийся с постоянной скоростью (а значит, и импульсом), не является замкнутой системой, поскольку работа против сил трения в точности компенсируется энергией, выделяемой при сгорании топлива	в системе, в которой мощность подвода и отвода тепла равны, энергия сохраняется, но система не является замкнутой	в системе, в которой скорость втекания и вытекания заряда равны, полный заряд сохраняется, но система не является замкнутой
Системы, противопоставляемые замкнутым	Незамкнутые	Закрытые и открытые	Незамкнутые

При этом сделаем следующие замечания. 1. В механике для замкнутой системы выполняются также законы сохранения энергии и момента импульса, но для этих законов условие замкнутости системы, являясь достаточным, не является необходимым. 2. Можно считать, что запрет на обмен веществом с окружающей средой автоматически приводит к запрету на обмен заряженными частицами, т. е. система, замкнутая в термодинамическом смысле, замкнута и с точки зрения электродинамики; обратное, вообще говоря, неверно, так как система зарядов, замкнутая с точки зрения электродинамики, может быть закрытой (т. е. когда возможен обмен энергией без обмена веществом) с точки зрения термодинамики. 3. Одна и та же система, будучи замкнутой с точки зрения одного варианта определения, может не быть таковой с точки зрения другого варианта. В качестве иллюстрации рассмотрим примеры:

1. Система покоящихся тел (в космосе, вдали от других тел, когда гравитационным взаимодействием можно пренебречь) подвергается облучению далеких звезд и других источников. Тогда, если принимать во внимание механическое определение замкнутости, эта система может считаться приближенно замкнутой с точки зрения сохранения импульса и полной механической энергии; при более строгом рассмотрении это не так, поскольку наличие светового давления должно приводить к приращению импульса, да и сам факт того, что излучение исходит от других объектов, уже нарушает требование отсутствия взаимодействия с другими телами. При этом поглощение излучения (и его переизлучение в другом частотном диапазоне) приводит к тому, что система незамкнута с точки зрения термодинамического определения. С точки зрения определения, используемого в электродинамике, система будет замкнутой в том случае, если частота поглощаемого излучения не превосходит красную границу фотоэффекта; при этом рождение пар «частица-античастица» не будет нарушать замкнутости системы, если и частица, и античастица останутся внутри системы.

2. Остывающая звезда вдали от других звезд незамкнута с термодинамической точки зрения и практически замкнута с механической и электродинамической точек зрения (если пренебречь звездным ветром).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.
2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1975. – Т. 2 : Термодинамика и молекулярная физика. – 552 с.
3. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.

А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ИЗУЧЕНИИ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ И МАГНИТОСТАТИКИ

В разделе «Электричество и магнетизм» можно отметить некоторые аналогии между начальными вопросами тем «Электростатика» и «Магнитостатика», которые оформлены ниже в виде таблицы. При составлении таблицы использованы сведения из [1, с. 16, 216].

Таблица – Аналогия между электростатикой и магнитостатикой

Аналогии \ Раздел	Электростатика	Магнитостатика
1.1. Величина (объект)	Точечный заряд (ТЗ)	Элемент тока (ЭТ)
1.2. Обозначение	q, dq	$Id\vec{l}$
2.1. Универсальные требования	$\xi \ll \vec{r} $	$ d\vec{l} \ll \vec{r} $
2.2. При этом	ξ – линейные размеры заряженной области	$d\vec{l}$ – элемент длины проводящей среды
2.3.1. $\vec{r}$ – расстояние	от ТЗ до другого ТЗ	от ЭТ до другого ЭТ
2.3.2. ... или до точки, в которой	исследуется электростатическое поле (ЭП)	исследуется магнитное поле (МП)
3. Объект является источником	ЭП	МП
4.1. Если объект находится	во внешнем ЭП, то	во внешнем МП, то
4.2. ... условие 2.1 означает, что в пределах области	локализации ТЗ	локализации ЭТ
	внешнее поле можно считать однородным	
4.3.1. Кроме того, при исследовании воздействия внешних полей	ЭП данного ТЗ не должно	МП данного ЭТ не должно
4.3.2. ... вносить заметных искажений	во внешнее исследуемое ЭП	во внешнее исследуемое МП

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ ПРИ НАЛИЧИИ ВЕТРА

В процессе изучения дисциплины «Основы математического моделирования» в качестве примера можно исследовать задачу о полете тела под углом к горизонту, хорошо известную из школьного курса физики, но на школьном уровне решаемую без учета сопротивления воздуха и тем более ветра. Более точная математическая модель, учитывающая указанные факторы, математически слишком сложна для школьного курса, в котором по официальной программе не изучаются ни дифференциальные уравнения, ни численные методы их решения (если они не решаются аналитически), но вполне допустима для вузовского уровня подготовки по физике, математике и информатике.

Сформулируем задачу следующим образом.

Пусть некоторое тело в момент времени $t = 0$ начинает движение с поверхности Земли из пункта, в котором находится начало координат, под заданным углом α к горизонту с заданной начальной скоростью $\vec{v}_0$. При этом считается, что: а) поверхность Земли в районе полета тела является плоской; б) гравитационное поле постоянно, т. е. ускорение свободного падения $\vec{g}$ не зависит от высоты; в) сила сопротивления воздуха содержит слагаемые, пропорциональные первой степени и второй степени скорости движения тела относительно воздуха [1, с. 104, 496]; г) ветер дует параллельно горизонтальной составляющей скорости тела, а его скорость $\vec{u}$ относительно поверхности Земли постоянна во времени и не меняется с высотой.

Отметим, что в отсутствие ветра скорость движения тела $\vec{v}$ относительно поверхности Земли совпадает со скоростью движения тела относительно воздуха. При наличии ветра скорость движения относительно воздуха становится равной $\vec{v} - \vec{u}$ [2]. Если выбрать положительное направление оси x в соответствии с горизонтальной составляющей скорости тела, то проекцию скорости ветра u на ось x будем считать положительной при попутном ветре и отрицательной – при встречном. Если m – масса тела, то уравнение его движения в векторном виде в системе отсчета, связанной с поверхностью Земли, запишется следующим образом:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - k_1(\vec{v} - \vec{u}) - k_2|\vec{v} - \vec{u}|(\vec{v} - \vec{u}), \quad (1)$$

где $\vec{a}$ – ускорение, k_1 и k_2 – коэффициенты сопротивления. Первое слагаемое в правой части (1) – сила тяжести, второе и третье – сила сопротивления воздуха.

Если направить ось y вертикально вверх и обозначить через v_x и v_y проекции скорости $\vec{v}$ на оси x и y , то проекции силы сопротивления на оси x и y будут выглядеть следующим образом:

$$F_x^{comp} = -k_1(v_x - u) - k_2(v_x - u)\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}, \quad (2)$$

$$F_y^{comp} = -k_1v_y - k_2v_y\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}. \quad (3)$$

Учитывая, что

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt, \quad (4)$$

а сила тяжести направлена вертикально вниз, т. е. против положительного направления оси y , можно записать (1)–(3) в виде системы скалярных уравнений с учетом начальных условий, изложенных выше:

$$\begin{aligned} m \frac{dv_x}{dt} &= -k_1(v_x - u) - k_2(v_x - u)\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}, \\ m \frac{dv_y}{dt} &= -k_1v_y - k_2v_y\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2} - g, \\ v_x(0) &= v_{x0} = v_0 \cos \alpha, v_y(0) = v_{y0} = v_0 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) решается только численно. Материалы данной публикации могут быть использованы на лабораторных занятиях по дисциплине «Основы математического моделирования».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.
2. Расчет коэффициентов сопротивления движению по выбегу автомобиля при наличии ветра [Электронный ресурс] / В. П. Волков [и др.]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-koeffitsientov-soprotivleniya-dvizheniyu-po-vybegu-avtomobilya-pri-nalichii-vetra>. – Дата доступа: 13.04.2021.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ЛИНЕЙНОСТИ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ

В процессе изучения дисциплины «Основы математического моделирования» одним из важнейших понятий является линейность. Поскольку этот термин многозначен, представляется интересным дать сравнительную характеристику различных вариантов смыслового содержания этого термина. Результаты соответствующих исследований представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Смысл понятия «линейность» применительно к моделям и алгоритмам

Линейность	Модели	Алгоритма
1.1. Иными словами, это линейность	уравнений или систем уравнений (алгебраических, дифференциальных и т. д.), описывающих модель	алгоритма решения уравнений, описывающих модель
1.2. Смысл	Отсутствие нелинейных слагаемых в уравнениях	Отсутствие ветвлений и циклов в алгоритме
1.3. Понятие важно	на этапе создания модели	на этапе исследования модели
2.1. Сущность линеаризации	Выполнение приближенных разложений отдельных частей уравнений с последующим пренебрежением нелинейными слагаемыми	а) Ограничение исследований диапазоном значений параметра, в пределах которого аналитическое решение не меняется; б) запись цикла с параметром в виде линейного алгоритма
2.2. Всегда ли это возможно	Да	При: а) зависимости выражений для аналитического решения от значений какого-либо параметра; б) наличии циклов с параметром
2.3. Это приводит к	упрощению уравнений и одновременно к ограничению области применимости модели	а) ограничению области применимости модели; б) громоздкому программному коду

Таким образом, отказ от линеаризации модели приводит к ее математическому усложнению, зато расширяет область ее применимости. Отказ же от линеаризации алгоритма одновременно повышает область его применимости и делает его более компактным с точки зрения записи.

При этом возможны различные сочетания указанных типов линейности и нелинейности. Соответствующие примеры приведены в таблице 2. При этом анализируются следующие задачи.

1. Нахождение значений силы тока в ветвях разветвленной цепи, содержащей только омические сопротивления и источники постоянных ЭДС [1, с. 200], путем решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

2. Нахождение зависимости от времени для скорости тела, вертикально падающего в однородном гравитационном поле, если сила сопротивления со стороны атмосферы содержит слагаемые, линейное и квадратичное по скорости тела [2, с. 104].

3. Нахождение зависимости от времени для координаты тела, вертикально падающего в гравитационном поле, зависящем от высоты, если сила сопротивления со стороны атмосферы зависит от скорости тела [2, с. 104, 324].

Таблица 2 – Примеры сочетаний линейности и нелинейности уравнений и алгоритмов их решения

Алгоритм решения уравнений	Модель	
	Линейная	Нелинейная
Линейный	Решение задачи 1 прямыми (точными) методами [3, с. 17–35] без использования цикла с параметром	Решение задачи 2 методом разделения переменных с последующим интегрированием в элементарных функциях
Нелинейный	Решение задачи 1: а) прямыми (точными) методами с использованием цикла с параметром; б) итерационными методами (Якоби, Зейделя) [3, с. 35–49]	Решение задачи 3 через интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка методом Рунге – Кутты, Адамса и др.

При этом сделаем следующие замечания.

1. С широким распространением языков программирования, умеющих работать с высокоточными числами, снижается актуальность использования итерационных методов решения СЛАУ с контролем точности.

2. Несмотря на то что в общем случае интеграл, получающийся в задаче 2, берется двумя совершенно разными способами в зависимости от условий, налагаемых на некоторые параметры [4, с. 227] (т. е. получается, что алгоритм решения, вообще говоря, должен содержать ветвление, поэтому он нелинейный), можно убедиться в том, что всегда реализуется только один случай, поэтому алгоритм линейный.

3. Если в ходе решения той или иной задачи возникает необходимость интегрирования ОДУ (или просто взятия интеграла) в квадратурах, алгоритм (в случае если количество частей, на которые разбивается отрезок интегрирования, задано заранее) может быть записан через цикл (что рационально, хотя алгоритм становится нелинейным) либо без использования цикла (что нерационально, хотя при этом алгоритм становится линейным).

4. Вопросы классификационного характера, связанные с различием между задачами линейной алгебры и линейного программирования, ранее затрагивались в [5, с. 212–213]. При этом следует отметить, что линейное программирование следует отнести именно к характеристикам моделей (или методам их составления), а не к алгоритмам исследования моделей.

Таким образом, практическая важность линейности для математической модели и алгоритма ее исследования, вообще говоря, различна.

Предложенные таблицы могут быть использованы в образовательном процессе при обобщении и закреплении материала по дисциплине «Основы математического моделирования».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.
2. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.
3. Сборник задач по методам вычислений / под ред. П. И. Монастырного. – Минск : Изд-во БГУ, 1983. – 287 с.
4. Воднев, В. Т. Основные математические формулы : справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович ; под ред. Ю. С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1995. – 380 с.
5. Серый, А. И. О численных методах линейной алгебры / А. И. Серый, З. Н. Сера, Н. В. Силаев // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов VII междунар. науч.-практ. конф., Брест, 19 окт. 2018 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. А. Козинского. – Брест : БрГУ, 2018. – С. 212–213.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ И РАССТОЯНИЙ ДО НИХ В АСТРОНОМИИ

В курсе астрономии предусмотрено, в частности, изучение тем «Методы определения линейных размеров небесных тел» и «Методы определения расстояний до небесных тел». Поскольку обе указанные величины имеют размерность длины, у учащихся может возникнуть путаница при использовании соответствующих формул в силу их внешнего сходства.

В связи с этим представляется интересным выполнить сравнительный анализ различных вариантов формул для определения линейных размеров небесных тел и расстояний до них. Результаты соответствующих исследований представлены ниже в виде таблиц (при составлении которых могут быть использованы источники [1, с. 28, 30; 2, с. 48, 110, 111, 116]).

Таблица 1 – Применение горизонтального и годичного параллакса

Параллакс		Суточный	Годичный
Применение для объектов	в пределах Солнечной системы (СС)	Да	Нет, так как прямое восхождение таких объектов периодически меняется в пределах от 0° до 360°
	за пределами СС	Нет, так как для таких объектов он чрезвычайно мал	Да, если расстояние до таких объектов не превышает 100 пк

Таблица 2 – Применение параллакс для нахождения расстояний

Расстояние до объектов	В СС		До не очень далеких звезд
Смысл величин в формуле $r = x/\sin y$	r	расстояние до объекта	
	x	R_z – радиус Земли	a – большая полуось орбиты Земли (1 а.е.)
	y	p – суточный параллакс	π – годичный параллакс

У формулы, рассмотренной в таблице 2, есть различные приближения, более удобные для применения. Они рассмотрены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3 – Варианты построения приближенных формул для нахождения расстояний (с обозначениями из таблицы 2)

Что учитывается	1. $\sin y \approx y$ при малых y , что выполняется для параллакс обоих типов	2. То же, что в п. 1, а также равенство $1 \text{ рад} \approx 206265''$
y измеряется	в радианах	в угловых секундах
Удобно ли это	Нет, так как получаются очень малые значения	Да
y обозначается	просто как y	как y''
В таблице 4 это учитывается	в формулах 1.1 и 1.2	в формулах 2.1, 2.2 и 2.3

Таблица 4 – Различные приближенные формулы для измерения расстояния r и единицы измерения r (с обозначениями из таблицы 2)

Формула	Применение для объектов	
	в СС	более далеких
1.1. $r = x/y$	в тех же единицах, что и x	
1.2. $r = 1/y$	в радиусах Земли	в а.е.
2.1. $r = 1/y''$	в $x_0 \approx 8.8 \text{ а.е.} = 206265 R_z$ (расстояние, с которого R_z виден под углом $1''$)	в парсеках (1 пк = 206265 а.е.)
2.2. $r = 206065'' x/y''$	в тех же единицах, что и x	
2.3. $r = 206065''/y''$	в радиусах Земли	в а.е.

Таблица 5 – Применение параллакс для нахождения линейных размеров наблюдаемых объектов

Размеры объектов	В СС		Не очень далеких звезд
Смысл величин в формуле $r = \frac{x \sin \rho}{\sin y}$	r	линейные размеры объекта	
	x, y	см. таблицу 2	см. таблицу 2
	ρ	угловой радиус объекта	

У формулы, рассмотренной в таблице 5, есть различные приближения, более удобные для применения. Они рассмотрены в таблице 6. При их выводе использованы те же принципы, которые были перечислены в таблице 3.

Таблица 6 – Различные приближенные формулы для измерения линейных размеров r и единицы измерения r (с обозначениями из таблиц 2 и 5)

Формула	Применение для объектов	
	в СС	более далеких
1.1. $r = x\rho/y$	в тех же единицах, что и x	
1.2. $r = x\rho''/y''$		
2.1. $r = \rho/y$	в радиусах Земли	в а.е.
2.2. $r = \rho''/y''$		
3. Другие формулы	<i>не получили широкого распространения</i>	$r = 215\rho/y$ и $r = 215\rho''/y''$ (в радиусах Солнца R_s , так как $1 \text{ а.е.} = 215 R_s$)

Предложенные таблицы могут применяться в образовательном процессе для обобщения и закрепления материала по астрономии. Составление (или частичное заполнение) подобных таблиц может быть предложено учащимся в качестве самостоятельных творческих заданий на занятиях по астрономии и геометрии.

Данная публикация является дополнением к [3, с. 20–21; 4, с. 50–51].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клищенко, А. П. Астрономия : учеб. пособие / А. П. Клищенко, В. И. Шупляк. – М. : Новое знание, 2004. – 224 с. : ил.
2. Галузо, И. В. Астрономия : справ. школьника : для старшеклассников и абитуриентов / И. В. Галузо, В. А. Голубев, А. А. Шимбалеv. – Минск : УниверсалПресс, 2006. – 160 с.
3. Серый, А. И. Различные формулы на нахождение скоростей и расстояний в задачах по астрономии / А. И. Серый // Астрофизические исследования в БрГУ имени А. С. Пушкина : сб. материалов науч.-метод. семинара, Брест, 11 апр. 2017 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2017. – С. 20–21.
4. Серый, А. И. О разновидностях параллаксов в астрономии / А. И. Серый, З. Н. Серая // Межпредметные связи в обучении физике и астрономии в средней школе : сб. материалов регион. науч.-метод. семинара, Брест, 23 марта 2018 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2018. – С. 50–51.

И. Л. СИКОРСКАЯ

Беларусь, Брест, ГУО «Средняя школа № 7 г. Бреста»

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ РАЗВИТИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ КОМПЕТЕНЦИЙ УЧИТЕЛЕЙ

Бесспорным является факт, что успехи в развитии образования более всего зависят от педагогических компетенций учителей. Эффективная интеграция информационных технологий и интерактивных средств в образовательный процесс позволяет трансформировать педагогические методы и открывать новые возможности для обучения. Таким образом, необходимо, чтоб педагоги обладали соответствующими компетенциями для активного использования ИКТ в своей профессиональной деятельности, обеспечивая тем самым высокое качество знаний, сформированность соответствующих навыков учащихся, включая и цифровые компетенции.

В концепции цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь на 2019–2025 гг. обозначены основные требования к специалистам, работающим в системе образования:

- непрерывное профессиональное развитие в сфере использования цифровых технологий и сетевого взаимодействия;
- идентификация, оценка и отбор цифровых ресурсов для обучения, применение ИКТ для решения конкретных задач в рамках учебной программы;
- разработка авторских учебно-методических материалов, учитывающих разнообразные потребности обучающихся, их особенности, конструирование образовательной среды, расширяющей права и возможности обучающихся;
- использование цифровых инструментов для улучшения индивидуального и коллективного взаимодействия, для поддержки процесса самообразования учащихся;
- совершенствования оценочной деятельности с использованием информационных технологий;
- развитие цифровой компетенции обучающихся, воспитание гражданина цифрового мира [1].

С целью профессионального развития в сфере использования цифровых технологий и сетевого взаимодействия целесообразно сформировать инициативную группу по освоению облачных платформ для проведения онлайн видеоконференций и вебинаров, делиться приобретенными знаниями и умениями с коллегами. Такой опыт использования цифровых технологий позволяет школе бесперебойно осуществлять работу с отдельными учащимися и целыми классными коллективами, находящимися в изоляции или на карантине, посещать дистанционные курсы повышения квалификации, городские семинары, мастер-классы. Таким образом, учителя школы могут успешно работать в программах сетевого взаимодействия, повышать уровень профессионального развития в сфере использования цифровых технологий.

Согласно анкетированию, 85 % педагогов школы признают целесообразность применения информационных технологий и интерактивных средств при проектировании учебных занятий. Учителя считают, что применение современных технологий при конструировании учебного занятия повышает мотивацию учащихся (75 %), дает возможность индивидуализации обучения (80 %), способствует лучшему усвоению материала (78 %).

Учителя школы систематически работают с ресурсами сети Интернет, организуют работу онлайн, имеют опыт отбора цифровых ресурсов и применения их на учебных занятиях в рамках программы. Сегодня становится целесообразным помещать необходимый учебный материал в облако и использовать его для качественного ведения и визуализации образовательного процесса.

Опыт работы с информационными технологиями позволяет разрабатывать авторские учебно-методические материалы, конструировать образовательную среду, расширяющую права и возможности обучающихся, участвовать в разработке образовательного продукта для единого информационно-образовательного ресурса Министерства образования Республики Беларусь в форме серии видеуроков для дистанционного освоения учебного материала.

Ярким примером использования цифровых инструментов для улучшения индивидуального и коллективного взаимодействия, для поддержки процесса самообразования учащихся является организация проектной и исследовательской деятельности учащихся. Проектно-исследовательская деятельность, организуемая на учебных занятиях, обеспечивает стабильную результативность выступления школы на уровне района и области. Учащиеся школы ежегодно принимают участие и становятся победителями районного и областного конкурса исследовательских работ учащихся «С наукой в будущее», республиканского конкурса экологических проектов «Зеленая школа» и др.

С целью совершенствования оценочной деятельности учащихся с использованием информационных технологий учителя применяют такие возможности информационных технологий, как создание онлайн-тестов и контрольных работ в программах Google Tests, Testmoz, Kahoot. Использование таких программ позволяет:

- обучающимся пройти контроль знаний в любое время с использованием личного мобильного телефона, планшета или ПК, незамедлительно узнать процент выполнения заданий (или балл), проанализировать свои ошибки, получив правильные ответы;
- учителям получить выполненную работу ученика, посмотреть уровень сформированности навыков каждого учащегося в отдельности и класса в целом.

Автоматизированный контроль знаний позволяет решать многие проблемы: работать практически с любым количеством обучаемых, проводить различные виды контроля знаний и повышать объективность контроля знаний. Комплексное и систематическое использование ИКТ на контрольно-проверочных этапах урока мотивирует, вовлекает обучающихся в активный образовательный процесс, развивает такие личностные качества, как инициативность, самостоятельность и ответственность, индивидуализирует образовательный процесс.

Однако в связи с активным внедрением информационных технологий в образовательный процесс возникает необходимость развития цифровой компетенции обучающихся, воспитания гражданина цифрового мира. Это предполагает умение пользоваться различными источниками информации при организации самостоятельной деятельности, в частности, по созданию блога, брошюры, листовки или плаката, монтированию видео. На информационных и классных часах, учебных занятиях учителю рекомендовано обучать критическому мышлению, способам быстрого нахождения нужной, достоверной информации, правилам формулирования поискового запроса.

Успешное решение задач по цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь невозможно без системного профессионального развития педагога, трансформации непрерывного педагогического образования в соответствии с современными вызовами. Методическая работа школы и индивидуальная работа каждого учителя по самообразованию должна способствовать развитию цифровых навыков педагогов школы в условиях цифровизации образовательной среды, становлению системы непрерывного развития профессионального мастерства педагогов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Концепция цифровой трансформации процессов в системе образования Республики Беларусь на 2019–2025 годы : утв. Министром образования Респ. Беларусь И. В. Карпенко 15 марта 2019 г. – Минск : М-во образования Респ. Беларусь, 2019. – 112 с.

А. А. ТАРНАВЕЦКАЯ

Беларусь, Брэст, ДУА «Сярэдняя школа № 7 г. Брэста»

МАГЧЫМАСЦІ ВЫКАРЫСТАННЯ ДЫСТАНЦЫЙНЫХ ФОРМ НАВУЧАННЯ ПРЫ ФАРМІРАВАННІ ДАСЛЕДЧЫХ КАМПЕТЭНЦЫЙ

У сучаснай адукацыі на першы план вылучаюцца задачы фарміравання не асобных ведаў, уменняў і навыкаў навучэнцаў, а метапрадметных кампетэнцый, да разраду якіх у большай ступені, чым астатнія, можна аднесці даследчую кампетэнцыю.

Даследчыя кампетэнцыі – сукупнасць ведаў, уменняў, спосабаў дзейнасці, якія дазваляюць вучню быць у пазіцыі даследчыка ў адносінах да навакольнага свету, якая выяўляецца праз успрымальнасць да навакольнага свету, умение распазнаць і вырашыць праблемную сітуацыю з любым аб'ектам або з'явай, выкарыстоўваючы для гэтага розныя крыніцы інфармацыі. У аснове даследчай кампетэнтнасці ляжыць паняцце ўмення як гатоўнасці асобы да пэўных дзеянняў і аперацый у адпаведнасці з пастаўленай мэтай, на аснове наяўных ведаў і навыкаў.

Даследчая дзейнасць на ўроку з'яўляецца адным са шляхоў творчага развіцця вучняў: яе можна разглядаць і як метады работы, і як узровень, да якога могуць узняцца школьнікі ў сваім інтэлектуальным развіцці. Фарміраванне

даследчай кампетэнцыі – працэс складаны і працяглы. Выдзяляюць тры этапы дзейнасці:

1 этап – падрыхтоўчы (5–7 класы), дазваляе прывіць навук работы з навуковай і даведачнай літаратурай, выкарыстоўваць элементы мікрадаследавання;

2 этап – развіццёвы (8–9 класы), прадугледжвае замацаванне папярэдняга даследчага вопыту і набыццё новых навыкаў;

3 этап – даследчы (10–11 класы), дазваляе вучню больш актыўна праявіць свой навуковы пошук. Школьнік можа аформіць свае назіранні ў вучэбна-даследчую работу.

У 5–7 класах вучні набываюць прасцейшыя веды, уменні і навыкі, якія неабходны для выканання даследчай работы. Ідзе працэс навучання асновам самастойнай дзейнасці, развіцця крытычнага мыслення. Даследчы эксперымент становіцца адным з прыёмаў пры вывучэнні тэм “Словазлучэнне” (вучням неабходна адзначыць сярод прапанаваных спалучэнняў слоў словазлучэнні) і “Аднародныя члены сказа”. Навыкі даследавання вучні набываюць пры вывучэнні тэм “Лексіка”, калі шукаюць у творах мастацкай літаратуры сінонімы, антонімы, словы з пераносным значэннем і іншыя сродкі выразнасці. Першыя навыкі даследчай работы вучні атрымліваюць на ўроках, калі выступаюць з паведамленнямі, што выходзяць за межы школьнага падручніка. Дзеці дзеляцца новымі ведамі з аднакласнікамі, развіваючы сацыяльную і камунікатыўную кампетэнцыі.

У 7 класе пры вывучэнні тэм “Дзеепрыметнікавы зварот” і “Дзеепрыслоўны зварот” прапаноўваю дзецям правесці мікрадаследаванне – выпісаць са слоўніка фразеалагізмы, якія па структуры нагадваюць дзеепрыметнікавыя і дзеепрыслоўныя звароты. Такое заданне спрыяе фарміраванню не толькі лінгвістычных ведаў і ўменняў, але і навыкаў самастойна здабываць інфармацыю, працаваць са слоўнікамі і з даведачнай літаратурай. Больш матываваным вучням прапаноўваю папрацаваць з этымалагічным слоўнікам фразеалагізмаў.

У 8–9 класах значную ўвагу надаю выкананню самастойных заданняў творчага характару, паглыбляю веды школьнікаў па методыцы даследавання і апрацоўцы вынікаў. Таксама практыкую заданні даследаваць галоўныя і даданыя члены сказа ў творах мастацкай літаратуры, прапанаваных праграмай па літаратуры. Па-першае, такія заданні садзейнічаюць засваенню лінгвістычнай тэмы па мове, фарміраванню ўмення суадносіць тэарэтычныя веды і практычныя навыкі, па-другое, прымушаюць удумліва чытаць творы літаратуры (вядома, што чытанне сёння не самы любімы від дзейнасці ў вучняў). Па-трэцяе, міжпрадметныя сувязі садзейнічаюць фарміраванню карціны свету, вучэбныя прадметы не ўспрымаюцца адасобленымі. Таксама вельмі карысна для падрыхтоўкі да экзамену даследаваць зборнік дыктовак і падбіраць з тэкстаў рознаўзроўневыя заданні ў якасці дыдактычнага матэрыялу пры вывучэнні сінтаксісу простага сказа ў 8 класе і складанага сказа ў 9 класе.

У 10–11 класах адбываецца далейшае развіццё ў вучняў даследчых уменняў. На дадзеным этапе навучэнцы ўжо могуць самастойна выбіраць тэму даследавання, выказваць гіпотэзы, рабіць вывады, рыхтаваць даклады, рэфераты і г. д.

У сваёй дзейнасці выкарыстоўваю метады праектаў, бо ён дае магчымасць развіваць такія якасці асобы, як адкрытасць, нестандартнасць мыслення, умение рэагаваць на зменлівыя ўмовы знешняга свету, вырашаць разнастайныя праблемы, цесна і прадуктыўна супрацоўнічаць з іншымі людзьмі, імкненне да самапазнання, самаўдасканалення і самарэалізацыі. У час падрыхтоўкі праекта вучні карыстаюцца інтэрнэтам, дадатковай літаратурай, табліцамі, што вельмі важна для развіцця самастойнай працы. Метады праектавання рыхтуе навучэнцаў да жыцця, фарміруе навыкі аналізу, сінтэзу, ацэнкі, зносін і супрацоўніцтва. Прэзентуючы свой праект, дзеці вучацца ясна і лагічна выкладаць свае думкі і выступаць перад аўдыторыяй.

Выкарыстанне даследчых метадаў у вучэбнай дзейнасці дапамагае выходзіць па-сапраўднаму адукаваных, зацікаўленых школьнікаў, здольных самастойна прымаць рашэнні і супрацоўнічаць.

Безумоўна, самым важным фактарам для паспяховай даследчай дзейнасці з'яўляецца найперш зацікаўленасць школьнікаў. У наш час становіцца важным не толькі зацікавіць дзяцей даследчай дзейнасцю, але і навучыць прэзентаваць сваю работу, у тым ліку і дыстанцыйна. Зараз на першы план выходзяць вебінары, online-канферэнцыі. І трэба адзначыць, што ўменне дыстанцыйна прэзентаваць сваю работу, абараніць свой праект набывае ў сучасным грамадстве вялікае значэнне.

Аднак не толькі вучні, але і настаўнікі павінны валодаць адпаведнымі навыкамі, таму што дыстанцыйнае навучанне – гэта не даніна модзе, а патрабаванне сучаснага свету. Па сутнасці, гэта новая эфектыўная форма навучання з выкарыстаннем персанальных камп'ютараў, электронных падручнікаў і сеткі інтэрнэт. Думаю, што дыстанцыйнае навучанне – гэта новы від навучання, які пакуль не зусім звыклы для сучаснага настаўніка і вучня. Яго карысць – гэта пытанне будучага. Безумоўна, вучням, якія прапускаюць заняткі, альбо тым, хто выбіваецца з калектыву, каму трэба больш часу на засваенне тэмы, дастанцыйнае форма дае магчымасць не адстаць у навучанні. Для моцных жа, таленавітых вучняў, якім школьнай праграмы недастаткова, такія рэсурсы дазваляе пашырыць адукацыйную прастору праз зварот да розных інфармацыйных крыніц.

Т. А. ЯЦУК, А. И. БАСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ (СЛУЧАЙ $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$)

Пусть $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$, $\Omega = \{(t; x) \in \mathbf{R}^2 \mid t > 0, x > 0\}$. Рассмотрим задачу отыскания решения $u \in C^2(\bar{\Omega})$ уравнения

$$u_{tt} + (\lambda_1 + \lambda_2)u_{xt} + \lambda_1\lambda_2u_{xx} = 0 \quad ((t, x) \in \Omega), \quad (1)$$

удовлетворяющего начальным условиям

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x) \quad (x \geq 0) \quad (2)$$

и граничному условию

$$u|_{x=0} = \alpha(t) \quad (t \geq 0). \quad (3)$$

Отметим, что если $\lambda_1 = -\lambda_2 = a$, где $a > 0$, то уравнение (1) представляет собой уравнение малых поперечных колебаний струны и рассматриваемая задача подробно изучается в курсе «Уравнения математической физики». В частности, доказывается, что при выполнении естественных условий согласования и гладкости начальных и граничных данных задача (1), (2), (3) имеет единственное классическое решение [1, с. 34]. Заметим, что этот случай характеризуется тем, что через точку $(0;0)$ проходит только одна характеристика уравнения (1) $x = at$, пересекающая область Ω . В настоящей статье характеристики уравнения (1), проходящие через точку $(0;0)$, не пересекают область Ω , что влечет иной характер разрешимости.

Пусть функция $u = u(t; x)$ является классическим решением задачи (1), (2), (3). Рассмотрим функцию $v = v(\xi; \eta)$, где $\xi = x - \lambda_1 t$, $\eta = x - \lambda_2 t$, причем $u(t, x) = v(\xi(t; x); \eta(t; x))$.

Несложно убедиться в том, что функция v удовлетворяет условиям

$$v_{\xi\eta} \equiv 0 \quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi < \eta, \xi > \eta \right), \quad (4)$$

$$v|_{\eta=\xi} = \varphi(\xi) \quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \leq \eta \right), \quad (5)$$

$$-\lambda_1 v_{\xi}|_{\eta=\xi} - \lambda_2 v_{\eta}|_{\eta=\xi} = \psi(\xi) \quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \leq \eta \right), \quad (6)$$

$$v|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi} = \alpha\left(-\frac{\xi}{\lambda_1}\right) \quad (\xi > \eta). \quad (7)$$

Выберем произвольную точку $(\xi; \eta) \in \mathbf{R}^2 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \leq \eta \leq \xi \right)$ и проинтегрируем тождество (4) по переменной η от $\eta = \lambda_2 \xi / \lambda_1$ до $\eta = \xi$:

$$v_{\xi}(\xi; \xi) - v_{\xi}\left(\xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi\right) \equiv 0 \Leftrightarrow v_{\xi}(\xi; \xi) \equiv v_{\xi}\left(\xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi\right). \quad (8)$$

Проинтегрируем тождество (4) по переменной ξ от $\xi = \eta$ до $\xi = \lambda_1 \eta / \lambda_2$:

$$v_\eta \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \eta; \eta \right) - v_\eta(\eta; \eta) \equiv 0 \Leftrightarrow v_\eta \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \eta; \eta \right) \equiv v_\eta(\eta; \eta). \quad (9)$$

Заменяя в последнем равенстве $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \eta = \xi$, получим

$$v_\eta \left(\xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) \equiv v_\eta \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right). \quad (10)$$

Значения $v_\xi|_{\eta=\xi}$ и $v_\eta|_{\eta=\xi}$ найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} v_\xi|_{\eta=\xi} + v_\eta|_{\eta=\xi} = \varphi'(\xi), \\ -\lambda_1 v_\xi|_{\eta=\xi} - \lambda_2 v_\eta|_{\eta=\xi} = \psi(\xi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_\xi|_{\eta=\xi} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\psi(\xi) + \lambda_2 \varphi'(\xi)), \\ v_\eta|_{\eta=\xi} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} (\psi(\xi) + \lambda_1 \varphi'(\xi)). \end{cases} \quad (11)$$

Тогда, с учетом формул (7)–(11), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha \left(-\frac{\xi}{\lambda_1} \right) \right) &= -\frac{1}{\lambda_1} \alpha' \left(-\frac{\xi}{\lambda_1} \right) = v_\xi|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_\eta|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi} = v_\xi \left(\xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) + \\ &+ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_\eta \left(\xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) = v_\xi(\xi; \xi) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_\eta \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi; \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} (\psi(\xi) + \lambda_2 \varphi'(\xi)) + \\ &+ \frac{\lambda_2}{\lambda_1 (\lambda_1 - \lambda_2)} \left(\psi \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) + \lambda_1 \varphi' \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \alpha \left(-\frac{\xi}{\lambda_1} \right) - \alpha(0) &= \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_0^\xi \psi(\tau) d\tau + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \varphi(\xi) + \frac{-\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \varphi(0) + \\ &+ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi} \psi(\tau) d\tau + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xi \right) + \frac{-\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(0). \end{aligned}$$

Так как $\varphi(0) = \alpha(0)$, то, заменяя в последнем равенстве $\xi = -\lambda_1 t$, получим

$$\alpha(t) \equiv \frac{\lambda_1 \varphi(-\lambda_2 t) - \lambda_2 \varphi(-\lambda_1 t)}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_{-\lambda_1 t}^{-\lambda_2 t} \psi(\xi) d\xi. \quad (13)$$

Покажем, что если функции φ, ψ, α удовлетворяют тождеству (13), то решение задачи (1), (2), (3) существует.

«Общим» решением дифференциального уравнения (1) является семейство функций вида

$$u(t; x) = f(x - \lambda_1 t) + g(x - \lambda_2 t), \quad (14)$$

где $f, g \in C^2(\mathbf{R})$ произвольны. Подставив «общее» решение (14) в начальные и граничные условия (2), (3), получим систему для определения неизвестных функций f и g :

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = \varphi(x) & (x \geq 0), \\ -\lambda_1 f'(x) - \lambda_2 g'(x) = \psi(x) & (x \geq 0), \\ f(-\lambda_1 t) + g(-\lambda_2 t) = \alpha(t) & (t \geq 0). \end{cases} \quad (15)$$

Из первых двух уравнений системы (15) нетрудно найти, что при $x \geq 0$:

$$f(x) = \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi - C, \quad (16)$$

$$g(x) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) + C, \quad (17)$$

где C – произвольная постоянная. Подставив функции (16), (17) в третье уравнение системы (15), получим

$$\frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(-\lambda_1 t) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{-\lambda_1 t} \psi(\xi) d\xi + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{-\lambda_2 t} \psi(\xi) d\xi + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(-\lambda_2 t) = \alpha(t),$$

что выполняется в силу тождества (13).

Сформулируем итоговое утверждение.

Теорема. Пусть $\varphi, \alpha \in C^2[0; +\infty)$, $\psi \in C^1[0; +\infty)$. Классическое решение задачи (1), (2), (3) существует тогда и только тогда, когда выполняется тождество (13), при этом решение задачи единственно и имеет вид

$$u(t; x) = \frac{\lambda_1 \varphi(x - \lambda_2 t) - \lambda_2 \varphi(x - \lambda_1 t)}{\lambda_1 - \lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_{x - \lambda_1 t}^{x - \lambda_2 t} \psi(\xi) d\xi.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шубин, М. А. Лекции об уравнениях математической физики / М. А. Шубин. – М. : МЦНМО, 2003. – 303 с.

Т. А. ЯЦУК, А. И. БАСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

**О РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ
ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО
ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ (СЛУЧАЙ $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$)**

Пусть $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$, $\Omega = \{(t; x) \in \mathbf{R}^2 \mid t > 0, x > 0\}$. Рассмотрим задачу отыскания решения $u \in C^2(\overline{\Omega})$ уравнения

$$u_{tt} + (\lambda_1 + \lambda_2)u_{xt} + \lambda_1\lambda_2u_{xx} = 0 \quad ((t, x) \in \Omega), \quad (1)$$

удовлетворяющего начальным условиям

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x) \quad (x \geq 0) \quad (2)$$

и граничному условию

$$u|_{x=0} = \alpha(t) \quad (t \geq 0). \quad (3)$$

В настоящей работе доказывается, что при выполнении естественных требований на гладкость и согласованность начальных и граничных условий задача (1), (2), (3) имеет бесконечно много решений. Неединственность решения вызвана тем, что при выполнении неравенства $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ две характеристики уравнения (1), проходящие через точку $(0;0)$, пересекают область Ω в отличие от случая $\lambda_1 = -\lambda_2 = a > 0$, который подробно рассматривается в курсе «Уравнения математической физики» [1, с. 34].

Пусть $u \in \overline{\Omega}$ – классическое решение рассматриваемой задачи. Тогда

$$u(0;0) = (u|_{t=0})|_{x=0} = \varphi(x)|_{x=0} = \varphi(0)$$

и

$$u(0;0) = (u|_{x=0})|_{t=0} = \alpha(t)|_{t=0} = \alpha(0),$$

следовательно,

$$\varphi(0) = \alpha(0). \quad (4)$$

Далее

$$u_t(0;0) = (u_t|_{t=0})|_{x=0} = \psi(x)|_{x=0} = \psi(0)$$

и

$$u_t(0;0) = (u|_{x=0})_t|_{t=0} = (\alpha(t))_t|_{t=0} = \alpha'(t)|_{t=0} = \alpha'(0),$$

следовательно,

$$\psi(0) = \alpha'(0). \quad (5)$$

Так как

$$\begin{aligned} u_{tt}(0;0) + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot u_{xt}(0;0) + \lambda_1 \lambda_2 \cdot u_{xx} &= \\ = (u|_{x=0})_{tt}|_{t=0} + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot (u_t|_{t=0})_x|_{x=0} + \lambda_1 \lambda_2 \cdot (u|_{t=0})_{xx}|_{x=0} &= \\ = \alpha''(0) + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot \psi'(0) + \lambda_1 \lambda_2 \cdot \varphi''(0) &= 0, \end{aligned}$$

то необходимо

$$\alpha''(0) + (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot \psi'(0) + \lambda_1 \lambda_2 \cdot \varphi''(0) = 0. \quad (6)$$

Покажем, что при выполнении условий (4), (5) и (6) решение смешанной задачи существует.

«Общим» решением дифференциального уравнения (1) является семейство функций вида

$$u(t; x) = f(x - \lambda_1 t) + g(x - \lambda_2 t), \quad (7)$$

где $f, g \in C^2(\mathbf{R})$ произвольны. Подставив «общее» решение (7) в начальные и граничные условия (2), (3), получим систему для определения неизвестных функций f и g :

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = \varphi(x) & (x \geq 0), \\ -\lambda_1 f'(x) - \lambda_2 g'(x) = \psi(x) & (x \geq 0), \\ f(-\lambda_1 t) + g(-\lambda_2 t) = \alpha(t) & (t \geq 0). \end{cases} \quad (8)$$

Из первых двух уравнений системы (8) нетрудно найти, что при $x \geq 0$

$$f(x) = \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi - C,$$

$$g(x) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi + C,$$

где C – произвольная постоянная. Для определения функций f и g при $x \leq 0$ выберем произвольную дважды непрерывно дифференцируемую функцию $h: (-\infty; 0] \rightarrow \mathbf{R}$ и положим, что при $x \leq 0$ ($g(x) \equiv h(x)$). Тогда из третьего уравнения системы (8) найдем, что

$$f(-\lambda_1 t) = \alpha(t) - g(-\lambda_2 t) = \alpha(t) - h(-\lambda_2 t),$$

следовательно,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi - C, & \text{если } x \geq 0, \\ \alpha(-x/\lambda_1) - h(\lambda_2 x/\lambda_1), & \text{если } x < 0, \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^x \psi(\xi) d\xi + C, & \text{если } x \geq 0, \\ h(x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

Найдем условия, при которых построенные f и g являются функциями класса $C^2(\mathbf{R})$. Функция f является непрерывной на $\mathbf{R}$ тогда и только тогда, когда

$$f(+0) = f(-0) \Leftrightarrow -\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(0) - C = \alpha(0) - h(0),$$

что с учетом формулы (4) принимает вид

$$C = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(0) + h(0).$$

Функция

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi'(x) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi(x), & \text{если } x \geq 0, \\ -\frac{1}{\lambda_1} \alpha'\left(-\frac{x}{\lambda_1}\right) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} h'\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} x\right), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

является непрерывной на $\mathbf{R}$ тогда и только тогда, когда

$$f'(+0) = f'(-0) \Leftrightarrow \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi'(0) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi(0) = -\frac{1}{\lambda_1} \alpha'(0) - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} h'(0),$$

что с учетом (5) примет вид

$$h'(0) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi(0) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi'(0). \quad (9)$$

Функция

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi''(x) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi'(x), & \text{если } x \geq 0, \\ (\alpha''(-x/\lambda_1) - \lambda_2^2 h''(\lambda_2 x/\lambda_1))/\lambda_1^2, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

является непрерывной на $\mathbf{R}$ тогда и только тогда, когда

$$f''(+0) = f''(-0) \Leftrightarrow \frac{-\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi''(0) - \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi'(0) = \frac{1}{\lambda_1^2} \alpha''(0) - \frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2} h''(0),$$

что с учетом (6) примет вид

$$h''(0) = \frac{1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \psi'(0) + \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \varphi''(0). \quad (10)$$

Таким образом, если $C = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(0) + h(0)$ и функция $h \in C^2(-\infty; 0]$ удовлетворяет условиям (9), (10), то $f \in C^2(\mathbf{R})$. Покажем, что при найденных условиях на h функция $g \in C^2(\mathbf{R})$.

Непрерывность функции g следует из равенств

$$g(+0) = h(0) = g(-0).$$

Так как

$$g'(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi'(x) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi(x), & \text{если } x \geq 0, \\ h'(x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

и

$$g'(+0) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi(0) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi'(0) = h'(0) = g'(-0),$$

то g непрерывно дифференцируема на $\mathbf{R}$.

Так как

$$g''(x) = \begin{cases} \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi''(x) + \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi'(x), & \text{если } x \geq 0, \\ h''(x), & \text{если } (x < 0) \end{cases}$$

и

$$g''(+0) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \psi'(0) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi''(0) = h''(0) = g''(-0),$$

то $g \in C^2(\mathbf{R})$.

Сформулируем итоговое утверждение.

Теорема. Пусть $\varphi, \alpha \in C^2[0; +\infty), \psi \in C^1[0; +\infty)$. Классическое решение задачи (1), (2), (3) класса $C^2(\overline{\Omega})$ существует тогда и только тогда, когда выполняются условия (4), (5), (6). При выполнении этих условий задача имеет бесконечно много решений:

$$u = \begin{cases} -\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x - \lambda_1 t) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x - \lambda_2 t) + \int_{x - \lambda_1 t}^{x - \lambda_2 t} \psi(\xi) d\xi, & \text{если } x > \lambda_1 t, \\ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \int_0^{x - \lambda_2 t} \psi(\xi) d\xi + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(x - \lambda_2 t) + \alpha\left(-\frac{x - \lambda_1 t}{\lambda_1}\right) - h\left(\frac{\lambda_2(x - \lambda_1 t)}{\lambda_1}\right) + \\ + \frac{-\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \varphi(0) + h(0), & \text{если } \lambda_2 t \leq x \leq \lambda_1 t, \\ \alpha(-(x - \lambda_1 t)/\lambda_1) - h(\lambda_2(x - \lambda_1 t)/\lambda_1) + h(x - \lambda_2 t), & \text{если } 0 \leq x < \lambda_2 t, \end{cases}$$

где $h: (-\infty; 0] \rightarrow \mathbf{R}$ – произвольная функция класса $C^2(-\infty; 0]$, удовлетворяющая условиям (9), (10).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шубин, М. А. Лекции об уравнениях математической физики / М. А. Шубин. – 2-е изд., испр. – М.: МЦНМО, 2003. – 303 с.

СЕКЦИЯ 6. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

А. И. БАСИК, Е. В. ГРИЦУК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ ЧЕТЫРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В $\mathbf{R}^3$

Рассмотрим систему четырех дифференциальных уравнений с частными производными вида

$$A_1 \frac{\partial U}{\partial x_1} + A_2 \frac{\partial U}{\partial x_2} + A_3 \frac{\partial U}{\partial x_3} = 0, \quad (1)$$

где A_j ($j=1,2,3$) – действительные квадратные матрицы размера четыре, $U: \Omega \subset \mathbf{R}^3 \mapsto \mathbf{R}^4$ – искомая четырехкомпонентная вектор-функция. Напомним, что (1) называется трехмерным аналогом системы Коши – Римана (кратко ТКР-системой), если каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого ее решения удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u = 0$. Оказывается, необходимыми и достаточными условиями принадлежности системы (1) ТКР-типу является невырожденность матриц A_j ($j=1,2,3$) и выполнение матричных равенств

$$A_k^{-1} A_j + A_j^{-1} A_k = 0 \quad (k, j = 1, 2, 3, k \neq j). \quad (2)$$

Следуя работе [1], нетрудно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Теорема. *Каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого решения системы (1) удовлетворяет бигармоническому уравнению $\Delta^2 u = 0$ тогда и только тогда, когда матрицы невырождены и*

$$(A_k^{-1} A_j + A_j^{-1} A_k)^2 = 0 \quad (k, j = 1, 2, 3, k \neq j). \quad (3)$$

Очевидно, что если выполняются равенства (2), то выполняются и равенства (3). Поэтому закономерен вопрос существования систем (1), удовлетворяющих условию теоремы и не принадлежащих ТКР-типу. Непосредственно можно убедиться, что система (1), характеристическая матрица которой имеет вид

$$A(\xi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xi_1 + \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xi_2 + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xi_3,$$

удовлетворяет условиям (3) и не удовлетворяет (2) и, следовательно, принадлежит заявленному в теореме классу.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усс, А. Т. Краевая задача Римана – Гильберта для трехмерных аналогов системы Коши – Римана / А. Т. Усс // Докл. НАН Беларуси. – 2003. – Т. 47, № 6. – С. 10–15.

Е. В. ГОЛЕНКО

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАСЧЕТ ПОПРАВКИ МОТТА ДЛЯ $Z = 80$ С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА LQZ

Для расчета потерь энергии релятивистских ионов в веществе необходим учет поправки Мотта [1]:

$$\Delta L_M = 2\pi \frac{\tilde{N}_e E_m}{\zeta} \int_{\theta_0}^{\pi} \left[\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_M - \left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_B \right] \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \sin \theta d\theta, \quad (1)$$

где $\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_M$ и $\left(\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \right)_B$ – соответственно моттовское и борновское выражения

для сечения рассеяния электрона на ядре. Здесь θ_0 – угол рассеяния, соответствующий энергии, выше которой можно пренебречь энергией связи электрона.

Ранее было получено аналитическое выражение для поправки Мотта при $\theta_0 \rightarrow 0$ с использованием аппроксимации LQZ [2] для вычисления нормированного моттовского сечения:

$$R(\theta) = \sigma_M / \tilde{\sigma}_R, \quad \tilde{\sigma}_R = \sigma_R (1 - \beta^2), \quad (2)$$

$$\sigma_R \equiv \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \left(\frac{Ze^2}{2mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}. \quad (3)$$

$$R_{LQZ}(\theta; Z, E) = \sum_{j=0}^4 a_j(Z, E) (1 - \cos \theta)^{j/2}, \quad a_j(Z, E) = \sum_{k=1}^6 d_z(j, k) (\beta - \bar{\beta})^{k-1}, \quad \bar{\beta} = 0.7181287. \quad (4)$$

При $\theta \rightarrow 0, R_M(\theta) \rightarrow 1$ [4]

$$\Delta L_{MLQZ}(Z, \beta) = \frac{\beta^2}{2} + \sqrt{2} a_1(Z, \beta) + a_2(Z, \beta) + \frac{2\sqrt{2} a_3(Z, \beta)}{3} + a_4(Z, \beta) \quad (5)$$

Также был предложен модифицированный метод LQZ. Показано на примере $Z = 90$ и $Z = 100$, что в тех случаях, когда исходный метод дает большую погрешность в вычислении поправки Мотта, модифицированный метод приводит к уменьшению погрешности.

В данной работе проведено вычисление поправки Мотта ΔL_{MLQZm} для $Z = 80$. Найдено 24 соответствующих коэффициента $d_z(j,k)$. Для проверки точности полученного приближения вычислялась величина относительной ошибки ER [2]:

$$ER = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{36} [R_{MLQZ}(\theta; Z, \beta) - R_M(\theta; Z, \beta)]^2}{\sum_{i=0}^{36} R_M(\theta; Z, \beta)^2}} \cdot 100\%.$$

Здесь R_M – точное нормированное моттовское сечение, оно вычислялось по методу, предложенному в [3].

Из таблицы 1 видно, что точность расчета нормированного моттовского сечения с помощью модифицированного метода LQZ сравнима с точностью расчета с помощью обычного метода LQZ.

Таблица 1 – ER, %

β	0,2	0,5	0,9
ER _{LQZ}	0,74	0,81	0,39
ER _{LQZm}	0,48	0,84	0,43

Для сравнения точности расчета поправки Мотта используем относительное отклонение:

$$\delta = \frac{|\Delta L_M - \Delta L_{MVSTT}|}{\Delta L_{MVSTT}} \cdot 100\%,$$

где ΔL_{MVSTT} вычислялось по методу [3].

Таблица 2 – δ , %. Жирным выделены относительные отклонения, превышающие 10 %

β	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,99	0,999
δ_{LQZ}	5,54	6,32	10,34	11,46	9,66	6,29	3,21	2,48	2,58
δ_{LQZm}	1,39	3,81	6,84	6,70	5,13	3,57	2,61	1,97	1,88

Из таблицы 2 видно, что при вычислении с помощью модифицированного метода LQZ погрешность поправки Мотта оказывается для всего рассмотренного диапазона скоростей меньше 10 %.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Morgan, S. H. Corrections to the Bethe-Bloch Formula for Average Ionization Energy Loss of Relativistic Heavy Nucley / S. H. Morgan, Jr. and P. B. Eby // Nucl. Instrum. Methods. – 1973. – Vol. 106. – P. 429–435.
2. Lijian, T. Analitic Fitting to the Mott Cross Section of Electrons / T. Lijian, H. Qing, L. Zhengming // Radiat. Phys. Chem. – 1995. – Vol. 45, № 2. – P. 235–245.
3. Kats, P. B. Normalized Mott Cross Section in Different Approaches / P. B. Kats, K. V. Halenka, O. O. Voskresenskaya // Physics of Particles and Nuclei Letters. – 2021. – Vol. 18, № 3. – P. 277–283.

Е. В. ГОЛЕНКО, И. Д. ГОЛЕНКО, П. Б. КАЦ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

**РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ АТОМА ФОТОНОМ ЗА СЧЕТ
ФОТОЭФФЕКТА ДЛЯ ТЯЖЕЛЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ
МЕТОДА LQZ И ЕГО МОДИФИЦИРОВАННЫХ ВАРИАНТОВ**

Для элементов с большими зарядовыми числами для расчета сечения смещения атома фотоном может использоваться интерполяция данных численного интегрирования моттовского сечения рассеяния, приведенных в [1]. В [2] табулированы значения сечения смещения атома фотоном, рассчитанные таким способом, для ряда элементов. Ранее мы представили результат расчета с использованием метода LQZ [3]. На рисунке 1 приведено сравнение наших результатов с результатами [2].

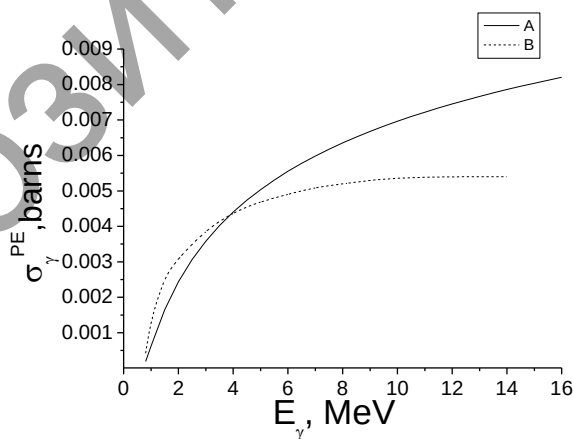


Рисунок 1 – Сечение смещения атома фотоном за счет фотоэффекта.

Для железа: А – расчет с помощью метода LQZ; В – по данным [2]

Результаты [2] значительно отличаются от полученных нами, хотя наши результаты совпали с результатами [4] для железа, полученными с помощью приближения Маккинли – Фешбаха.

Для больших Z неприменимо приближение Маккинли – Фешбаха, поэтому основные способы расчета сечения смещения атома фотоном включают либо

интерполяцию данных [2], либо использование метода LQZ. В данной работе приведем результаты расчетов для платины и золота с использованием метода LQZ. В предыдущем докладе мы разработали модифицированный и дважды модифицированный методы LQZ, обеспечивающие правильную асимптотику нормированного моттовского сечения при θ . В модифицированном методе LQZ выражение для нормированного моттовского сечения

$$R_{LQZ\text{mod}}(\theta, Z, E) = 1 + \sum_{j=1}^4 a_j(Z, E)(1 - \cos \theta)^{j/2},$$

$$a_j(Z, E) = \sum_{k=1}^6 d_z(j, k)(\beta - 0,668269)^{k-1}.$$

В дважды модифицированном методе LQZ

$$R_{LQZ\text{mod}2}(\theta, Z, E) = 1 + \sum_{j=1}^5 a_j(Z, E)(1 - \cos \theta)^{j/2}.$$

Сечение смещения атома фотоном за счет фотоэффекта было вычислено и с использованием модифицированного и дважды модифицированного методов LQZ. Результаты представлены в таблицах 1, 2. Для золота также приведены данные из [2].

Таблица 1 – Платина, сечение в барнах

Энергия, МэВ	$\sigma_{\gamma}^{\text{PE}}$	$\sigma_{\gamma\text{mod}}^{\text{PE}}$	$\sigma_{\gamma\text{mod}2}^{\text{PE}}$
1,5	0,00008	0,00008	0,00009
2	0,04318	0,04316	0,04293
2,5	0,16282	0,16275	0,16235
3	0,29417	0,29399	0,29381
3,5	0,41551	0,41520	0,41524
4	0,52316	0,52276	0,52294
4,5	0,61788	0,61741	0,61765
5	0,70138	0,70087	0,70112
5,5	0,77540	0,77487	0,77509
6	0,84143	0,84090	0,84108
6,5	0,90072	0,90022	0,90035
7	0,95431	0,95384	0,95391
7,5	1,00302	1,00259	1,00261
8	1,04754	1,04716	1,04713
8,5	1,08843	1,08810	1,08803
9	1,12616	1,12589	1,12577
9,5	1,16111	1,16091	1,16074
10	1,19362	1,19348	1,19328
10,5	1,22396	1,22389	1,22365

Продолжение таблицы 1

11	1,25237	1,25236	1,25208
11,5	1,27904	1,27909	1,27879
12	1,30414	1,30427	1,30393
12,5	1,32784	1,32803	1,32767
13	1,35026	1,35051	1,35013
13,5	1,37152	1,37183	1,37143
14	1,39171	1,39208	1,39166
14,5	1,41092	1,41136	1,41092
15	1,42924	1,42974	1,42928
16	1,46347	1,46408	1,46359

Таблица 2 – Золото, сечение в барнах

Энергия, МэВ	$\sigma_{\gamma}^{\text{PE}}$	$\sigma_{\gamma\text{mod}}^{\text{PE}}$	$\sigma_{\gamma\text{mod}2}^{\text{PE}}$	$\sigma_{\gamma}^{\text{PE}}[2]$
1,5	0,00010	0,00010	0,00012	9,7E-04
2	0,04409	0,04401	0,04383	5,5E-02
2,5	0,17205	0,17175	0,17153	—
3	0,31372	0,31332	0,31332	2,6E-01
3,5	0,44447	0,44431	0,44447	—
4	0,56093	0,56052	0,56072	4,8E-01
4,5	0,66310	0,66272	0,66288	—
5	0,75309	0,75274	0,752832	6,5E-01
5,5	0,83279	0,83248	0,83248	—
6	0,90384	0,90356	0,90347	7,7E-01
6,5	0,96759	0,96735	0,96718	—
7	1,02516	1,02496	1,02472	8,6E-01
7,5	1,07746	1,07730	1,07699	—
8	1,12523	1,12511	1,12476	9,5E-01
8,5	1,16908	1,16901	1,16861	—
9	1,20952	1,20949	1,20906	—
9,5	1,24698	1,24698	1,24653	—
10	1,28179	1,28183	1,28137	1,0E+00
10,5	1,31426	1,31435	1,31387	—
11	1,34466	1,34478	1,34430	—
11,5	1,37318	1,37334	1,37286	—
12	1,40003	1,40022	1,39975	—
12,5	1,42536	1,42559	1,42513	—
13	1,44932	1,44957	1,44913	—
13,5	1,47202	1,47231	1,47188	—
14	1,49359	1,49390	1,49349	1,1E+00
15	1,53366	1,53403	1,53366	—
16	1,57017	1,57060	1,57028	—

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Oen, O. S. Cross sections for atomic displacements in solids by fast electrons / O. S. Oen // Oak Ridge National Laboratory Report ORNL-4897. – 1973.
2. Kwon, J. Gamma displacement cross-sections in various materials / J. Kwon, A. T. Motta // Annals of Nuclear Energy. – 2000. – Vol. 27. – P. 1627–1642.
3. Lijian, T. Analitic Fitting to the Mott Cross Section of Electrons / T. Lijian, H. Qing, L. Zhengming // Radiat. Phys. Chem. – 1995. – Vol. 45, № 2. – P. 235–245.
4. Alexander, D. E. Defect production considerations for gamma ray irradiation of reactor pressure vessel steels / D. E. Alexander // Journal of Nuclear Materials. – 1997. – Vol. 240. – P. 196–204.

И. Д. ГОЛЕНКО, П. Б. КАЦ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ СМЕЩЕНИЯ АТОМА ФОТОНОМ ЗА СЧЕТ ФОТОЭФФЕКТА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА LQZ

Гамма-кванты в основном вызывают смещения атомов за счет образования в веществе электронов высокой энергии, которые и вызывают смещение атомов. Один из методов расчета сечения смещения атома фотоном был предложен в работе [1]. При этом необходим расчет сечения смещения атома электроном. В [2] для расчета сечения смещения атома электроном используется приближение Маккинли – Фешбаха, в других используют кусочную интерполяцию данных по сечениям смещения атомов из [3]. Сечение Маккинли – Фешбаха неприменимо для тяжелых элементов, таких как золото. Как мы показали ранее, метод LQZ [4] и его модификации при расчетах сечения смещения атома электроном приводят к результатам, очень близким к получаемым при интегрировании моттовского дифференциального сечения рассеяния [3]. В данной работе мы используем метод LQZ и его модификации для расчета сечения смещения атома фотонами за счет фотоэффекта.

Сечение смещения атома фотоном с энергией E_γ за счет фотоэффекта [1]:

$$\sigma_{PE}(E_\gamma) = \sigma^{PE}(E_\gamma) \bar{n}(E), \quad (1)$$

где $\sigma^{PE}(E_\gamma)$ – сечение фотоэффекта на атоме. Для энергии фотонов более 2 МэВ [6]

$$\begin{aligned} \sigma^{PE}(E_\gamma) = & 5\pi a_0^2 Z^5 \alpha^8 \exp(-\pi Z\alpha + 2(Z\alpha)^2(1 - \ln[Z\alpha])) \times \\ & \times (\gamma^2 - 1)^{3/2} \left(\frac{mc^2}{E_\gamma} \right)^5 \left(\frac{4}{3} + \frac{\gamma(\gamma - 2)}{\gamma + 1} \left[1 - \frac{1}{2\gamma\sqrt{\gamma^2 - 1}} \ln\left(\frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1}} \right) \right] \right), \end{aligned} \quad (2)$$

a_0 – боровский радиус, $\alpha = 1/137,036$ – постоянная тонкой структуры, γ – лоренцевский фактор для образовавшегося при фотоэффекте электрона с энергией E : $E = E_\gamma - B$, B – энергия связи электрона в атоме. Будем в качестве B брать

энергию связи электрона в К-слое. Для железа, согласно [7], $B = 7112$ эВ, $\bar{n}(E)$ – среднее число смещенных атомов, создаваемых электроном с энергией E :

$$\bar{n}(E) = N \int_0^E \frac{\sigma^e(T)}{S(T)} dT, \quad (3)$$

N – концентрация атомов в веществе. $S(T)$ – электронная тормозная способность вещества для электронов. Будем использовать выражение для тормозной способности вещества из [7]:

$$S(T) = \frac{2\pi e^4 N Z (3 \cdot 10^9)^4}{mc^2 \beta^2 (1,6 \cdot 10^{-6})^2} \left(\ln \frac{mc^2 E \beta^2}{I_p^2 (1 - \beta^2)} - \beta^2 \right), \quad (4)$$

I_p – средняя энергия ионизации атома. По [8] будем рассчитывать ее, как $I_p = 1,35 \cdot 10^{-5} Z$ МэВ.

$\sigma^e(T)$ – сечение смещения атома электроном с энергией T .

$$\sigma^e(T) = \int_0^{T_m} \frac{d\sigma}{dT'} \nu(T') dT',$$

$\nu(T')$ – число смещений атома, вызываемых атомом с энергией T' , $\frac{d\sigma}{dT'}$ – дифференциальное сечение рассеяния с передачей энергии T' .

Мы будем использовать, как и в [3], выражение

$$\nu(T') = \begin{cases} 0, T' < T_d, \\ 1, T_d < T' < 2T_d, \\ T' / 2T_d, 2T_d < T'. \end{cases} \quad (5)$$

T_d – минимальная переданная энергия, при которой атом может сместиться из положения равновесия. T_m – максимальная энергия, которая может быть передана атому массой M при столкновении с электроном с энергией T :

$$T_m = \frac{2T(T + 2mc^2)}{Mc^2}.$$

Сравним наши результаты расчета среднего числа смещенных атомов с приведенными в работе [8] (рисунок 1).

Результаты расчета сечения смещения атома сравним с приведенными в [2]. В указанной работе использовалась формула для тормозной способности вещества, отличная от (5), другое выражение для $\nu(T')$ и приближение Маккинли – Фешбаха.

Результаты, получаемые с помощью метода LQZ, хорошо согласуются с результатами, получаемыми при использовании приближения Маккинли – Фешбаха для элементов с небольшими значениями Z (железо и никель).

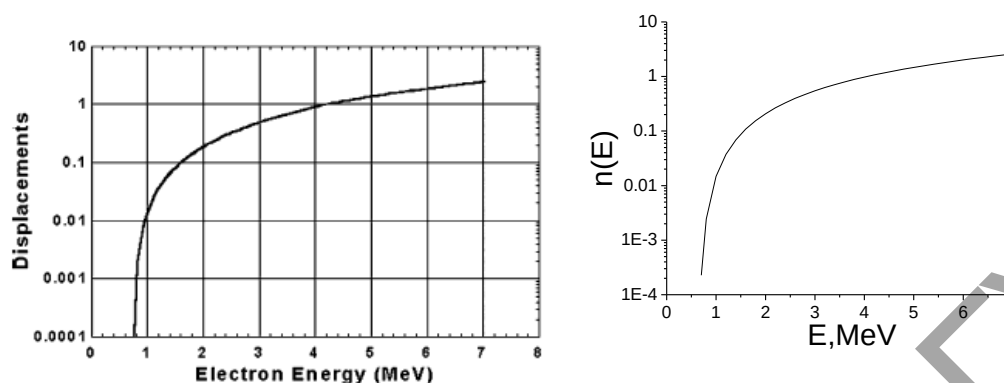


Рисунок 1 – Зависимость среднего числа смещенных атомов от энергии электрона. Слева график из [8], справа – результат наших расчетов

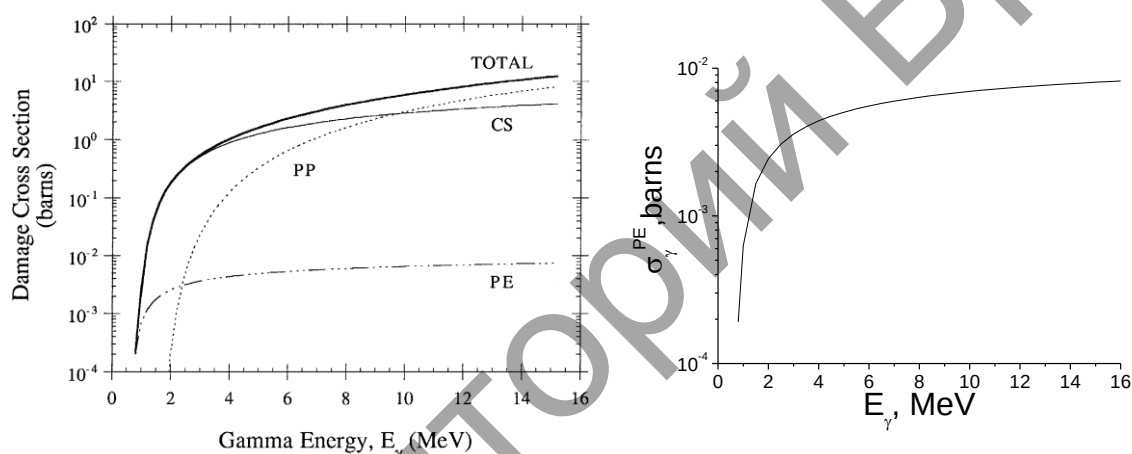


Рисунок 2 – Сечение смещения атома фотоном за счет фотоэффекта. Слева график из [2], справа – результат наших расчетов

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Oen, O. S. Cross Sections for Atomic Displacements in Solids by Gamma Rays / O. S. Oen, D. K. Holmes // Journal Of Applied Physics. – 1959. – Vol. 30, № 8. – P. 8–21.
2. Alexander, D. E. Defect production considerations for gamma ray irradiation of reactor pressure vessel steels / D. E. Alexander // Journal of Nuclear Materials. – 1997. – Vol. 240. – P. 196–204.
3. Oen, O. S. Cross sections for atomic displacements in solids by fast electrons / O. S. Oen // Oak Ridge National Laboratory Report ORNL-4897. – 1973.
4. Lijian, T. Analitic Fitting to the Mott Cross Section of Electrons / T. Lijian, H. Qing, L. Zhengming // Radiat. Phys. Chem. – 1995. – Vol. 45, № 2. – P. 235–245.
5. Hall, H. The Theory of Photoelectric Absorption for X-Rays and γ -Rays / H. Hall // Reviews Of Modern Physics. – 1936. – Vol. 8. – P. 358–397.
6. X-RAY DATA BOOKLET [Electronic resource] // Center for X-ray Optics and Advanced Light Source Lawrence Berkeley National Laboratory. – Mode of access: <http://web.horode.to/xdb.lbl.gov/>. – Date of access: 21.01.2021.
7. Kwon, J. Gamma displacement cross-sections in various materials / J. Kwon, A. T. Motta // Annals of Nuclear Energy. – 2000. – Vol. 27. – P. 1627–1642.

8. Views of TAGSI on the effects of gamma irradiation on the mechanical properties of irradiated ferritic steel reactor pressure vessels / J. F. Knott [et al.] // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2005. – Vol. 82. – P. 929–940.

А. В. ДЕМИДЧИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ЗАДАНИЯ 11 КЛАССА ПО ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМУ НА IV ЭТАПЕ РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ФИЗИКЕ

Раздел физики «Электричество и магнетизм» изучается в 8, 10 и 11 классах средней школы.

В 8 классе изучается глава «Электромагнитные явления», в которой можно выделить следующие структурные элементы: *электростатика* (§§ 12–18 школьного учебника [1]; электризация тел, электрическое поле, электрическое напряжение, расчет работы в электрическом поле), *постоянный ток* (§§ 19–27; источники тока, сила тока, ее измерение, закон Ома, сопротивление, способы соединения проводников, работа и мощность тока, закон Джоуля – Ленца) и *магнетизм* (§§ 28–31; постоянные магниты, магнитное поле, магнитное поле тока, магнитное поле прямого проводника и катушки с током, электромагнит). В 8 классе выполняется четыре лабораторные работы:

- 1) сборка электрической цепи и измерение силы тока в ней (лабораторная работа № 3 школьного учебника [1]);
- 2) измерение электрического напряжения и сопротивления проводника (лабораторная работа № 4);
- 3) изучение последовательного соединения проводников (лабораторная работа № 5);
- 4) изучение параллельного соединения проводников (лабораторная работа № 6).

В 10 классе изучается глава «Электродинамика»: *электростатика* (§§ 16–24 школьного учебника [2]; закон Кулона, напряженность поля, разность потенциалов, конденсаторы), *постоянный ток* (§§ 25–26; ЭДС, закон Ома для полной цепи, КПД источника тока), *магнетизм* (§§ 27–33; силы Ампера и Лоренца, магнитный поток, закон электромагнитной индукции) и *электрический ток в различных средах* (§§ 34–37; в металлах, электролитах, газах, полупроводниках). В 10 классе выполняется одна лабораторная работа: измерение ЭДС и внутреннего сопротивления источника (лабораторная работа № 4 школьного учебника [2]).

В 11 классе изучается глава «Электромагнитные колебания и волны»: *электромагнитные колебания* (§§ 7–10 школьного учебника [3]; колебания, колебательный контур, свободные и вынужденные колебания, трансформатор, производство, передача и потребление электроэнергии) и *электромагнитные волны* (§ 11). Лабораторных работ в 11 классе по рассматриваемой тематике нет.

Проанализируем олимпиадные задания последнего десятилетия, предлагаемые учащимся выпускных классов.

Таблица – Анализ олимпиадных заданий

Год	Тип	Авторское название задания	Понятия, методы решения, терминология
2019	Теория	Фотоэлектронный умножитель	Упрощенная модель работы ФЭУ
	Эксперимент	Суперконденсатор	Процессы зарядки и разрядки конденсатора, обкладками которого служат полоски графита с прикрепленными полосками ткани из углеродных нанотрубок
2018	Теория	Давление света	Свойства электромагнитных волн, объемные плотности энергии электрического и магнитного полей, движение электронов в металле
	Эксперимент	«Лимонка»	Электрохимический ряд металлов
2017	Теория	«Кольцевая»	Электрическое поле кольца, дипольный момент, закон Био – Савара, магнитный диполь, взаимодействие постоянных магнитов
		«Пилообразный и импульсный ток»	Подключение к источнику напряжения конденсатора, катушки, резисторов с диодами
	Эксперимент	Магнитные взаимодействия	Исследование зависимости силы магнитных взаимодействий от расстояния на установке для изучения крутильных колебаний
2015	Теория	Перераспределение зарядов	Подвижность электронов
	Эксперимент	«Дыхание» транзистора	Входные характеристики транзистора
2014	Теория	Край соленоида. Край электрического диполя	Индукция поля внутри соленоида, взаимодействие диполя с проводящей плоскостью, метод электростатических отображений
		Переменная диэлектрическая проницаемость. Переменная проводимость	Нахождение емкости конденсатора при заданном законе изменения диэлектрической проницаемости, теорема Гаусса, нахождение сопротивления резистора при линейном изменении удельного сопротивления, поверхностная плотность заряда

Продолжение таблицы

2013	Эксперимент	Намагниченный гвоздь	Датчики Холла, магнитное поле внутри и снаружи гвоздя
2012	Эксперимент	Что больше и кто быстрее?	Сопротивление утечки электролитического конденсатора
2011	Эксперимент	Рассеяние магнитного потока	Необходимо назвать ученого по его портрету (в 2012 г. в 11 классе на эксперименте по оптике такого же типа задание), изменение магнитного потока в железном стержне
2010	Теория	Фотоэлемент	ВАХ фотоэлемента, потери энергии в фотоэлементе
		Два генератора	Круглый и прямоугольный генератор
	Эксперимент	Изучение батареек	Определение ЭДС и внутреннего сопротивления по зависимости напряжения на внешней нагрузке от силы тока в ней
		Изучение фотоэлемента	Исследование зависимости напряжения на внешней нагрузке от силы тока в ней, зависимости силы тока во внешней нагрузке от ее сопротивления, мощности на внешней цепи от ее сопротивления
2009	Теория	Электрические качели	Колебания в LC-контуре с переменной емкостью
		Полупроводник	Плотность тока, подвижность электронов, энергетические состояния электронов в кристалле, рекомбинация, температурный коэффициент проводимости, внутренний фотоэффект, квантовый выход
	Эксперимент	Сопротивление графита	Оценка значения температурного коэффициента сопротивления графита, ВАХ графитового стержня
2008	Теория	Гальваномагнитные явления	Эффект Холла и магнетосопротивление
2006	Теория	«Дырявая разминка»	Эквипотенциальные линии электрического поля внутри цилиндра с полостью, поляризация, дипольный момент, интенсивность поляризации

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исаченкова, Л. А. Физика : учеб. пособие для 8-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Л. А. Исаченкова, Ю. Д. Лещинский, В. В. Дорофейчик. – Минск : Нар. асвета, 2018. – 174 с.
2. Физика : учеб. пособие для 10-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения (с электрон. прил. для повышенного уровня) / Е. В. Громыко [и др.]. – Минск : Адукацыя і выхаванне, 2019. – 264 с.
3. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11-го кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2014. – 288 с.
4. Олимпиады по физике: 7–11 классы: (2019 год) / А. И. Слободянюк [и др.]. – Минск : Аверсэв, 2020. – 427 с.
5. Олимпиады по физике: 7–11 классы: (2018 год) / Г. С. Кембровский [и др.]. – Минск : Аверсэв, 2019. – 427 с.
6. Кембровский, Г. С. Олимпиады по физике: 7–11 классы: (2006 год) / Г. С. Кембровский, Л. Г. Маркович, А. И. Слободянюк. – Минск : Аверсэв, 2007. – 302 с.

И. А. ДОРДЮК, Н. Н. СЕНДЕР

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И РЕЗОНАНС

Рассмотрим тело, на которое действует упругая сила $F = -kx$. Мы установили, что под действием этой силы тело колеблется с определенной частотой $\omega = \sqrt{k/m}$, так называемой частотой свободных колебаний или собственной частотой. В дальнейшем будем обозначать собственную частоту через ω_0 , так что $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.

Пусть на тело действует, кроме упругой силы, еще и периодическая внешняя сила с частотой ω . Тогда оказывается, что амплитуда колебаний, вызванных внешней силой, весьма сильно зависит от того, насколько частота внешней силы ω близка к частоте свободных колебаний. Это явление носит название резонанса и имеет очень большое практическое значение.

Явление это относится к любым системам, в которых возможны колебания. В механических системах такие колебания могут приводить к опасным деформациям и разрушению. Иногда резонанс сознательно используют для того, чтобы малой силой вызвать колебания рабочего инструмента с большой амплитудой.

В электрических системах резонанс дает возможность при действии нескольких периодических сил с разной частотой добиться того, чтобы колебания в нашей системе зависели только от одной из периодических сил – той, частота которой близка к собственной частоте системы. Благодаря этому можно настраивать радиоприемник на определенную станцию.

Составим уравнение колебаний

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - h \frac{dx}{dt} + f \cos \omega t. \quad (1)$$

В этом уравнении $f \cos \omega t$ есть внешняя сила. Поделим обе части (1) на m и обозначим теперь $\frac{k}{m} = \omega_0^2$ в соответствии с тем, что с такой частотой происходят собственные колебания тела (без трения); отношение $\frac{h}{m}$ обозначим 2γ (используя формулы $\gamma = +\frac{h}{2m}$ и $\omega_1^2 = \frac{k}{m} - \frac{h^2}{4m^2}$). Получаем

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - 2\gamma \frac{dx}{dt} + \frac{f}{m} \cos \omega t.$$

Естественно ожидать, что под действием силы с частотой ω тело будет совершать колебания с той же частотой. Поэтому ищем решение в виде

$$x = a \cos \omega t + b \sin \omega t. \quad (2)$$

Подставляя выражения для x и его производных в уравнение (1), получим

$$\begin{aligned} -a\omega^2 \cos \omega t - b\omega^2 \sin \omega t = & -a\omega_0^2 \cos \omega t - b\omega_0^2 \sin \omega t + \\ & + 2\gamma a\omega \sin \omega t - 2\gamma b\omega \cos \omega t + \frac{f}{m} \cos \omega t. \end{aligned}$$

Для того чтобы это равенство было верно при любых t , должны быть равны между собой в отдельности члены с $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$. Приравнявая эти члены, получаем:

$$\begin{cases} -a\omega^2 = -a\omega_0^2 - 2\gamma b\omega + \frac{f}{m}, \\ -b\omega^2 = -b\omega_0^2 + 2\gamma a\omega. \end{cases} \quad (3)$$

Из второго уравнения (3) находим:

$$b = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Подставляя это в первое уравнение (3), находим

$$a = \frac{f}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}. \quad (4)$$

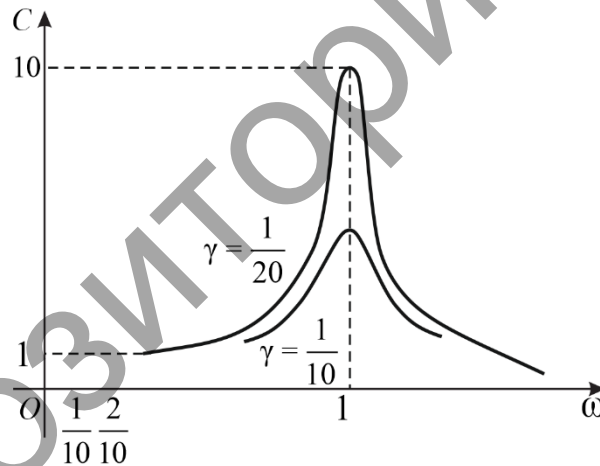
Тогда

$$b = \frac{f}{m} \frac{2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}. \quad (5)$$

Переходя к виду $x = C \cos(\omega t + \gamma)$ и используя, что $C = \sqrt{a^2 + b^2}$, получаем амплитуду C колебаний, вызванных внешней силой:

$$C = \frac{f}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}}. \quad (6)$$

Отсюда видно, что C тем больше, чем ближе ω к ω_0 . Кривая зависимости C от ω при данном ω_0 изображена на рисунке при двух значениях γ . Принято $\frac{f}{m} = 1$, $\omega_0 = 1$. Чем меньше трение, тем резче выражен подъем амплитуды колебаний при равенстве частоты внешней силы и собственной частоты.



Рисунок

Нетрудно убедиться, что сумма решения $x(t) = C_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + a)$ уравнения $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - h \frac{dx}{dt}$ и общего решения (2) уравнения (1)

$$x = a \cos \omega t + b \sin \omega t + C_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_0 t + a), \quad (7)$$

где a и b даются формулами (4) и (5), также является решением уравнения (1). При помощи этого решения можно решить задачу с любыми начальными данными, выбирая соответственно C_0 и a . Действительно, пусть при $t = 0$, $x = x_0$, $v = v_0$. Тогда, пользуясь (7), находим:

$$\begin{cases} x_0 = a + C_0 \cos a, \\ v_0 = b\omega - C_0(\gamma \cos a + \omega_1 \sin a). \end{cases} \quad (8)$$

Из этой системы уравнений можно определить C_0 и a . Таким образом, (7) есть общее решение задачи о колебаниях тела под действием упругой силы и периодической внешней силы. Это общее решение подтверждает сделанное в начале предположение о том, что при длительном воздействии внешней силы с частотой ω тело будет колебаться с той же частотой ω . В самом деле, каковы бы ни были начальные условия, они влияют только на значения C_0 и a , т. е. только на последнее слагаемое решения (7). Однако с течением времени это слагаемое, имеющее частоту ω_0 , становится сколь угодно близким к нулю за счет множителя $e^{-\gamma t}$, и им можно пренебречь при больших t . Оставшиеся слагаемые описывают колебания с частотой ω , которые не затухают с течением времени, потому что поддерживаются действием внешней силы.

А. В. ЗАРЕЦКИЙ, Н. Н. СЕНДЕР

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА В СРЕДЕ, ОКАЗЫВАЮЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЮ

Всякое тело испытывает при движении противодействие со стороны той среды, в которой происходит движение. Если сопротивление невелико, то задачу его можно не принимать во внимание. Однако в ряде случаев такой подход неудовлетворителен, с сопротивлением среды приходится считаться. Установлено, что если тело движется в жидкости или газе, скорость движения невелика и тело имеет малые размеры, то сила сопротивления пропорциональна скорости движения:

$$F(t) = -kv(t). \quad (1)$$

Здесь коэффициент пропорциональности $k > 0$, а знак минус в (1) показывает, что сила сопротивления направлена противоположно скорости движения тела. Число k зависит от свойств среды, оно пропорционально вязкости среды. Кроме того, k зависит от формы и размеров тела. Например, для случая шара радиуса R формула (1) принимает вид

$$F = -6\pi R\eta v(t), \quad (2)$$

где η – вязкость среды. Для воздуха $\eta = 1,8 \cdot 10^{-4}$, для воды $\eta = 0,01$ (при 20°C), $[\eta] = \text{г}/(\text{см} \cdot \text{с})$. Формула (2) справедлива при $\frac{\nu R \rho}{\eta} < 5$, где ρ – плотность среды. Эта величина называется числом Рейнольдса.

Рассмотрим задачу о торможении тела. Пусть некоторая сила сообщила телу скорость, а затем в момент времени $t=t_0$ перестала действовать. Тело продолжает двигаться, и на него действует только сила сопротивления. Из второго закона Ньютона $\frac{dv}{dt} = -\alpha v$.

Разделив обе части на v и обозначив $\frac{k}{m} = \alpha$ ($\alpha > 0$), получим $\frac{dv}{dt} = -\alpha v$.

Решение этого уравнения есть

$$v(t) = v_0 e^{-\alpha(t-t_0)}. \quad (3)$$

Здесь v_0 есть значение скорости в момент $t=t_0$. Так как $\alpha > 0$, то при $t > t_0$ показатель степени в (3) отрицательный, $e^{-\alpha(t-t_0)} < 1$ и, следовательно, $v(t) < v_0$, т. е. скорость убывает с течением времени. Среда тормозит движение тела.

Найдем выражение для пути, пройденного телом. Из (3) получаем $\frac{dx}{dt} = v_0 e^{-\alpha(t-t_0)}$, или

$$dx = v_0 e^{-\alpha(t-t_0)} dt. \quad (4)$$

Пусть в начальный момент времени (при $t=t_0$) тело находилось в начале координат: $x(t_0) = 0$. Интегрируя (4), получим $x(t) = v_0 \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-t_0)} dt$, откуда

$$x(t) = \frac{v_0}{\alpha} [1 - e^{-\alpha(t-t_0)}]. \quad (5)$$

Пользуясь формулой (5), можно получить весь путь, который пройдет тело после момента t_0 , т. е. после того, как сила перестала действовать на тело. Для этого заметим, что при очень больших t величина $e^{-\alpha(t-t_0)}$ весьма мала, и ею можно пренебречь по сравнению с единицей. Поэтому весь путь, который пройдет тело, есть $\frac{v_0}{\alpha}$.

Е. В. ЗУБЕЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА OS-ПРОПЕРЕСТАНОВОЧНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Используемые обозначения и определения стандартны, их можно найти в [1].

Подгруппа A группы G называется OS-проперестановочной в G , если существует подгруппа B такая, что AB – подгруппа группы G , $G = N_G(A)B$ и подгруппа A перестановочна со всеми подгруппами Шмидта из B . В этой ситуации подгруппу B будем называть OS-продобавлением.

Сформулируем некоторые свойства OS-проперестановочных подгрупп.

Лемма 1. Пусть A – OS-проперестановочная подгруппа группы G и B – ее OS-продобавление.

1. Для любого элемента $g \in G$ подгруппа B^g будет OS-продобавлением к подгруппе A в группе G .

2. Для любого элемента $g \in G$ подгруппа A^g будет OS-проперестановочной в группе G , а подгруппы B и B^g – ее OS-продобавлениями.

Лемма 2. Пусть A – OS-проперестановочная подгруппа группы G и B – ее OS-продобавление.

1. Если $N \triangleleft G$, то AN – OS-проперестановочна в G и B является OS-продобавлением к AN в G .

2. Если $N \triangleleft G$, то AN/N – OS-проперестановочна в G/N и BN/N является OS-продобавлением к AN/N в G/N .

3. Если A – OS-проперестановочная подгруппа группы G и B – OS-продобавление в G , то $A^G = A(A^G \cap B)$, подгруппа A OS-проперестановочна в A^G и $A^G \cap B$ – OS-продобавление к A в A^G .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.

П. Б. КАЦ, С. М. УДОВЕНКО

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

КОМБИНАЦИЯ МЕТОДА ВЕГИ И ДР. И МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФОРМУЛЫ БЕТЕ – ВАЙЦЕККЕРА

В [1] авторы предложили новый метод нахождения четырех из пяти коэффициентов в традиционной формуле Бете – Вайцеккера. Рассматривается следующий вариант формулы:

$$E_{bBW} = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A - 2Z)^2}{A} + a_p \delta \cdot A^{-3/4}. \quad (1)$$

Последнее слагаемое в (1) обращается в 0 для ядер с нечетным массовым числом. При этом в формуле остаются четыре неизвестных коэффициента. Для их нахождения авторы предлагают решить систему из 4 уравнений вида

$$E_{bBW_i} - E_{bi} = 0, i = 1 - 4, \quad (2)$$

где E_{bi} – энергия связи ядра, найденная из экспериментальных данных для четырех стабильных изотопов с нечетным A . При этом авторы получили следующие значения четырех коэффициентов (таблица 1).

Таблица 1 – Оптимальные коэффициенты согласно [1]

a_V , МэВ	a_S , МэВ	a_C , МэВ	a_{sym} , МэВ
15,5933955	17,344797	0,6935199	23,601209

Для коэффициента a_p авторы использовали значение 33,5 МэВ.

Мы решили систему уравнений с уточненными данными по массам изотопов [2]. При этом получились следующие значения коэффициентов (таблица 2).

Таблица 2 – Оптимальные коэффициенты согласно [1] с уточненными данными

a_V , МэВ	a_S , МэВ	a_C , МэВ	a_{sym} , МэВ
15,5935624	17,344915	0,6936067	23,602387

Эффективность подобранных коэффициентов будем определять по значению средней по 79 изотопам относительной погрешности:

$$\langle \delta E_b \rangle = \frac{1}{79} \sum_{i=1}^{79} \frac{|\hat{A}_{bBW_i} - \hat{A}_{bi}|}{\hat{A}_{bi}} \cdot 100\%, \quad (3)$$

Попробуем для улучшения результатов вычислить коэффициент a_p с помощью метода наименьших квадратов относительных отклонений, т. е. вычислим значение коэффициента, при котором обращается в 0 величина:

$$\sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial a_p} \frac{(\hat{A}_{bBW_i} - \hat{A}_{bi})^2}{\hat{A}_{bi}^2}. \quad (4)$$

Кроме варианта формулы (1), рассмотрим еще три варианта:

$$E_{bBW} = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + a_p \delta \cdot A^{-3/4}. \quad (5)$$

$$E_{bBW} = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + a_p \delta \cdot A^{-1/2}, \quad (6)$$

$$E_{bBW} = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} + a_p \delta \cdot A^{-1/2}, \quad (7)$$

Таблица 3 – Средняя относительная погрешность

Вариант	[1]	[1] с учетом [2]
$\langle \delta E_b \rangle, \%$	0,3495	0,3492

Для вариантов (5) и (7) решение системы уравнений для четырех изотопов приводит к следующим значениям коэффициентов (таблица 4).

Таблица 4 – Оптимальные коэффициенты согласно [1] для разных вариантов формулы

a_v , МэВ	a_s , МэВ	a_c , МэВ	a_{sym} , МэВ
15,640404	17,7712225	0,7010998	23,1366934

Для варианта (6) получается та же четверка коэффициентов, что для варианта (1) по уточненным энергиям связи.

Решая уравнение (4) для вариантов (1), (6) с коэффициентами из таблицы 2 и для вариантов (5) и (7) из таблицы 4, получили следующие значения поправки спаривания (таблица 5).

Таблица 5 – Поправка спаривания для разных вариантов формулы Бете – Вайцеккера

(1)	(5)	(6)	(7)
28,196150	27,987903	12,484761	12,423669

С учетом найденных для каждого варианта коэффициентов вычисляем $\langle \delta E_b \rangle$ для всех вариантов формулы (таблица 6).

Таблица 6. Средняя относительная погрешность

Вариант	(1)	(5)	(6)	(7)
$\langle \delta E_b \rangle$, %	0,3479	0,3448	0,3436	0,3395

Объединение метода Веги и МНК относительных отклонений немного улучшает результат. Оптимальным оказывается вариант (7).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Semi-empirical Nuclear Mass Formula: Simultaneous Determination of 4 Coefficients / J. P. Vega [et al.] // Asian Journal of Physical Sciences. – 2016. – Vol. 1. – P. 1–10.
2. The AME2016 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references / Meng Wang [et al.] // Chinese Physics C. – 2017. – Vol. 41, № 3. – P. 030002-030002-49.

В. В. КИРИЧУК, Н. Н. СЕНДЕР

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ВЛИЯНИЕ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА НА ХАРАКТЕР ДВИЖЕНИЯ ПРЕДМЕТОВ, НАХОДЯЩИХСЯ НА ЭТОМ ОБЪЕКТЕ

Представим себе тело, участвующее одновременно в двух движениях. Например, человек ходит по каюте парохода, а пароход движется, или в каюте падает брошенный мяч. Предположим, что одно из этих движений равномерное.

Возникает вопрос: можно ли, наблюдая падение мяча в каюте либо движение в ней какого-нибудь тела под действием приложенной силы, установить, движется пароход или нет? Иначе говоря, влияет ли равномерное движение парохода на характер движения предметов на самом пароходе? Оказывается, что нет, никак не влияет.

В механике отмеченную независимость от равномерного движения установить нетрудно. Действительно, пусть тело движется в поезде со скоростью v , а сам поезд движется по рельсам с постоянной скоростью v_0 . Тогда по отношению к наблюдателю, стоящему на рельсах, тело движется со скоростью $v_1 = v + v_0$. При этом ускорение тела одинаково и для наблюдателя, стоящего на рельсах, и для наблюдателя, едущего в поезде:

$$a_1 = \frac{dv_1}{dt} = \frac{d}{dt}(v + v_0) = \frac{dv}{dt} + \frac{dv_0}{dt} = \frac{dv}{dt} = a.$$

Таким образом, постоянное слагаемое в выражении для скорости не меняет ускорения. Поэтому и сила, действующая на тело, не меняется: $F = ma_1 = ma$. Разность скоростей тела до и после действия силы тоже одинакова для наблюдателя, находящегося на рельсах, и для наблюдателя, стоящего в поезде. Действительно, пусть скорость по отношению к наблюдателю, стоящему в поезде, до действия силы есть v' , после действия силы v'' ; для наблюдателя, стоящего на путях, соответствующие скорости будут v'_1 и v''_1 . Тогда $v'_1 = v' + v_0$, $v''_1 = v'' + v_0$. Поэтому $v''_1 - v'_1 = v' + v_0 - v' - v_0 = v'' - v'$.

Сложнее обстоит дело с кинетической энергией: не только сама кинетическая энергия, но даже и разности кинетических энергий различны для различных наблюдателей. Для наблюдателя, стоящего на путях,

$$\begin{aligned} K''_1 - K'_1 &= \frac{m(v''_1)^2}{2} - \frac{m(v'_1)^2}{2} = \frac{m(v' + v_0)^2}{2} - \frac{m(v' + v_0)^2}{2} = \\ &= \frac{m(v'')^2}{2} - \frac{m(v')^2}{2} + mv_0 v'' - mv_0 v' = K'' - K' + mv_0(v'' - v'). \end{aligned}$$

В этой формуле K''_1 и K'_1 – конечная и начальная кинетическая энергия, вычисленная наблюдателем на путях, а K'' и K' – соответствующая кинетическая энергия, вычисленная наблюдателем в поезде.

Работа силы и мощность для различных наблюдателей также различны, так как хотя сила одна и та же, но пройденный путь и скорость различны для наблюдателя, стоящего на путях, и для наблюдателя, едущего в поезде.

Однако закон равенства изменения кинетической энергии и работы силы выполняется для любого наблюдателя, хотя каждая из этих величин в отдельности неодинакова для разных наблюдателей.

Отметим замечательную формулу, которая имеет место, если тело движется под действием одной только данной силы $F(t)$:

$$A = \int_{t_0}^{t_1} F(t)v(t)dt = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v_1 + v_0) = \frac{v_1 + v_0}{2}(mv_1 - mv_0) = \frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} F(t)dt.$$

Таким образом, в этом случае скорость $v(t)$ можно вынести из-под интеграла, заменяя ее средним арифметическим начальной и конечной скоростей движения.

Этот вывод справедлив только в том случае, если $v(t)$ есть скорость, полученная телом в результате действия лишь одной силы $F(t)$. Если же на тело действует несколько сил – F_1, F_2, F_3 , то работа, произведенная всеми силами, равна произведению средней скорости на сумму импульсов всех сил:

$$A = \frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} (F_1 + F_2 + F_3)dt = \frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} F_1 dt + \frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} F_2 dt + \frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} F_3 dt. \quad (1)$$

Однако работа каждой из сил (например, F_2) в отдельности не равна соответствующему слагаемому $\frac{v_1 + v_0}{2} \int_{t_0}^{t_1} F_2 dt$ в формуле (1), так как сила F_2 , действуя отдельно, сообщила бы телу скорость, отличную от $v(t)$.

М. П. КОНЦЕВОЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ATTENTION MODEL: ФЕНОМЕН, ПОНЯТИЕ, КОНЦЕПТ

Attention Model – важная в Deep learning техника поиска латентных взаимосвязей между сегментами входных и выходных данных в нейронных сетях [1]. Attention Model названа по аналогии с важнейшим свойством психики к избирательной направленности восприятия, которое является значимым фактором успешности учебной деятельности, в том числе в области информатики и математики. Attention Model может быть понят и применен в образовательной практике в качестве дидактического концепта – абстрактного ментального образования с дидактическим значимым потенциалом. Формирование понятия Attention Model необходимо для понимания работы современных нейросистем и предполагает системное осмысление взаимосвязи важнейших категорий информатики (рекурсии, слоя, свертки, итераций и др.) и областей математики (теории вероятностей, векторного анализа, численных методов, тригонометрии). Недостаточный уровень актуальной научной разработанности понятия Attention Model и сложность отражаемого в нем феномена *Attention* требует сочетания различных методов формирования понятия (остенсивного, конструктивного, индуктивного,

косвенного), что дидактически ценно в качестве инструмента развития абстрактного системного мышления. Использование аналогий между психическими и техническими механизмами внимания может быть эвристичным и результативным в плане понимания и эффективного применения каждого из них. Согласно последним нейробиологическим данным, внимание и рабочая память объединены в общий механизм процессирования в префронтальной коре головного мозга [2], что коррелирует с современным пониманием Attention Model, подтверждая правомерность проведения таких аналогий как в образовательных, так и в научных целях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weng, L. Attention? Attention! [Electronic resource] / L. Weng. – Mode of access: <https://lilianweng.github.io/lil-log/2018/06/24/attention-attention.html>. – Date of access: 01.04.2021.
2. Panichello, M. F. Shared mechanisms underlie the control of working memory and attention [Electronic resource] / M. F. Panichello, T. J. Buschman // Nature. – 2021. – Mode of access: <https://www.nature.com/articles/s41586-021-03390-w>. – Date of access: 01.04.2021.

О. А. КОТОВИЧ, Н. Н. СЕНДЕР

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ВВЕДЕНИЕ ПОНЯТИЯ РАБОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОНЯТИЯ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ»

Соотношения между важнейшими величинами механики можно точно сформулировать только при помощи интегралов и производных. Рассмотрим такое понятие, как работа. Рассмотрим прямолинейное движение тела вдоль оси Ox . Пусть сила F , действующая на тело, также направлена вдоль оси Ox . В элементарной физике работа A , совершенная силой, определяется как произведение силы F на пройденный телом путь $l = x_k - x_n$, где x_n – начальное положение тела, x_k – конечное положение тела:

$$A = Fl = F(x_k - x_n).$$

Очевидно, здесь имеет место такое же положение, как и в случае соотношения между скоростью и координатой: простая формула – работа равна произведению силы на перемещение – имеет место лишь в том случае, когда сила постоянна. Если же сила меняется на протяжении процесса перемещения, тогда надо весь процесс перемещения разбить на отдельные малые промежутки так, чтобы на протяжении каждого малого промежутка силу можно было считать постоянной. Тогда для малого промежутка $\Delta A_i = F_i \Delta x_i = F_i(x_{i+1} - x_i)$.

Значит, в общем случае переменной силы работа выражается не произведением, а интегралом $A = \int_{x_n}^{x_k} F dx$.

Мы считаем известным движение тела, которое задается известной функцией $x = x(t)$. Перемещение тела за малое время dt равно произведению мгновенной скорости v на время dt :

$$dx = vdt = \frac{dx}{dt} dt.$$

Поэтому выражение работы можно написать и так:

$$A = \int_{t_n}^{t_k} F \frac{dx}{dt} dt = \int_{t_n}^{t_k} Fv dt. \quad (1)$$

Произведение Fv , которое входит в эту формулу, есть работа, произведенная в единицу времени; оно называется мощностью силы. Действительно, в случае постоянных скорости и силы путь равен $x = vt$, работа равна $A = Fx = Fvt$ и отношение работы A к протекшему времени равно $\frac{A}{t} = Fv$. Обозначая мощность через W , $Fv = W$, можно написать

$$A = \int_{t_n}^{t_k} W dt.$$

На тело могут действовать несколько сил, например F_1 и F_2 , тогда можно говорить о работе, которую совершили первая сила (A_1) и вторая сила (A_2) за то время, когда тело переместилось из начального положения x_n в конечное положение x_k . Считая, что силы F_1 и F_2 — постоянные, получим:

$$A_1 = (x_k - x_n)F_1, \quad A_2 = (x_k - x_n)F_2.$$

Обратим внимание на знаки величин, входящих в эти выражения. Сила считается положительной, когда она действует в сторону возрастания. Силу, действующую в противоположную сторону, считаем отрицательной.

Если тело перемещается в ту же сторону, в которую действует сила, то работа силы положительна. Представим себе, что тело движется в направлении, противоположном направлению силы, так что F_1 и $(x_k - x_n)$ имеют разные знаки; тогда работа силы A_1 окажется отрицательной. Представим себе, например, что на тело действуют две силы: сила растянутой пружины F_1 и сила натяжения веревки F_2 , которую натягивают рукой. F_1 тянет влево, $F_1 < 0$. Вы тянете вправо, $F_2 > 0$. Если тянуть сильнее пружины (математически это означает, что абсолютная величина силы, с которой тянут, больше абсолютной величины силы, с которой тянет тело влево пружина: $|F_2| > |F_1|$), то тело будет перемещаться слева направо.

Е. А. КРАВЧУК, О. В. МАТЫСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ ГИЛЬБЕРТОВА ПРОСТРАНСТВА

Для решения в действительном гильбертовом пространстве H линейного некорректного уравнения первого рода

$$Ax = y_\delta, \quad (1)$$

где $\|y - y_\delta\| \leq \delta$, A – положительный ограниченный самосопряженный оператор (0 не является его собственным значением, но $0 \in \text{Sp}A$, т. е. рассматриваемая задача некорректна), используем метод

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} - \alpha(Ax_{n+1,\delta} - y_\delta), \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (2)$$

Здесь E – тождественный оператор, α – итерационный параметр.

Рассмотрим поведение итераций (2) в энергетической норме $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$. Использование энергетической нормы позволяет получить оценки погрешности метода (2) без знания дополнительной информации на гладкость точного решения уравнения (1) – его истокообразную представимость: $x = A^s z$, $s > 0$.

Теорема. Итерационный метод (2) при условии $\alpha > 0$ сходится в энергетической норме, если число итераций n выбирать так, чтобы $\sqrt{n}\delta \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, $\delta \rightarrow 0$. Общая оценка погрешности для метода (2)

$$\|x - x_{n,\delta}\|_A \leq (4n\alpha)^{-\frac{1}{2}} \|x\| + (n\alpha)^{\frac{1}{2}} \delta, \quad n \geq 1. \quad (3)$$

Оптимизируем полученную оценку (3) по n , т. е. при заданном δ найдем такое значение числа итераций n , при котором оценка погрешности становится минимальной. Приравняв нулю производную по n от правой части равенства (3), получим $n_{\text{опт}} = (2\alpha\delta)^{-1} \|x\|$.

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (3), найдем ее оптимальное значение

$$\|x - x_{n,\delta}\|_A^{\text{опт}} \leq 2^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{1}{2}} \|x\|^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Из (4) вытекает, что оптимальная оценка погрешности не зависит от параметра α . Но $n_{\text{опт}}$ зависит от α , поэтому для уменьшения объема вычислительной работы следует брать α возможно большим, удовлетворяющим условию

$\alpha > 0$ и так, чтобы $n_{\text{опт}}$ было целым. Так как $\alpha > 0$, то за счет его выбора можно получить $n_{\text{опт}} = 1$.

А. Ю. КУЛЕШ, А. А. ТРОФИМУК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ПРИЗНАКАХ РАСШИРЕННОЙ СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1; 2]. Запись $Y \leq X$ означает, что Y – подгруппа группы X .

Группа называется *сверхразрешимой*, если порядки ее главных факторов являются простыми числами.

Напомним, что класс F называется *замкнутым относительно фактор-групп* или *гомоморфом*, когда выполняется требование: если $G \in F$ и $N \triangleleft G$, то $G/N \in F$. Класс F называется *замкнутым относительно подпрямых произведений*, когда выполняется требование: если $G/N_1 \in F$ и $G/N_2 \in F$, то $G/N_1 \cap N_2 \in F$. *Формацией* называется класс, замкнутый относительно фактор-групп и подпрямых произведений.

Пусть F – некоторая формация групп и G – группа. Тогда G^F – F –корадикал группы G , т. е. пересечение всех тех нормальных подгрупп N из G , для которых $G/N \in F$.

Подгруппы A и B группы G называются *взаимно перестановочными*, если A перестановочна со всеми подгруппами из B и B перестановочна со всеми подгруппами из A . М. Асаад и А. Шаалан установили сверхразрешимость группы $G = AB$ с взаимно перестановочными сверхразрешимыми подгруппами A и B при условии, что B нильпотентна [3, теорема 3.2], и в случае, когда коммутант G' нильпотентен [3, теорема 3.8]. Обзор результатов о взаимно перестановочных подгруппах по состоянию на 2010 г. содержится в монографии А. Баллестера-Болинше с соавторами [4, разд. 4, 5].

Согласно теореме Хупперта, сверхразрешимую группу можно определить как группу, в которой все максимальные подгруппы имеют простые индексы. Отсюда следует, что в сверхразрешимой группе G для каждой собственной подгруппы H существует цепочка подгрупп

$$H = H_0 \leq H_1 \leq \dots \leq H_n = G, \quad |H_i : H_{i-1}| \in P, \quad \forall i. (1)$$

Поэтому вполне естественно следующее определение, предложенное в [4].

Подгруппа H группы G называется *P-субнормальной* в G , если либо $H = G$, либо существует цепочка подгрупп (1). В работах [5; 6] изучен класс групп с P -субнормальными силовскими подгруппами. Группа G называется *расширенно сверхразрешимой* (кратко *w-сверхразрешимой*), если любая примарная

подгруппа группы G является P -субнормальной в G . Через wU обозначается класс всех w -сверхразрешимых групп. Заметим, что класс U всех сверхразрешимых групп содержится в wU .

В настоящей работе получено развитие результатов работы [3] на расширенно сверхразрешимый случай. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть группа $G = AB$ является взаимно перестановочным произведением w -сверхразрешимых подгрупп A и B . Тогда справедливы следующие утверждения:

- 1) если корадикал G^A нильпотентен, то G w -сверхразрешима;
- 2) $G^{wU} = (G^A)^N$;
- 3) если N – минимальная нормальная подгруппа в G , то подгруппы AN и BN w -сверхразрешимы;
- 4) если B нильпотентна, то G w -сверхразрешима;
- 5) если $(|A/A^A|, |B/B^A|) = 1$, то G w -сверхразрешима.

Здесь N и A – формации всех нильпотентных групп и групп с абелевыми силовскими подгруппами соответственно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endlich e Gruppen I / B. Huppert. – Heidelberg ; Berlin : Springer-Verlag GmbH, 1967. – 796 p.
3. Asaad, M. On the supersolubility of finite groups / M. Asaad, A. Shaalan // Arch. Math. – 1989. – Vol. 53. – P. 318–326.
4. Ballester-Bolinches, A. Products finite groups / A. Ballester-Bolinches, R. Estaban-Romero, M. Asaad. – Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 2010. – 334 p.
5. Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.
6. Васильев, А. Ф. О конечных группах, близких к сверхразрешимым группам / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Проблемы физики, математики и техники. – 2010. – Т. 3, № 2. – С. 21–27.

С. В. КУРИЛЮК, А. А. ТРОФИМУК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О КОРАДИКАЛЕ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С ВЗАИМНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1; 2]. Запись $Y \leq X$ означает, что Y – подгруппа группы X .

Группа называется сверхразрешимой, если порядки ее главных факторов являются простыми числами.

Напомним, что класс F называется *замкнутым относительно фактор-групп* или *гомоморфом*, когда выполняется требование: если $G \in F$ и $N \triangleleft G$, то $G/N \in F$. Класс F называется *замкнутым относительно подпрямых произведений*, когда выполняется требование: если $G/N_1 \in F$ и $G/N_2 \in F$, то $G/N_1 \cap N_2 \in F$. *Формацией* называется класс, замкнутый относительно фактор-групп и подпрямых произведений. Формация F называется *насыщенной*, если из $G/\Phi(G) \in F$ следует, что $G \in F$.

Пусть F – некоторая формация групп и G – группа. Тогда G^F – F – *корадикал* группы G , т. е. пересечение всех тех нормальных подгрупп N из G , для которых $G/N \in F$. Произведение формаций F и H состоит из всех групп G , для которых $G^H \in F$, т. е. $FH = \{G \in G | G^H \in F\}$. Будем считать, что $F^2 = FF$. Через U , N , N^2 обозначаются формации всех сверхразрешимых групп, нильпотентных и метанильпотентных групп соответственно.

Подгруппы A и B группы G называются *взаимно перестановочными*, если A перестановочна со всеми подгруппами из B и B перестановочна со всеми подгруппами из A . М. Асаад и А. Шаалан в [3] первыми получили результаты о строении групп, представимых в виде произведения взаимно перестановочных подгрупп. В частности, ими доказана сверхразрешимость группы $G = HK$, у которой коммутант G' нильпотентен и подгруппы H и K сверхразрешимы [3, теорема 3.8]. Обзор результатов о взаимно перестановочных подгруппах по состоянию на 2010 г. содержится в монографии А. Баллестера-Болинше с соавторами [4, разд. 4, 5].

В работе [5, теорема 2.1] В. С. Монахов установил, что сверхразрешимый корадикал факторизуемой группы $G = AB$ с взаимно перестановочными сверхразрешимыми сомножителями A и B совпадает с нильпотентным корадикалом взаимного коммутанта подгрупп A и B .

В настоящей статье получено развитие результатов работы [5]. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $G = AB$, где A и B – взаимно перестановочные подгруппы группы G .

1. Пусть F – насыщенная формация такая, что $U \subseteq F$. Если подгруппы A и B принадлежат F , то $G^F \leq (G')^N$.

2. Пусть $(|G:A|, |G:B|) = 1$. Если A и B сверхразрешимы, то

$$G^U = G^{N^2} \cap B(G) = (G')^N = [A, B]^N.$$

Здесь $B(G)$ – пересечение всех нормальных в G подгрупп, фактор-группы по которым примарны или бипримарны. Более точно, пусть p, q – простые числа и $S_{\{p,q\}}$ – формация всех $\{p, q\}$ -групп. Для группы G , $|\pi(G)| > 2$, введем следующее обозначение:

$$B(G) = \bigcap_{\forall \{p,q\} \subseteq \pi(G)} G^{S_{\{p,q\}}}.$$

Если $|\pi(G)| \leq 2$, то считаем $B(G) = 1$.

Следствие 3.1 ([6, лемма 2]). Пусть группа $G = AB$ – произведение попарно взаимно перестановочных подгрупп A, B и F – насыщенная формация, содержащая формацию U . Предположим, что коммутант G' нильпотентен. Если подгруппы A и B принадлежат F , то $G \in F$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Heidelberg ; Berlin : Springer-Verlag GmbH, 1967. – 796 p.
3. Asaad, M. On the supersolubility of finite groups / M. Asaad, A. Shaalan // Arch. Math. – 1989. – Vol. 53. – P. 318–326.
4. Ballester-Bolinches, A. Products finite groups / A. Ballester-Bolinches, R. Estaban-Romero, M. Asaad. – Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 2010. – 334 p.
5. Monakhov, V. S. On the supersoluble residual of mutually permutable products / V. S. Monakhov // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – Т. 34, № 1. – С. 69–70.
6. Ballester-Bolinches, A. Mutually Permutable Products of Finite Groups II / A. Ballester-Bolinches, M. C. Pedraza-Aguilera // J. Algebra. – 1999. – Vol. 218. – P. 563–572.

С. А. ЛУКАШЕВИЧ, А. Н. КУПО, Е. Б. ШЕРШНЕВ

Беларусь, Гомель, УО «ГГУ имени Ф. Скорины»

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ В ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПРОБЛЕМНОГО МЕТОДА ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ

Одним из наиболее эффективных методов обучения является проблемный метод при изложении физических законов, объяснении физических явлений. Данный метод всегда находит свое применение в образовательном процессе. Особенно важно, чтобы этим методом владели будущие педагоги. Поэтому необходимо вести целенаправленную работу по подготовке студентов – будущих учителей физики к использованию проблемного обучения в школе.

На кафедрах общей и теоретической физики такую подготовку проводим по следующим направлениям:

- ознакомление с сущностью и психолого-дидактическими основами проблемного обучения на лекциях по методике преподавания физики;
- выполнение студентами индивидуальных заданий по методике использования проблемного обучения в школе;
- проведение студентами фрагментов уроков с использованием проблемного метода на семинарских занятиях по методике преподавания физики;
- выполнение контрольных работ, курсовых и дипломных проектов по методике проблемного обучения;
- применение метода проблемного обучения на уроках, проводимых студентами в школах во время педагогической практики.

Индивидуальные задания, выполняемые студентами, включают в себя анализ программы и школьных учебников с точки зрения возможности создания проблемных ситуаций, а также разработку сценария фрагмента урока с использованием метода проблемного обучения. При этом рекомендуем студентам обращаться к текстам лекций по курсу общей физики, где при освещении вопросов использовался метод проблемного обучения. Так, например, при изучении фотоэффекта в лекции рассказывают о сущности этого явления, о его экспериментальном исследовании и установленных в результате этого закономерностях:

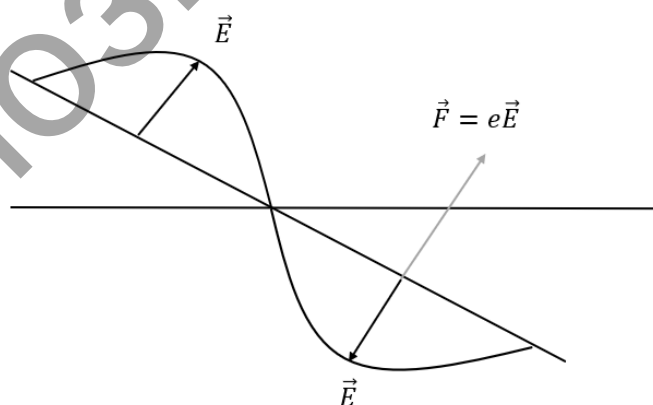
- о наличии красной границы фотоэффекта;
- о независимости кинетической энергии фотоэлектронов от интенсивности падающего света и возрастании ее с уменьшением длины волны;
- о пропорциональности силы тока насыщения интенсивности падающего света при неизменной длине волны.

С точки зрения классических волновых представлений о природе излучения само явление фотоэффекта можно объяснить. Действительно, падающая на поверхность электромагнитная волна вызывает вынужденные электромагнитные колебания свободных электронов в металле, и (за счет поглощенной энергии волны) энергия электронов может оказаться больше работы выхода; в этом случае он покинет металл.

Однако первая и вторая закономерности фотоэффекта резко противоречат волновым представлениям о природе света. Действительно, на отдельный электрон действует вынуждающая сила $F = eE$, где $E \sim \sqrt{I}$ – напряженность электрического поля волны.

В это время электрон получает импульс $P = F \frac{T}{2}$, где T – период.

Через полупериод $\frac{T}{2} = \frac{\lambda}{2c}$ направление силы изменяется (рисунок).



Рисунок

Таким образом, $P = \frac{eE\lambda}{2c}$, а энергия, приобретенная свободными электронами, будет равна $W = \frac{P^2}{2m} = \frac{e^2}{8mc^2} E^2 \lambda^2$ и окажется пропорциональной интенсивности падающего света квадрату длины волны, что в какой-то мере

согласуется с третьей закономерностью фотоэффекта, но находится в явном противоречии с первой и второй закономерностями. Далее рассказываем о том, как была решена Эйнштейном эта проблема на основе квантовых представлений.

Другой пример создания учебной проблемы представляется при изучении явления радиоактивности. В соответствии с программой эта тема предшествует изучению студентами вопросов о составе ядра. В теме «Радиоактивность» рассматриваются свойства α -, β -, γ -излучения, выявляется сущность радиоактивного распада как ядерных превращений, даются правила смещения при α - и β -распадах, причем в последнем случае говорится, что из ядра вылетает электрон.

На наш взгляд, надо вернуться к рассмотрению этого вопроса после изучения протонно-нейтронной модели ядра и рассмотреть сразу вопрос, откуда берется этот вылетающий из ядра электрон, если он в состав ядра не входит. Путем сравнения зарядовых и массовых чисел материнского и дочернего ядра в схеме β^- -распада подводим студентов к мысли о том, что при β^- -распаде в ядре происходит превращение нейтрона в протон по схеме



с вылетом ${}_0^0\bar{\nu}$ антинейтрино.

Данный процесс сопровождается выполнением законов сохранения электрических зарядов, импульса и массовых чисел. Кроме того, данное превращение энергетически возможно, так как масса покоя нейтрона превышает массу протона и электрона вместе взятых (разности в массах соответствует энергия $E = 0.782$ Мэв).

Следовательно, процесс (1) энергетически возможен и вне ядра. Таким образом подобная реакция идет и в случае свободного нейтрона (β^- -радиоактивен с периодом полураспада примерно 12 минут). Отмечаем также, что в потоках нейтронов большой интенсивности, возникающих в ядерных реакторах, был обнаружен радиоактивный распад свободных нейтронов, происходящих по схеме (1).

При выполнении индивидуальных самостоятельных заданий студенты разрабатывают конкретные проблемные ситуации, которые можно реализовать в учебном демонстрационном эксперименте.

Примером может служить демонстрация явления полного внутреннего отражения в светодиоде. Показываем лазерный луч в задымленном воздухе как подтверждение его прямолинейности. После этого с помощью медицинского световода «искривляем» луч. Далее разрешаем это противоречие путем детального рассмотрения явления полного отражения вообще и в световоде в частности, используя дополнительные демонстрационные опыты.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дидактика средней школы: Некоторые проблемы современной дидактики : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов / под ред. М. А. Данилова и М. Н. Скаткина. — М. : Просвещение, 1975. — С. 162–164.

С. А. ЛУКАШЕВИЧ, А. Н. КУПО, Е. Б. ШЕРШНЕВ

Беларусь, Гомель, УО «ГГУ имени Ф. Скорины»

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ЗАТУХАЮЩЕГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Для расчета определения скорости диссипации энергии затухающего гармонического осциллятора рассмотрим случай слабого затухания. Общую энергию колеблющегося осциллятора запишем в виде $E = \frac{KA^2}{2}$, где при затухающих колебаниях амплитуда $A = A_0 e^{-\delta t}$.

Определим скорость изменения энергии:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{2} K A_0^2 e^{-2\delta t} (\omega \sin 2\omega t + \delta \cos^2 \omega t). \quad (1)$$

Среднее значение скорости энергии за период есть некоторая величина:

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{dE}{dt} dt. \quad (2)$$

При слабом затухании множитель $e^{-2\delta t}$ меняется медленно и его можно вынести за знак интеграла. Находим

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = -\frac{1}{4} K \delta A_0^2 e^{-2\delta t}. \quad (3)$$

При изучении вынужденных колебаний под действием гармонической силы $F = F_0 \cos \omega t$ уравнение движения имеет вид:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos \omega t, \quad (4)$$

где $f = \frac{F_0}{m}$. Установившееся колебания происходят по закону:

$$x = B \cos(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

где

$$B = \frac{f}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\omega^2 \delta^2}}, \quad (6)$$

$$\varphi = \arctg \frac{2\omega \delta}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (7)$$

Если на осциллятор действует внешняя сила иного вида, то подход к решению задачи зависит от характера действующей силы.

Когда мы рассматриваем уравнение затухания колебаний, которое обычно приводится к каноническому виду:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (8)$$

где $\delta > 0$ – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота, то в таком уравнении правая часть, не зависящая от искомой функции и ее производных, равна нулю, и оно называется однородным уравнением. Уравнение типа (4) с отличной от нуля правой частью называется неоднородным уравнением. Любое конкретное, полностью определенное решение уравнения называется частным решением.

При поиске решения уравнения (4) следует использовать следующую математическую теорему: общее решение неоднородного уравнения равно сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и любого частного решения неоднородного уравнения.

В задачах на изучение линейных колебаний общее решение однородного уравнения записывается сразу. Так, решение уравнения (8):

$$x = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

существует при $\delta < \omega_0$, частота колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

Трудность может представлять лишь нахождение частного решения неоднородного уравнения. Однако в уравнении (4) частные решения неоднородного уравнения находятся легко, так как в правой части стоит либо линейная функция от времени, либо гармоническая, либо экспоненциальная. В этих случаях частное решение находится в виде функции того же вида: если

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = at + b, \quad (10)$$

то $x = At + B$ есть частное решение при $A = \frac{a}{\omega_0^2}$, $B = \frac{b - 2a\frac{\delta}{\omega_0^2}}{\omega_0^2}$, если

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = ae^{bt}, \quad (11)$$

где

$$x = Ae^{bt} \quad (12)$$

есть частное решение, причем $A = \frac{a}{b^2 + 2b\delta + \omega_0^2}$.

В случае гармонической правой части уравнение (4) имеет частное решение (5).

Если на осциллятор воздействует периодическая негармоническая сила, то наиболее часто используется ее представление в виде ряда Фурье – ряды по гармоническим функциям. Использование ряда Фурье является одним из фундаментальных методов теоретического анализа и практических расчетов. Основу подхода составляет математическое утверждение, что любую периодическую кусочно-непрерывную функцию $f(x)$ можно представить в виде бесконечной суммы:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t, \quad (13)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T – период функции, а коэффициенты a_0 , a_n , b_n вычисляются по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad (14)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt, \quad (15)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt. \quad (16)$$

В точках разрыва функция ряда Фурье дает среднее арифметическое из ее значений справа и слева.

Широкое использование ряда Фурье связано с тем обстоятельством, что сразу находится частное решение линейных неоднородных уравнений, если правую часть представить в виде ряда и использовать формулы типа (5)–(7) для последовательных слагаемых. Особенно легко выполнить расчеты, если коэффициенты ряда Фурье быстро убывают с ростом их номера. Тогда можно учесть лишь несколько первых членов ряда и получить решение с хорошей точностью. Впрочем, при использовании современных вычислительных средств нередко случается, когда для достаточно точного расчета какой-либо конкретной задачи суммируют несколько сотен и тысяч членов ряда Фурье. Важно, что решение можно получить с любой наперед заданной степенью точности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1974. – 520 с.
2. Шнейдер, В. Е. Краткий курс высшей математики. Т. 2 / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. – М. : Высш. шк., 1978. – С. 178–191.

С. А. МАРЗАН

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ВЕСОВАЯ ЗАДАЧА ТИПА КОШИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

В теории дробного интегро-дифференцирования особое значение имеют вопросы существования решений краевых задач для линейных и нелинейных дифференциальных уравнений с дробными производными в различных функциональных пространствах.

Настоящая работа посвящена вопросам существования и единственности решения весовой задачи типа Коши для нелинейного дифференциального уравнения с дробной производной Римана – Лиувилля [1]

$$(D_{a+}^{\alpha} y)(x) = f[x, y(x)] \quad (\alpha \in \mathbb{C}, 0 < \operatorname{Re}(\alpha) < 1) \quad (1)$$

с начальным условием

$$\lim_{x \rightarrow a+0} ((x-a)^{1-\alpha} y(x)) = b, \quad b \in C, \quad (2)$$

в пространстве

$$C_{1-\alpha, \beta}^{\alpha}[a, b] = \{y \in C_{1-\alpha}[a, b] : D_{a+}^{\alpha} y \in C_{\beta}[a, b]\}, \quad \beta \in C, \quad 0 \leq \operatorname{Re}(\beta) < 1,$$

$$C_{\beta}[a, b] = \left\{g : \|g\|_{C_{\beta}} = \|(x-a)^{\beta} g(x)\|_C < \infty\right\}, \quad C_0[a, b] = C[a, b].$$

Непосредственные оценки с учетом [1, (2.44)] дают условия ограниченности оператора дробного интегрирования I_{a+}^{α} в этом пространстве:

1) если $\operatorname{Re}(\beta) > \operatorname{Re}(\alpha)$, то оператор I_{a+}^{α} ограниченно действует из $C_{\beta}[a, b]$ в $C_{\beta-\alpha}[a, b]$:

$$\|I_{a+}^{\alpha} f\|_{C_{\beta-\alpha}} \leq k \|f\|_{C_{\beta}}, \quad k = \frac{\Gamma(\operatorname{Re}(\alpha)) \Gamma(1 - \operatorname{Re}(\beta))}{|\Gamma(\alpha)| \Gamma(1 + \operatorname{Re}(\alpha - \beta))}; \quad (3)$$

2) если $\operatorname{Re}(\beta) \leq \operatorname{Re}(\alpha)$, то оператор I_{a+}^{α} ограниченно действует из $C_{\beta}[a, b]$ в $C[a, b]$:

$$\|I_{a+}^{\alpha} f\|_C \leq k_1 \|f\|_{C_{\beta}}, \quad k_1 = (b-a)^{\operatorname{Re}(\alpha-\beta)} k, \quad (4)$$

в частности,

$$\|I_{a+}^{\alpha} f\|_{C_{\beta}} \leq k_2 \|f\|_{C_{\beta}}, \quad k_2 = (b-a)^{\operatorname{Re}(\alpha)} k. \quad (5)$$

Следующие утверждения для функций $g \in C_{\beta}[a, b]$ доказываются аналогично известным результатам для $g \in L(a, b)$ [1, §§ 2.3, 2.5, теорема 2.4] с учетом (3)–(5).

Лемма 1. Если $g \in C_{\beta}[a, b]$, то

$$(I_{a+}^{\alpha} I_{a+}^{\gamma} g)(x) = (I_{a+}^{\alpha+\gamma} g)(x) \quad (\alpha \in C, \operatorname{Re}(\alpha) > 0, \gamma \in C, \operatorname{Re}(\gamma) > 0), \quad (6)$$

$$(D_{a+}^{\alpha} I_{a+}^{\alpha} g)(x) = g(x). \quad (7)$$

Если же $\operatorname{Re}(\alpha) > \operatorname{Re}(\gamma)$, то

$$(D_{a+}^{\gamma} I_{a+}^{\alpha} g)(x) = (I_{a+}^{\alpha-\gamma} g)(x). \quad (8)$$

С использованием (6)–(7) можно показать, что если функция $f : [a, b] \times R \rightarrow R$ такова, что при любом $y \in R$ $f \in C_\beta[a, b]$ и

$$\max_{(x, y) \in [a, b] \times R} |(x - a)^\beta f[x, y]| = M_\beta < \infty, \quad (9)$$

то весовая задача типа Коши (1)–(2) равносильна интегральному уравнению Вольтерра второго рода

$$y(x) = \frac{b}{\Gamma(\alpha)} (x - a)^{\alpha-1} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f[t, y(t)]}{(x - t)^{1-\alpha}} dt \quad (10)$$

в том смысле, что функция $y \in C_{1-\alpha}[a, b]$ является решением задачи (1)–(2) тогда и только тогда, когда она является решением уравнения (10).

Для получения условий существования единственного решения задачи (1)–(2) к условию (9) добавим условие липшицевости функции f относительно второй переменной:

$$|f[x, y_1] - f[x, y_2]| \leq L |y_1 - y_2|, \quad L > 0. \quad (11)$$

Теорема. Пусть $\alpha \in C$, $0 < \operatorname{Re}(\alpha) < 1$, $\beta \in C$, $0 \leq \operatorname{Re}(\beta) < 1$, а функция $f : [a, b] \times R \rightarrow R$ удовлетворяет условиям (9) и (11). Тогда существует единственное решение весовой задачи типа Коши (1)–(2) в пространстве $C_{1-\alpha, \beta}^\alpha[a, b]$.

Доказательство. Уравнение (10) имеет смысл на любом отрезке $[a, x_1] \subset [a, b]$. Выберем x_1 так, чтобы выполнялось неравенство

$$L \frac{(x_1 - a)^{\operatorname{Re}(\alpha)}}{|\Gamma(\alpha)| \operatorname{Re}(\alpha)} < 1, \quad (12)$$

и докажем существование единственного решения интегрального уравнения (10) на отрезке $[a, x_1]$. Для доказательства достаточно применить метод последовательных приближений, положив

$$y_0(x) = \frac{b}{\Gamma(\alpha)} (x - a)^{\alpha-1}, \quad y_m(x) = y_0(x) + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f[t, y_{m-1}(t)]}{(x - t)^{1-\alpha}} dt, \quad m = 1, 2, \dots$$

Применяя (3)–(5), легко показать существование единственного решения уравнения (1) на отрезке $[a, x_1]$.

Рассмотрим далее отрезок $[x_1, x_2]$, где $x_2 = x_1 + h$, $h > 0$, $x_2 \leq b$. Запишем уравнение (10) в виде

$$y(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{x_1}^x \frac{f[t, y(t)]}{(x - t)^{1-\alpha}} dt + \frac{b}{\Gamma(\alpha)} (x - a)^{\alpha-1} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^{x_1} \frac{f[t, y(t)]}{(x - t)^{1-\alpha}} dt, \quad (13)$$

$x \in [x_1, x_2]$. Так как на отрезке $[a, x_1]$ функция $y \in C_{1-\alpha}[a, b]$ однозначно определена, последний интеграл можно считать известной функцией и уравнение (13) равносильно уравнению

$$y(x) = y_1(x) + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^{x_1} \frac{f[t, y(t)]}{(x-t)^{1-\alpha}} dt,$$

где

$$y_1(x) = \frac{b}{\Gamma(\alpha)} (x-a)^{\alpha-1} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^{x_1} \frac{f[t, y(t)]}{(x-t)^{1-\alpha}} dt$$

есть известная функция. Повторяем те же рассуждения на отрезке $[x_1, x_2]$, получаем единственное решение на этом отрезке. Затем берем следующий отрезок и т. д., пока не получим единственное решение на отрезке $[a, b]$.

Теперь покажем, что это решение принадлежит пространству $C_{1-\alpha, \beta}^\alpha[a, b]$.

Для этого достаточно показать, что $D_{a+}^\alpha y \in C_\beta[a, b]$.

Если $0 \leq \operatorname{Re}(\beta) \leq \operatorname{Re}(1-\alpha)$, то, используя (1) и (11), имеем:

$$\begin{aligned} & \|D_{a+}^\alpha y_m - D_{a+}^\alpha y\|_{C_\beta} \leq (b-a)^{\operatorname{Re}(1-\alpha-\beta)} \|D_{a+}^\alpha y_m - D_{a+}^\alpha y\|_{C_{1-\alpha}} = \\ & = (b-a)^{\operatorname{Re}(1-\alpha-\beta)} \|f[x, y_m] - f[x, y]\|_{C_{1-\alpha}} \leq (b-a)^{\operatorname{Re}(1-\alpha-\beta)} L \|y_m - y\|_{C_{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Если же $\operatorname{Re}(\beta) > \operatorname{Re}(1-\alpha)$, то

$$\begin{aligned} & \|D_{a+}^\alpha y_m - D_{a+}^\alpha y\|_{C_\beta} = \|f[x, y_m] - f[x, y]\|_{C_\beta} \leq L \|y_m - y\|_{C_\beta} \leq \\ & \leq L(b-a)^{\operatorname{Re}(\beta-1+\alpha)} \|y_m - y\|_{C_{1-\alpha}}. \end{aligned} \quad (15)$$

В силу сходимости y_m к y в классе $C_{1-\alpha}[a, b]$, из неравенств (14) и (15) заключаем, что $D_{a+}^\alpha y \in C_\beta[a, b]$, что завершает доказательство теоремы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самко, С. Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев. – Минск : Наука и техника, 1987. – 687 с.

О. В. МАТЫСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОД ЛЕВЕРЬЕ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦЫ

Этот метод является хронологически одним из первых методов, предложенных для решения полной проблемы собственных значений. Идея метода основана на использовании хорошо известных из алгебры формул Ньютона:

$$kp_k = S_k - p_1 S_{k-1} - p_2 S_{k-2} - \dots - p_{k-1} S_1, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

связывающих коэффициенты $p_1, p_2, \dots, p_n$ собственного многочлена $P_A(\lambda) = \lambda^n - p_1 \lambda^{n-1} - p_2 \lambda^{n-2} - \dots - p_n$ матрицы A с симметрическими функциями его корней:

$$S_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k \quad (k = \overline{1, n}),$$

т. е. собственных значений $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ этой матрицы.

Если S_k известны, то формулы Ньютона (1) позволяют последовательно вычислять коэффициенты собственного многочлена матрицы:

$$p_1 = S_1, \quad p_2 = \frac{1}{2}(S_2 - S_1 p_1), \quad p_3 = \frac{1}{3}(S_3 - S_2 p_1 - S_1 p_2), \dots, \\ p_n = \frac{1}{n}(S_n - S_{n-1} p_1 - S_{n-2} p_2 - \dots - S_1 p_{n-1}).$$

Величины S_k нетрудно посчитать, если знать, что

$$S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k = \text{tr} A^k = \sum_{i=1}^n \alpha_{ii}^{(k)}, \quad \text{где } \alpha_{ii}^{(k)} - \text{диагональные эле-}$$

менты матрицы A^k . Затем мы ищем корни найденного $P_A(\lambda)$.

О. В. МАТЫСИК, А. А. БУДИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ В СЛУЧАЕ НЕЕДИНСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ

В гильбертовом пространстве H решается некорректное уравнение I рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где A – ограниченный, положительный, самосопряженный оператор, для которого $\lambda = 0$ – собственное значение (случай неединственного решения). Поэтому рассматриваемая задача некорректна. Для решения уравнения (1) применим итерационный процесс явного типа

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^2 x_n + A^{-1} [E - (E - \alpha A)^2] y, \quad x_0 = 0. \quad (2)$$

Здесь E – тождественный оператор, α – итерационный параметр.

Обозначим через $N(A) = \{x \in H \mid Ax = 0\}$, $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H . Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива [1–2]

Теорема. Пусть $A \geq 0$, $y \in H$, $0 < \alpha < 2/\|A\|$. Тогда для итерационного метода (2) верны следующие утверждения:

а) $Ax_n \rightarrow \Pi(A)y$, $\|Ax_n - y\| \rightarrow I(A, y) = \inf_{x \in H} \|Ax - y\|$;

б) процесс (2) сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо. В последнем случае $x_n \rightarrow P(A)x_0 + x^*$, где x^* – минимальное решение.

Замечание. Так как $x_0 = 0$, то $x_n \rightarrow x^*$, т. е. явный итерационный процесс (1) сходится к нормальному решению, т. е. к решению с минимальной нормой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bialy, H. Iterative Behandlung Linearer Funktionsgleichungen / H. Bialy // Arch. Ration. Mech. and Anal. – 1959. – Vol. 4, № 2. – P. 166–176.
2. Матысик, О. В. Итерационная регуляризация некорректных задач / О. В. Матысик. – Saarbrücken : LAP LAMBERT Acad. Publ., 2015. – 188 с.

О. В. МАТЫСИК, К. С. ДУБРОВСКАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПРАВИЛО ОСТАНОВА В ПРОЦЕССЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ В НЕЯВНОМ МЕТОДЕ ИТЕРАЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

В гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение $Ax = y_\delta$, где $A: H \rightarrow H$ – оператор положительный, ограниченный, несамосопряженный и $\|y - y_\delta\| \leq \delta$. Предполагается, что $0 \in S_A$ (но не является собственным значением оператора A), поэтому рассматриваемая задача некорректна. Пусть $y \in R(A)$, т. е. при точной правой части y уравнение имеет единственное решение x . Будем искать его, используя неявный итерационный метод

$$z_{n+1} = Cz_n + By_\delta + Cu_n, \quad z_0 \in H, \quad (1)$$

где $C = (E + \alpha A^* A)^{-1} (E - \alpha A^* A)$, $B = (E + \alpha A^* A)^{-1} 2\alpha A^*$, $\alpha > 0$, а u_n – ошибки в вычислении итераций (причем $\|u_n\| \leq \beta$).

Предложенный метод можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться следующим правилом останова по поправкам: зададим уровень останова $\varepsilon > 0$ и момент останова m определим условиями $\|z_n - z_{n+1}\| > \varepsilon$, $(n < m)$, $\|z_m - z_{m+1}\| \leq \varepsilon$. Справедлива

Теорема. Пусть уровень останова $\varepsilon = \varepsilon(\delta, \beta)$ выбирается как функция от уровней δ и β норм погрешностей $y - y_\delta$ и u_n . Тогда справедливы утверждения:

а) если $\varepsilon(\delta, \beta) > 2\|C\|\beta$, то момент останова m определен при любом начальном приближении $z_0 \in H$ и любых y_δ и u_n , удовлетворяющих условиям $\|y - y_\delta\| \leq \delta$, $\|u_n\| \leq \beta$;

б) если $\varepsilon(\delta, \beta) > \|B\|\delta + 2\|C\|\beta$, то справедлива оценка

$$m \leq \frac{\|z_0 - x\|^2}{(\varepsilon - \|B\|\delta - 2\|C\|\beta)(\varepsilon - \|B\|\delta)};$$

в) если, кроме того, $\varepsilon(\delta, \beta) \rightarrow 0$, $\delta, \beta \rightarrow 0$ и $\varepsilon(\delta, \beta) \geq d(\|B\|\delta + \|C\|\beta^p)$, где $d > 1$, $p \in (0, 1)$, то $\lim_{\delta, \beta \rightarrow 0} \|z_m - x\| = 0$, т. е. приближения (1) сходятся к точному решению уравнения $Ax = y_\delta$.

О. В. МАТЫСИК, О. С. ЯРОЦКИЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

АПОСТЕРИОРНЫЙ ВЫБОР ЧИСЛА ИТЕРАЦИЙ В ЯВНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА

В действительном гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение первого рода $Ax = f_\delta$, где A – ограниченный, положительный, самосопряженный оператор. Здесь $\|f - f_\delta\| \leq \delta$ и $0 \in SpA$ (но нуль не является собственным значением A), поэтому рассматриваемая задача некорректна. Предположим, что при точной правой части y существует единственное решение x операторного уравнения. Для его отыскания применим явный метод итераций

$$x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A^2)x_{n,\delta} + \alpha A f_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0, \quad (1)$$

где $0 < \alpha \leq \frac{5}{4\|A\|^2}$ – итерационный параметр.

Метод (1) можно сделать вполне эффективным, если воспользоваться правилом останова по малости невязки:

$$\|Ax_{n,\delta} - f_\delta\| > \varepsilon, \quad (n < m), \quad \|Ax_{m,\delta} - f_\delta\| \leq \varepsilon.$$

Справедливы

Теорема 1. Пусть $A = A^* \geq 0, \|A\| \leq M$ и пусть момент останова $m = m(\delta)$ в методе (1) выбирается из правила останова по невязке. Тогда $x_{m,\delta} \rightarrow x$ при $\delta \rightarrow 0$.

Теорема 2. Пусть выполняются условия теоремы 1. Если $x = A^s z, s > 0$, то справедливы оценки

$$m(\delta) \leq 1 + \frac{s+1}{2\alpha e} \left[\frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{2}{s+1}},$$

$$\|x_{m(\delta),\delta} - x\| \leq [(b+1)\delta]^{\frac{s}{s+1}} \|z\|^{\frac{1}{s+1}} + \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{1}{2}} 2\alpha^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{s+1}{2\alpha e} \left[\frac{\|z\|}{(b-1)\delta} \right]^{\frac{2}{s+1}} \right\}^{\frac{1}{2}} \delta.$$

Е. И. МИРСКАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ПЕРВОГО МОМЕНТА ОДНОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Статистический анализ временных рядов является одним из наиболее значимых направлений математической статистики. Развитие вычислительной техники значительно расширило сферы приложения методов статистического спектрального анализа временных рядов, которые в настоящее время широко применяются в самых разных областях, таких как электротехника и радиоэлектроника, социология, экономика, медицина, страхование и мн. др.

Одной из задач спектрального анализа временных рядов является построение состоятельных в среднеквадратическом смысле оценок спектральной плотности и исследование их статистических свойств.

Рассмотрим действительный r -мерный стационарный случайный процесс $X(t) = \{X_a(t), a = \overline{1, r}\}$, $t \in Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ с $MX(t) = 0$, $(MX_a(t) = 0, a = \overline{1, r})$, $t \in Z$, неизвестной ковариационной матрицей $R(\tau) = \{R_{ab}(\tau), a, b = \overline{1, r}\}$, $\tau \in Z$, где $R_{ab}(\tau) = M(X_a(t + \tau) - MX_a(t))(X_b(t) - MX_b(t))$, и неизвестной матрицей спектральных плотностей $f(\lambda) = \{f_{ab}(\lambda), a, b = \overline{1, r}\}$, $\lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$, где $f_{ab}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{t=-\infty}^{\infty} R_{ab}(t) e^{-i\lambda t}$.

В качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности случайного процесса в работе исследована статистика вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S I_{ab}(\lambda, s), \quad (1)$$

построенная по методу Уэлча.

В работе [1] вычислены первые два момента статистики $I_{ab}(\lambda, s)$. В данной работе исследована скорость сходимости математического ожидания построенной оценки, заданной соотношением (1).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

Е. И. МИРСКАЯ, Н. Н. ТЮШКЕВИЧ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ИССЛЕДОВАНИЕ КОВАРИАЦИИ ОДНОЙ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Исследование статистических оценок спектральных плотностей является одной из классических задач анализа временных рядов. Часто данные являются многомерными. Такая ситуация особенно характерна для экономических данных.

В данной работе в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности исследована осредненная статистика вида

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L I_{ab}(\lambda, l), \quad (1)$$

Теорема. Если функции $h_a^N(t)$, $a = \overline{1, r}$, $t \in R$, являются окнами просмотра данных, то

$$\left| \sum_{t=0}^{N-1} h_a^N(t) h_b^N(t) e^{-i\lambda t} \right| \leq \frac{2V}{\left| \sin \frac{\lambda}{2} \right|},$$

$$\left| \sum_{t=0}^{N-1} h_a^N(t) e^{i\lambda t} \right| \leq \frac{V}{\left| \sin \frac{\lambda}{2} \right|}$$

для любого $\lambda \in \Pi$, $\lambda \neq 0 \pmod{2\pi}$.

Вычислены дисперсия и ковариация статистики, заданной соотношением (1). Исследовано асимптотическое поведение ковариации при некоторых ограничениях на взаимную спектральную плотность и окна просмотра данных. Первый момент оценки (1) исследован в работе [1].

С использованием ряда, состоящего из 1160 наблюдений ежедневной температуры воздуха в городе Бресте с 01.11.2010 по 30.01.2020, проведен сравнительный анализ ковариации оценки (1) в зависимости от окон просмотра данных и числа блоков наблюдений.

Показано, что наиболее эффективным является использование окон просмотра данных Хэмминга и Рисса.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Труш, Н. Н. Асимптотические методы статистического анализа временных рядов / Н. Н. Труш. – Минск : БГУ, 1999. – 218 с.

Д. А. МОТУЗКО, А. И. СЕРЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О КОРРЕКТНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ТИПА ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЙТРОНА

При описании основного состояния дейтрона используются волновые функции (далее – ВФ) различных типов, среди которых можно выделить ВФ экспоненциального типа [1, с. 34, 36]:

$$\Psi_s(r) = A \frac{\exp(-\alpha r)}{r}, \quad (1)$$

$$\Psi_d(r) = B \frac{\exp(-\beta r)}{r} \left(1 + \frac{3}{\beta r} + \frac{3}{(\beta r)^2} \right), \quad (2)$$

где r – расстояние между протоном и нейтроном, A , B , α , β – коэффициенты, зависящие от нормировки. В простейших моделях дейтрона (в том числе без учета примеси d -волны) в правой части (1) стоит одно слагаемое [2, с. 86, 393], в [3, р. 773] используется суперпозиция четырех слагаемых типа (1) и пяти слагаемых типа (2), в случае более точных потенциалов количество слагаемых в обоих случаях может достигать до 13 [4, с. 207].

Несмотря на то что при $r \rightarrow 0$ получается, что $\Psi_s(r) \rightarrow \infty$, $\Psi_d(r) \rightarrow \infty$ (что не согласуется с требованиями, предъявляемыми к ВФ), ВФ (1) успешно применяется при вычислении ядерного фотоэффекта на дейтроне [2, с. 398], поскольку результаты хорошо согласуются с экспериментом, а расходимостей при расчетах не возникает в силу того, что при интегрировании в сферических координатах используется объем

$$dV = 4\pi r^2 dr. \quad (3)$$

При этом использования только ВФ, содержащей слагаемые типа (1), недостаточно для вычисления вклада s -волны, радиуса дейтрона [5, р. 224] и электрического квадрупольного момента дейтрона (далее – ЭКМД) [1, с. 38; 5, р. 224], поскольку, несмотря на отсутствие расходимостей в интегралах, при вычислении указанных величин требуется также учет ВФ типа (2), отвечающих за описание d -волны. В формулах для вычисления собственного магнитного момента дейтрона ВФ типа (1) вовсе отсутствуют [1, с. 37].

Использование ВФ типа (2) не приводит к расходимостям при вычислении вклада в ЭКМД, содержащего слагаемые типа [1, с. 38]

$$Q \sim \int_0^{+\infty} r^4 \Psi_s(r) \Psi_d(r) dr, \quad (4)$$

и приводит к расходимостям на нижнем пределе при вычислении вклада в ЭКМД, содержащего слагаемые типа [1, с. 38]

$$Q \sim \int_0^{+\infty} r^4 \Psi_D^2(r) dr. \quad (5)$$

Расходимости есть и при учете вклада ВФ типа (2) в сечение ядерного фотоэффекта на дейтроне, а также при вычислении вклада d -волны:

$$p_D = \int_0^{+\infty} r^2 \Psi_D^2(r) dr. \quad (6)$$

Для устранения расходимостей можно поступить одним из следующих способов: а) сделать нижний предел в интеграле (6) и в других расходящихся интегралах конечным и равным радиусу действия тензорных сил r_T [1, с. 39]; б) использовать в пределах от 0 до r_T другие выражения для ВФ вместо (1) и (2) [1, с. 36], что приводит к затруднениям при определении нормировочных коэффициентов, если число слагаемых в (1) и (2) велико; в) использовать другие ВФ (например, типа Гаусса) вместо (1) и (2) при любых r , которые не расходятся при $r \rightarrow 0$ [5, с. 223].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский. – М. : Атомиздат, 1972. – 351 с.
2. Маляров, В. В. Основы теории атомного ядра / В. В. Маляров. – М. : Физматгиз, 1959. – 471 с.
3. McGee, Ian J. Convenient Analytic Form for the Deuteron Wave Function / Ian J. McGee // Phys. Rev. – 1966. – Vol. 151, № 3. – P. 772–774.
4. Дубовиченко, С. Б. Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели / С. Б. Дубовиченко. – 2-е изд., испр. и доп. – Алматы : Данекер, 2004. – 247 с.
5. Zhaba, V. I. Parameterization of the deuteron wave functions and form factors / V. I. Zhaba // World Scientific News. – 2017. – № 87. – P. 222–232.

В. А. ПЛЕТЮХОВ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

К МЕТОДИКЕ ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ В СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ»

В работе [1] дается критический анализ методики изложения раздела «Основы специальной теории относительности» в 11 классе средней школы [2]. Подробно рассматривается тема «Преобразования Лоренца. Релятивистский закон сложения скоростей». В настоящей работе мы покажем, как подход, предложенный в [1], можно распространить на тему «Пространство и время в специальной теории относительности» [2, § 23].

Вместо вычурного мысленного эксперимента, из которого авторы учебника [2] «выводят» частные формулы замедления времени и сокращения длин в движущихся инерциальных системах отсчета (ИСО), мы предлагаем использовать преобразования Лоренца. При этом надо поменять местами §§ 23 и 24. Записывая обратные преобразования Лоренца для двух произвольных событий, связанных времениподобным интервалом,

$$t_1 = \frac{t'_1 - \frac{v}{c^2}x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2 - \frac{v}{c^2}x'_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1)$$

и вычитая t_1 из t_2 , получим общую формулу

$$\Delta t = \frac{\Delta t' - \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

Формула (2) связывает промежутки времени Δt из $\Delta t'$ между событиями в ИСО K и K' , где $\Delta x'$ – пространственное расстояние между событиями в K' .

Если теперь положить в (2) $\Delta x' = 0$ и ввести обозначение $\Delta t' = \Delta \tau$, придем к формуле релятивистского замедления времени

$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

где $\Delta \tau$ – промежуток (собственного) времени между событиями, измеренный в ИСО K' , в которой эти события происходят в одной пространственной точке.

Аналогичным образом из прямых преобразований Лоренца для координат концов стержня

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

можно легко получить еще одну общую формулу релятивистской кинематики:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Если теперь в (5) положить $\Delta t = 0$ и ввести обозначение $\Delta x = l$, $\Delta x' = l_0$ (стержень покоится в K'), получим релятивистскую формулу сокращения длин

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

в которой l_0 – собственная длина (покоящегося) стержня, l – длина стержня, движущегося со скоростью v .

В конце параграфа целесообразно рассмотреть мысленные эксперименты (но не тот, который приведен в учебнике), иллюстрирующие смысл соотношений (3), (6). Важно показать, что формулы (3), (6), как и (2), (5), не противоречат равноправию всех ИСО, т. е. являются симметричными по отношению к наблюдателям из разных систем отсчета. Описания таких экспериментов можно найти, например, в [3].

Предлагаемый подход носит общий и строгий характер и не требует от учащихся знаний, выходящих за пределы программы средней школы. На наш взгляд, нет никакого смысла использовать всевозможные уловки для (создания видимости) получения требуемого результата в тех случаях, когда существует прямой и убедительный путь достижения цели.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плетюхов, В. А. Методика изложения темы «Преобразования Лоренца. Релятивистский закон сложения скоростей» в 11 классе средней школы / В. А. Плетюхов // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 14–15 апр. 2021 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. Е. П. Гринько. – Брест: БрГУ, 2021.
2. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11 кл. общеобразоват. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2014. – 287 с.
3. Тейлор, Э. Ф. Физика пространства-времени / Э. Ф. Тейлор, Дж. А. Уилер. – 2-е изд., доп. – М. : Мир, 1971. – 319 с.

В. А. ПЛЕТЮХОВ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ ТЕМЫ «ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЗАКОН СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ» В 11 КЛАССЕ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Тема «Основы специальной теории относительности», которая изучается в 11 классе средней школы, является одной из самых сложных и труднодоступных в смысле восприятия, причем не только для учащихся, но и для учителей. На протяжении уже многих лет мы наблюдаем, как трансформируется от издания к изданию методика изложения этой темы в учебнике по физике [1–3], и приходим к неутешительному выводу, что форма меняется, а трудности остаются. Основной причиной этих трудностей является то, что авторы с завидным постоянством пытаются извлекать важнейшие следствия специальной теории относительности (далее – СТО) непосредственно из экспериментальных фактов и постулатов, лежащих в основе данной теории.

Поясним сказанное. Как известно, исходные положения любой физической теории являются не прямым следствием, а обобщением экспериментальных данных. Указанные положения-постулаты облачаются в строгую математическую форму, обычно систему каких-то уравнений. И уже затем из уравнений

мы извлекаем новые физические знания, связи, которые называются следствиями теории. Заключительным этапом построения теории является опытная проверка этих следствий, по крайней мере ключевых из них.

Аналогичная последовательность действий должна по возможности выдерживаться и при изучении любой физической теории. Что касается СТО, то такая возможность существует, но она почему-то игнорируется авторами школьных учебников. Все звенья последовательности есть, а логической цепочки нет. Так, если говорить конкретно о релятивистской кинематике, то преобразования Лоренца, которые являются математической сердцевиной данного раздела СТО, вообще не «работают»: не показана их связь ни с постулатами СТО, ни с основными кинематическими следствиями теории (релятивистская формула сложения скоростей, эффекты замедления времени и сокращения длин). Основные формулы кинематики либо даются вообще без всякого доказательства, либо «выводятся» из громоздких малопонятных для учащихся мысленных экспериментов, которые могут служить не более чем иллюстрацией к этим формулам. Фактически все сказанное и написанное приходится принимать на веру. А поскольку физический смысл следствий СТО не очень хорошо согласуется с нашими житейскими представлениями о свойствах движения, пространства и времени, то и вся теория СТО при такой подаче материала воспринимается как некоторая, мягко говоря, абстракция.

В то же время, как уже было упомянуто выше, существует иной подход к изложению положений СТО, который удовлетворяет критериям научности и доступности, разумеется, в той мере, в какой вообще можно говорить о доступности СТО для широкой аудитории. Продемонстрируем его суть на примере материала § 24 учебника [3]. Приведенное здесь утверждение, что релятивистский закон сложения скоростей можно получить из преобразований Лоренца

$$x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t' = \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

носит голословный характер. Устранить этот недостаток можно достаточно просто.

Применяя формулы (1) для движущегося тела, получим:

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad (2)$$

далее разделим $\Delta x'$ на $\Delta t'$:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t}} \quad (3)$$

Вводя обозначения

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = u, \quad \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = u', \quad (4)$$

где u и u' – скорости тела в системах отсчета K и K' соответственно, вместо (3) получим формулу

$$u' = \frac{u-v}{1-\frac{uv}{c^2}}. \quad (5)$$

Из (5) легко выразить скорость u через u' :

$$u = \frac{u'+v}{1+\frac{u'v}{c^2}}. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) и выражают собой релятивистский закон сложения скоростей.

Из вида формул (5), (6) следует, во-первых, равноправие ИСО K и K' , так как одна из них получается из другой путем замены $u \leftrightarrow u', v \rightarrow -v$. Иначе говоря, релятивистский закон сложения скоростей и преобразования Лоренца (1), из которых он вытекает, находятся в соответствии с первым постулатом – принципом относительности Эйнштейна. Во-вторых, полагая в (6) $u' = c$, получим, что и $u = c$, т. е. релятивистский закон сложения скоростей и преобразования Лоренца соответствуют также второму постулату СТО – о постоянстве скорости света в вакууме.

Таким образом, преобразования Лоренца естественно встраиваются в единую логическую цепочку теории относительности, а релятивистский закон сложения скоростей принимает строгий, доказательный характер. Простота и доступность изложения при этом только выигрывают.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 10 кл. общеобразоват. шк. / В. В. Жилко, А. В. Лавриненко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2001. – 319 с.
2. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11 кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2009. – 255 с.
3. Жилко, В. В. Физика : учеб. пособие для 11 кл. общеобразоват. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Жилко, Л. Г. Маркович. – Минск : Нар. асвета, 2014. – 287 с.

В. С. САЙ, О. В. МАТЫСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОД ИТЕРАЦИЙ ЯВНОГО ТИПА С ПЕРЕМЕННЫМ ШАГОМ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ПЕРВОГО РОДА

В гильбертовом пространстве H решается операторное уравнение $Ax = y_\delta$, где $A: H \rightarrow H$ – оператор положительный, ограниченный, самосопряженный и $\|y - y_\delta\| \leq \delta$. Предполагается, что $0 \in S_A$ (но не является собственным значением оператора A), поэтому рассматриваемая задача некорректна.

Пусть $y \in R(A)$, т. е. при точной правой части y уравнение имеет единственное решение x . Будем искать его, используя метод итераций

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} - \alpha_{n+1}(Ax_{n,\delta} - y_\delta), \quad x_{0,\delta} = 0, \\ \alpha_{2n+1} = \alpha, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \alpha_{2n+2} = \beta, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Ниже [1] под сходимостью (1) понимается утверждение о том, что приближения (1) сколь угодно близко подходят к точному решению уравнения $Ax = y_\delta$ при подходящем выборе n и достаточно малых δ .

Для сходимости метода (1) с $\|A\|=1$ в исходной норме гильбертова пространства требуется, чтобы при $0 < \alpha < 2$, $\beta > 0$ было $|(1-\alpha\lambda)(1-\beta\lambda)| < 1$ для любого $\lambda \in (0,1]$. Это условие равносильно совокупности двух условий

$$(\alpha + \beta)^2 < 8\alpha\beta, \quad \alpha\beta < \alpha + \beta. \quad (2)$$

Доказано, что итерационный процесс (1) сходится при условиях (2) и $0 < \alpha < 2$, если выбирать число итераций n в зависимости от δ так, чтобы $n\delta \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, $\delta \rightarrow 0$. В предположении, что точное решение x является истокообразно представимым, т. е. $x = A^s z$, $s > 0$, и при условиях $0 < \alpha < 2$, (2), $\alpha + \beta < \frac{3}{2}\alpha\beta$, $\frac{1}{16} + \alpha\beta \leq \alpha + \beta$ получена следующая оценка погрешности метода (1): $\|x - x_{n,\delta}\| \leq s^s [n(\alpha + \beta)]^{-s} \|z\| + \frac{n}{2}(\alpha + \beta)\delta$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Matysik, O. V. Simple-iteration method with alternating step size for solving operator equations in Hilbert space / O. V. Matysik, M. M. Van Hulle // J. Comp. & Appl. Math. (Elsevier). – 2016. – № 300. – P. 290–299.

Н. Н. СЕНДЕР, Д. В. ЧЕСТНЫЙ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ КАК РАБОТА, КОТОРУЮ НУЖНО ЗАТРАТИТЬ ДЛЯ ПРИВЕДЕНИЯ СИСТЕМЫ В ИСХОДНОЕ СОСТОЯНИЕ

Будем рассматривать силу притяжения, считая, что расстояния могут быть сколь угодно большими. По закону тяготения Ньютона сила притяжения обратно пропорциональна квадрату расстояния от притягивающей массы. Известно, что для тела, находящегося над поверхностью Земли, сила притяжения ко всему

земному шару равна силе притяжения к массе, равной массе Земли и сосредоточенной в центре Земли. Удобно поэтому расстояние отсчитывать от центра Земли. Обозначим его r . Итак, сила, действующая на тело, равна

$$F = -\frac{C}{r^2}.$$

Подразумевается, что константа C положительна. Сила отрицательна, так как она направлена к центру Земли, а координата r растет при удалении от Земли – сила действует в сторону уменьшения r .

Константу C легко определить из того условия, что сила, действующая на поверхности Земли ($r = r_0 = 6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^8 \text{ см}$), нам хорошо известна:

$$F(r_0) = -mg = -\frac{C}{r_0^2}, C = mgr_0^2, \quad (1)$$

где g есть ускорение силы тяжести именно на поверхности Земли, $g = 981 \text{ см/с}^2$. Окончательно

$$F = -(mgr_0^2) / r^2.$$

Примем за нуль потенциальную энергию тела на уровне Земли. Тогда

$$\begin{aligned} u &= -\int_{r_0}^r F dr = mgr_0^2 \int_{r_0}^r \frac{dr}{r^2} = mgr_0^2 \left(-\frac{1}{r} \Big|_{r_0}^r \right) = mgr_0^2 \left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} \right) = \\ &= mg \left(r_0 - \frac{r_0^2}{r} \right) = mg \frac{r_0}{r} (r - r_0). \end{aligned} \quad (2)$$

При малой высоте $z = r - r_0 \ll r_0$, $\frac{r_0}{r}$ мало отличается от единицы и приблизительно

$$u(r) = mg(r - r_0) = mgz,$$

что совпадает с формулой

$$u(z) = -\int_0^z F dz = -\int_0^z (-mg) dz = mgz, \quad (3)$$

полученной раньше. Однако при увеличении r , как видно из формулы (2), потенциальная энергия не растет неограниченно, как это было бы по приближенной формуле (3), а стремится к определенному пределу $u(\infty) = mgr_0$.

Таким образом, с учетом ослабления притяжения с расстоянием энергия тела на бесконечном расстоянии такая же, как по приближенной формуле на расстоянии r_0 от поверхности Земли, т. е. на расстоянии $2r_0$ от центра Земли.

В этой задаче мы встречаемся с физическим вопросом, в котором рассматривается бесконечное расстояние. По этому поводу нужно иметь в виду, что в физической задаче нас интересуют всегда конечные величины, конечные расстояния. Так, например, если рассматриваются движение тела и энергия тела, зависящие от притяжения Земли, то непосредственно может интересовать достижение Луны, Марса или других планет или даже других звезд, т. е. достижение расстояний больших или очень больших по сравнению с радиусом Земли, но все же конечных!

Пусть рассматривается вопрос о запуске ракеты на большую высоту, на большое расстояние от Земли. Интересуют необходимая энергия и время полета. Рассмотрим два случая:

- 1) ракета должна пролететь расстояние $R = 10 r_0$, где r_0 — радиус Земли;
- 2) ракета должна пролететь расстояние $R = 100 r_0$.

Время полета приблизительно пропорционально расстоянию, поэтому во втором случае ракете придется лететь примерно в 10 раз дольше, чем в первом. Изменение R существенно изменяет время полета, поэтому при рассмотрении времени полета заменять R бесконечностью никак нельзя.

Работа, необходимая для того, чтобы, оторвавшись от Земли, пройти на расстояние R от центра Земли, равна

$$A = mgr_0^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{R} \right).$$

Вспоминая, что $r_0 = 6,4 \cdot 10^8$ см, получаем в первом случае $A_1 = mg \cdot (5,76 \cdot 10^8 \text{ см})$, а во втором случае $A_2 = mg \cdot (6,34 \cdot 10^8 \text{ см})$.

Изменение расстояния в 10 раз незначительно повлияло на величину необходимой энергии. Если бы мы заменили R бесконечностью, то получили бы

$$A_\infty = mg \cdot (6,4 \cdot 10^8 \text{ см}).$$

A_1 отличается от A_∞ на 10 %, A_2 — на 1 %. Поэтому при подсчете работы R можно заменить бесконечностью.

Таким образом, одна и та же величина R в одной и той же задаче при рассмотрении разных сторон вопроса либо может заменяться на бесконечность, либо не должна заменяться на бесконечность. Возможность такой замены зависит не только от самой величины R (и ее сравнения с другими входящими в формулы величинами той же размерности, в данном случае r_0). Возможность замены зависит от строения самой той формулы, в которой производится замена.

Возвращаясь к вопросу о потенциальной энергии тела, притягиваемого к Земле, найдем численное значение $u(\infty)$ на единицу массы: в системе единиц

СГС оно равно $gr_o = 981 \cdot 6,4 \cdot 10^8 \sim 6,28 \cdot 10^{11}$ эрг/г. Любопытно перевести эту величину в тепловые единицы: $1 \text{ ккал} = 4186,8 \text{ Дж} = 4186,8 \cdot 10^7 \text{ эрг}$, так что $u(\infty) = 15 \cdot 10^3 \text{ ккал/кг}$. Эта величина в 30 раз больше теплоты испарения воды и в 10 раз больше химической энергии взрывчатых веществ.

В задачах небесной механики и в физике целесообразно выбирать за нуль потенциальную энергию тела, находящегося на бесконечном расстоянии от притягивающей его массы. Тогда для потенциальной энергии тела на расстоянии r получим

$$u(r) = u(\infty) - \int_{\infty}^r F(r) dr = -\frac{C}{r},$$

где C – константа в выражении силы $\left(F = -\frac{C}{r}\right)$; она определяется по формуле (1), если известно ускорение силы тяжести на поверхности Земли g и радиус Земли r_o .

Можно получить другое выражение для C . Действительно, по закону тяготения Ньютона $F = -G \frac{mM}{r^2}$, где m – масса тела, притягиваемого к Земле, M – масса Земли, r – расстояние до центра Земли, G – гравитационная постоянная, равная $6,7 \cdot 10^{-8} \text{ дин} \cdot \text{см}^2/\text{г}^2 = 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$. Поэтому $C = GmM$. Пользуясь этой формулой, легко определить C , зная G и M .

Задача о потенциальной энергии двух электрических зарядов e_1 и e_2 совершенно аналогична предыдущей. Сила взаимодействия между ними равна

$$F = k \frac{e_1 e_2}{r^2}. \quad (4)$$

При этом если заряды выражены в системе единиц СГСЭ (единица заряда равна $\frac{1}{3 \cdot 10^9}$ Кл.), а сила – в динах, то в формуле (4) $k = 1$. В формуле нет знака минус, который стоит в выражении для силы тяготения. Действительно, если e_1 и e_2 одноименные (оба положительны или оба отрицательны), то произведение $e_1 e_2$ положительно. Но в этом случае заряды отталкиваются, т. е. сила F положительна.

Определяя снова $u(r)$ так, чтобы $u(\infty) = 0$, получим

$$u(r) = \frac{e_1 e_2}{r}.$$

Потенциальная энергия двух одноименных зарядов на конечном расстоянии положительна: они отталкиваются и, расходясь с расстояния r до ∞ , могут совершить работу, равную $u(r) - u(\infty) = u(r)$.

Потенциальная энергия двух разноименных зарядов отрицательна. Действительно, $e_1 e_2 < 0$, если $e_1 > 0$, $e_2 < 0$; это ясно и физически: так как разноименные заряды притягиваются, то нужно затратить энергию для того, чтобы растащить их на бесконечное расстояние.

Отметим, что благодаря закону сохранения энергии потенциальную энергию можно определить не только как способность производить работу, но и как работу, которую нужно было затратить для приведения системы в данное состояние. Растянутая пружина способна произвести определенную работу, возвращаясь в нерастянутое состояние. Очевидно, именно такую же работу надо было затратить для того, чтобы растянуть пружину. Аналогичные утверждения можно высказать в случае тела, поднятого на определенную высоту над Землей, или для системы двух зарядов.

А. И. СЕРЫЙ, А. П. СУЛИМ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ОБ УЧЕТЕ ПОТЕНЦИАЛА РИДА ПРИ РАСЧЕТЕ ПОРОГА НЕЙТРОНИЗАЦИИ ВЫРОЖДЕННОГО ЭЛЕКТРОННО-ПРОТОННОГО ВЕЩЕСТВА

Проблема нахождения порога нейтронизации электронно-протонного вещества имеет важное значение для астрофизики. При ее исследовании в рамках модели ферми-газов учитываются, например, такие составляющие энергии взаимодействия, как ядерная энергия междуклонного взаимодействия и обменная поправка к энергии кулоновского взаимодействия электронов и протонов. В частности, в публикациях [1, с. 30–43; 2, с. 130–132] ядерное взаимодействие учитывалось в виде псевдопотенциала Ферми. Обзор основных результатов, полученных в [1, с. 30–43], был выполнен в [2, с. 130–132], где были, кроме того, представлены новые результаты, полученные для плотностей порядка плотности ядерного насыщения. В [3, с. 21–22] было показано, что решения, аналогичные полученным в [2, с. 130–132] для плотностей порядка плотности ядерного насыщения, отсутствуют при использовании потенциала Риды [4, с. 229–230]. Процедура использования потенциала Риды в [3, с. 21–22] заключалась в замене расстояния между нуклонами на их среднее расстояние, которое считалось равным $n_p^{-1/3}$ (n_p – концентрация протонов).

В данной работе будет выполнен расчет порога нейтронизации вырожденного неполяризованного электронно-протонного вещества, в котором учет потенциала Риды будет более корректным. Выражение для потенциала Риды в триплетном состоянии имеет вид (без тензорной и спин-орбитальной частей, которые при пространственном усреднении равны нулю) [4, с. 230]

$$U_T(x) = \tilde{U}_0 \frac{e^{-x}}{x} + \tilde{U}_1 \frac{e^{-2x}}{x} + \tilde{U}_2 \frac{e^{-4x}}{x} + \tilde{U}_3 \frac{e^{-6x}}{x}, \quad x = \mu r. \quad (1)$$

При этом r – расстояние между нуклонами, $\mu = 0,7$ фм⁻¹, $\tilde{U}_0 = -10,463$ МэВ, $\tilde{U}_1 = 105,468$ МэВ, $\tilde{U}_2 = -3187,8$ МэВ, $\tilde{U}_3 = 9924,3$ МэВ. Соответствующий потенциал в синглетном состоянии обозначим через $U_s(x)$. Для описания взаимодействия произвольного протона или появляющегося нейтрона с окружающими протонами пространственное усреднение указанных потенциалов можно, в силу наличия сферической симметрии, выполнить следующим образом:

$$\bar{U}_s(n_p) = 4\pi m_p \int_0^R U_s(x) r^2 dr, \quad (2)$$

$$\bar{U}_T(n_p) = 4\pi m_p \int_0^R U_T(x) r^2 dr. \quad (3)$$

При этом

$$R = \nu \hbar / (m_\pi c), \quad (4)$$

где ν – коэффициент порядка единицы, $\hbar / (m_\pi c)$ – комптоновская длина волны пиона. Подставляя (1) в (3), с учетом (4) получаем:

$$\bar{U}_T(n_p) = \frac{4\pi m_p}{\mu^3} \sum_{j=0}^3 \left(1 - \left(1 + \frac{\alpha_j \mu \nu \hbar}{m_\pi c} \right) \exp \left(- \frac{\alpha_j \mu \nu \hbar}{m_\pi c} \right) \right) \frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2},$$

$$\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 6. \quad (5)$$

Уравнение порога нейтронизации имеет вид (E_{Fi} ($i = e, p, n$) – химические потенциалы) [1, с. 33]:

$$E_{Fe} + E_{Fp} = E_{Fn}. \quad (6)$$

При этом E_{Fi} выражаются по формулам (с учетом $n_p = n_e$)

$$E_{Fe} = \left(m_e^2 c^4 + (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} c^2 \right)^{1/2} - \frac{e^2}{\pi} (3\pi^2 n_p)^{1/3}, \quad (7)$$

$$E_{Fp} = \frac{(3\pi^2 n_p)^{2/3} \hbar^2}{2m_p} + m_p c^2 + \frac{1}{4} \bar{U}_s(n_p) - \frac{e^2}{\pi} (3\pi^2 n_p)^{1/3}, \quad (8)$$

$$E_{Fn} = m_n c^2 + \frac{3}{4} \bar{U}_T(n_p) + \frac{1}{4} \bar{U}_s(n_p). \quad (9)$$

При этом m_i ($i = e, p, n$) – соответствующие массы. В (8) и (9) учтены статистические веса триплетного и синглетного состояний. При подстановке (7)–(9) в (6) $\bar{U}_s(n_p)$ сокращается, в результате чего получаем

$$\begin{aligned} & \left(m_e^2 c^4 + (3\pi^2 \hbar^3 n_p)^{2/3} c^2 \right)^{1/2} - \frac{2e^2}{\pi} (3\pi^2 n_p)^{1/3} + \frac{(3\pi^2 n_p)^{2/3} \hbar^2}{2m_p} + m_p c^2 = \\ & = m_n c^2 + \frac{3\pi n_p}{\mu^3} \sum_{j=0}^3 \left(1 - \left(1 + \frac{\alpha_j \mu \nu \hbar}{m_\pi c} \right) \exp \left(- \frac{\alpha_j \mu \nu \hbar}{m_\pi c} \right) \right) \frac{\tilde{U}_j}{\alpha_j^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Относительно n_p уравнение (10) решается только численно.

Главное численное решение (10) равно $n_p \approx 7,4688 \cdot 10^{30} \text{ см}^{-3}$ и практически не зависит от ν в пределах от 1 до 10 (уменьшение достигает порядка $\Delta n_p \approx 4 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$). Это значение близко к тому, которое получается для модели идеальных ферми-газов. Другое (побочное) семейство решений (отсутствующее в модели идеальных ферми-газов) более чувствительно к ν . Так, при $\nu=1$ $n_p \approx 1,248 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$, при $\nu=5$ $n_p \approx 1,47 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$, причем рост n_p с увеличением ν существенно замедляется; при $\nu=10$ $n_p \approx 1,481 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$ (что меньше значений $n_p \approx 4,6 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$, полученных для побочного решения с использованием псевдопотенциала Ферми [2, с. 130–132]), с дальнейшим ростом ν значение n_p практически не меняется.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серый, А. И. О некоторых поляризационных эффектах в астрофизической плазме / А. И. Серый // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізика. Матэматыка. – 2014. – № 1. – С. 30–43.
2. Серый, А. И. Об уравнении бета-равновесия электронно-нуклонной системы при высоких плотностях / А. И. Серый, А. П. Сулим // Математическое моделирование и новые образовательные технологии в математике : сб. материалов. Респ. науч.-практ. конф., Брест, 23–24 апр. 2020 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. А. И. Басика. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 130–132.
3. Сулим, А. П. Порог нейтронизации холодного сверхплотного водорода с учетом контактного ядерного взаимодействия и потенциала Риды / А. П. Сулим, А. И. Серый // Научные исследования – определяющий фактор специалиста будущего : материалы науч.-практ. конф. учреждений высш. и сред. спец. образования, Барановичи, 5 июня 2020 г. / концерн «Беллегпром», УО «Баранович. гос. колледж легкой промышленности им. В. Е. Чернышева» ; редкол.: А. А. Лис, С. Э. Лемец. – Барановичи : УО «БГКЛП им. В. Е. Чернышева», 2020. – С. 21–22.
4. Браун, Дж. Е. Нуклон-нуклонные взаимодействия : пер. с англ. / Дж. Е. Браун, А. Д. Джексон. – М. : Атомиздат, 1979. – 248 с.

Н. Н. ТЮШКЕВИЧ, Е. И. МИРСКАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим $X^r(t), t \in Z$, r -мерный стационарный в широком смысле случайный процесс с $MX^r(t) = 0, t \in Z$, неизвестной взаимной спектральной плотностью $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$.

Пусть $X_a(0), X_a(1), \dots, X_a(T-1)$ – T последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за составляющей $X_a(t)$ процесса $X^r(t), t \in Z$. Предположим, что число наблюдений T представимо в виде $T = LN$, где L – число интервалов, содержащих по N наблюдений. На l -м интервале, состоящем из наблюдений $X_a(lN), X_a(lN+1), \dots, X_a((l+1)N-1)$, построим расширенную периодограмму вида $I_{ab}^N(\lambda, l) = d_a^N(\lambda, l) \overline{d_b^N(\lambda, l)}$, $l = \overline{0, L-1}, \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$, где $d_a^N(\lambda, l)$, $a = \overline{1, r}$, задается соотношением

$$d_a^N(\lambda, l) = [2\pi N]^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=lN}^{(l+1)N-1} h_T(t-lN) X_a(t) e^{-it\lambda},$$

где $h_T(t)$ – окна просмотра данных.

С использованием методики Д. Бриллинджера [1] в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности процесса в работе исследована статистика вида

$$\tilde{f}_{ab}(\lambda) = \frac{2\pi}{T} \sum_{s=1}^T W_{ab}(\lambda - \frac{2\pi s}{T}) \hat{f}_{ab}^{(T)}(\frac{2\pi s}{T}), \quad (1)$$

где $W_{ab}(x), x \in R, a, b = \overline{1, r}$ – спектральные окна, а $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda), \lambda \in \Pi$ – оценка взаимной спектральной плотности, заданная соотношением

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = (2\pi)^{-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} c_{ab}(u) e^{-i\lambda u},$$

а $c_{ab}(u) = \text{cov}\{X_a(t+u), X_b(t)\}$ для $t, u = 0, \pm 1, \dots$ и $a, b = \overline{1, r}$.

В работе вычислен первый момент оценки (1) и исследовано его асимптотическое поведение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – Минск : Мир, 1980. – 536 с.

К. С. ШЛОЙДА, О. В. МАТЫСИК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ИТЕРАЦИЙ К РЕШЕНИЮ С МИНИМАЛЬНОЙ НОРМОЙ ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

В работе для решения линейного некорректного уравнения

$$Ax = y \quad (1)$$

с действующим в гильбертовом пространстве H ограниченным положительным самосопряженным оператором $A: H \rightarrow H$ предлагается новый неявный итерационный метод

$$(E + \alpha A)x_{n+1} = (E - \alpha A)x_n + 2\alpha y, x_0 = 0. \quad (2)$$

Покажем, что метод (2) пригоден и тогда, когда $\lambda = 0$ – собственное значение оператора A (случай неединственного решения уравнения (1)). Обозначим через $N(A) = \{x \in H \mid Ax = 0\}$, $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H . Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива

Теорема. Пусть $A \geq 0, y \in H, \alpha > 0$. Тогда для итерационного процесса (2) верны следующие утверждения:

а) $Ax_n \rightarrow \Pi(A)y, \|Ax_n - y\| \rightarrow I(A, y) = \inf_{x \in H} \|Ax - y\|$;

б) последовательность x_n сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо. В последнем случае $x_n \rightarrow P(A)x_0 + x^*$, где x^* – минимальное решение уравнения (1).

Доказательство. Применим оператор A к методу (2), получим $A(E + \alpha A)x_n = A(E - \alpha A)x_{n-1} + 2\alpha Ay$, где $y = P(A)y + \Pi(A)y$. Так как $AP(A)y = 0$, то получим $(E + \alpha A)(Ax_n - \Pi(A)y) = (E - \alpha A)(Ax_{n-1} - \Pi(A)y)$. Обозначим $Ax_n - \Pi(A)y = v_n, v_n \in M(A)$, тогда $(E + \alpha A)v_n = (E - \alpha A)v_{n-1}$. Отсюда $v_n = (E + \alpha A)^{-1}(E - \alpha A)v_{n-1}$, значит, $v_n = (E + \alpha A)^{-n}(E - \alpha A)^n v_0$. Имеем $A \geq 0$ и A – положительно определен в $M(A)$, т. е. $(Ax, x) > 0 \forall x \in M(A)$. Так как $\alpha > 0$, то $\|(E + \alpha A)^{-1}(E - \alpha A)\| < 1$. Поэтому справедливо

$$\|v_n\| = \|(E + \alpha A)^{-n}(E - \alpha A)^n v_0\| = \left\| \int_0^{\|A\|} \frac{(1 - \alpha\lambda)^n}{(1 + \alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0 \right\| \leq$$

$$\leq \left\| \int_0^{\varepsilon_0} \frac{(1-\alpha\lambda)^n}{(1+\alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0 \right\| + \left\| \int_{\varepsilon_0}^{\|A\|} \frac{(1-\alpha\lambda)^n}{(1+\alpha\lambda)^n} dE_\lambda v_0 \right\| \leq \left\| \int_0^{\varepsilon_0} dE_\lambda v_0 \right\| + q^n(\varepsilon_0) \left\| \int_{\varepsilon_0}^{\|A\|} dE_\lambda v_0 \right\| =$$

$$= \|E_{\varepsilon_0} v_0\| + q^n(\varepsilon_0) \|v_0 - E_{\varepsilon_0} v_0\| \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon_0 \rightarrow 0, n \rightarrow \infty.$$

Здесь $\left| \frac{(1-\alpha\lambda)}{(1+\alpha\lambda)} \right| \leq q(\varepsilon_0) < 1$, при $\lambda \in [\varepsilon_0, \|A\|]$. Следовательно, $v_n \rightarrow 0$, откуда $Ax_n \rightarrow P(A)y$ и $P(A)y \in A(H)$. $\|Ax_n - y\| \rightarrow \|P(A)y - y\| = \|P(A)y\| = J(A, y)$. Итак, а) доказано.

Докажем б). Пусть итерационный процесс (2) сходится. Покажем, что уравнение $Ax = P(A)y$ разрешимо. Из сходимости $\{x_n\} \in H$ к $z \in H$ и из а) следует, что $Ax_n \rightarrow Az = P(A)y$, следовательно, $P(A)y \in A(H)$ и уравнение $P(A)y = Ax$ разрешимо.

Пусть теперь $P(A)y \in A(H)$ (уравнение $P(A)y = Ax$ разрешимо), следовательно, $P(A)y = Ax^*$, где x^* — минимальное решение уравнения $Ax = y$ (оно единственно в $M(A)$). Тогда (2) примет вид

$$(E + \alpha A)x_n = (E - \alpha A)x_{n-1} + 2\alpha A P(A)y = (E - \alpha A)x_{n-1} + 2\alpha Ax^* =$$

$$= (E + \alpha A)x_{n-1} - 2\alpha Ax_{n-1} + 2\alpha Ax^* = (E + \alpha A)x_{n-1} + 2\alpha A(x^* - x_{n-1}).$$

Отсюда $x_n = x_{n-1} + 2\alpha A(E + \alpha A)^{-1}(x^* - x_{n-1})$. Последнее равенство разобьем на два:

$$P(A)x_n = P(A)x_{n-1} + 2\alpha(E + \alpha A)^{-1}AP(A)(x^* - x_{n-1}) = P(A)x_{n-1} = P(A)x_0;$$

$$P(A)x_n = P(A)x_{n-1} + 2\alpha A(E + \alpha A)^{-1}P(A)(x^* - x_{n-1}) =$$

$$= P(A)x_{n-1} + 2\alpha A(E + \alpha A)^{-1}(x^* - P(A)x_{n-1}),$$

так как $x^* \in M(A)$. Обозначим $w_n = P(A)x_n - x^*$, тогда из равенства $P(A)x_n - x^* = P(A)x_{n-1} - x^* + 2\alpha A(E + \alpha A)^{-1}(x^* - P(A)x_{n-1})$ получим равенство $w_n = w_{n-1} - 2\alpha A(E + \alpha A)^{-1}w_{n-1}$.

Следовательно, $w_n = (E - \alpha A)(E + \alpha A)^{-1}w_{n-1}$, и аналогично v_n можно показать, что $w_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. Таким образом, $P(A)x_n \rightarrow x^*$. Отсюда вытекает $x_n = P(A)x_n + P(A)x_n \rightarrow P(A)x_0 + x^*$. Теорема доказана.

Замечание. Так как у нас $x_0 = 0$, то $x_n \rightarrow x^*$, т. е. метод (2) сходится к решению с минимальной нормой.

А. А. ЮДОВ, А. А. ШУЛЮК

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ РЕДУКТИВНЫХ ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ГРУППОЙ – ГРУППОЙ ЛИ ДВИЖЕНИЙ ПЯТИМЕРНОГО ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

В работе рассматривается пространство R_5 – пятимерное евклидово пространство.

Рассматривается группа Ли G движений этого пространства, группа Ли H вращений этого пространства и их алгебры Ли $\bar{G}$ и $\bar{H}$ соответственно. Алгебра Ли $\bar{G}$ имеет базис $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}, i_{12}, i_{13}, i_{14}, i_{16}, i_{17}, i_{18}$:

$$\begin{array}{lll} i_1 = E_{21}; & i_7 = E_{23} - E_{32}; & i_{13} = E_{35} - E_{53}; \\ i_2 = E_{31}; & i_8 = E_{24} - E_{42}; & i_{14} = E_{36} - E_{63}; \\ i_3 = E_{41}; & i_9 = E_{25} - E_{52}; & i_{16} = E_{45} - E_{54}; \\ i_4 = E_{51}; & i_{10} = E_{26} - E_{62}; & i_{17} = E_{46} - E_{64}; \\ i_5 = E_{61}; & i_{12} = E_{34} - E_{43}; & i_{18} = E_{56} - E_{65}. \end{array}$$

Причем: $E_{\alpha\beta}$ в-й строке, β -м столбце 1, а остальные элементы равны нулю.

Базис алгебры Ли $\bar{H}$ группы Ли H вращений пространства R_5 образуют операторы: $\{i_7, i_8, i_9, i_{10}, i_{12}, i_{13}, i_{14}, i_{16}, i_{17}, i_{18}\}$.

В алгебре Ли $\bar{G}$ определена операция коммутирования по правилу: $[a, b] = ab - ba$.

Результаты операций коммутирования для базиса алгебры Ли $\bar{H}$ имеют вид:

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $[i_7, i_8] = -i_{12};$ | 19) $[i_9, i_{12}] = 0;$ | 37) $[i_{13}, i_{16}] = -i_{12};$ |
| 2) $[i_7, i_9] = -i_{13};$ | 20) $[i_9, i_{13}] = -i_{17};$ | 38) $[i_{13}, i_{17}] = 0;$ |
| 3) $[i_7, i_{10}] = -i_{14};$ | 21) $[i_9, i_{14}] = 0;$ | 39) $[i_{13}, i_{18}] = i_{14};$ |
| 4) $[i_7, i_{12}] = -i_8;$ | 22) $[i_9, i_{16}] = -i_8;$ | 40) $[i_{14}, i_{16}] = 0;$ |
| 5) $[i_7, i_{13}] = -i_9;$ | 23) $[i_9, i_{17}] = 0;$ | 41) $[i_{14}, i_{17}] = -i_{12};$ |
| 6) $[i_7, i_{14}] = -i_{10};$ | 24) $[i_9, i_{18}] = i_{10};$ | 42) $[i_{14}, i_{18}] = -i_{13};$ |
| 7) $[i_7, i_{16}] = 0;$ | 25) $[i_{10}, i_{12}] = 0;$ | 43) $[i_{16}, i_{17}] = -i_{18};$ |
| 8) $[i_7, i_{17}] = 0;$ | 26) $[i_{10}, i_{13}] = 0;$ | 44) $[i_{16}, i_{18}] = -i_{17};$ |
| 9) $[i_7, i_{18}] = 0;$ | 27) $[i_{10}, i_{14}] = -i_7;$ | 45) $[i_{17}, i_{18}] = -i_{16};$ |
| 10) $[i_8, i_9] = -i_{16};$ | 28) $[i_{10}, i_{16}] = 0;$ | |
| 11) $[i_8, i_{10}] = -i_{17};$ | 29) $[i_{10}, i_{17}] = -i_8;$ | |
| 12) $[i_8, i_{12}] = -i_7;$ | 30) $[i_{10}, i_{18}] = -i_9;$ | |
| 13) $[i_8, i_{13}] = 0;$ | 31) $[i_{12}, i_{13}] = -i_{16};$ | |
| 14) $[i_8, i_{14}] = 0;$ | 32) $[i_{12}, i_{14}] = -i_{17};$ | |
| 15) $[i_8, i_{16}] = -i_9;$ | 33) $[i_{12}, i_{16}] = i_{13};$ | |
| 16) $[i_8, i_{17}] = -i_{10};$ | 34) $[i_{12}, i_{17}] = -i_{14};$ | |
| 17) $[i_8, i_{18}] = 0;$ | 35) $[i_{12}, i_{18}] = 0;$ | |
| 18) $[i_9, i_{10}] = -i_{18};$ | 36) $[i_{13}, i_{14}] = -i_{18};$ | |

Рассмотрим подгруппу Ли G_1 группы Ли H , соответствующую оператору $a = i_7$, и соответствующее однородное пространство H / G_1 . Это однородное пространство является редукторным, причем редукторным дополнением является пространство: $m = \{i_8, i_9, i_{10}, i_{12}, i_{13}, i_{14}, i_{16} + qi_{18}, i_{17} + ri_{18}, i_7 + pi_{18}\}$, $p \neq 0$.

Будем исследовать каноническую связность редукторного однородного пространства H / G_1 , а именно вычислим тензоры кривизны и кручения канонической связности.

Тензоры кривизны и кручения канонической связности полученных редукторных пространств. Тензоры кривизны и кручения канонической связности будем вычислять исходя из свойств этих тензоров, которые описываются следующей теоремой:

Теорема 1. Пусть P есть G – инвариантная структура на редуктивном однородном пространстве G/H с расположением $\bar{G} = \bar{H} + m$.

Для тензора кручения T и тензора кривизны R канонической связности в P имеем:

- 1) $T(X, Y)_0 = -[X, Y]_m$ для $X, Y \in m$,
- 2) $(R(X, Y)Z)_0 = -[[X_1 Y]_{\bar{H}}, Z)$ для $X, Y, Z \in m$,
- 3) $\nabla T = 0$,
- 4) $\nabla R = 0$.

Тензоры кривизны и кручения играют важную роль при исследовании свойств данной связности, поскольку они определяют связность с помощью структурных формул Э. Картана. Воспользуемся теоремой 1 и получим формулы для тензоров кривизны и кручения соответствующей канонической связности в исследуемых редукторных однородных пространствах.

Рассмотрим редукторное однородное пространство H / G_1 , которое имеет редуктивное разложение $\bar{H} = \bar{G}_1 + m$, где $m = \{i_8, i_9, i_{10}, i_{12}, i_{13}, i_{14}, i_{16} + qi_{18}, i_{17} + ri_{18}, i_7 + pi_{18}\}$. Выберем в редуктивном дополнении m базис:

$$e_1 = i_8, e_2 = i_9, e_3 = i_{10}, e_4 = i_{12}, e_5 = i_{13}, e_6 = i_{14}, e_7 = i_{16} + qi_{18},$$

$$e_8 = i_{17} + ri_{18}, e_9 = i_7 + pi_{18}.$$

Тогда согласно теореме 1 тензоры кручения получим по формуле $T(X, Y)_0 = -[X, Y]_m$ для $X, Y \in m$, а тензоры кривизны по формуле $(R(X, Y)Z)_0 = -[[X_1 Y]_{\bar{H}}, Z)$ для $X, Y, Z \in m$. Таким образом, координату T_{jk}^i тензора кручения получим как i -ю координату разложения вектора $-[e_j, e_k]_m$ по базису $B = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\}$ редуктивного дополнения m . Координату $R_{jk,l}^i$ тензора кривизны получим как i -ю координату разложения вектора $-[[e_j, e_k]_{G_1}, e_l]$ по базису B редуктивного дополнения m .

Проводя вычисления, получим следующую теорему.

Теорема 2. Каноническая связность редукторного однородного пространства H/G_1 с редуктивным дополнением $m = \{i_8, i_9, i_{10}, i_{12}, i_{13}, i_{14}, i_{16} + qi_{18}, i_{17} + ri_{18}, i_7 + pi_{18}\}$, имеет следующие тензоры кривизны и тензоры кручения:

$$\begin{aligned}
 T_{2,3}^9 &= -\frac{1}{p}, T_{2,3}^i = 0, i \neq 9 \\
 T_{2,4}^8 &= -1, T_{2,4}^9 = \frac{r}{p}, T_{2,4}^i = 0, i \neq 8,9 \\
 T_{2,7}^1 &= 1, T_{2,7}^3 = q, T_{2,7}^i = 0, i \neq 1,3 \\
 T_{2,8}^3 &= -r, T_{2,8}^i = 0, i \neq 3 \\
 T_{2,9}^3 &= -p, T_{2,9}^5 = 1, T_{2,9}^i = 0, i \neq 3,5 \\
 T_{3,4}^i &= 0, \forall i \\
 T_{3,7}^2 &= q, T_{3,7}^i = 0, i \neq 2 \\
 T_{3,8}^1 &= 1, T_{3,8}^2 = r, T_{3,8}^i = 0, i \neq 1,2 \\
 T_{3,9}^2 &= -p, T_{3,9}^6 = -1, T_{3,9}^i = 0, i \neq 2,6 \\
 T_{4,5}^7 &= -1, T_{4,5}^9 = \frac{q}{p}, T_{4,5}^i = 0, i \neq 7,9 \\
 T_{4,6}^8 &= -1, T_{4,6}^9 = \frac{r}{p}, T_{4,6}^i = 0, i \neq 8,9 \\
 T_{5,6}^9 &= -\frac{1}{p}, T_{5,6}^i = 0, i \neq 9 \\
 T_{5,7}^4 &= 1, T_{5,7}^4 = -q, T_{5,7}^i = 0, i \neq 4,6 \\
 T_{5,8}^6 &= r, T_{5,8}^i = 0, i \neq 6 \\
 T_{5,9}^2 &= -1, T_{5,9}^6 = -p, T_{5,9}^i = 0, i \neq 2,6 \\
 T_{6,7}^5 &= q, T_{6,7}^i = 0, i \neq 5 \\
 T_{6,8}^4 &= 1, T_{6,8}^5 = r, T_{6,8}^i = 0, i \neq 4,5 \\
 T_{6,9}^3 &= -1, T_{6,9}^5 = p, T_{6,9}^i = 0, i \neq 3,5 \\
 T_{7,8}^8 &= p, T_{7,8}^9 = -r, T_{7,8}^i = 0, i \neq 8,9 \\
 T_{7,8}^7 &= -q, T_{7,8}^8 = p, T_{7,8}^9 = \frac{1+q^3-pr}{p}, T_{7,8}^i = 0, i \neq 7,8,9 \\
 T_{8,9}^7 &= -1, T_{8,9}^9 = \frac{q}{p}, T_{8,9}^i = 0, i \neq 7,9
 \end{aligned}$$

и следующие координаты тензора кривизны:

1. $R_{12,1}^4 = \frac{q}{p}, R_{12,1}^i = 0, i \neq 4$
2. $R_{12,2}^5 = \frac{q}{p}, R_{12,2}^i = 0, i \neq 5$
3. $R_{12,3}^6 = \frac{q}{p}, R_{12,3}^i = 0, i \neq 6$
4. $R_{12,4}^1 = \frac{q}{p}, R_{12,4}^i = 0, i \neq 1$
5. $R_{12,5}^2 = \frac{q}{p}, R_{12,5}^i = 0, i \neq 2$
6. $R_{12,6}^3 = \frac{q}{p}, R_{12,6}^i = 0, i \neq 3$
7. $R_{12,7}^i = 0, \forall i$
8. $R_{12,8}^i = 0, \forall i$
9. $R_{12,9}^i = 0, \forall i$

$$10. R_{13,1}^4 = \frac{r}{p}, R_{13,1}^i = 0, i \neq 4$$

$$11. R_{13,2}^5 = \frac{r}{p}, R_{13,2}^i = 0, i \neq 5$$

$$12. R_{13,3}^6 = \frac{r}{p}, R_{13,3}^i = 0, i \neq 6$$

$$13. R_{13,4}^1 = \frac{r}{p}, R_{13,4}^i = 0, i \neq 1$$

$$14. R_{13,5}^2 = \frac{r}{p}, R_{13,5}^i = 0, i \neq 2$$

$$15. R_{13,6}^3 = \frac{r}{p}, R_{13,6}^i = 0, i \neq 3$$

$$16. R_{13,7}^i = 0, \forall i$$

$$17. R_{13,8}^i = 0, \forall i$$

$$18. R_{13,9}^i = 0, \forall i$$

$$19. R_{14,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$20. R_{15,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$21. R_{16,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$22. R_{17,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$23. R_{23,1}^4 = \frac{q}{p}, R_{23,1}^i = 0, i \neq 4$$

$$24. R_{23,2}^5 = \frac{1}{p}, R_{23,2}^i = 0, i \neq 5$$

$$25. R_{23,3}^6 = \frac{1}{p}, R_{23,3}^i = 0, i \neq 6$$

$$26. R_{23,4}^1 = \frac{1}{p}, R_{23,4}^i = 0, i \neq 1$$

$$27. R_{23,5}^2 = \frac{1}{p}, R_{23,5}^i = 0, i \neq 2$$

$$28. R_{23,6}^3 = \frac{1}{p}, R_{23,6}^i = 0, i \neq 3$$

$$29. R_{23,7}^i = 0, \forall i$$

$$30. R_{23,8}^i = 0, \forall i$$

$$31. R_{23,9}^i = 0, \forall i$$

$$32. R_{24,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$33. R_{25,1}^4 = \frac{r}{p}, R_{25,1}^i = 0, i \neq 4$$

$$34. R_{25,2}^5 = \frac{1}{p}, R_{25,2}^i = 0, i \neq 5$$

$$35. R_{25,3}^6 = \frac{r}{p}, R_{25,3}^i = 0, i \neq 6$$

$$36. R_{25,4}^1 = \frac{r}{p}, R_{25,4}^i = 0, i \neq 1$$

$$37. R_{25,5}^2 = \frac{r}{p}, R_{25,5}^i = 0, i \neq 2$$

$$38. R_{25,6}^3 = \frac{1}{p}, R_{25,6}^i = 0, i \neq 3$$

$$39. R_{25,7}^i = 0, \forall i$$

$$40. R_{25,8}^i = 0, \forall i$$

$$41. R_{25,9}^i = 0, \forall i$$

$$42. R_{26,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$43. R_{27,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$44. R_{34,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$45. R_{35,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$46. R_{36,1}^4 = 1, R_{36,i}^i = 0, i \neq 4$$

$$47. R_{37,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

$$48. R_{38,j}^i = 0, \forall i, j = 1, 2, \dots, 9$$

При этом следует учитывать, что тензор кривизны кососимметричен по первым двум нижним индексам, а тензор кручения кососимметричен по двум нижним индексам.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. ОДАРЕННОСТЬ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ КАК ПРЕДМЕТ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Lénárt István. Duality in action: the Lexell circle	3
Rybak Anna. Konkursy matematyczne drogą do rozbudzania zainteresowań matematycznych u uczniów	6
Гринько Е. П. Развитие логико-алгоритмического мышления студентов физико-математического профиля в процессе профессиональной педагогической подготовки	11

СЕКЦИЯ 2. ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Вакулич М. Г. От учебно-познавательной деятельности учащихся к исследовательским умениям.....	16
Глобасюк И. Е. Использование старинных задач на уроках математики как средство развития математического мышления учащихся 5–6 классов	18
Гринько Е. П., Белецкая О. Д. Об использовании дидактической игры на уроках математики в 5 классе.....	20
Звежинская Е. В., Тухолко Л. Л. Реализация эвристической функции геометрических конструкций при обучении решению планиметрических задач..	21
Золотухин Ю. П. Как выбирать вспомогательный угол?	23
Золотухин Ю. П. Однородные тригонометрические уравнения как материал для организации учебного исследования.....	26
Золотухин Ю. П., Арбузов А. С. Уравнение и график равномерного прямолинейного движения в подготовке к централизованному тестированию по математике	29
Каллаур Н. А., Максимович Е. О. Работа с одаренными учащимися по математике посредством платформы Zoom в условиях дистанционного обучения.....	32
Концевой М. П. Logica: язык развития логико-алгоритмического мышления математически одаренных учащихся	34
Кравчук Т. Я. Организация работы с одаренными учащимися в процессе обучения математике	35
Макаренко И. Н. Методика обучения математике в 5–6 классах, направленная на развитие одаренных детей	37
Савчук Л. Н. Развитие алгоритмического мышления одаренных учащихся.....	39
Савчук Л. Н., Максимович И. Н. Развитие пространственного мышления и воображения на уроках информатики	41
Семенова Т. Н. Организация учебно-исследовательской деятельности на примере геометрической задачи нестандартного содержания в 10 классе.....	42
Степанюк И. П. Основные направления работы учителя математики с одаренными учащимися на II ступени общего среднего образования.....	44
Чеботаревский Б. Д., Романович Л. А. Одаренность в области математики как педагогическая проблема	46

СЕКЦИЯ 3. РАЗРАБОТКА НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ В УСЛОВИЯХ ВУЗА

Гордейчук Н. И. Различные способы решения задачи на нахождение длины отрезков.....	48
Гринько Е. П., Белецкая О. Д. Деловые игры в развитии логико-алгоритмического мышления учащихся	51
Гринько Е. П., Ибрагимова Г. А. Развитие логико-алгоритмического мышления учащихся 5–6 классов на внеклассных занятиях по математике.....	52
Гринько Е. П., Ибрагимова С. М. О развитии логико-алгоритмического мышления учащихся на уроках математики (на примере 5 класса).....	54
Кисилук Е. В., Мощик Л. Н. Методика изучения теоремы Стюарта при подготовке школьников к олимпиадам	56
Ладутько Л. В. О подготовке к работе с одаренными учащимися в системе переподготовки педагогических кадров	58
Пирютко О. Н., Гуло И. Н. Подготовка будущего учителя математики к участию учащихся в олимпиадах	60

СЕКЦИЯ 4. ПРОБЛЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ГОТОВНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ

Болычева Т. В. Формирование информационной культуры и медиакомпетентности учащихся.....	63
Гринько Е. П. О профессиональной адаптации студентов педагогических специальностей физико-математического профиля.....	65
Гуляева Т. В., Пещенко Н. К. Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными детьми в образовательном пространстве вуза.....	67
Каллаур Н. А., Быкова А. А. Подготовка будущих учителей математики к работе с одаренными детьми	70
Кисилук Е. В., Быкова А. А. Методы решения олимпиадных игровых задач ...	73
Кисилук Е. В., Моисеенков А. А. Использование теоремы Птолемея при решении школьных олимпиадных задач по математике.....	76
Козак Л. П. Методическое сопровождение профессионального развития педагога как фактор и условие обеспечения качества общего среднего образования	78
Концевой М. П. Разработка Mathematical Markup Language 4.0	80
Концевой М. П. swMATH в математической подготовке студентов.....	81
Кузнецова Е. П. Формирование у студентов навыков экспериментальной работы при изучении математических понятий, связанных с идеей актуальной бесконечности.....	82
Нестерчук Н. В. К вопросу о формировании информационной культуры учащихся.....	85

СЕКЦИЯ 5. ОПЫТ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВУЗЕ И ШКОЛЕ

Андрусенко С. А., Турбина С. Н., Кирейшина М. А. Современные образовательные технологии в начальной школе как условие достижения качества образования.....	88
Артеменко И. А., Ветрова Е. А., Пушкарская Д. Н. Использование различных форм работы на уроках математики в начальной школе	90
Бабаян И. Б., Недосекова И. М., Прямоносова С. Н. Работа над уравнениями в начальной школе	93
Басик А. И., Грицук Е. В. Студенческая олимпиада по математике БрГУ имени А. С. Пушкина (анализ).....	95
Басик А. И., Серая З. Н., Трофимук А. А. Студенческая олимпиада по математике БрГУ имени А. С. Пушкина (алгебра и геометрия)	99
Боргардт В. В., Боргардт М. Н. Развитие аналитического мышления посредством метода эвристической деятельности при преподавании математики и информатики	101
Вандич В. А., Багаль Е. А. Методика интеллект-карт на уроках математики.	103
Василюк О. А., Василюк С. А. Игровые технологии на уроках физики и внеклассных мероприятиях как средство развития познавательной активности школьников	105
Volsky G. A., Kontsevoy M. P. Formation of mathematical concepts based on semantic computing	107
Дрозд В. К., Каллаур Н. А. Информационные технологии при изучении алгоритмов.....	108
Еременко Е. Н., Габелко Н. А., Пипия М. А. Использование игровых технологий на уроке математики в начальной школе как средство развития одаренных детей	110
Змиева Е. Н. Использование Google-форм в образовательном процессе	111
Зорина Л. Г., Курбанова Ю. Г. Использование средств, методов и приемов развития речи на уроках математики.....	113
Ивкович А. С. Практико-ориентированное содержание уроков физики как средство развития познавательных интересов учащихся	120
Ивкович А. С. Формирование основных элементов знаний в процессе обучения физике на повышенном уровне	121
Ивкович А. С., Абражевич А. А. О качестве иллюстраций в учебных пособиях по физике для средней школы.....	123
Ивкович А. С., Кулина Н. С. Лабораторные работы по механике на новом оборудовании в классах с повышенным уровнем изучения физики.....	125
Калавур М. А. Вивучення переривчастих функцій у школі.....	127
Каллаур Н. А., Мощик Л. Н. Способствование развитию логико-алгоритмического мышления учащихся с помощью стереометрических задач	129

Каллаур Н. А., Крикунова К. В. Использование мультимедийных презентаций в обучении школьной математике	134
Каллаур Н. А., Углянец Ю. В. Применение презентаций на уроках алгебры в 10–11 классах.....	139
Каспарова С. Н., Манина В. П., Созоненко А. А. Развитие универсальных учебных действий на уроках математики в начальной школе.....	142
Кисляк Л. В. Специфика и методика проведения урока немецкого языка с использованием ресурсов сети Интернет	144
Котловский О. А. Некоторые проблемы физического образования в средней школе	146
Lavrentiev D. A., Kontsevov M. P. CDF-modeling of linguistic data based on the computer algebra system «Mathematica».....	147
Lebed S. F. Updating the ICT study programs for master.....	150
Лозина Е. С., Лозина Л. И., Малеванная Л. П. Использование ИКТ на уроках математики как средство развития одаренных детей в начальной школе	153
Лозина Е. С., Лозина Л. И., Малеванная Л. П. Проектная деятельность на уроках математики в начальной школе	155
Martynuk O. A., Kontsevov M. P. Computer algebra in teaching mathematics to linguistically gifted students	157
Мацулевич Е. И., Головей А. М. Области применения искусственного интеллекта в современном мире.....	160
Мельникова И. Н., Шулюк А. А. Системы дистанционного обучения математике	161
Мозговая Н. Е., Попова Т. В. Применение здоровьесберегающих технологий по методу доктора В. Ф. Базарного с одаренными учащимися на уроках математики.....	163
Озерова С. Г., Карпенко И. А., Тюкова Ю. С. Работа с одаренными детьми на уроках математики в начальной школе	166
Онискевич Т. С. Использование метода учебного моделирования в преподавании математических дисциплин	168
Осипов Р. А. Применение современных образовательных инструментов на уроках математики.....	170
Осипов Р. А. Технология развития критического мышления в условиях реализации ФГОС	172
Плетюхов В. А., Секержицкий В. С., Серый А. И. Об иерархии инерциальных систем отсчета	174
Поживилко Е. В. Графико-геометрический метод решения текстовых задач на движение	177
Пронько Д. В., Зубей Е. В. Преимущества использования «1С: Математического конструктора»	180
Рылач Е. Д., Багаль Е. А. Целесообразность изучения языка программирования Python во внеклассной работе	180

Савчук Л. Н., Дрозд В. К. Создание электронного учебного пособия по основам алгоритмизации и программирования.....	182
Савчук Л. Н., Ибрагимова С. М. Исторический аспект изучения основ алгоритмизации и программирования	184
Сацкевич А. П. Эффективные технологии преподавания физики.....	185
Селюжицкая М. А. Использование инновационных технологий на уроках математики.....	188
Сергеев С. И. Компьютерные инструменты в заданиях международной программы PISA: концептуальное нововведение	190
Серый А. И. К вопросу о классификации разновидностей гамма-излучения...	193
Серый А. И. К вопросу о методике преподавания темы «Строение звезд» в курсе астрономии.....	194
Серый А. И. К методике преподавания темы «Физически двойные звезды» в курсе астрономии.....	195
Серый А. И. О приближенных вычислениях в задачах по астрономии олимпиадного уровня	196
Серый А. И. О разновидностях замкнутых систем в физике.....	198
Серый А. И. Об изучении электростатики и магнитостатики	200
Серый А. И., Серая З. Н. Моделирование движения тела под углом к горизонту при наличии ветра	201
Серый А. И., Серая З. Н. О линейности моделей и алгоритмов.....	202
Серый А. И., Серая З. Н. Об определении линейных размеров небесных тел и расстояний до них в астрономии.....	205
Сикорская И. Л. Использование информационных технологий и интерактивных средств для развития методических компетенций учителей ...	208
Тарнавецкая А. А. Магчымасці выкарыстання дыстанцыйных форм навучання пры фарміраванні даследчых кампетэнцый	210
Яцук Т. А., Басик А. И. О разрешимости смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка на плоскости (случай $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$)	212
Яцук Т. А., Басик А. И. О разрешимости смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка на плоскости (случай $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$).....	216

СЕКЦИЯ 6. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Басик А. И., Грицук Е. В. Об одном классе систем четырех дифференциальных уравнений в R^3	221
Голенко Е. В. Расчет поправки Мотта для $Z = 80$ с помощью модифицированного метода LQZ	222
Голенко Е. В., Голенко И. Д., Кац П. Б. Расчет сечения смещения атома фотоном за счет фотоэффекта для тяжелых элементов с помощью метода LQZ и его модифицированных вариантов	224

Голенко И. Д., Кац П. Б. Расчет сечения смещения атома фотоном за счет фотоэффекта с помощью метода LQZ	227
Демидчик А. В. Задания 11 класса по электромагнетизму на IV этапе Республиканской олимпиады по физике	230
Дордюк И. А., Сендер Н. Н. Вынужденные колебания и резонанс	233
Зарецкий А. В., Сендер Н. Н. Движение тела в среде, оказывающей сопротивление движению	236
Зубей Е. В. Некоторые свойства OS-проперестановочных подгрупп конечных групп	237
Кац П. Б., Удовенко С. М. Комбинация метода Веги и др. и метода наименьших квадратов относительных отклонений для нахождения оптимальных параметров формулы Бете – Вайцзеккера	238
Киричук В. В., Сендер Н. Н. Влияние равномерного движения объекта на характер движения предметов, находящихся на этом объекте	240
Концевой М. П. Attention Model: феномен, понятие, концепт	242
Котович О. А., Сендер Н. Н. Введение понятия работы с использованием понятия «определенный интеграл»	243
Кравчук Е. А., Матысик О. В. Сходимость метода итераций в энергетической норме гильбертова пространства	245
Кулеш А. Ю., Трофимук А. А. О признаках расширенной сверхразрешимости конечной факторизуемой группы	246
Курилюк С. В., Трофимук А. А. О корадикале конечной группы с взаимно перестановочными подгруппами	247
Лукашевич С. А., Купо А. Н., Шершнев Е. Б. Методические приемы в использовании проблемного метода обучения физике	249
Лукашевич С. А., Купо А. Н., Шершнев Е. Б. Методы определения скорости диссипации энергии затухающего гармонического осциллятора	252
Марзан С. А. Весовая задача типа Коши для нелинейного дифференциального уравнения с дробной производной	254
Матысик О. В. Метод Леверье решения проблемы собственных значений матрицы	258
Матысик О. В., Будик А. А. Сходимость метода последовательных приближений решения операторных уравнений в случае неединственного решения	259
Матысик О. В., Дубровская К. С. Правило останова в процессе вычислений в неявном методе итераций для решения некорректных задач	260
Матысик О. В., Яроцкий О. С. Апостериорный выбор числа итераций в явном методе решения некорректных уравнений первого рода	261
Мирская Е. И. Исследование скорости сходимости первого момента одной оценки спектральной плотности	262
Мирская Е. И., Тюшкевич Н. Н. Исследование ковариации одной оценки взаимной спектральной плотности	263

Мотузко Д. А., Серый А. И. О корректности использования волновых функций экспоненциального типа при вычислении основных характеристик дейтрона	264
Плетюхов В. А. К методике изложения темы «Пространство и время в специальной теории относительности»	265
Плетюхов В. А. Методика изложения темы «Преобразования Лоренца. Релятивистский закон сложения скоростей» в 11 классе средней школы	267
Сай В. С., Матысик О. В. Метод итераций явного типа с переменным шагом решения некорректных задач первого рода	269
Сендер Н. Н., Честный Д. В. Потенциальная энергия как работа, которую нужно затратить для приведения системы в исходное состояние	270
Серый А. И., Сулим А. П. Об учете потенциала Риды при расчете порога нейтронизации вырожденного электронно-протонного вещества	274
Тюшкевич Н. Н., Мирская Е. И. Вычисление математического ожидания оценки взаимной спектральной плотности	277
Шлойда К. С., Матысик О. В. Сходимость метода итераций к решению с минимальной нормой линейного уравнения	278
Юдов А. А., Шулюк А. А. Дифференциальная геометрия редутивных однородных пространств с фундаментальной группой – группой Ли движений пятимерного евклидова пространства	280

Научное издание

**ФОРМИРОВАНИЕ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ
МАТЕМАТИКИ К РАБОТЕ С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ**

Сборник материалов конференции

Подписано в печать 21.05.2021. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная.

Гарнитура Таймс. Ризография. Усл. печ. л. 16,97. Уч.-изд. л. 18,19.

Тираж 70 экз. Заказ № 135.

Издатель и полиграфическое исполнение:

учреждение образования

«Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

распространителя печатных изданий

№ 1/55 от 14.10.2013.

Ул. Мицкевича, 28, 224016, Брест.