

Л. В. ФЁДОРОВА

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ УЧАЩИХСЯ

Методологические знания в систематическом курсе геометрии включают в себя знания о методах и способах действий, используемых для получения геометрических знаний.

При обучении геометрии базу для формирования у учащихся умений применять такие методы научного познания, как анализ и синтез, составляют геометрические задачи. В процессе анализа текста геометрической задачи учащиеся выделяют ее условия и требования. Выполнение краткой записи и чертежа к задаче основывается на методе синтеза. Ошибки в краткой записи и чертеже к задаче указывают на плохо проведенный анализ ее текста и требуют его коррекции.

Поиск решения задачи осуществляется либо путем анализа, либо путем синтеза, при этом направляется специальными вопросами. Так, если задача решается посредством анализа, поиск решения задачи можно проводить с помощью вопроса «Что достаточно знать (доказать), чтобы найти (доказать)..?». Так, поиск решения задачи 1 может быть представлен следующим образом.

Задача 1. На рисунке 1 в треугольнике ABC $AB = BC$, отрезок OK – биссектриса треугольника AOB . Докажите, что отрезок BO – биссектриса треугольника ABC , если $\angle KOC = 135^\circ$.

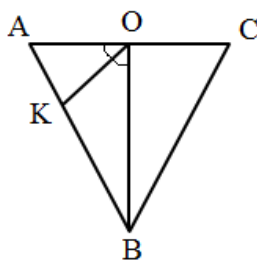


Рисунок 1 – Чертеж к задаче 1

1) Что достаточно доказать, чтобы доказать, что BO – биссектриса $\triangle ABC$? (Так как $\triangle ABC$ – равнобедренный, то достаточно доказать, что BO – высота или медиана $\triangle ABC$.)

2) Что достаточно доказать, чтобы доказать, что BO – высота $\triangle ABC$? ($\angle BOA = 90^\circ$.)

3) Что достаточно доказать, чтобы доказать, что $\angle BOA = 90^\circ$? ($\angle BOK = \angle KOA = 45^\circ$.)

4) Что достаточно доказать, чтобы доказать, что $\angle BOK = \angle KOA = 45^\circ$? ($\angle BOK = \angle KOA$, т. к. OK – биссектриса $\triangle AOB$, а $\angle KOA = 45^\circ$, т. к. $\angle KOA = 180 - \angle KOC = 180^\circ - 135^\circ$.)

Учащимся можно показать, что направление поиска решения задачи обуславливает различные варианты ее решения.

Например, при изучении параллелограмма в 8 классе учащимся можно предложить следующую задачу:

Задача 2. Докажите, что если у параллелограмма все стороны равны, то равны его высоты, проведенные из одной вершины (рисунок 2).

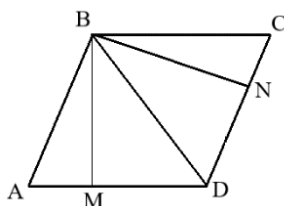


Рисунок 2 – Чертеж к задаче 2

Поиск решения задачи можно осуществлять, исходя из равенства треугольников AMB и CNB . Эти треугольники прямоугольные, у них равны гипотенузы и соответственные острые углы. Отсюда следует равенство высот BM и BN .

При решении этой задачи можно воспользоваться свойством биссектрисы угла (точки биссектрисы BD угла B равноудалены от его сторон), что приведет к новому способу решения задачи.

Рассматриваемую задачу также можно решить исходя из того, что BD является осью симметрии для треугольников ABD и CBD . В таком случае BM и BN – отрезки, симметричные относительно BD , а значит, равны между собой.

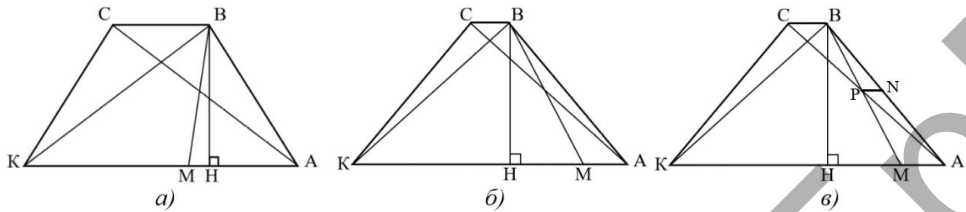
Помимо этого, решить задачу еще одним способом позволит нахождение площади параллелограмма.

Для наглядности поиск решения задачи можно представлять с помощью графов. Граф демонстрирует направление рассуждений в процессе поиска решения задачи от требования к условию (анализ) или от условия к требованию (синтез). Применение графа делает решение задачи или доказательство теоремы кратким, емким и наглядно просматриваемым со всеми взаимосвязями. Символом «+» можно отмечать те элементы, которые заданы в условии задачи или уже вычислены. Например:

Задача 3. В равнобедренной трапеции $ABCK$ длины оснований равны 10 см и 2 см, длина боковой стороны – 6 см. Через вершину B проведена прямая, которая делит диагональ AC на равные части и пересекает при этом AK в точке M . Найдите площадь треугольника BKM .

Решение задачи начинается с построения ее модели. Правильный чертеж к задаче определяет поиск ее решения. При моделировании условия указанной задачи учащиеся, как правило, получают два результата (рисунок 3, а, б).

Рисунок 3 – Варианты черте-

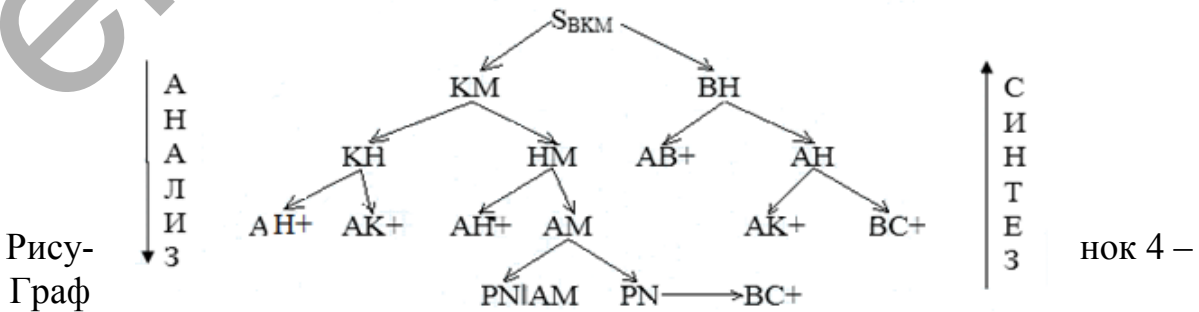


к задаче 3

На основании анализа чертежей учащиеся должны прийти к выводу, что правильный чертеж к задаче изображен на рисунке 3, б. После этого можно организовывать поиск решения задачи, например с помощью анализа:

- 1) Чтобы вычислить S_{BKM} , достаточно знать KM и BH (они неизвестны).
- 2) Чтобы вычислить KM , достаточно знать KH и HM (они неизвестны).
- 3) Чтобы вычислить BH , достаточно знать AB (известно) и AH (неизвестно).
- 4) Чтобы вычислить KH , достаточно знать AH (неизвестно) и AK (известно).
- 5) Чтобы вычислить HM , достаточно знать AH (неизвестно) и AM (неизвестно).
- 6) Чтобы вычислить AH , достаточно знать AK и BC (они известны из условия).
- 7) Чтобы вычислить AM , достаточно знать PN (рисунок 3, в) (неизвестно), где PN – средняя линия треугольника MVA , т. к. $AP = PC$ (по условию) и $PN \parallel AK$ (по построению).
- 8) Чтобы вычислить PN , достаточно знать BC (известно из условия), т. к. PN – средняя линия треугольника VAC , т. к. $AP = PC$ (по условию) и $PN \parallel AK$ (по построению).

Результат построения соответствующего графа представлен на рисунке 4.



Формирование умений использовать графы целесообразно осуществлять от класса к классу, повышая степень самостоятельности в их построении.

Помимо этого, учащимся можно предлагать задания, предусматривающие заполнение графов с пропусками.

Пример. Заполните пропуски в поиске решения задачи (рисунок 5): докажите, что в равнобедренном треугольнике высоты, проведенные к боковым сторонам, равны. Определите, путем анализа или синтеза проведен поиск решения задачи.

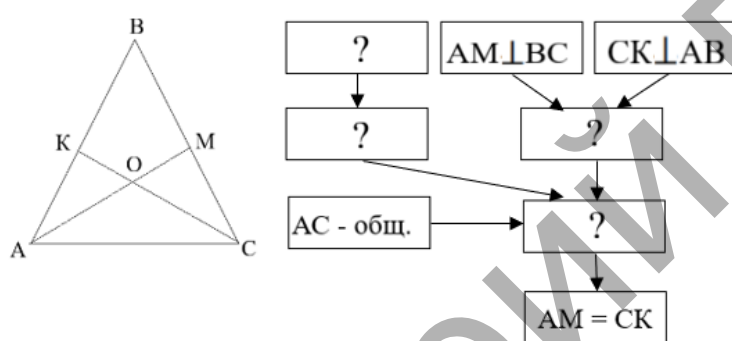


Рисунок 5 – Граф с пропусками

Если задача позволяет, то учащимся можно предложить сформулировать задачу, обратную данной, и на основе заполненного графа указать поиск ее решения, установив соответствующие стрелки цветным карандашом.

Геометрические задачи способствуют в полной мере формированию методологических знаний учащихся при условии обеспечения осознания учащимися используемых при решении задачи методов и способов действий.

В частности, для обеспечения результативности работы по проведению поиска решения геометрической задачи выделим требования к ее организации:

- целенаправленный организованный процесс поиска (сначала учитель сам организует, далее учащиеся организуют поиск под контролем учителя; самостоятельный поиск);
- осознание анализа и синтеза как общего действия для поиска решения задачи;
- осознание сущности аналитического и синтетического методов поиска решения задачи.