

**Н. Н. ТЮШКЕВИЧ, Е. И. МИРСКАЯ**

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

## ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ОЦЕНКИ ВЗАИМНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Рассмотрим  $X^r(t), t \in Z$ ,  $r$ -мерный стационарный в широком смысле случайный процесс с  $MX^r(t) = 0, t \in Z$ , неизвестной взаимной спектральной плотностью  $f_{ab}(\lambda), \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$ .

Пусть  $X_a(0), X_a(1), \dots, X_a(T-1)$  –  $T$  последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за составляющей  $X_a(t)$  процесса  $X^r(t), t \in Z$ . Предположим, что число наблюдений  $T$  представимо в виде  $T = LN$ , где  $L$  – число интервалов, содержащих по  $N$  наблюдений. На  $l$ -м интервале, состоящем из наблюдений  $X_a(lN), X_a(lN+1), \dots, X_a((l+1)N-1)$ , построим расширенную периодограмму вида  $I_{ab}^N(\lambda, l) = d_a^N(\lambda, l) \overline{d_b^N(\lambda, l)}$ ,  $l = \overline{0, L-1}, \lambda \in \Pi, a, b = \overline{1, r}$ , где  $d_a^N(\lambda, l), a = \overline{1, r}$ , задается соотношением

$$d_a^N(\lambda, l) = [2\pi N]^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=lN}^{(l+1)N-1} h_T(t-lN) X_a(t) e^{-it\lambda},$$

где  $h_T(t)$  – окна просмотра данных.

С использованием методики Д. Бриллинджера [1] в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности процесса в работе исследована статистика вида

$$\tilde{f}_{ab}(\lambda) = \frac{2\pi}{T} \sum_{s=1}^T W_{ab}(\lambda - \frac{2\pi s}{T}) \hat{f}_{ab}^{(T)}(\frac{2\pi s}{T}), \quad (1)$$

где  $W_{ab}(x), x \in R, a, b = \overline{1, r}$  – спектральные окна, а  $\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda), \lambda \in \Pi$  – оценка взаимной спектральной плотности, заданная соотношением

$$\hat{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = (2\pi)^{-1} \sum_{u=-\infty}^{\infty} c_{ab}(u) e^{-i\lambda u},$$

а  $c_{ab}(u) = \text{cov}\{X_a(t+u), X_b(t)\}$  для  $t, u = 0, \pm 1, \dots$  и  $a, b = \overline{1, r}$ .

В работе вычислен первый момент оценки (1) и исследовано его асимптотическое поведение.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. – Минск : Мир, 1980. – 536 с.