$\alpha > 0$ и так, чтобы $n_{\text{опт}}$ было целым. Так как $\alpha > 0$, то за счет его выбора можно получить $n_{\text{опт}}$ = 1.

А. Ю. КУЛЕШ, А. А. ТРОФИМУК
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ПРИЗНАКАХ РАСШИРЕННОЙ СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ФАКТОРИЗУЕМОЙ ГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1; 2]. Запись $Y \le X$ означает, что Y – подгруппа группы X.

Группа называется сверхразрешимой, если порядки ее главных факторов являются простыми числами.

Напомним, что класс $\mathfrak{F}$ называется *замкнутым относительно фактор-групп* или *гомоморфом*, когда выполняется требование: если $G \in \mathfrak{F}$ и $N \lhd G$, то $G/N \in \mathfrak{F}$. Класс $\mathfrak{F}$ называется *замкнутым относительно подпрямых произведений*, когда выполняется требование: если $G/N_1 \in \mathfrak{F}$ и $G/N_2 \in \mathfrak{F}$, то $G/N_1 \cap N_2 \in \mathfrak{F}$. *Формацией* называется класс, замкнутый относительно фактор-групп и подпрямых произведений.

Пусть $\mathfrak{F}$ – некоторая формация групп и G – группа. Тогда $G^{\mathfrak{F}}$ – $\mathfrak{F}$ –корадикал группы G, т. е. пересечение всех тех нормальных подгрупп N из G, для которых $G/N \in \mathfrak{F}$.

Подгруппы A и B группы G называются *взаимно перестановочными*, если A перестановочна со всеми подгруппами из B и B перестановочна со всеми подгруппами из A. М. Асаад и А. Шаалан установили сверхразрешимость группы $G = AB$ с взаимно перестановочными сверхразрешимыми подгруппами A и B при условии, что B нильпотентна [3, теорема 3.2], и в случае, когда коммутант G' нильпотентен [3, теорема 3.8]. Обзор результатов о взаимно перестановочных подгруппах по состоянию на 2010 г. содержится в монографии А. Баллестера-Болинше с соавторами [4, разд. 4, 5].

Согласно теореме Хупперта, сверхразрешимую группу можно определить как группу, в которой все максимальные подгруппы имеют простые индексы. Отсюда следует, что в сверхразрешимой группе G для каждой собственной подгруппы H существует цепочка подгрупп

$$H = H_0 \le H_1 \le \ldots \le H_n = G, \ \left|H_i : H_{i-1}\right| \in P, \ \ \forall i. (1)$$

Поэтому вполне естественно следующее определение, предложенное в [4].

Подгруппа H группы G называется P-*субнормальной* в G, если либо $H = G$, либо существует цепочка подгрупп (1). В работах [5; 6] изучен класс групп с P-субнормальными силовскими подгруппами. Группа G называется *расширенно сверхразрешимой* (кратко w-*сверхразрешимой*), если любая примарная подгруппа группы G является π-субнормальной в G. Через $\omega\mathfrak{U}$ обозначается класс всех ω-сверхразрешимых групп. Заметим, что класс $\mathfrak{U}$ всех сверхразрешимых групп содержится в $\omega\mathfrak{U}$.

В настоящем работе получено развитие результатов работы [3] на расширенно сверхразрешимый случай. Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть группа $G = AB$ является взаимно перестановочным произведением ω-сверхразрешимых подгрупп A и B. Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если корадикал $G^{\mathfrak{A}}$ нильпотентен, то G ω-сверхразрешима;

2) $G^{\omega\mathfrak{U}} = \left(G^{\mathfrak{A}}\right)^{\mathfrak{N}}$;

3) если N – минимальная нормальная подгруппа в G, то подгруппы AN и BN ω-сверхразрешимы;

4) если B нильпотентна, то G ω-сверхразрешима;

5) если $\left(\left|A / A^{\mathfrak{A}}\right|, \left|B / B^{\mathfrak{A}}\right|\right) = 1$, то G ω-сверхразрешима.

Здесь $\mathfrak{N}$ и $\mathfrak{A}$ – формации всех нильпотентных групп и групп с абелевыми силовскими подгруппами соответственно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск : Выш. шк., 2006. – 207 с.
2. Huppert, B. Endlich e Gruppen I / B. Huppert. – Heidelberg ; Berlin : Springer-Verlag GmbH, 1967. – 796 p.
3. Asaad, M. On the supersolubility of finite groups / M. Asaad, A. Shaalan // Arch. Math. – 1989. – Vol. 53. – P. 318–326.
4. Ballester-Bolinches, A. Products finite groups / A. Ballester-Bolinches, R. Estaban-Romero, M. Asaad. – Berlin ; New York : Walter de Gruyter, 2010. – 334 p.
5. Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.
6. Васильев, А. Ф. О конечных группах, близких к сверхразрешимым группам / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Проблемы физики, математики и техники. – 2010. – Т. 3, № 2. – С. 21–27.

С. В. КУРИЛЮК, А. А. ТРОФИМУК
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О КОРАДИКАЛЕ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С ВЗАИМНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1; 2]. Запись $Y \leq X$ означает, что Y – подгруппа группы X.

Группа называется сверхразрешимой, если порядки ее главных факторов являются простыми числами.