– изучение мотивов профессионального выбора, выявление отношения к проблеме детской одаренности и исходного уровня знаний по данной проблеме, формирование мотивационной установки готовности к работе с одаренными детьми.

Теоретический этап (2 курс обучения) нацелен на ознакомление студентов с теоретико-методологическими аспектами личностно ориентированного, продуктивного обучения школьников математике и особенностями педагогического взаимодействия с одаренными детьми.

Практический этап (3–4 курсы) связан с решением задач по формированию операционного, эмоционально-волевого и оценочного компонентов готовности к работе с одаренными детьми.

Обобщающий этап (4 курс) направлен на самосовершенствование, саморазвитие студента, повышение требовательности к себе, самокритичности и т. д. В результате прохождения всех этапов готовность будущих учителей математики к работе с одаренными детьми становится устойчивым личностно-деятельностным образованием.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулибаба, О. М. Профессиональная подготовка учителя математики к работе с одаренными детьми: теоретико-методологический анализ / И. К. Кондаурова, О. М. Кулибаба // Высш. образование сегодня. – 2008. – № 2. – С. 32–36.

Е. В. КИСИЛЮК, А. А. БЫКОВА
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ИГРОВЫХ ЗАДАЧ

Математические науки выделили собственную дисциплину, которая исследует игровые явления как явления, поддающиеся обработке математическим аппаратом. Теория игр представляет собой раздел математики, занимающийся исследованием вопросов поведения и разработкой оптимальных правил (стратегий) поведения каждого из участников в конфликтной ситуации. Теория игр рассматривает не совсем обычные математические задачи, так как, во-первых, в ней часто нет ничего числового, т. е. непонятно, что нужно решать или, точнее, что писать в решении таких задач.

Во-вторых, иногда в играх нельзя придумать стратегию победы, т. е. иметь возможность действовать определенным алгоритмическим образом в ответ на каждый ход противника, иными словами, в игре возможна победа и без стратегии, а также ничья.

В-третьих, для решения игровой задачи нужно уметь правильно записать его. И эта запись зависит, например, от того, кто выигрывает в данной игре.

Итак, сложностей при решении данного типа задач достаточно. Поэтому для успешного решения задач такого типа необходимо владеть классификацией игровых задач и знать методы их решения [2].

Рассмотрим несколько видов таких задач и покажем методику их решения.

1. Игры-шутки. Это такие игры, в которых для построения выигрышного алгоритма можно ничего и не знать, так как в них результат будет зависеть не от игры партнеров, а от начальных условий. Однако для этого в решении нужно заметить, что это игра-шутка, а не какая-то другая, в которой нужно искать выигрышную стратегию. На самом деле итог игры уже определен очередностью или другими факторами. Задача в том, чтобы математически доказать такую закономерность. Для доказательства обычно находится какая-то величина, относительно которой понятно, чему она равна в начале и конце и как изменяется на каждом ходу. Такую величину называют инвариантом [2].

Наиболее простым и часто встречающимся инвариантом является четность числа; инвариантом может быть также и остаток от деления не только на 2, но и на какое-нибудь другое число. Для построения инвариантов иногда бывают полезны вспомогательные раскраски, т. е. разбиения рассматриваемых объектов на несколько групп (каждая группа состоит из объектов одного цвета).

Многие задачи легко решаются, если заметить, что некоторая величина имеет определенную четность. Из этого следует, что ситуации, в которых эта величина имеет другую четность, невозможны. Иногда эту величину (функцию) надо сконструировать, например рассмотреть четность суммы или произведения, разбить объекты на пары, заметить чередование состояний, раскрасить объекты в два цвета.

Отметим, что часто для нахождения идеи решения задачи можно использовать «метод маленьких чисел», т. е. начинать поиск решения с небольших чисел.

Задача. Двое по очереди ломают шоколадку 5×8. За ход можно разломать любой кусок по прямой линии между дольками. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

Решение. Долек *всегда* будет $5 \cdot 8 = 40$ штук, а шоколадка в начале была одна. Заметим, что на каждом ходу один кусок шоколадки всегда разламывается на 2, т. е. *количество различных кусков* шоколадки увеличивается на 1. В начале это количество было равно 1, а в конце, как мы заметили, 40. Значит, игра продолжалась *ровно 39* ходов. Поэтому последний (39-й) ход был обязательно ходом первого (его ходы – первый, третий и все с нечетными номерами) – и первый выиграл. Вот такая получилась шутка: как ни ходи, первый всегда выигрывает.

2. Симметрия. Очень простой, но мощный и красивый метод решения игровых задач – симметричная стратегия. Суть его – делать каждый раз ход, симметричный ходу противника или дополняющий его до чего-либо. Доказательство правильности нашей стратегии будет пользоваться тем, что после каждого нашего хода позиция симметрична: раз так, то если противник сумел сделать свой ход, то и мы сможем сделать ход, симметричный ему [3].

Задача. Двое по очереди кладут пятаки на круглый стол так, чтобы они не накладывались друг на друга и не выступали за край стола. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет?

Решение. Нам нужно найти такую последовательность ходов, которая позволила бы, глядя на ходы соперника, делать ходы, которые привели бы к победе. Как же ходить после хода соперника? Стол круглый, поэтому первый ход так и просится – положить пятак в центр доски. А дальше? А дальше – по симметрии относительно центра стола! И понятно, что первый выиграет.

Можно отметить, что если доска обладает центром симметрии (и не обязательно круглая), тогда первый сможет выиграть на ней, действуя аналогичным образом – ставя свою фишку или монету в центр стола, а затем используя центральную симметрию.

Заметим, что симметрия бывает не только центральной, но и осевой. Рассмотрим одну из таких задач.

3. Игры, в которых стратегия – дополнение до фиксированного числа. Другая идея выигрышной стратегии в играх – дополнение хода соперника до некоторого фиксированного числа, уменьшая каждым «совместным» ходом общее число элементов на некоторое постоянное число, что сводит игру к игре с меньшим числом элементов, т. е. более простой. Понятно, что победа в данной стратегии зависит от общего количества данных по условию элементов [3].

Рассмотрим пример такой стратегии на конкретной задаче.

Задача. Двое играют в игру. Ходы, которые делаются по очереди, заключаются в том, что из кучки в 50 камней убирается любое число камней от 1 до 5. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Кто выиграет в данной игре?

Решение. И опять выработку стратегии лучше начинать с небольшого числа камешков. Понятно, что если в нашей кучке меньше шести камней, тогда выиграет первый игрок: он первым своим ходом заберет все камни.

Если бы в этой кучке было 6 камешков, тогда понятно, что второй выиграет, так как он забрал бы все оставшиеся камни после первого хода начинающего.

Если камней семь? Что делать тогда первому? Ему нужно забрать один камень и свести задачу к предыдущему случаю. Аналогично надо выработать стратегию игры и для 7, 8, 9, 10, 11 камней.

Когда камней 12, то понятно, что выиграет второй: как бы первый ни ходил, он своим ходом может взять такое количество камней, чтобы осталось ровно 6. А в этом случае он выигрывает, как мы уже разобрали.

Итак, если число камней делится на 6, то выигрывает второй, если не делится, то первый. Докажем это.

Пусть у нас $6t$ камней. После первого хода игрока, начинающего игру, второй делает ход, после которого остается $6t - 6$ камней, т. е. число камней в кучке уменьшилось на 6. Несложно понять, что последний камень возьмет игрок, делающий второй ход, и также понятно, что у него всегда есть возможность сделать ход.

Пусть у нас $6t + a$, где $1 < a < 5$, камней. Тогда начинающий первым своим ходом убирает все, что «мешает», т. е. a камней, и остается всего $6t$ камней, т. е. сводит игру к рассматриваемому выше случаю, где он уже второй игрок. Значит, в этом случае побеждает игрок, делающий первый ход.

В нашей задаче 50 камней. Поэтому выигрывает первый, беря из кучки два камня и оставляя 48 камней. Далее после его последующих ходов в кучке будет оставаться соответственно 42, 36, 30, 24, 18, 12, 6, 0, таким образом, последний камень забирает первый игрок.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Генкин, С. А. Ленинградские математические кружки / С. А. Генкин, И. В. Итенберг, Д. В. Фомин. – Киров : АСА, 1994. – 271 с.

2. Гусев, В. А. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах / В. А. Гусев, И. А. Орлов, А. Л. Розенталь. – М. : Просвещение, 1984. – 290 с.

Е. В. КИСИЛЮК, А. А. МОИСЕЕНКОВ
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

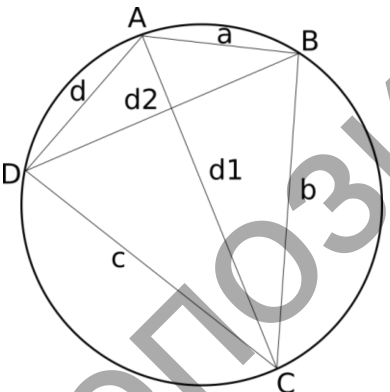
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРЕМЫ ПТОЛЕМЕЯ ПРИ РЕШЕНИИ ШКОЛЬНЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

В статье рассмотрены доказательство и практическое применение теоремы Птолемея. Актуальность статьи заключается в том, что на школьных олимпиадах, а также на экзаменах и ЦТ есть геометрические задачи, которые решаются с помощью теоремы Птолемея.

Теорема Птолемея формулируется следующим образом [1]: круг можно описать вокруг четырехугольника тогда и только тогда, когда произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

Есть несколько способов доказательства. Один из них – доказательство с помощью теоремы косинусов.

Из треугольников ABC и ADC по теореме косинусов:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot cos \angle B,$$
$$AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2 \cdot CD \cdot AD \cdot cos \angle D$$

Введем обозначения: AB = a, BC = b, CD = c, AD = d, AC = d_1, BC = d_2.

Отсюда: $d_1{}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\angle B$

$$d_1{}^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cdot cos\angle D$$

$$cos\angle B = \frac{a^2 + b^2 - d_1{}^2}{2ab}$$

$$cos\angle D = \frac{c^2 + d^2 - d_1{}^2}{2cd}.$$

Так как четырехугольник ABCD – вписанный, то $\angle ABC + \angle ADC = 180°$.
Значит, $\cos \angle D = \cos(180° - \angle B) = -\cos \angle B$

$$\frac{-a^2 + b^2 - d_1{}^2}{2ab} = \frac{c^2 + d^2 - d_1{}^2}{2cd}$$

$$cd\left(d_1{}^2 - (a^2 + b^2)\right) - ab\left((c^2 + d^2) - d_1{}^2\right),$$

$$cd \cdot d_1{}^2 + ab \cdot d_1{}^2 = ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2),$$