

Е. П. ГРИНЬКО

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАЗВИТИЕ ЛОГИКО-АЛГОРИТМИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ СТУДЕНТОВ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ В ПРОЦЕССЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ

В процессе профессиональной педагогической подготовки в университете такие дисциплины, как «Элементарная математика и практикум по решению задач» и «Методика преподавания математики», обладают большими возможностями в развитии логико-алгоритмического мышления будущих учителей математики и информатики.

Логико-алгоритмическое мышление – это синтез логического и алгоритмического мышления. Сущность логического мышления заключается в оперировании понятиями, суждениями, умозаключениями на основе законов логики, их сопоставления и соотнесения с действиями или же совокупность умственных действий или операций мышления, связанных причинно-следственными закономерностями, позволяющими согласовать наличные знания с целью описания и преобразования объективной деятельности [1]. Изучением процессов логического мышления занимались известные психологи П. П. Блонский, Л. С. Выготский, В. А. Крутецкий, Ж. Пиаже, С. Л. Рубинштейн и др. Роль обучения в развитии логического мышления раскрыта в работах Ю. М. Калягина, М. И. Моро, А. М. Пышкало и др. Алгоритмическое мышление рассматривается как система мыслительных приемов, направленных на решение задач, а также выбор оптимального способа достижения поставленной цели. Навыки алгоритмического мышления способствуют формированию особого стиля культуры человека, составляющими которой являются целеустремленность и сосредоточенность, объективность и точность, логичность и последовательность в планировании и выполнении своих действий, умение четко и лаконично выражать свои мысли, правильно ставить задачу и находить окончательные пути ее решения, быстро ориентироваться в стремительном потоке информации. Основные умения и навыки, соответствующие алгоритмическому стилю мышления, – это умения и навыки планирования структуры действий, необходимых для достижения цели, умение производить структурный анализ задачи, разбивать большие задачи на малые, сводить нерешенные задачи к решенным [1].

Дисциплина «Элементарная математика и практикум по решению задач» является важнейшим компонентом системы подготовки студентов специальности 1-02 05 01 «Математика и информатика», развивающим и закрепляющим блок умений, составляющих основу как математической, так и методической подготовки будущего учителя математики. Цель дисциплины – формирование системы математических знаний, умений и навыков в области элементарной математики, которые будут являться основой повышения качества математической подготовки специалистов; овладение основами методической культуры в вопросах обучения учащихся решению математических задач.

Основной технологией обучения, адекватно отвечающей целям изучения данной дисциплины, является технология проблемного обучения, основанная на проблемном изложении материала, использовании частично-поискового и исследовательского методов. Данная дисциплина логично связана с курсом «Методика преподавания математики» учебного плана для студентов указанной специальности, так как обеспечивает необходимую математическую подготовку для успешного решения математических задач программы по математике для учащихся средних общеобразовательных учреждений.

Дисциплина «Элементарная математика и практикум по решению задач» включает раздел «Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач», состоящий из подразделов «Методы решения олимпиадных задач» и «Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач». Содержание этих подразделов следующее.

Методы решения олимпиадных задач

Тема 1. Цели и задачи математических олимпиад школьников. История международного, всесоюзного и белорусского математических олимпиадных движений. Специфика олимпиадных задач по математике. Основные типы олимпиадных задач; требования, предъявляемые к их решению. Основные идеи, приемы и методы, применяемые при решении олимпиадных задач. Формы, методы и особенности подготовки школьников к математическим олимпиадам и конкурсам.

Тема 2. Олимпиадные задачи по арифметике и методы их решения. Задачи с цифрами, арифметические (числовые) ребусы. Целые числа (четность, делимость, сравнения по модулю, разложение на простые множители, китайская теорема об остатках). Простые числа (определение и формула простого числа, «решето» Эратосфена). Рациональные числа.

Тема 3. Олимпиадные задачи по алгебре и методы их решения. Тождества, основные методы доказательства тождеств, опорные тождества. Многочлены, делимость многочленов. Метод математической индукции. Уравнения и системы уравнений: основные методы решения уравнений (и систем) в натуральных и целых числах, методы решения целых рациональных уравнений и их систем, решение иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и их систем.

Основные методы решения и доказательства неравенств (аналитический и синтетический методы, использование опорных неравенств, векторный метод, построение геометрической модели неравенств, использование производной). Методы решения уравнений и неравенств с параметрами (аналитический метод решения, использование графиков функций).

Тема 4. Олимпиадные задачи по началам анализа и методы их решения. Задачи на использование свойств функций: область определения, множество значений, непрерывность, монотонность, четность (нечетность), периодичность. Анализ графиков функций. Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии, рекуррентные последовательности. Решение задач на оптимизацию. Основные методы решения функциональных уравнений (метод Коши, функциональные замены).

Тема 5. Олимпиадные задачи по планиметрии и методы их решения. Треугольник (замечательные точки и линии треугольника и их свойства), четырехугольники, окружности и их комбинации. Геометрические места точек, задачи на использование свойств движения, векторы при решении геометрических задач, дополнительные построения как метод решения задач, метод площадей. Теорема Чевы. Теорема Менелая. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса.

Тема 6. Олимпиадные задачи по стереометрии и методы их решения. Призмы и пирамиды, сечения многогранников, комбинации многогранников и круглых тел. Теорема Польке – Шварца.

Тема 7. Олимпиадные задачи специфической тематики и методы их решения. Логические задачи. Методы решения логических задач (матричный метод, круги Эйлера, принцип Дирихле и др.). Нестандартные текстовые задачи. Знакомство. Спички. Разрезания. Возраст. Сколько надо взять? Гонки. Задачи о турнирах, комбинаторные задачи, теория графов. Применение при решении задач «правила крайнего», инвариантов, раскрасок. Теория игр.

Эвристика как система общих приемов поиска решения нестандартных задач

Тема 1. Доказательства и правдоподобные рассуждения. Обобщенные приемы исследовательской деятельности в процессе решения уравнений и неравенств (функциональные подстановки; тригонометрические подстановки; метод параметризации). Использование численных неравенств при решении уравнений, неравенств и их систем (неравенства Коши, Коши – Буняковского, Бернулли). Геометрические методы решения алгебраических задач. Векторный метод решения алгебраических задач.

Тема 2. Функциональный подход в поиске решений нестандартных задач. Использование ограниченности области определения и области значения функции (метод мажорант). Использование монотонности функции. Использование производной при решении уравнений и неравенств.

Тема 3. Эвристические приемы при решении нестандартных задач. Понятие о функциональных уравнениях. Основные теоремы, используемые при решении функциональных уравнений (нестандартных задач). Основные методы решения функциональных уравнений (олимпиадных задач).

Тема 4. Целая и дробная части числа. Понятие целой и дробной части числа. Некоторые свойства. Построение графиков функции $y = k[x]$, $y = [kx]$, $y = k\{x\}$, $y = k\{x\}$ с помощью преобразований. Применение целой и дробной части числа для решения уравнений, неравенств, систем.

Тема 5. Делимость чисел. Основные определения и теоремы. Простые и составные числа. Признаки делимости. Последняя цифра числа. Решение в целых числах (x, y) уравнений вида $ax + by = c$. Китайская задача об остатках. Решение в целых числах (x, y) уравнений вида $ax^2 + bxy + cy^2 = d$.

Тема 6. Принцип Дирихле. Использование принципа Дирихле при решении задач на делимость. Принцип Дирихле и его следствие. Задачи геометрического содержания. Обобщенный принцип Дирихле. Олимпиадные задачи, решаемые с использованием принципа Дирихле.

Тема 7. Логические задачи. Виды логических задач. Задачи на инварианты: инварианты и делимость; замощения и раскраски; геометрические инварианты. Применение графов для решения логических задач: основные понятия теории графов; базовые теоремы; логические задачи, решаемые с помощью графов. Матричный метод решения логических задач. Задачи «на стратегии». Основные виды и методы решения. Задачи на «маршруты» и «мосты» (использование теории графов, задачи исторического содержания).

Тема 8. Обобщение. Итоговый контроль усвоения курса. Обзор и повторение теоретических вопросов курса. Решение задач различными способами.

Еще одним важным инструментом развития логико-алгоритмического мышления студентов является совместная работа с учащимися 10–11 классов на факультативе «Методы решения школьных олимпиадных задач», который проводится на базе физико-математического факультета университета. Содержание факультатива следующее:

10 класс. Метод математической индукции. Задачи комбинаторно-логического характера. Доказательство тождеств, неравенств. Принцип наименьшего элемента. Индукция в геометрии. Основы теории чисел: Простые числа. Алгоритм Евклида. Основная теорема арифметики. Линейные диофантовы уравнения. Системы линейных диофантовых уравнений. Простейшие диофантовы уравнения второй степени. Пифагоровы тройки. Элементы теории сравнений. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона. Методы решения олимпиадных задач: Принцип Дирихле. Правило крайнего. Инварианты. Четность, нечетность. Игры, турниры, стратегии и алгоритмы. Задачи на раскраски, укладки, замощения. Элементы теории множеств. Язык теории множеств. Операции над множествами. Отображения множеств. Конечные множества. Формула включения-исключения. Элементы перечислительной комбинаторики. Основные комбинаторные принципы. Перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Многочлены. Делимость многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры. Геометрия. Теорема Менелая. Теорема Чевы. Теорема Дезарга. Теорема Фейербаха. Теорема Птолемея. Теорема Паскаля. Теорема Паппа. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса. Теорема Польке – Шварца. Аналитические методы в геометрии. Метод координат. Векторы и их применение. Геометрия масс. Неравенства. Классические неравенства о средних. Неравенство Коши – Буняковского. Геометрические неравенства. Графы. Язык теории графов. Простейшие числовые характеристики и типы графов. Классические теоремы теории графов. Синтетические методы в геометрии. Геометрия преобразований; движения. Теорема Шаля. Преобразования подобия. Гомотетия. Композиции преобразований. Функции. Различные свойства функций, их применение (периодичность, четность, ограниченность). Функциональные уравнения. Последовательности и пределы.

11 класс. Теория чисел. Простые числа Ферма. Китайская теорема об остатках. Мультипликативные функции теории чисел. Квадратичные вычеты. Диофантовы уравнения высших степеней. Уравнения типа Каталана. Дискретная природа

целых чисел. Многочлены: Многочлены с действительными, целыми, рациональными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Признаки неприводимости многочленов. Многочлены нескольких переменных. Симметрические многочлены. Неравенства. Неравенства Бернулли, Йенсена, Гельдера. Неравенство Чебышева. Теория Мюрхеда. Последовательности. Рекуррентные последовательности. Возвратные последовательности. Пределы последовательностей. Ряды. Графы. Классические теоремы теории графов. Теория Дилворта. Теория Рамсея. Множества. Разбиения множеств. Отношения множеств. Конечные, бесконечные множества. Топология точечных множеств на прямой и плоскости. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы. Формула Муавра. Решение алгебраических задач с применением комплексных чисел. Основная теорема алгебры. Геометрия. Теорема Менелая. Теорема Чевы. Теорема Дезарга. Теорема Фейербаха. Теорема Птолемея. Теорема Паскаля. Теорема Паппа. Теорема Морлея. Теорема Штейнера – Лемуса. Теорема Польке – Шварца. Инверсия. Комплексные числа в геометрии. Аффинные и проективные преобразования. Комбинаторная геометрия. Язык комбинаторной геометрии: выпуклые фигуры, выпуклая оболочка, опорные прямые, диаметр фигуры. Аналитические методы в стереометрии. Функции. Функциональные уравнения. Функциональные уравнения с условиями непрерывности, ограниченности, с дискретной областью определения [2].

С 2015 г. кафедра методики преподавания физико-математических дисциплин совместно с кафедрой дидактики и новейших технологий в профессиональном образовании университета в Белостоке (Республика Польша) проводит Международную математическую олимпиаду приграничья для студентов и учащихся 9–11 классов учреждений общего среднего образования (Брест – Белосток – Вильнюс – Смоленск – Одесса). Олимпиада проводится в три этапа. Студенты имеют возможность соревноваться в решении олимпиадных задач с учащимися, глубже изучить и понять некоторые важные аспекты предстоящей профессиональной деятельности.

Решение математических задач (особенно нестандартных) предполагает планирование структуры деятельности. В результате анализа различных подходов к решению задач, предлагаемых на практических занятиях и факультативе, разрабатываются четкие алгоритмы их решения. Для развития логико-алгоритмического мышления студентов – будущих педагогов необходима тщательно продуманная система учебных задач и методов обучения, позволяющих осваивать принципы решения целого класса задач с родственной логической или алгоритмической основой.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белошистая, А. В. Развитие логического и алгоритмического мышления младшего школьника / А. В. Белошистая, В. В. Левитес // Нач. шк. плюс до и после. – 2006. – № 9. – С. 15–23.
2. Гринько, Е. П. Элементарная математика и практикум по решению задач (методы решения олимпиадных задач) : учеб.-метод. пособие : в 2 ч. / Е. П. Гринько ; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2019. – Ч. 1. – 184 с. ; Ч. 2. – 196 с.