УДК 539.12:530.145

Владимир Анестиевич Плетюхов
д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. общей и теоретической физики
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина
Vladimir Pletyukhov
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Professor of the Department of General and Theoretical Physics
at the Brest State A. S. Pushkin University
e-mail: pletyukhov@yandex.by

ОБЪЕДИНЕННОЕ ПОЛЕ МАКСВЕЛЛА – КАЛЬБА – РАМОНДА В ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Даны тензорная и матричная формулировки релятивистского волнового уравнения, обеспечивающего совместное описание электромагнитного поля и безмассового поля Кальба – Рамонда с нулевой спиральностью. Показана возможность применения этого уравнения в теории струн.

Ключевые слова: *электромагнитное поле, поле Кальба – Рамонда, нотоф, релятивистские волновые уравнения, струны.*

United Maxwell-Kalb-Ramond Field in the Theory of Relativistic Wave Equations

Tensor and matrix formulations of the relativistic wave equation providing a description both of on electromagnetic field and a massless Kalb – Remond field with zero helicity are given. It is shown possibility for application of this equation in the string theory.

Key words: *electromagnetic field, Kalb – Ramond field, relativistic wave equations, strings.*

Введение

Релятивистское квантовомеханическое описание свободных элементарных микрообъектов в большинстве случаев может быть сведено к системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. В случае микрообъектов с нулевой массой такая система представима в матрично-дифференциальной форме

$$\left(\Gamma_\mu \partial_\mu + m\right)\Psi(x) = 0\,, \tag{1}$$

где Ψ – многокомпонентная волновая функция, Γ_μ – квадратные матрицы, m – скалярный параметр, связанный с массой. Для описания безмассовых микрообъектов (полей) может служить уравнение

$$\left(\Gamma_\mu \partial_\mu + \Gamma_0\right)\Psi(x) = 0\,, \tag{2}$$

где Γ_0 – особенная матрица, которая может быть и нулевой.

Матрично-дифференциальные уравнения вида (1), (2), удовлетворяющие определенным требованиям, в частности требованию релятивистской инвариантности, получили название релятивистских волновых уравнений (РВУ). Требование релятивистской инвариантности приводит к тому, что компоненты волновой функции $\Psi(x)$ должны преобразовываться по некоторому приводимому представлению T группы Лоренца, состоящему из неприводимых зацепляющихся компонент. Наглядное графическое изображение зацепляющихся неприводимых представлений удобно осуществлять посредством так называемой схемы зацеплений, в которой зацепляющиеся компоненты соединяются чертой. Важнейшим положением теории РВУ является также строго определенная взаимосвязь между спином микрообъекта и набором неприводимых компонент, входящих в представление Т, причем в ортодоксальном варианте теории предполагается использование минимально необходимого для описания данного спина числа неприводимых компонент в представлении Т.

Основы теории ВРУ были заложены в работах Дирака [1], Фирца и Паули [2; 3], Баба [4; 5], Харши – Чандра [6; 7].

В настоящей работе мы хотим показать, что использование расширенного по сравнению с минимально необходимым набора неприводимых представлений позволяет существенно расширить возможности теории ВРУ. Конкретно речь пойдет о совместном описании безмассовых полей со спиральностями 0 и 1. Рассмотрены также возможные приложения такого объединенного поля.

Основное содержание

Для начала проанализируем простейшую схему зацеплений

$$(0,1) - \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) - (1,0) \tag{3}$$

на предмет построения на ее основе различных безмассовых РВУ. Схеме (3) соответствует следующий наиболее общий вид релятивистски-инвариантной тензорной системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \alpha \psi_\mu = 0\,, \tag{4}$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + b\psi_{[\mu\nu]} = 0\,, \tag{5}$$

где a, b – произвольные постоянные коэффициенты. Существуют четыре принципиально различные возможности в выборе этих коэффициентов.

Первая, когда $a = b = m$, приводит к системе Даффина – Кеммера для микрочастицы с ненулевой массой и спином $s = 1$. Этот случай нас сейчас не интересует. Вторая $a = b = 0$ приводит к не имеющим физического смысла независимым уравнениям

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \quad -\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu = 0\,. \tag{6}$$

Выбирая в (4), (5) $a = 0$, $b = 1$, получим систему

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0\,, \tag{7}$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \psi_{[\mu\nu]} = 0\,. \tag{8}$$

Если трактовать здесь компоненты вектора ψ_μ как потенциалы, а $\psi_{[\mu\nu]}$ – как напряженности, то уравнения (7), (8) представляют собой систему уравнений Максвелла (так называемая десятимерная формулировка), описывающую фотон – безмассовую частицу со спиральностью ± 1. При этом первое из них является уравнением движения, а второе выступает как определение напряженности через потенциалы.

Наконец, возможен выбор $a = 1$, $b = 0$, который приводит к системе

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \psi_\mu = 0\,, \tag{9}$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu = 0\,. \tag{10}$$

Если в данном случае по-прежнему трактовать ψ_μ как потенциалы, а $\psi_{[\mu\nu]}$ – как напряженности, то система (9), (10) становится неопределенной в том смысле, что напряженности не могут быть выражены через потенциалы. Ситуация, однако, существенно изменяется, если придерживаться иной интерпретации входящих в эту систему величин, а именно: считать потенциалом тензор $\psi_{[\mu\nu]}$, а напряженностью – вектор ψ_μ. Тогда система (9), (10) становится вполне определенной: уравнение (9) выступает как определение напряженности через потенциал, уравнение (10) – как уравнение движения.

Физический смысл системы (9), (10) вытекает из следующих соображений.

Из уравнения (9) имеем

$$\partial_\mu \psi_\mu = 0\,. \tag{11}$$

С учетом (11) из уравнения движения (10) легко получить уравнение второго порядка

$$\Box \psi_\mu = 0\,, \tag{12}$$

которое указывает на отсутствие массы у микрообъекта, описываемого системой (9), (10).

Как известно, в теории безмассового векторного поля, базирующейся на уравнениях (7), (8), на потенциалах можно задать преобразования

$$\psi_\mu \to \psi'_\mu = \psi_\mu + \partial_\mu \Lambda(x)\,, \tag{13}$$

называемые градиентными, или калибровочными преобразованиями второго рода. Произвол в выборе калибровочной функции $\Lambda(x)$ позволяет исключить «лишние» состояния, оставляя лишь две (из четырех) поперечные составляющие. В свою очередь, уравнения (9) – (12) инвариантны относительно преобразований потенциалов

$$\psi_{[\mu\nu]} \to \psi'_{[\mu\nu]} = \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\mu \Lambda_\nu - \partial_\nu \Lambda_\mu\,, \tag{14}$$

где калибровочные функции $\Lambda_\mu(x)$ ограничены условием

$$\Box \Lambda_\mu - \partial_\mu \partial_\nu \Lambda_\nu = 0\,. \tag{15}$$

В работе Огиевецкого и Полубаринова [8] показано, что калибровочная инвариантность такого рода оставляет у тензор-потенциала только одну независимую компоненту, соответствующую состоянию с нулевой спиральностью.

Остановимся подробнее на указанной работе. Для этого вернемся к схеме зацеплений (3), в которой представление $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ будем считать псевдовекторным. В этом случае можно построить, во-первых, теорию псевдовекторной частицы с нулевой массой:

$$\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\nu \psi_{[\alpha\beta]} = 0\,, \tag{16}$$

$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\nu \tilde{\psi}_\beta + \psi_{[\mu\nu]} = 0 \tag{17}$$

(т. н. электродинамика с псевдовекторным потенциалом). Вводя вместо псевдовектора $\tilde{\psi}_\mu$ сопряженный ему антисимметричный тензор третьего ранга $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$, вместо (16), (17) придем к системе

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} = 0\,, \tag{18}$$

$$\partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} + \psi_{[\nu\alpha]} = 0\,, \tag{19}$$

в которой $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ выступает в роли потенциала.

Во-вторых, можно получить систему уравнений

$$\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\nu\psi_{[\alpha\beta]}+\tilde{\psi}_\mu=0, \tag{20}$$

$$\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\alpha\tilde{\psi}_\beta=0, \tag{21}$$

или эквивалентную ей систему

$$\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha]}+\partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\nu\psi_{[\alpha\mu]}+\psi_{[\mu\nu\alpha]}=0, \tag{22}$$

$$\partial_\mu\psi_{[\mu\nu\alpha]}=0. \tag{23}$$

Рассматривая здесь $\psi_{[\mu\nu]}$ как тензор-потенциал, а $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ – как напряженность, мы приходим к теории Огиевецкого – Полубаринова для безмассовой частицы со спиральностью 0. Действительно, в работе [8] для тензор-потенциала $\psi_{[\mu\nu]}$ в качестве исходного постулируется уравнение второго порядка

$$\Box\psi_{[\mu\nu]}+\partial_\mu\partial_\alpha\psi_{[\nu\alpha]}-\partial_\nu\partial_\alpha\psi_{[\mu\alpha]}=0. \tag{24}$$

Нетрудно убедиться, что оно коррелирует с системой первого порядка (22), (23). Кроме того, уравнение (24) инвариантно относительно калибровочных преобразований (14), (15), что позволяет наложить на потенциалы $\psi_{[\mu\nu]}$ дополнительное условие

$$\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]}=0, \tag{25}$$

равносильное условию

$$\partial_\mu\partial_\alpha\psi_{[\nu\alpha]}-\partial_\nu\partial_\alpha\psi_{[\mu\alpha]}=0.$$

В результате уравнение (24) распадается на уравнения $\Box\psi_{[\mu\nu]}=0$ и (25). (26)

Что касается системы (9), (10), то уравнение (25) можно получить из нее непосредственно. Таким образом, в обоих вариантах теории безмассовой частицы со спиральностью 0 (имеются в виду системы (9), (10) и (22), (23)) получаются одинаковые уравнения второго порядка для потенциалов. Различие же этих двух теорий заключается в том, что в системе (9), (10) напряженность является истинным вектором, а в системе (22), (23) – антисимметричным тензором третьего ранга, или, иначе говоря, псевдовектором. Кроме того, если для системы (9), (10) уравнение второго порядка (25) выступает как основное, а уравнение (26) – как дополнительное условие, то по отношению к системе (22), (23), наоборот, (26) является основным уравнением, а (25) – дополнительным условием. Однако эти различия не сказываются на числе степеней свободы, соответствующим обеим теориям.

В [8] безмассовая частица, описываемая системой (22), (23), была названа нотофом. Это название отражает дополнительность свойств фотона и нотофа как в смысле спиральности, так и в отношении лоренцевских трансформационных свойств потенциалов и напряженностей. Нотоф, описываемый системой (9), (10), естественно назвать дуальным нотофом.

Обобщая проделанный выше анализ, можно сделать вывод, что теория РВУ первого порядка вида (2) позволяет описывать безмассовые частицы (поля) не только с максимальной для данного набора представлений группы Лоренца спиральностью $\pm s$, но и с промежуточными значениями спиральности, включая нулевую.

Первооткрыватели нотофа не смогли предложить для него каких-либо физических приложений. В 1974 г. Кальб и Рамонд [9], по существу, переоткрыли нотоф, рассматривая вопрос о феноменологическом описании взаимодействия струн. Впоследствии за полевой системой, сопоставляемой уравнениям (22), (23), в литературе утвердилось название поля Кальба – Рамонда [10; 11].

В [8] тензор $\psi_{[\mu\nu]}$ предлагается в качестве потенциала поля – переносчика взаимодействия замкнутых струн в пространстве размерности $d = 4$. Очевидно, что для описания взаимодействия открытых струн одного лишь поля Кальба – Рамонда (нотофа Огиевецкого – Полубаринова) недостаточно. Моделируя концы струны как точечные электрические заряды, необходимо ввести вектор-потенциал, соответствующий электромагнитному полю. И поскольку струна является единым физическим объектом, естественна постановка задачи о совместном описании фотона и нотофа на основе одной не распадающейся по группе Лоренца системы уравнений первого порядка.

С этой целью рассмотрим схему зацеплений

$$
\begin{array}{ccccc}
 & \diagup & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) & \diagdown & \\
(0,1) & & & & (1,0), \\
 & \diagdown & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' & \diagup &
\end{array}
\tag{27}
$$

в которой представление $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ сопоставляется истинному вектору, а представление $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)'$ – псевдовектору, или антисимметричному тензору третьего ранга. Наиболее общая тензорная система уравнений первого порядка, соответствующая схеме (27) и удовлетворяющая стандартным физическим требованиям, имеет вид

$$
\begin{aligned}
&\alpha\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]} + a\psi_\mu = 0,\\
&\beta\partial_\nu\tilde{\psi}_{[\mu\nu]} + \beta\tilde{\psi}_\mu = 0,\\
&\alpha^*\left(-\partial_\mu\psi_\nu + \partial_\nu\psi_\mu\right) + \beta^*\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\alpha\tilde{\psi}_\beta + c\psi_{[\mu\nu]} = 0,
\end{aligned}
\tag{28}
$$

где α, β, a, b, c – произвольные параметры. Систему (28) можно переписать следующим образом:

$$
\begin{aligned}
&\alpha\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]} + a\psi_\mu = 0,\\
&\beta\left(\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu\psi_{[\alpha\mu]}\right) + \beta\psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0,\\
&\alpha^*\left(-\partial_\nu\psi_\alpha + \partial_\alpha\psi_\nu\right) + \beta^*\partial_\mu\psi_{[\mu\nu\alpha]} + c\psi_{[\nu\alpha]} = 0.
\end{aligned}
\tag{29}
$$

Положим в (29)

$$\alpha = \beta = 1,\ a = c = 0,\ b = 1. \tag{30}$$

Получим систему

$$\partial_\nu\psi_{[\mu\nu]} = 0, \tag{31}$$

$$\partial_\mu\psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha\psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu\psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \tag{32}$$

$$-\partial_\nu \psi_\alpha + \partial_\alpha \psi_\nu + \partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0. \qquad (33)$$

Примем следующую трактовку входящих в (31) – (33) величин: ψ_μ и $\psi_{[\mu\nu]}$ – потенциалы, $\psi_{[\mu\nu\alpha]}$ – напряженность. Тогда уравнение (32) является по существу определением напряженности через потенциалы. Уравнение (31) играет роль дополнительного условия на потенциалы $\psi_{[\mu\nu]}$, которое изначально содержится в самой системе. Данное условие оставляет у потенциала только две независимые компоненты. Кроме того, система (31) – (33) инвариантна относительно калибровочных преобразований (14), (15). Имеющийся произвол в выборе калибровочной функции позволяет наложить условие, исключающее еще одну независимую степень свободы, связанную с тензор-потенциалом $\psi_{[\mu\nu]}$. При этом для $\psi_{[\mu\nu]}$ имеем уравнение второго порядка

$$\Box\psi_{[\mu\nu]} + \partial_\mu \psi_\nu - \partial_\nu \psi_\mu = 0, \qquad (34)$$

которое описывает состояние некоторого безмассового поля со спиральностью 0.

Обратимся к потенциалу ψ_μ. Система (31) – (33) инвариантна также относительно калибровочных преобразований

$$\psi_\mu \to \tilde{\psi}_\mu = \psi_\mu + \partial_\mu \Lambda, \qquad (35)$$

где Λ – произвольная скалярная функция. Из уравнения (33) вытекает уравнение второго порядка

$$\Box\psi_\mu - \partial_\mu \partial_\nu \psi_\nu = 0, \qquad (36)$$

которое совместно с калибровочной инвариантностью (35) означает, что вектор-потенциал ψ_μ характеризует поперечную составляющую (спиральность ± 1) обсуждаемого безмассового поля. Тогда тензор

$$\partial_\mu \psi_\nu - \partial_\nu \psi_\mu \equiv F_{[\mu\nu]} \qquad (37)$$

естественно рассматривать как напряженность, непосредственно связанную с этой поперечной составляющей. Уравнение же (33), переписанное с учетом обозначения (37) в виде

$$\partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} - F_{[\nu\alpha]} = 0, \qquad (38)$$

выступает, очевидно, в качестве уравнения движения в системе (31)–(33).

Таким образом, выбор (30) параметров в системе (29) приводит к не распадающейся по группе Лоренца теории, которая дает совместное описание безмассовых полей со спиральностями 0 и ± 1, т. е. поля Кальба – Рамонда (нотофа) и электромагнитного поля. Уравнение движения (38) указывает на неразрывную связь этих полей подобно тому, как связаны электрическая и магнитная составляющие в теории Максвелла. Точнее даже говорить не о совместном описании указанных полей, а о едином безмассовом поле с тремя возможными значениями спиральности 0, ± 1.

Заключение

Как известно, в теории струн рассматриваются два типа струн – открытые и замкнутые. Взаимодействие замкнутых струн может осуществляться посредством безмассового поля с тензор-потенциалом $\psi_{[\mu\nu]}$[9]. Концы открытых струн являются точечными электрическими зарядами и взаимодействуют посредством электромагнитного поля с вектор-потенциалом ψ_μ. Следовательно, переносчиком взаимодействия открытых струн в пространстве размерности $d = 4$ должно быть некоторое объединенное поле с потенциалами ψ_μ и $\psi_{[\mu\nu]}$.

Претендентом на роль такого поля может служить рассмотренное нами безмассовое поле Максвелла – Кальба – Рамонда, т. е. система (31) – (33), в которую надо ввести источники. При этом надо учитывать,что в данном случае существует два типа источников: тензорный ток $j_{[\mu\nu]}$, который создается телом струны (body string), и векторный ток j_μ, создаваемый концами струны. Последние при этом рассматриваются как точечные электрические заряды противоположных знаков. Между токами j_μ и $j_{[\mu\nu]}$ существует связь

$$j_\nu = \partial_\mu j_{[\mu\nu]}, \tag{39}$$

из которой следует, что j_μ сохраняется ($\partial_\mu j_\mu = 0$), а $j_{[\mu\nu]}$, вообще говоря, не сохраняется ($\partial_\mu j_{[\mu\nu]} \neq 0$). Вводя ток $j_{[\mu\nu]}$ в уравнение движения (33), получим систему

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \tag{40}$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \tag{41}$$

$$-\partial_\nu \psi_\alpha + \partial_\alpha \psi_\nu + \partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\nu\alpha]}, \tag{42}$$

описывающую единое поле открытой струны в присутствии источников.

Описание замкнутой струны получится, если в системе (40) – (42) положить $\psi_\mu = 0$. Тогда приходим к системе

$$\partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} = 0, \tag{43}$$

$$\partial_\mu \psi_{[\nu\alpha]} + \partial_\alpha \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\nu \psi_{[\alpha\mu]} + \psi_{[\mu\nu\alpha]} = 0, \tag{44}$$

$$\partial_\mu \psi_{[\mu\nu\alpha]} = j_{[\nu\alpha]}. \tag{45}$$

Уравнения, описывающие взаимодействие полюсов струн, вытекают из системы (40) – (42), если взять от уравнения (42) произвольную ∂_α и учесть определения (37), (39). В результате получим уравнение

$$\partial_\nu F_{[\mu\nu]} = j_\mu. \tag{46}$$

Объединяя затем уравнения (46) с (37) и исключая из рассмотрения величины $\psi_{[\mu\nu]}, j_{[\mu\nu]}$, относящиеся к телу струны, придем к максвелловской системе уравнений для электромагнитного поля с источником.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dirac, P. A. M. Relativistic wave equations / P. A. M. Dirac // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1936. – Vol. 155. – P. 447–459.

2. Fierz, M. Über die relativistische theorie Kraftefreier Teilchen mit beliebigem Spin / M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Bd. 12, nr 1. – S. 3–37.

3. Fierz, M. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagneticfield / M. Fierz, W. Pauli // Proc. Roy. Soc. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 211–232.

4. Bhabha, H. J. Relativistic wave equations for elementary particles / H. J. Bhabha // Rev. Mod. Phys. – 1945. – Vol. 17, nr 2–3. – P. 200–216.

5. Bhabha, H. J. On the postulational basis of the theory of elementary particles / H. J. Bhabha // Rev. Mod. Phys. – 1949. – Vol. 21, nr 3. – P. 451–462.
6. Harish-Chandra. On relativistic wave equations / Harish-Chandra // Phys. Rev. – 1947. – Vol. 71, nr 11. – P. 793–805.
7. Harish-Chandra. Relativistic equations for elementary particles / Harish-Chandra // Proc. Roy. Soc. A. – 1948. – Vol. 192. – P. 195–218.
8. Огиевецкий, В. И. Нотоф и его возможные взаимодействия / В. И. Огиевецкий, И. В. Полубаринов // Ядер.физика. – 1966. – Т. 4, вып. 1. – С. 216–223.
9. Kalb, M. Classical direct interesting action / M. Kalb, P. Ramond // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

REFERENCES

1. Dirac, P. A. M. Relativistic wave equations / P. A. M. Dirac // Proc. Roy. Soc. London. A. – 1936. – Vol. 155. – P. 447–459.
2. Fierz, M. Über die relativistische theorie Kraftefreier Teilchen mit beliebigem Spin / M. Fierz // Helv. Phys. Acta. – 1939. – Bd. 12, nr 1. – S. 3–37.
3. Fierz, M. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagneticfield / M. Fierz, W. Pauli // Proc. Roy. Soc. A. – 1939. – Vol. 173. – P. 211–232.
4. Bhabha, H. J. Relativistic wave equations for elementary particles / H. J. Bhabha // Rev. Mod. Phys. – 1945. – Vol. 17, nr 2–3. – P. 200–216.
5. Bhabha, H. J. On the postulational basis of the theory of elementary particles / H. J. Bhabha // Rev. Mod. Phys. – 1949. – Vol. 21, nr 3. – P. 451–462.
6. Harish-Chandra. On relativistic wave equations / Harish-Chandra // Phys. Rev. – 1947. – Vol. 71, nr 11. – P. 793–805.
7. Harish-Chandra. Relativistic equations for elementary particles / Harish-Chandra // Proc. Roy. Soc. A. – 1948. – Vol. 192. – P. 195–218.
8. Ogijevieckij, V. I. Notof i jego vozmozhnyje vzaimodiejstvija / V. I. Ogijevieckij, I. V. Polubarinov // Yad. fizika. – 1966. – T. 4, vyp. 1. – S. 216–223.
9. Kalb, M. Classical direct interesting action / M. Kalb, P. Ramond // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9, nr 8. – P. 2273–2284.

Рукапіс наступіў у рэдакцыю 05.04.2022