Народная Асвета

Штомесячны навукова-педагагічны часопіс
Заснавальнік: Міністэрства адукацыі і навукі Рэспублікі Беларусь

● Выдаецца з чэрвеня 1924 года

2 ЛЮТЫ 1995

Мінск, «Полымя»

НЕКАТОРЫЯ ПЫТАННІ ПРАФЕСІЯНАЛЬНАЙ НАКІРАВАНАСЦІ КУРСА МАТЭМАТЫЧНАГА АНАЛІЗУ

Г. М. СЕНДЗЕР,
кандыдат педагагічных навук,
М. М. СЕНДЗЕР,
кандыдат фізіка-матэматычных навук (г. Брэст)

Як паказвае вопыт, паміж звёнамі сістэмы народнай адукацыі — школай і педВНУ — утвараецца «педагагічны бар'ер», паколькі парушаецца комплекс арганізацыйных, метадычных і выхаваўчых мерапрыемстваў, выпрацаваных педагагічным калектывам школы. Вучні, якія сталі студэнтамі педагагічнай ВНУ, часта аказваюцца непадрыхтаванымі да прафесіянальнага навучання. Трапляючы ў іншую сістэму навучальна-выхаваўчай работы, што адрозніваецца зместам, формамі і метадамі навучання, больш жорсткімі патрабаваннямі, рэзкім павелічэннем аб'ёму матэрыялу, іншым рэжымам працы, калектывам выкладчыкаў, былыя школьнікі адчуваюць цяжкасці ў набыцці ведаў па будучай спецыяльнасці. Адзін са шляхоў вырашэння дадзенай праблемы — узмацненне прафесіянальнай накіраванасці навучальна-выхаваўчага працэсу ў педВНУ. Асабліва гэта датычыцца спецыяльных дысцыплін, якія з'яўляюцца фундаментам педпрафесіі. Спецпрадметы будуць выконваць прафесіянальныя функцыі пры ўмове, калі матэрыял, прадугледжаны праграмамі, апрацаваны і падрыхтаваны да яго пераносу і выкарыстання ў навучанні і выхаванні школьнікаў.

Спынімся на адным са шляхоў педагагізацыі выкладання матэматычнага аналізу на фізіка-матэматычным факультэце, які заключаецца ў трансфармацыі атрыманых ведаў па гэтаму прадмету на школьны курс алгебры і пачаткаў аналізу.

Так, пры вывучэнні функцый асаблівая ўвага звярталася на цотнасць і перыядычнасць функцый. Даваліся іх азначэнні, і праводзіўся параўнальны аналіз з азначэннямі, якія ёсць у школьным курсе алгебры і пачаткаў аналізу [1]. Вынікам аналізу з'явіліся рэкамендацыі па паляпшэнню методыкі выкладання гэтых паняццяў (асабліва сіметрычнасці вобласці вызначэння функцыі, а таксама магчымасці знаходжання перыядаў функцыі і доказу, што функцыя не перыядычная) [2]. Рашаліся прыклады інстытуцкага курса матаналізу, а таксама школьнага курса алгебры і пачаткаў аналізу.

Пры вывучэнні вытворнай (яе геаметрычнага і фізічнага сэнсу) разглядаюцца розныя задачы. Напрыклад, рашаліся задачы з прымяненнем фізічнага (№ 267—278 [1]) і геаметрычнага сэнсу вытворнай (№ 251—260 [1]), а таксама павышанай цяжкасці з раздзела задач на паўтарэнне № 254—267 [1]. Асаблівая цікавасць да такіх задач выклікана тым, што яны дазваляюць сфарміраваць у студэнтаў больш глыбокае паняцце вытворнай.

Вялікую педагагічную накіраванасць мае рашэнне са студэнтамі задач на аптымізацыю, у прыватнасці на знаходжанне найбольшага і найменшага значэнняў неперарыўнай функцыі ў некаторай вобласці вызначэння. Па гэтай тэме таксама рашаліся задачы абодвух курсаў — інстытуцкага і школьнага, напрыклад: № 305—325 [1] і з раздзела на паўтарэнне № 235—253 [1].

Дапаўняючы [3], разгледзім яшчэ паняцце перыядычнасці функцыі. Пры выкладанні гэтага паняцця як у школе, так і ў інстытуце ўзнікаюць праблемы са знаходжаннем перыяду функцыі, а таксама доказу, што ён не існуе на аснове азначэння перыядычнасці функцыі. Таму на лекцыях і практычных занятках даказваюцца наступныя ўласцівасці [2].

1. Калі функцыі $f_1(x)$ і $f_2(x)$ маюць перыяд T, то іх сума, здабытак і дзель маюць перыяд T.

2. Калі дадзена складаная функцыя $f(\varphi(x))$ і φ — перыядычная з перыядам T, а f — любая функцыя, то функцыя $f(\varphi(x))$ таксама перыядычная з перыядам T.

3. Калі $f(x)$ — перыядычная функцыя з перыядам T, то $f(ax+b)$ будзе перыядычнай з перыядам T/a для любога $a, b \in R$, $a \neq 0$.

4. Калі $T_1 > 0$ — перыяд функцыі $f_1(x)$, $T_2 > 0$ — перыяд функцыі $f_2(x)$ (прычым існуюць такія k і l, што належаць N, пры якіх $kT_1 = lT_2 = T$), то $f = f_1 + f_2$перыядычная функцыя з перыядам T.

5. Любая перыядычная функцыя кожнае сваё значэнне прымае на бясконцым мностве пунктаў.

6. Вобласць вызначэння перыядычнай функцыі можа прымаць любыя вялікія па модулю як дадатныя, так і адмоўныя значэнні.

7. Калі f — перыядычная функцыя, то пры любым $a \in R$ ураўненне $f(x) = a$ або не мае рашэнняў, або мае іх незлічонае мноства.

8. Калі f — перыядычная функцыя з перыядам T і існуе адрэзак $[\alpha; \alpha + T]$, на якім функцыя f абмежаваная, то яна абмежаваная і на ўсёй сваёй вобласці вызначэння.

9. Калі перыядычная функцыя f дыферэнцыруемая на $D(f)$, то і $f'(x)$ — перыядычная на $D(f)$ функцыя з тым жа перыядам.

10. Калі f — перыядычная функцыя з перыядам T і $x_0 \in D(f)$ $(x_0 \notin D(f))$, то і $x_0 + nT \in D(f)$ $(x_0 + nT \notin D(f))$ для любога $n \in Z$.

Уласцівасці 1—4 дазваляюць вызначаць перыяд функцый, а ўласцівасцямі 5—10 карыстаюцца пры доказе неперыядычнасці функцыі. Іх можна прывесці і вучням (без доказу) хаця б на факультатыўных курсах. З выкарыстаннем гэтых уласцівасцей рашаюцца некаторыя прыклады школьнага курса алгебры, на што і арыентуюцца студэнты пры вывучэнні матэматычнага аналізу. Напрыклад, дадзена функцыя $\sin(5x + 2)$, тады яе перыяд па ўласцівасці 3 роўны $2\pi/5$. На аснове ўласцівасці 2 можна паказаць і студэнтам, і школьнікам, што перыядычных функцый магчыма пабудаваць незлічонае мноства, г. зн. сфарміраваць паняцце таго, што функцый перыядычных незлічонае мноства. Як паказвае вопыт, многія выпускнікі школ маюць уяўленне толькі аб такіх перыядычных функцыях, як $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$.

Адным з важных у школьным курсе алгебры і пачаткаў аналізу з'яўляецца пытанне знаходжання найбольшага і найменшага значэнняў функцыі. Пры гэтым вобласць вызначэння функцыі разглядаецца ў выглядзе адрэзка. Але ў многіх тэкставых задачах вобласць вызначэння функцыі атрымліваецца ў выглядзе $(c; +\infty)$, на чым мы спынімся ніжэй.

Для рашэння тэкставых задач прыменім наступную схему рашэння.

1. Разбор задачы, выбар зручнага параметра і пабудаванне даследуемай функцыі.

2. Знаходжанне вобласці вызначэння функцыі (пажадана выканаць рысунак).

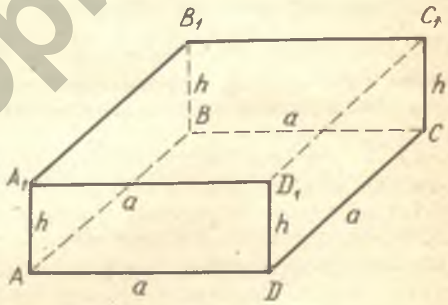
3. Знаходжанне найбольшага або найменшага значэння функцыі на дадзенай вобласці вызначэння (для інтэрвалаў віду $(c; +\infty)$ даследаванне праводзіцца на максімум і мінімум, а потым даказваецца, што максімальнае або мінімальнае значэнне функцыі супадае з яе найбольшым або найменшым значэннем).

4. Аналіз атрыманага рашэння (з пункту погляду фізічнасці, геаметрычнасці, размернасці і інш.).

Разгледзім прыклад.

Задача. Дадзена скрыня з квадратнай асновай і аб'ёмам V. Якімі павінны быць яе памеры, каб паверхня (без накрыўкі) была найменшай?

Рашэнне. Вывучаем умову задачы (можна кароткую ўмову з выкарыстаннем геаметрычнага сэнсу). Знойдзем ва ўмове задачы велічыню, да якой адносіцца слова «найменшае». У нас гэта будзе плошча паверхні адкрытай скрыні. Абазначым яе праз S. Звычайна (але не заўсёды) дадзеная велічыня і бярэцца за функцыю, даследуемую на найменшае значэнне.



Далей абазначаем іншыя велічыні, праз якія выражаем S: a — старана асновы (квадрата) скрыні, h — яе вышыня. У выніку маем:

$$S = 4ah + a^2 = S(a, h). \qquad (1)$$

Атрымалі S як функцыю дзвюх пераменных a і h. Увядзём ураўненне сувязі паміж a і h. Нам дадзены аб'ём скрыні V, тады:

$$V = a^2 h. \qquad (2)$$

З (1) і (2) бачна, што за незалежную пераменную для функцыі S лепш узяць a. Тады з (2) атрымліваем:

$$h = V/a^2. \qquad (3)$$

У выніку маем:

$$S(a) = 4aV/a^2 + a^2 = 4V/a + a^2. \qquad (4)$$

З умовы задачы знойдзем вобласць вызначэння функцыі (4):

$$0 < a < +\infty.$$

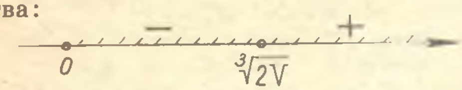
Гэта значыць:

$$D(S) = (0;\ +\infty). \qquad (5)$$

Атрымалі матэматычную мадэль: функцыю (4) з вобласцю вызначэння (5) даследуем на найменшае значэнне. Паколькі вобласць вызначэння не ёсць адрэзак, то функцыю $S(a)$ будзем даследаваць на экстрэмум. Знойдзем вытворную функцыі (4) па параметру a:

$$S'(a) = -4V/a^2 + 2a = \frac{2a^3 - 4V}{a^2}.$$

Метадам інтэрвалаў даследуем вытворную на інтэрвалы знакапастаянства:



У пункце $b = \sqrt[3]{2V}$ $S'(b) = 0$. Калі а · b, то $S'(a) > 0$ ($a < b$ — $S'(a) < 0$). $b = \sqrt[3]{2V}$ — пункт мінімуму, а паколькі мінімум адзін, то гэта і будзе пунктам найменшага значэння функцыі (4) з вобласцю вызначэння (5) (што вынікае з 6-й заўвагі на с. 68 [4]). Для школьнага і інстытуцкага курсаў доказ можна правесці наступным чынам. Функцыя (4) на вобласці вызначэння (5) неперарыўная. На інтэрвале (0; $\sqrt[3]{2V}$) яна ўвесь час убывае, а на інтэрвале ($\sqrt[3]{2V}$; $+\infty$) — узрастае. Адсюль можна зрабіць вывад, што пункт мінімуму ($\sqrt[3]{2V}$) з'яўляецца ў той час і пунктам найменшага значэння функцыі.

Вернемся да рашэння задачы:

$$h = V/\sqrt[3]{(2V)^2} = \sqrt[3]{V/4}. \qquad (6)$$

Праверыўшы размернасць велічынь S, h, a па формулах (3), (4) і (6), атрымліваем, што размернасць злева і справа ў іх супадае. Канчатковы адказ:

$$a = \sqrt[3]{2V},\ h = \sqrt[3]{V/4}.$$

Хацелася б звярнуць увагу на тое, што такія задачы бывае зручна рашаць апасродкавана, г. зн. шукаць велічыню, якая не з'яўляецца для ўмовы найменшай або найбольшай, а якую-небудзь іншую. Гэта звязана з тым, што рашэнне ў такім выпадку можа атрымацца больш простым. Як ужо гаварылася вышэй, неабходны строгі доказ (для інтэрвалаў (c; $+\infty$)) таго, што ў дадзеным выпадку пункты максімуму і мінімуму з'яўляюцца і пунктамі, у якіх функцыя прымае найбольшае і найменшае значэнні. На наш погляд, таксама вельмі важны і апошні пункт у рашэнні задачы — аналіз атрыманага рашэння, а гэта ўжо асабліва важна для фізічных спецыяльнасцей фізіка-матэматычнага факультэта.

Мы разгледзелі толькі некаторыя аспекты выкладання матэматычнага аналізу на першым курсе першага семестра фізіка-матэматычнага факультэта. Атрыманыя студэнтамі навыкі рашэння задач і прыкладаў па дадзеных тэмах могуць быць выкарыстаны імі ў далейшай педагагічнай працы ў час паглыбленага вывучэння школьнікамі курса матэматыкі на факультатыўных занятках, а таксама даюць магчымасць больш глыбока засвойваць наступныя тэмы курса матэматычнага аналізу.

У заключэнне адзначым наступнае. Студэнт педВНУ будзе прафесіянальна накіраваны, калі пры вывучэнні спецыяльных дысцыплін ажыццявіцца перанос атрыманых ведаў і ўменняў на адпаведныя прадметы ў школе. Адсюль вынікае неабходнасць прафнакіраванасці выкладання матэматычнага аналізу і па іншых яго раздзелах.

Літаратура

1. **Алгебра і пачаткі аналізу, 10—11 кл.** Мн.: Народная асвета, 1991.
2. **Кандраценя С. Г., Семянчук М. П., Сендзер М. М.** Матэматычны аналіз. Уводзіны ў аналіз. Курс лекцый. Ч. I.
3. **Сендер А. Н., Сендер Н. Н.** Трансформация знаний. Профессиональная направленность преподавания математического анализа в педвузе // Адукацыя і выхаванне. 1992. № 9.
4. **Кандраценя С. Г., Семянчук М. П., Сендзер М. М.** Матэматычны аналіз. Дыферэнцыяльнае злічэнне для функцый аднойзменнай. Курс лекцый. Ч. II.

ЗМЕСТ

Пшонік Г. Б. Мадэлі будучага . . . 3

АРГАНІЗАЦЫЯ НАРОДНАЙ АДУКАЦЫІ

Запрудскі М. І., Шастакоў Ю. М. Школьны кампанент навучальных планаў як сродак дыферэнцыяцыі адукацыі . . . 9

Петракоў В. М. Аб сучасных сродках навучання ў структуры інфармацыйнай тэхналогіі . . . 12

ПЫТАННІ ПЕДАГОГІКІ І ПСІХАЛОГІІ

Малейка Г. У. Полава-псіхалагічныя асаблівасці і навучальная дзейнасць 15

ВЫХАВАЎЧЫ ПРАЦЭС: ТЭОРЫЯ І ПРАКТЫКА

Шынгель Л. Дз. З вераю ў будучыню 20

Герасіменка М. П. Пуцявіны турысцкага братэрства . . . 24

ПЛАНАВАННЕ

Янчук В. А. Праграма курса «Эканоміка» для вучняў старэйшых класаў агульнаадукацыйнай школы . . 27

ТЭМА СА ШКОЛЬНАЙ ПРАГРАМЫ

Кунгурава Н. І. Светапогляд: этапы развіцця . . . 32

Сычэўская В. Л. Мастацтва Беларусі 35

Лысова Н. Б. Што такое мастацтва кіно? . . . 40

МЕТОДЫКА І ВОПЫТ

Жигалова М. П. Певец свободы . . 44

Сікорскі А. М. Абагульненне і кантроль ведаў па пачатковаму курсу геаграфіі. VI клас . . . 49

Яскoвіч Г. Г. Роля І. Ньютана ў развіцці фізікі . . . 52

Кузняцоў А. Ц., Яромка Л. І. Практычныя распрацоўкі ў музычным рэдактары для КНВТ «КАРВЕТ» . . . 54

Прашчыцкая Л. М. Выбару прафесіі — навуковае абгрунтаванне . . . 65

ПАЗАКЛАСНАЯ РАБОТА

Кямброўскі Г. С. Рэспубліканскі конкурс па фізіцы «Абітурыент Беларусі» 69

Катовіч Н. К. Праграма гуртка «Экалогія роднага краю» . . . 71

Зайцава капуста . . . 74

Падснежнік . . . 76

У ПЕДАГАГІЧНЫХ НАВУЧАЛЬНЫХ УСТАНОВАХ

Сендзер Г. М., Сендзер М. М. Некаторыя пытанні прафесіянальнай накіраванасці курса матэматычнага аналізу 78

Да ведама аўтараў

Артыкулы, якія дасылаюцца ў рэдакцыю, павінны быць надрукаваны на машынцы праз два інтэрвалы ў двух экземплярах з поўным указаннем прозвішча, імя і імя па бацьку аўтара, паштовага індэкса і дамашняга ці службовага адраса.

Аўтары апублікаваных артыкулаў нясуць поўную адказнасць за дакладнасць прыведзеных фактаў і звестак.

Рукапісы аўтарам па пошце не вяртаюцца.

Здадзена ў набор 27.12.94. Падп. да друку 26.01.95. Фармат $70\times108^{1}/_{16}$. Папера бланачная.
Друк афсетны. Ум. друк. арк. 7. Ум. фарб.-адб. 7,52. Ул.-выд. арк. 9,12.
Тыраж 6965 экз. Зак. 1384. Цана 1500 руб. (У розніцу — 1800 руб.)

Адрас рэдакцыі: 220023, ГСП, Мінск, Макаёнка, 12, тэлефоны: 64-62-68, 64-02-86, 64-64-69, 64-33-97.
Выдавецтва «Полымя». 220600, Мінск, праспект Машэрава, 11.

Друкарня выдавецтва «Беларускі Дом друку».
220013, Мінск, праспект Ф. Скарыны, 79.