

# Веснік

Брэсцкага  
універсітэта

**НАВУКОВА-ТЭАРЭТЫЧНЫ ЧАСОПІС**

Выдаецца з снежня 1997 года

Выходзіць два разы ў год

## *Серыя прыродазнаўчых навук*

*Галоўны рэдактар:*  
М.Э. Часноўскі

*Намеснік галоўнага рэдактара:*  
Г.М. Сэндзер

*Нам. галоўнага рэдактара па серыі  
прыродазнаўчых навук:*  
У.А. Плещохоў

*Рэдакцыйны савет па серыі  
прыродазнаўчых навук:*  
А.В. Мацвееў  
А.Ф. Равінскі  
У.У. Салтанаў

*Міжнародны савет  
па серыі прыродазнаўчых навук:*  
Я.А. Грэбенікаў (Расія)  
Л. Шчэрба (Польшча)  
А. Юўка (Польшча)

*Рэдакцыйная калегія:*  
С.М. Агееў  
С.В. Арцёменка  
У.В. Амелькін  
В.С. Аношка  
М.А. Багдасараў  
А.М. Вігчанка  
В.Е. Гайдук  
А.Л. Гўлевіч  
М.П. Жыгар  
А.К. Карабанаў  
М.І. Ляўчук  
А.А. Махнач  
А.В. Мацвееў  
Я.М. Мяхэчка  
А. М. Пракапеня  
В.Ф. Саўчук  
У.С. Секяржыцкі  
Н.С. Ступень (адказны рэдактар)  
М.М. Труш  
А.В. Чычурын  
Я.К. Яловічава  
М.П. Ярчак

Пасведчанне аб рэгістрацыі ў  
дзяржаўным камітэце Рэспублікі  
Беларусь па друку  
№ 1084 ад 24 снежня 1997 г.

Адрас рэдакцыі:  
224665, г. Брэст,  
бульвар Касманаўтаў, 21  
тэл.: 23-16-32  
e-mail vesnik@brsu.brest.by

**МАТЭМАТЫКА**

**ФІЗІКА**

**ХІМІЯ**

**БІЯЛОГІЯ**

**НАВУКІ АБ ЗЬМЛІ**

**Заснавальнік –  
Установа адукацыі "Брэсцкі дзяржаўны ўніверсітэт  
імя А.С. Пушкіна"**

**№ 1(30)/2008**

У адпаведнасці з загадам Вышэйшай атэстацыйнай  
камісіі ад 18.01.2006 № 8 часопіс «Веснік Брэсцкага ўніверсітэта»  
ўключаны ў Пералік навуковых выданняў Рэспублікі Беларусь  
для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў  
па матэматычных, фізічных, біялагічных, геаграфічных,  
геолага-мінералагічных навуках

## ЗМЕСТ

## МАТЭМАТЫКА

|                                                                                                                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Василенко Ж.В., Мирская Е.И.</b> Применение методов спектрального анализа для исследования температуры воздуха .....                                                      | 3  |
| <b>Матысик О.В.</b> Сходимость итерационного метода с переменным шагом решения некорректных задач в энергетической норме гильбертова пространства .....                      | 8  |
| <b>Матысик О.В., Савчук В.Ф.</b> Сходимость в гильбертовом пространстве неявной итерационной процедуры решения линейных уравнений .....                                      | 15 |
| <b>Пролиско Е.Е.</b> Оценка интенсивности нестационарных отрицательно-биномиальных потоков зарегистрированных произвольным счётчиком II типа (метод ослабления потока) ..... | 22 |
| <b>Фетисова С.А.</b> Равновесные решения ограниченной дельтоидной задачи пяти тел и их устойчивость .....                                                                    | 29 |
| <b>Юдов А.А., Гурская Е.Е.</b> Исследование однородных пространств с фундаментальной группой $G$ – группой движений пространства ${}^2R_4$ .....                             | 35 |

## ФІЗІКА

|                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Демидчик А.В.</b> Термическая стабильность структуры и микротвёрдости тонких фольг железо-никелевых сплавов ..... | 42 |
| <b>Плетюхов В.А., Андрусевич П.П.</b> О квантовании одной системы уравнений максвелловского типа .....               | 50 |
| <b>Серый А.И.</b> К вопросу о зависимости амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния от температуры .....                  | 55 |

## ХІМІЯ

|                                                                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Голуб Н.М., Боричевский А.И., Гарах И. А.</b> Внутримолекулярные миграции в карбениевых катионах 2-замещенных диоксоланов ..... | 68 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

## БІЯЛОГІЯ

|                                                                                                                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Абрамова И.В.</b> Экология малой поганки ( <i>Tachybaptus ruficollis</i> Pall., <i>Podicepedidae</i> , <i>Podicipediformes</i> ) в юго-западной Беларуси ..... | 73 |
| <b>Дунай В.И.</b> Влияние ингибитора синтазы NO на скорость потребления кислорода и терморегуляцию у млекопитающих в постнатальном онтогенезе .....               | 78 |
| <b>Саваневский Н.К., Хомич Г.Е., Левыкина Л.А.</b> Вариабельность кардиоритма и его регуляция у девушек при выполнении физической статической нагрузки .....      | 84 |
| <b>Шик А.С., Булавин Л.А.</b> Эффективность агротехнических и химических мер борьбы с сорняками в посевах ярового рапса и люпина узколистного .....               | 92 |
| <b>Шималов В.В.</b> Гельминтофауна насекомых млекопитающих в ландшафтном заказнике «Бугский» (Беларусь) .....                                                     | 99 |

## НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

|                                                                                                                                                                                              |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Волчек А.А., Шпендик Н.Н.</b> Экстремальные значения продуктивных влагозапасов минеральных почв на территории Беларуси .....                                                              | 106 |
| <b>Гречаник Н.Ф.</b> Четвертичные отложения и крупные ледниковые валуны территории Прибугского Полесья .....                                                                                 | 111 |
| <b>Михальчук Н.В., Ковалев И.В., Галуц О.А.</b> Оценка антропогенной трансформации экосистем депрессионно-карбонатных ландшафтных комплексов Полесья: популяционно-индикаторный аспект ..... | 121 |
| <b>Сайгак В.П.</b> Причины и закономерности эпигеосинклинального и эпиплатформенного горообразования .....                                                                                   | 127 |
| <b>Шанина С.Н., Богдасаров М.А.</b> Аминокислотный анализ янтарей и янтареподобных смол Евразии .....                                                                                        | 139 |
| Звесткі аб аўтарах .....                                                                                                                                                                     | 149 |

УДК 519.24

***Ж.В. Василенко, Е.И. Мирская***

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА**

Работа связана с тематикой статистического анализа временных рядов и посвящена оцениванию спектральных плотностей стационарных случайных процессов с дискретным временем. В работе исследуется оценка спектральной плотности, построенная по непересекающимся интервалам наблюдений с использованием полиномиальных окон просмотра данных. Описывается применение методов спектрального анализа для исследования температуры воздуха в городе Бресте за период с 01.11.2004 по 30.01.2008.

Современный этап научно-технического прогресса характеризуется новыми подходами в передаче, обработке и использовании информации, которые оказывают влияние на все стороны жизни общества. Под их влиянием происходят коренные преобразования целого ряда научных направлений. В настоящее время значительно расширился круг задач, для решения которых необходимы сведения о температуре воздуха. Исследования в этой области требуются для построения теории климата и общей циркуляции атмосферы, оценки колебаний климата, разработки методов прогноза погоды с учетом трансформации воздушных масс.

Климат любой территории является важным природным ресурсом. Каждый из параметров климата характеризуется постоянной изменчивостью во времени, что осложняет возможность полного использования климата как природного ресурса. До настоящего времени не решен вопрос о причинах изменения климата вследствие их сложности и многообразия, а также совместных действий различных факторов в разных сочетаниях. Очень важно исследовать колебания температуры воздуха, одного из основных факторов формирования климата.

В настоящей работе приведен пример использования методов спектрального анализа временных рядов при исследовании показателей температуры воздуха.

Для проведенного статистического анализа были использованы ежедневные показания температуры воздуха за период с 01.11.2004 по 30.01.2008 в городе Бресте.

Рассмотрим действительный стационарный в широком смысле случайный процесс  $X(t)$ ,  $t \in Z$ , с математическим ожиданием  $m = MX(t) = 0$ ,  $t \in Z$ , ковариационной функцией  $R(\tau) = MX(t + \tau)X(t)$ ,  $\tau \in Z$ , и спектральной плотностью

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i\lambda\tau}, \quad (1)$$

$\lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$ .

Пусть  $X(0), X(1), \dots, X(T-1)$  –  $T$  последовательных, полученных через равные промежутки времени наблюдений за процессом  $X(t)$ ,  $t \in Z$ . Предположим, что число наблюдений  $T$  за процессом  $X(t)$ ,  $t \in Z$  представимо в виде:

$$T = r(N-1) + 1, \quad (2)$$

где  $r \in \{1, 2, \dots\}$ ,  $N \in \{1, 2, \dots\}$ ,  $N$  намного больше  $r$ , т.е. отрезок наблюдений длины  $T-1$  разбиваем на  $r$  отрезков длины  $N-1$ .

В качестве оценки спектральной плотности рассмотрим статистику вида [1]:

$$I_{N,r}(\lambda) = |d_{N,r}(\lambda)|^2, \quad (3)$$

называемую расширенной периодограммой, где

$$d_{N,r}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sum_{t=0}^{r(N-1)} Q_{N,r}^2(t)}} \sum_{t=0}^{r(N-1)} Q_{N,r}(t) X(t) e^{-i\lambda t}, \quad (4)$$

$\lambda \in \Pi$ , функция  $Q_{N,r}(t)$  определяется как решение уравнения

$$\sum_{t=0}^{r(N-1)} Q_{N,r}(t) e^{itx} = \left( \sum_{t=0}^{N-1} e^{itx} \right)^r. \quad (5)$$

Были найдены численные значения функции  $Q_{N,r}(t)$ , называемой полиномиальным окном просмотра данных [1], где  $N$  и  $r$  таковы, что удовлетворяют условию (2).

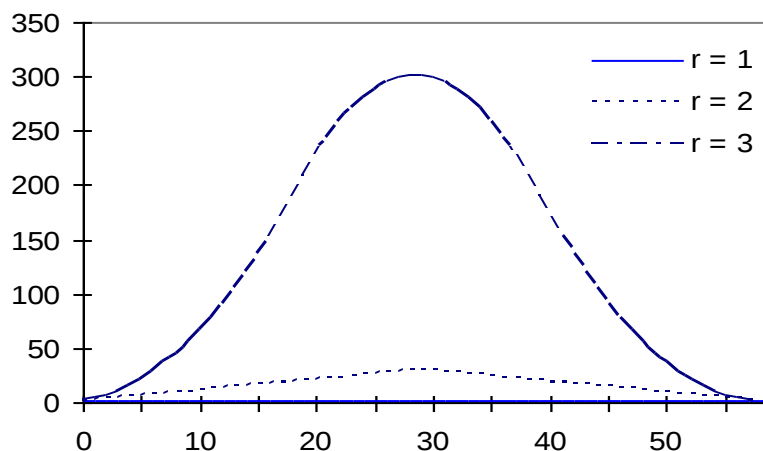


Рисунок 1 – Графики функции  $Q_{N,r}(t)$  для  $N = 60$  и  $r = 1, 2, 3$ .

По исходным данным строилась статистика вида (3).

Предположим, что число наблюдений  $T$  за процессом  $X(t)$ ,  $t \in Z$  представимо в виде:

$$T = L[r(N-1) + 1],$$

где  $r \in \{1, 2, \dots\}$ ,  $N \in \{1, 2, \dots\}$ ,  $L$  – число непересекающихся интервалов разбиения, содержащих по  $r(N-1)$  наблюдению, каждое из которых, в свою очередь, разбиваем на  $r$  отрезков длины  $N$  ( $L$  не зависит от  $T$ ). На  $l$ -м интервале, состоящем из наблюдений

$X(l[r(N-1) + 1]), X(l[r(N-1) + 1] + 1), \dots, X((l+1)[r(N-1) + 1] - 1)$ ,  $l = 0, L-1$ , построим расширенное конечное преобразование Фурье этих наблюдений:

$$d_{N,r}(\lambda, l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \sum_{t=l[r(N-1)+1]}^{(l+1)[r(N-1)+1]-1} Q_{N,r}^2(t-l[r(N-1)+1])}} \times \\ \times \sum_{t=l[r(N-1)+1]}^{(l+1)[r(N-1)+1]-1} Q_{N,r}(t-l[r(N-1)+1]) X(t) e^{-i\lambda t}, \quad (6)$$

где  $l = \overline{0, L-1}$ ,  $\lambda \in \Pi$ ,  $Q_{N,r}(t)$  – полиномиальные окна просмотра данных.

Построим на  $l$ -м интервале,  $l = \overline{0, L-1}$ , статистику вида:

$$I_{N,r}(\lambda, l) = |d_{N,r}(\lambda, l)|^2, \quad (7)$$

$l = \overline{0, L-1}$ ,  $\lambda \in \Pi$ , называемую расширенной периодограммой, где  $d_{N,r}(\lambda, l)$  задается соотношением (6).

В качестве оценки спектральной плотности  $f(\lambda)$ ,  $\lambda \in \Pi$ , рассмотрим статистику вида [2]:

$$\hat{f}_{N,r}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} I_{N,r}(\lambda, l), \quad (8)$$

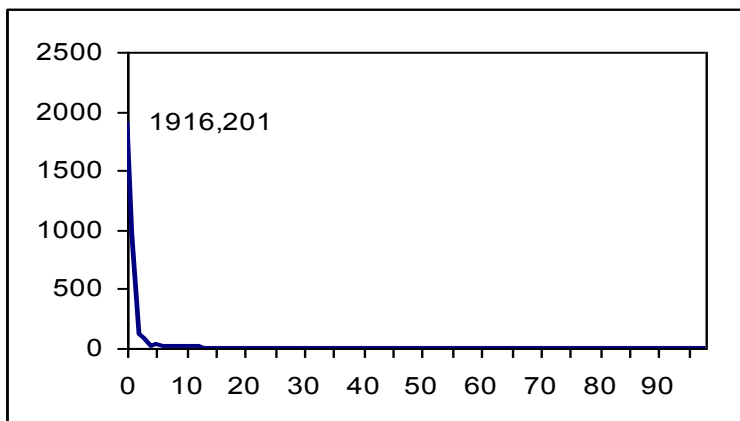
$\lambda \in \Pi$ , построенную путем осреднения расширенных периодограмм по  $L$  непересекающимся интервалам наблюдений. Оценка (8) исследована в работах [2–4].

Для анализа с помощью построенной оценки рассмотрены следующие ряды:

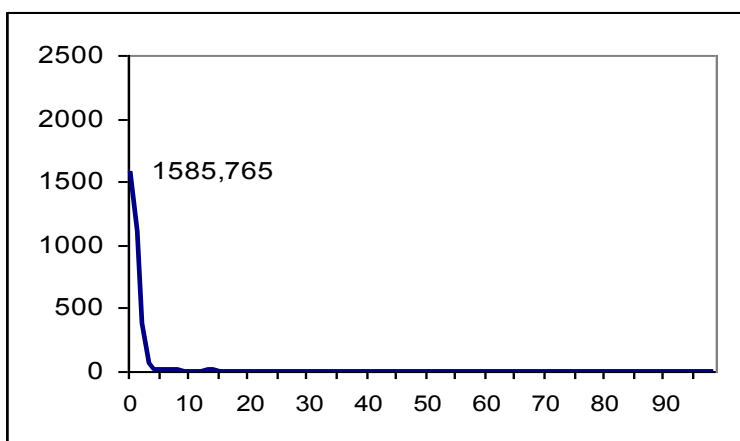
Ряд 1, состоящий из значений температуры воздуха за период с 2004 по 2008 год, причем количество наблюдений было разбито на 12 непересекающихся интервалов,  $r = 1$ . График оценки спектральной плотности (8) для данных ряда 1 приведен на рисунке 2.

Ряд 2, состоящий из значений температуры воздуха за период с 2004 по 2008 год, причем количество наблюдений было разбито на 12 непересекающихся интервалов,  $r = 2$ . График оценки спектральной плотности (8) для данных ряда 2 приведен на рисунке 3.

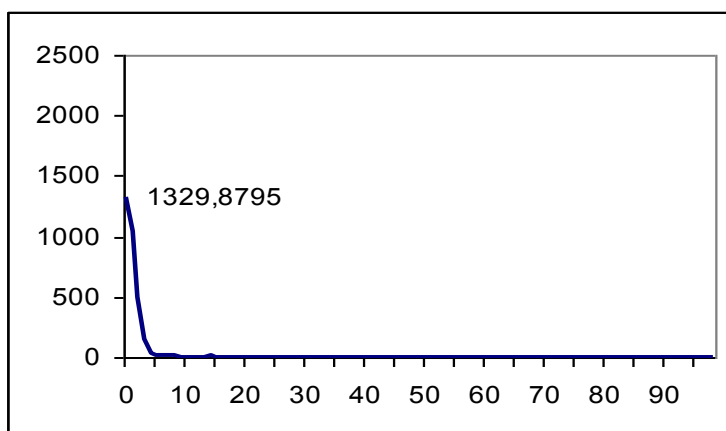
Ряд 3, состоящий из значений температуры воздуха за период с 2004 по 2008 год, причем количество наблюдений было разбито на 12 непересекающихся интервалов,  $r = 3$ . График оценки спектральной плотности (8) для данных ряда 3 приведен на рисунке 4.



**Рисунок 2 – График оценки спектральной плотности (8), построенной по 1186 наблюдениям, 12 непересекающимся отрезкам наблюдений за температурой воздуха в г. Бресте для параметра  $r = 1$**



**Рисунок 3 – График оценки спектральной плотности (8), построенной по 1186 наблюдениям, 12 непересекающимся отрезкам наблюдений за температурой воздуха в г. Бресте для параметра  $r = 2$**



**Рисунок 4 – График оценки спектральной плотности (8), построенной по 1186 наблюдениям, 12 непересекающимся отрезкам наблюдений за температурой воздуха в г. Бресте для параметра  $r = 3$**

Из полученных графиков можно сделать следующий вывод. Значение оценки спектральной плотности вида (8), построенной путем осреднения расширенных периодограмм по непересекающимся интервалам наблюдений, уменьшается с увеличением значения параметра  $g$ .

Численные результаты были получены с использованием приложения, написанного на языке программирования C++, а также систем компьютерной математики Mathematica и Maple, которые отличаются высокой эффективностью решения численных задач и хорошими возможностями символьной (аналитической) математики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Василенко, Ж. В. Некоторые свойства полиномиальных оценок спектральной плотности / Ж. В. Василенко, Н. Н. Труш // Вестник БГУ. Сер.1. Физ. Мат. Мех. – 2004. – № 3. – С. 108–110.
2. Василенко, Ж. В. Асимптотические свойства оценки спектральной плотности, построенной по непересекающимся интервалам наблюдений / Ж. В. Василенко // Вестник БГУ. Сер.1. Физ. Мат. Мех. – 2005. – № 2. – С. 62–65.
3. Василенко, Ж. В. Оценивание спектральных плотностей по пересекающимся интервалам наблюдений / Ж. В. Василенко, Н. Н. Труш // Весці нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2004. – № 4. – С. 51–54.
4. Mirskaya, E. I. The investigation of the moments of the smoothed spectral densities estimates / E. I. Mirskaya, J. V. Vasilenko // Computer Algebra Systems in Teaching and Research : 4-th International Workshop, Siedlce, Poland, January 31 – February 3, 2007 : Proceedings, Wydawnictwo Akademii Podlaskiej, 2007. – P. 224–228.

### ***J.V. Vasilenko, E.I. Mirskaja. The Usage of the Methods of Spectral Analysis for Investigating Air Temperatures***

The article deals with the topic of statistical analysis of the time series and is devoted to the problem of evaluating spectral density stationary stochastic processes with the discrete time. The article gives an overview of estimation of spectral density based on non overlapping intervals observations with the help of polynomial windows of viewing the data. The article describes the usage of the methods of spectral analysis for investigating the air temperatures in Brest from 01.11.2004 to 30.01.2008.

УДК 519.6+517.983.54

**О.В. Матысик**

## СХОДИМОСТЬ ИТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА С ПЕРЕМЕННЫМ ШАГОМ РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ В ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ НОРМЕ ГИЛЬБЕРТОВА ПРОСТРАНСТВА

В гильбертовом пространстве для решения операторных уравнений I рода с положительным ограниченным самосопряженным оператором предлагается явный итерационный метод с переменным шагом. Исследована сходимость метода в энергетической норме гильбертова пространства, при этом для получения априорных оценок погрешности не требуется знания истокорпредставимости точного решения. Получены достаточные условия, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость итерационного метода в обычной норме гильбертова пространства. Проведено сравнение оценок погрешности рассматриваемого итерационного метода и явного метода простой итерации.

**1. Постановка задачи.** В действительном гильбертовом пространстве  $H$  решается операторное уравнение I рода

$$Ax = y, \quad (1)$$

где  $A$  – положительный ограниченный и самосопряженный оператор, для которого нуль не является собственным значением. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , и, следовательно, задача некорректна. Пусть  $y \in R(A)$ , т.е. при точной правой части  $y$  уравнение (1) имеет единственное решение  $x$ . Для отыскания этого решения применим явную схему метода итераций с переменным шагом

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= (E - \alpha_{n+1}A)x_n + \alpha_{n+1}y, \quad x_0 = 0, \\ \alpha_{3n+1} &= \alpha, \quad \alpha_{3n+2} = \beta, \quad \alpha_{3n+3} = \gamma, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $E$  – единичный оператор. В случае приближенной правой части  $y_\delta$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$  соответствующие методу (2) итерации примут вид:

$$\begin{aligned} x_{n+1,\delta} &= (E - \alpha_{n+1}A)x_{n,\delta} + \alpha_{n+1}y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0, \\ \alpha_{3n+1} &= \alpha, \quad \alpha_{3n+2} = \beta, \quad \alpha_{3n+3} = \gamma, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Ниже, как обычно, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению уравнения при достаточно малых  $\delta$  и  $n\delta$  и достаточно больших  $n$ .

Далее будем считать  $\|A\| = 1$ .

**2. Сходимость метода в случае априорного выбора числа итераций в исходной норме гильбертова пространства.** Методы (2)–(3) впервые были предложены в работе [1], в которой была показана их сходимость при  $\lambda \in (0, 1]$ , положительных  $\alpha, \beta, \gamma$  и условиях

$$\left. \begin{aligned} |1 - \alpha\lambda| &< 1, \quad (\text{т.е. } 0 < \alpha < 2), \\ |1 - \alpha\lambda|(1 - \beta\lambda) &< 1, \\ |1 - \alpha\lambda|(1 - \beta\lambda)(1 - \gamma\lambda) &< 1, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

а также в предположении, что решение уравнения (1) является истокообразно представимым с некоторым показателем  $s > 0$ .

**З а м е ч а н и е 1.** Условие  $|(1-\alpha\lambda)(1-\beta\lambda)| < 1$  равносильно совокупности условий  $\alpha\beta < \alpha + \beta$  и  $(\alpha + \beta)^2 < 8\alpha\beta$  (см. [2]). Отсюда  $\alpha + \beta < 8$ .

В статье [1] доказана

**Т е о р е м а 1.** Если  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ , то при условии (4) для метода (3) справедлива оценка погрешности  $\|x - x_{n,\delta}\| \leq s^s \left[ \frac{n}{3}(\alpha + \beta + \gamma)e \right]^{-s} \|z\| + \frac{n}{3}(\alpha + \beta + \gamma)\delta$ .

Отсюда при  $n_{\text{опт}} = s \left( \frac{\alpha + \beta + \gamma}{3} \right)^{-1} e^{-s/(s+1)} \delta^{-1/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$  получаем неравенство  $\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \leq (1+s)e^{-s/(s+1)} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}$ .

Сравним метод (3) с явным методом простой итерации [3]

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha(y_\delta - Ax_{n,\delta}), \quad x_{0,\delta} = 0. \quad (5)$$

Нетрудно увидеть [3], что оптимальная оценка для метода (3) при неточности в правой части уравнения (1) оказывается такой же, как и оптимальная оценка для метода простой итерации (5). Следовательно, метод (3) не дает преимуществ в мажорантных оценках по сравнению с методом простой итерации. Но он дает выигрыш в следующем. В методе простой итерации с постоянным шагом (5) требуется условие  $0 < \alpha \leq 1,25$ , а в методе (3)  $0 < \alpha < 2$ ,  $\alpha + \beta < 8$ , а  $\gamma$  выбирается из условия  $|(1-\alpha\lambda)(1-\beta\lambda)(1-\gamma\lambda)| < 1$ . Итак, выбирая  $\alpha, \beta, \gamma$  соответствующим образом, можно сделать  $n_{\text{опт}}$  в методе (3) меньшим, чем для метода простой итерации с постоянным шагом. Таким образом, используя метод (3), для достижения оптимальной точности потребуется сделать число итераций по крайней мере в 2,5 раза меньше, чем методом итераций (5).

**3. Сходимость метода в энергетической норме гильбертова пространства при точной и приближенной правой части уравнения.** Изучим сходимость итерационного метода (3) в случае единственного решения в энергетической норме гильбертова пространства  $\|x\|_A = \sqrt{(Ax, x)}$ ,  $x \in H$ . При этом, как обычно, число итераций  $n$  нужно выбирать в зависимости от уровня погрешности  $\delta$ . Полагаем, что  $x_{0,\delta} = 0$  и рассмотрим разность

$$x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta}). \quad (6)$$

По индукции нетрудно показать [1], что  $x_n = A^{-1} [E - (E - \alpha A)^k (E - \beta A)^l (E - \gamma A)^m] y$ , где  $k, l, m$  – натуральные показатели и  $k + l + m = n$ . Тогда запишем первое слагаемое из равенства (6) в виде

$$x - x_n = A^{-1} y - A^{-1} [E - (E - \alpha A)^k (E - \beta A)^l (E - \gamma A)^m] y = (E - \alpha A)^k (E - \beta A)^l (E - \gamma A)^m x.$$

Как было показано в [1]  $x - x_n$  бесконечно мало в норме пространства  $H$  при  $n \rightarrow \infty$ , но скорость сходимости при этом может быть сколь угодно малой, и для ее оценки необходима дополнительная информация на гладкость точного решения  $x$  – его истокообразная представимость. При использовании энергетической нормы нам это дополнительное предположение не потребуется. Действительно, с помощью интегрального представления самосопряженного оператора  $A$  имеем

$$\begin{aligned} \|x - x_n\|_A^2 &= (A(x - x_n), x - x_n) = \\ &= (A(E - \alpha A)^k (E - \beta A)^l (E - \gamma A)^m x, (E - \alpha A)^k (E - \beta A)^l (E - \gamma A)^m x) = \\ &= (A(E - \alpha A)^{2k} (E - \beta A)^{2l} (E - \gamma A)^{2m} x, x) = \int_0^1 \lambda (1 - \alpha \lambda)^{2k} (1 - \beta \lambda)^{2l} (1 - \gamma \lambda)^{2m} d(E_\lambda x, x), \end{aligned}$$

где  $E_\lambda$  – соответствующая оператору  $A$  спектральная функция.

Для оценки интересующей нас нормы найдем при  $\lambda \in [0, 1]$  максимум подынтегральной функции  $\varphi(\lambda) = \lambda(1 - \alpha \lambda)^{2k} (1 - \beta \lambda)^{2l} (1 - \gamma \lambda)^{2m}$ . Потребуем, чтобы при  $\lambda \in (0, 1]$ , положительных  $\alpha, \beta, \gamma$  выполнялось условие (4). В работе [1] показано, что для достаточно больших  $n$  справедливо  $\lambda(1 - \alpha \lambda)^k (1 - \beta \lambda)^l (1 - \gamma \lambda)^m \leq [(k\alpha + l\beta + m\gamma)e]^{-1}$ ,

поэтому  $\lambda(1 - \alpha \lambda)^{2k} (1 - \beta \lambda)^{2l} (1 - \gamma \lambda)^{2m} \leq [2(k\alpha + l\beta + m\gamma)e]^{-1}$ .

В дальнейшем, для простоты, считаем, что  $k = l = m = \frac{n}{3}$  ( $n = 3p$ ,  $p \in N$ ).

Поэтому для таких  $n$  справедлива оценка  $\max_{\lambda \in [0, 1]} |\varphi(\lambda)| \leq \left[ \frac{2n}{3} (\alpha + \beta + \gamma) e \right]^{-1}$ .

Следовательно, при условии (4) получим следующую оценку

$$\|x - x_n\|_A \leq \left[ \frac{2n}{3} (\alpha + \beta + \gamma) e \right]^{-1/2} \|x\|.$$

Оценим второе слагаемое в (6). Как показано в [1], имеет место равенство

$$\begin{aligned} x_n - x_{n,\delta} &= A^{-1} \left[ E - (E - \alpha A)^{n/3} (E - \beta A)^{n/3} (E - \gamma A)^{n/3} \right] (y - y_\delta) = \\ &= \int_0^1 \lambda^{-1} \left[ 1 - (1 - \alpha \lambda)^{n/3} (1 - \beta \lambda)^{n/3} (1 - \gamma \lambda)^{n/3} \right] dE_\lambda (y - y_\delta). \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \|x_n - x_{n,\delta}\|_A^2 &= (A(x_n - x_{n,\delta}), x_n - x_{n,\delta}) = \left( \left[ E - (E - \alpha A)^{n/3} (E - \beta A)^{n/3} (E - \gamma A)^{n/3} \right] (y - y_\delta), \right. \\ &\quad \left. A^{-1} \left[ E - (E - \alpha A)^{n/3} (E - \beta A)^{n/3} (E - \gamma A)^{n/3} \right] (y - y_\delta) \right) = \\ &= (A^{-1} \left[ E - (E - \alpha A)^{n/3} (E - \beta A)^{n/3} (E - \gamma A)^{n/3} \right]^2 (y - y_\delta), y - y_\delta) = \end{aligned}$$

$$= \int_0^1 \lambda^{-1} \left[ 1 - (1 - \alpha\lambda)^{n/3} (1 - \beta\lambda)^{n/3} (1 - \gamma\lambda)^{n/3} \right]^2 d(E_\lambda(y - y_\delta), y - y_\delta).$$

Обозначим через  $\xi_n(\lambda)$  подынтегральную функцию и оценим ее сверху при условии (4). Сначала при (4) докажем, что  $|\omega_n(\lambda)| = \left| \lambda^{-1} \left[ 1 - (1 - \alpha\lambda)^{n/3} (1 - \beta\lambda)^{n/3} (1 - \gamma\lambda)^{n/3} \right] \right| \leq \frac{n}{3}(\alpha + \beta + \gamma)$ . Это тоже самое, что методом

математической индукции доказать неравенство  $\left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_n\lambda)] \right| \leq \sum_{i=1}^n \alpha_i$ .

Обозначим левую часть последнего неравенства через  $z_n(\lambda)$ .

При  $n = 1$  получим  $z_1(\lambda) = \alpha_1 \leq \alpha_1$ , т.е. при  $n = 1$  рассматриваемое неравенство справедливо. Предположим, что доказываемое неравенство верно при  $n = k$ , т.е. выполняется  $z_k(\lambda) = \left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)] \right| \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i$ , и докажем его справедливость при  $n = k+1$ . Итак, получим

$$\begin{aligned} z_{k+1}(\lambda) &= \left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)(1 - \alpha_{k+1}\lambda)] \right| = \\ &= \left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda) + (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)\alpha_{k+1}\lambda] \right| = \\ &= \left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)] + (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)\alpha_{k+1} \right| \leq \\ &\leq \left| \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)] \right| + \alpha_{k+1} |(1 - \alpha_1\lambda) \dots (1 - \alpha_k\lambda)| \leq \sum_{i=1}^k \alpha_i + \alpha_{k+1} = \sum_{i=1}^{k+1} \alpha_i. \end{aligned}$$

Поэтому по индукции справедливость рассматриваемого неравенства доказана.

Следовательно, при (4) выполняется  $|\omega_n(\lambda)| \leq \frac{n}{3}(\alpha + \beta + \gamma)$ .

Вернемся к оценке положительной функции  $\xi_n(\lambda)$ , имеем

$$\begin{aligned} \xi_n(\lambda) &= \lambda^{-1} \left[ 1 - (1 - \alpha\lambda)^{n/3} (1 - \beta\lambda)^{n/3} (1 - \gamma\lambda)^{n/3} \right]^2 = \\ &= \left| \lambda^{-1} \left[ 1 - (1 - \alpha\lambda)^{n/3} (1 - \beta\lambda)^{n/3} (1 - \gamma\lambda)^{n/3} \right] \right| \left| 1 - (1 - \alpha\lambda)^{n/3} (1 - \beta\lambda)^{n/3} (1 - \gamma\lambda)^{n/3} \right| \leq \\ &\leq \frac{n}{3}(\alpha + \beta + \gamma) \left( 1 + |(1 - \alpha\lambda)(1 - \beta\lambda)(1 - \gamma\lambda)|^{n/3} \right) \leq \frac{2n}{3}(\alpha + \beta + \gamma), \end{aligned}$$

так как при условии (4) справедливо  $|(1 - \alpha\lambda)(1 - \beta\lambda)(1 - \gamma\lambda)|^{n/3} < 1$ . Итак, для любых  $n \geq 1$

$$\|x_n - x_{n,\delta}\|_A^2 \leq \frac{2n}{3}(\alpha + \beta + \gamma)\delta^2, \text{ поэтому } \|x_n - x_{n,\delta}\|_A \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} n^{1/2}(\alpha + \beta + \gamma)^{1/2}\delta, \quad n \geq 1.$$

Поскольку  $\|x - x_{n,\delta}\|_A \leq \|x - x_n\|_A + \|x_n - x_{n,\delta}\|_A \leq \|x - x_n\|_A + \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} n^{1/2} (\alpha + \beta + \gamma)^{1/2} \delta$ ,  $n \geq 1$  и при  $n \rightarrow \infty$   $\|x - x_n\|_A \rightarrow 0$ , то для сходимости  $\|x - x_{n,\delta}\|_A \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ , достаточно, чтобы  $\sqrt{n} \delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Таким образом, если в процедуре (3) выбрать число итераций  $n = n(\delta)$ , зависящих от  $\delta$  так, чтобы  $\sqrt{n} \delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ , то получим регуляризующий метод, обеспечивающий сходимость к точному решению уравнения (1) в энергетической норме гильбертова пространства. Итак, доказана

**Т е о р е м а 2.** *Итерационная процедура (3) при условии (4) сходится в энергетической норме гильбертова пространства, если число итераций  $n$  выбирать так, чтобы  $\sqrt{n} \delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ .*

Запишем теперь общую оценку погрешности для метода (3)

$$\|x - x_{n,\delta}\|_A \leq \left[ \frac{2n}{3} (\alpha + \beta + \gamma) e \right]^{-1/2} \|x\| + \left( \frac{2}{3} \right)^{1/2} n^{1/2} (\alpha + \beta + \gamma)^{1/2} \delta, \quad n \geq 1. \quad (7)$$

Оптимизируем полученную оценку (7) по  $n$ , т.е. при заданном  $\delta$  найдем такое значение числа итераций  $n$ , при котором оценка погрешности становится минимальной. Приравняв нулю производную по  $n$  от правой части равенства (7), получим  $3^{1/2} (\alpha + \beta + \gamma)^{-1/2} e^{-1/2} \|x\| = 3^{-1/2} 2 (\alpha + \beta + \gamma)^{1/2} \delta n$ , отсюда

$$n_{\text{опт}} = 3 (\alpha + \beta + \gamma)^{-1} e^{-1/2} (2\delta)^{-1} \|x\|. \quad (8)$$

Подставив  $n_{\text{опт}}$  в оценку (7), найдем ее оптимальное значение

$$\|x - x_{n,\delta}\|_A^{\text{опт}} \leq 2e^{-1/4} \delta^{1/2} \|x\|^{1/2}. \quad (9)$$

Из (9) вытекает, что оптимальная оценка погрешности не зависит от параметров  $\alpha, \beta, \gamma$ . Но  $n_{\text{опт}}$  зависит от  $\alpha, \beta, \gamma$  и поэтому для уменьшения объема вычислительной работы следует брать  $\alpha, \beta, \gamma$  возможно большими, удовлетворяющими условию (4), и так, чтобы  $n_{\text{опт}} \in \mathbb{Z}$ . Таким образом, доказана

**Т е о р е м а 3.** *При условии (4) оптимальная оценка погрешности для итерационного процесса (3) в энергетической норме гильбертова пространства имеет вид (9) и получается при  $n_{\text{опт}}$  из (8).*

Сравним метод (3) в энергетической норме с хорошо известным методом (5). В статье [4] для явного метода простой итерации (5) с  $0 < \alpha \leq 1,25$  при  $n_{\text{опт}} = \left( \frac{35}{27} \right)^{-1/2} \alpha^{-1} e^{-1/2} \delta^{-1} \|x\|$  получена оптимальная оценка  $\|x - x_{n,\delta}\|_A^{\text{опт}} \leq \left( \frac{35}{27} \right)^{1/4} e^{-1/4} (2\delta)^{1/2} \|x\|^{1/2}$ . Отсюда легко увидеть, что порядки оптимальных оценок погрешности для методов (3) и (5) одинаковы. Более того, используя метод

итераций (3), для достижения оптимальной точности потребуется сделать число итераций по крайней мере в 4 раза меньше, чем методом итераций (5).

Рассмотрим вопрос о том, когда из сходимости в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства  $H$ .

Эти условия дает

**Т е о р е м а 4.** Если выполнены условия: 1)  $E_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$ , 2)  $E_\varepsilon x = 0$ , где

$E_\varepsilon = \int_0^\varepsilon dE_\lambda$ ,  $\varepsilon$  – фиксированное положительное число ( $0 < \varepsilon < 1$ ), то из сходимости  $x_{n,\delta}$  к  $x$  в энергетической норме следует сходимость в обычной норме гильбертова пространства.

**Д о к а з а т е л ь с т в о.** Из 1) и 2) имеем  $\int_0^\varepsilon \frac{1}{\lambda} d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) = 0$ .

Отсюда получим

$$\begin{aligned} \|x - x_{n,\delta}\|^2 &= \int_0^1 d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), x - x_{n,\delta}) = \int_0^1 \frac{1}{\lambda} d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) = \\ &= \int_0^\varepsilon \frac{1}{\lambda} d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) + \int_\varepsilon^1 \frac{1}{\lambda} d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) = \\ &= \int_\varepsilon^1 \frac{1}{\lambda} d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) \leq \frac{1}{\varepsilon} \int_\varepsilon^1 d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) \leq \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 d(E_\lambda(x - x_{n,\delta}), A(x - x_{n,\delta})) = \frac{1}{\varepsilon} \|x - x_{n,\delta}\|_A^2. \end{aligned}$$

Поэтому из  $\|x - x_{n,\delta}\|_A \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$  следует  $\|x - x_{n,\delta}\| \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ . Теорема 4 доказана.

**З а м е ч а н и е 2.** Так как  $x_{n,\delta} = A^{-1}[E - (E - \alpha A)^{n/3}(E - \beta A)^{n/3}(E - \gamma A)^{n/3}]y_\delta$ , то для того, чтобы  $x_{n,\delta}$  удовлетворяло условию  $E_\varepsilon x_{n,\delta} = 0$ , достаточно потребовать, чтобы  $E_\varepsilon y_\delta = 0$ . Таким образом, если решение  $x$  и приближенная правая часть  $y_\delta$  таковы, что  $E_\varepsilon x = 0$  и  $E_\varepsilon y_\delta = 0$ , то из сходимости  $x_{n,\delta}$  к  $x$  в энергетической норме вытекает сходимость в исходной норме гильбертова пространства и, следовательно, для сходимости приближений (3) в норме пространства  $H$  не требуется предположения истокорпредставимости точного решения.

**З а м е ч а н и е 3.** Вышеизложенные в статье результаты для уравнения (1) в случае самосопряженного положительного оператора  $A$  аналогичны результатам для этого же уравнения, но уже с произвольным оператором  $A$ , не обладающим свойством самосопряженности или положительности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савчук, В. Ф. Итеративный метод с переменным шагом решения некорректных задач / В. Ф. Савчук, О. В. Матысик // Математические исследования Сб. ст. / БрГУ им. А. С. Пушкина ; под ред. И. Г. Кожуха. – Брест, 1998. – Вып. 1. – С. 31–35.
2. Лисковец, О. А. Метод простых итераций с попеременно чередующимся шагом для уравнений I-го рода / О. А. Лисковец, В. Ф. Савчук // Докл. АН БССР. – 1977. – Т. 21. – № 1. – С. 9–12.
3. Самарский, А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабишевич. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.
4. Лисковец, О. А. Сходимость в энергетической норме итеративного метода для уравнений I-го рода / О. А. Лисковец, В. Ф. Савчук // Известия АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1976. – № 2. – С. 19–23.

***O.V. Matysik. Convergence the Iteration Method with Variable Step of Solving Incorrect Problems in Energy Norm of Hilbert Space***

In the Hilbert space for solving operator equations of type I with affirmative limited self-adjointed operator the evident iteration method with variable step is proposed. Convergence property of procedure in energy norm of Hilbert space has been investigated; here it is not required to know source representability of exact solution in order to get apriori estimations of error. The sufficient conditions are received when convergence of iteration method in ordinary norm of Hilbert space goes out of the convergence in Energy Norm. The comparison of the error estimations of the given iteration method and the evident method of simple iteration has been done.

УДК 519.6 + 517.983.54

**О.В. Матысик, В.Ф. Савчук**

## СХОДИМОСТЬ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ НЕЯВНОЙ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения линейных уравнений с положительным ограниченным самосопряженным оператором в гильбертовом пространстве предлагается новый неявный итерационный метод. Доказана сходимость метода в исходной норме гильбертова пространства. Получены априорные оценки погрешности метода при точной и приближенной правой части операторного уравнения, погрешность в счете. Найденные для предложенного метода оценки погрешности оптимизированы. Проведено сравнение оценок погрешности рассматриваемого итерационного метода и явного метода простой итерации.

### 1. Постановка задачи

В гильбертовом пространстве  $H$  решается операторное уравнение I рода

$$Ax = y \quad (1)$$

с положительным ограниченным самосопряженным оператором  $A$ , для которого нуль не является собственным значением. Однако предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна. Для решения задачи предлагается неявный итерационный метод

$$(E + \alpha A^k)x_{n+1} = (E - \alpha A^k)x_n + 2\alpha A^{k-1}y, \quad x_0 = 0, \quad k \in N. \quad (2)$$

Предполагая существование единственного точного решения  $x$  уравнения (1) при точной правой части  $y$ , ищем его приближение  $x_{n,\delta}$  при приближенной правой части  $y_\delta$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ . В этом случае метод (2) примет вид

$$(E + \alpha A^k)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A^k)x_{n,\delta} + 2\alpha A^{k-1}y_\delta, \quad x_{0,\delta} = 0, \quad k \in N. \quad (3)$$

Ниже, под сходимостью метода (3) понимается утверждение о том, что приближения (3) сколь угодно близко подходят к точному решению  $x$  уравнения (1) при подходящем выборе  $n$  и достаточно малых  $\delta$ , т.е. если  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \left( \inf_n \|x - x_{n,\delta}\| \right) = 0$ .

### 2. Сходимость метода при точной правой части уравнения

**Теорема 1.** *Итерационный метод (2) при условии  $\alpha > 0$  сходится в исходной норме гильбертова пространства.*

**Доказательство.**

По индукции нетрудно показать, что

$$x_n = A^{-1} \left[ E - (E - \alpha A^k)^n (E + \alpha A^k)^{-n} \right] y.$$

Используя интегральное представление самосопряженного оператора  $A = \int_0^M \lambda dE_\lambda$

( $M = \|A\|$ ,  $E_\lambda$  – спектральная функция), имеем

$$\begin{aligned} x - x_n &= A^{-1} (E - \alpha A^k)^n (E + \alpha A^k)^{-n} y = \int_0^M \lambda^{-1} \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda y = \\ &= \int_0^\varepsilon \lambda^{-1} \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda y + \int_\varepsilon^M \lambda^{-1} \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda y. \end{aligned}$$

Потребуем, чтобы при  $\lambda \in (0, M]$  выполнялось

$$\alpha > 0. \quad (4)$$

Тогда  $\left| \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right| \leq q < 1$  и, следовательно,  $\left\| \int_\varepsilon^M \lambda^{-1} \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda y \right\| \leq q^n \left\| \int_\varepsilon^M \lambda^{-1} dE_\lambda y \right\| =$

$$= q^n \left\| \int_\varepsilon^M dE_\lambda x \right\| \leq q^n \|x\| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

$$\left\| \int_0^\varepsilon \lambda^{-1} \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda y \right\| \leq \left\| \int_0^\varepsilon dE_\lambda x \right\| = \|E_\varepsilon x\| \rightarrow 0, \text{ так как при } \varepsilon \rightarrow 0 \text{ } E_\varepsilon \text{ сильно стремится}$$

к нулю в силу свойств спектральной функции. Таким образом, доказано, что при условии (4) метод (2) сходится. Теорема 1 доказана.

### 3. Оценка скорости сходимости

Скорость убывания к нулю  $\|x - x_n\|$  неизвестна и может быть сколь угодно малой. Для ее оценки предположим, что точное решение уравнения (1) истокообразно

представимо, т. е.  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ . Тогда  $x - x_n = \int_0^M \lambda^s \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n dE_\lambda z$ .

Используя результаты из [1], получим оценку для подынтегральной функции:

$$|f(\lambda)| = \left| \lambda^s \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n \right| \leq \left| \lambda^s (1 - \alpha \lambda^k)^n \right| \leq s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k}.$$

Отсюда  $\|x - x_n\| \leq s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k} \|z\|$ .

Но может оказаться, что локальный максимум внутри  $[0, M]$  не будет являться глобальным, поэтому будем учитывать значение функции  $f(\lambda)$  на правом конце

отрезка, т.е. в точке  $\lambda = M$  (на левом конце отрезка  $f(0)=0$ ). Тогда справедливо

$$\|x - x_n\| \leq \max \left\{ s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k}, M^s \left( \frac{1 - \alpha M^k}{1 + \alpha M^k} \right)^n \right\} \|z\|.$$

#### 4. Сходимость при приближенной правой части уравнения

Покажем, что при условии (4) метод (3) можно сделать сходящимся, если нужным образом выбрать число итераций  $n$  в зависимости от уровня погрешности  $\delta$  приближенной правой части уравнения (1). Рассмотрим разность  $x - x_{n,\delta} = (x - x_n) + (x_n - x_{n,\delta})$ . По доказанному  $x - x_n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ . Убедимся, что  $x_n - x_{n,\delta}$  можно сделать сходящимся к нулю. Воспользовавшись интегральным представлением самосопряженного оператора, имеем

$$x_n - x_{n,\delta} = A^{-1} \left[ E - (E - \alpha A^k)^n (E + \alpha A^k)^{-n} \right] (y - y_\delta) = \int_0^M \lambda^{-1} \left[ 1 - \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n \right] dE_\lambda (y - y_\delta).$$

Оценим сверху подынтегральную функцию  $g_n(\lambda) = \lambda^{-1} \left[ 1 - \left( \frac{1 - \alpha \lambda^k}{1 + \alpha \lambda^k} \right)^n \right] \geq 0$  при условии (4).

При  $n = 1$   $g_1(\lambda) = \frac{2\alpha\lambda^{k-1}}{1 + \alpha\lambda^k}$ . Ее производная равна  $g_1'(\lambda) = \frac{2\alpha\lambda^{k-2}(k-1-\alpha\lambda^k)}{(1 + \alpha\lambda^k)^2}$ ,

следовательно,  $\lambda^* = \left( \frac{k-1}{\alpha} \right)^{1/k}$  – стационарная точка для функции  $g_1(\lambda)$ .

Поскольку  $g_1''(\lambda^*) < 0$ , то  $\lambda^*$  – точка максимума функции  $g_1(\lambda)$  и  $\max_{[0,M]} g_1(\lambda) = g_1(\lambda^*) \leq 2\alpha^{1/k}$ .

Покажем по индукции, что при  $n \in N$

$$g_n(\lambda) = |g_n(\lambda)| \leq 2kn^{1/k} \alpha^{1/k}. \quad (5)$$

При  $n = 1$  неравенство (5) проверено выше. В дальнейшем будем считать  $n \geq 2$ . Предположим, что (5) верно при  $n = m$ , т.е.  $g_m(\lambda) \leq 2km^{1/k} \alpha^{1/k}$  и рассмотрим

$$\begin{aligned} g_{m+1}(\lambda) &= \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha\lambda^k)^{m+1}}{(1 + \alpha\lambda^k)^{m+1}} \right] = \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha\lambda^k)^m}{(1 + \alpha\lambda^k)^m} \right] + \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha\lambda^k)^{m+1}}{(1 + \alpha\lambda^k)^{m+1}} \right] - \\ &\quad - \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{(1 - \alpha\lambda^k)^m}{(1 + \alpha\lambda^k)^m} \right] \leq 2km^{1/k} \alpha^{1/k} + \left( \frac{1 - \alpha\lambda^k}{1 + \alpha\lambda^k} \right)^m \cdot \frac{2\alpha\lambda^{k-1}}{1 + \alpha\lambda^k}. \end{aligned}$$

Поэтому

$$g_{m+1}(\lambda) \leq 2km^{1/k} \alpha^{1/k} + \left| \frac{(1 - \alpha\lambda^k)^m \cdot 2\alpha\lambda^{k-1}}{(1 + \alpha\lambda^k)^{m+1}} \right| \leq 2km^{1/k} \alpha^{1/k} + \left| 2\alpha\lambda^{k-1}(1 - \alpha\lambda^k)^m \right|.$$

Покажем, что

$$km^{1/k} \alpha^{1/k} + \left| \alpha\lambda^{k-1}(1 - \alpha\lambda^k)^m \right| \leq k(m+1)^{1/k} \alpha^{1/k}, \quad (6)$$

что равносильно неравенству  $\left| \alpha^{(k-1)/k} (1 - \alpha\lambda^k)^m \lambda^{k-1} \right| \leq (\sqrt[k]{m+1} - \sqrt[k]{m})k$ . Имеем

$$\begin{aligned} \sqrt[k]{m+1} &= \sqrt[k]{m \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt[k]{m} \left\{ 1 + \frac{1}{km} + \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right)}{2!m^2} + \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \left(\frac{1}{k} - 2\right)}{3!m^3} + \right. \\ &+ \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \left(\frac{1}{k} - 2\right) \left(\frac{1}{k} - 3\right)}{4!m^4} + \dots + \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \dots \left[\frac{1}{k} - (2p-2)\right]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2p-1) \cdot m^{2p-1}} + \\ &\left. + \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \dots \left[\frac{1}{k} - (2p-2)\right] \cdot \left[\frac{1}{k} - (2p-1)\right]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2p-1) \cdot 2p \cdot m^{2p}} + \dots \right\}. \end{aligned}$$

Покажем, что каждый положительный член ряда больше модуля следующего за ним отрицательного члена, т.е.

$$\frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \dots \left[\frac{1}{k} - (2p-2)\right]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2p-1) \cdot m^{2p-1}} > \left| \frac{\frac{1}{k} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \dots \left[\frac{1}{k} - (2p-2)\right] \cdot \left[\frac{1}{k} - (2p-1)\right]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2p-1) \cdot 2p \cdot m^{2p}} \right|,$$

что равносильно  $1 > \frac{\left|\frac{1}{k} - (2p-1)\right|}{2pm}$  или  $\frac{2p-1-\frac{1}{k}}{2pm} < 1$ , а это уже очевидно при  $m \geq 1$ .

Следовательно,

$$\sqrt[k]{m+1} > \sqrt[k]{m} \left( 1 + \frac{1}{km} - \frac{k-1}{2k^2m^2} \right).$$

Вернемся к доказательству неравенства (6). Поскольку (см. подраздел 3)  $\left| (1 - \alpha\lambda^k)^m \lambda^{k-1} \right| \leq (k-1)^{(k-1)/k} (km\alpha e)^{-(k-1)/k}$ , то вместо (6) докажем более сильное неравенство

$$(k-1)^{(k-1)/k} (km\alpha e)^{-(k-1)/k} \alpha^{(k-1)/k} \leq km^{1/k} \left( \frac{1}{km} - \frac{k-1}{2k^2m^2} \right). \quad (7)$$

Преобразуем его:  $\left(\frac{k-1}{k}\right)^{(k-1)/k} m^{-(k-1)/k} e^{-(k-1)/k} \leq km^{1/k} \frac{1}{km} \left(1 - \frac{k-1}{2km}\right).$

Поскольку  $\left(\frac{k-1}{k}\right)^{(k-1)/k} m^{-(k-1)/k} e^{-(k-1)/k} \leq m^{-(k-1)/k} e^{-(k-1)/k}$ , то докажем более сильное неравенство  $m^{-(k-1)/k} e^{-(k-1)/k} \leq m^{-(k-1)/k} \left(1 - \frac{k-1}{2km}\right)$ , что тоже самое

$$1 \leq e^{(k-1)/k} \left(1 - \frac{k-1}{2km}\right), m \geq 2.$$

При  $k = 1$  имеем  $1 \leq 1$ , следовательно, последнее неравенство справедливо при  $k = 1$ . При  $k \geq 2$   $1 - \frac{k-1}{2km} \geq \frac{3}{4}$ , откуда  $e^{(k-1)/k} \left(1 - \frac{k-1}{2km}\right) \geq \frac{3}{4} e^{1/2} > 1$ .

Значит, неравенство (7) выполняется и, тем более, справедливо неравенство (6). Таким образом, для  $n \geq 1$  справедлива оценка (5), т.е.  $g_n(\lambda) \leq 2kn^{1/k} \alpha^{1/k}$ ,  $n \geq 1$ . Отсюда  $\|x_n - x_{n,\delta}\| \leq 2kn^{1/k} \alpha^{1/k} \delta$ ,  $n \geq 1$ .

Поскольку  $\|x - x_{n,\delta}\| \leq \|x - x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| \leq \|x - x_n\| + 2kn^{1/k} \alpha^{1/k} \delta$  и  $\|x - x_n\| \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ , то для сходимости метода (3) достаточно выбрать  $n(\delta)$ , зависящим от  $\delta$  так, чтобы  $n^{1/k} \delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ . Итак, доказана

**Теорема 2.** При условии (4) итерационный метод (3) сходится, если число итераций  $n$  выбирать из условия  $n^{1/k} \delta \rightarrow 0$ ,  $n \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ .

## 5. Оценка погрешности метода и ее оптимизация

Запишем теперь общую оценку погрешности метода (3)

$$\begin{aligned} \|x - x_{n,\delta}\| &\leq \|x - x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| \leq \\ &\leq \max \left\{ s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k}, M^s \left( \frac{1 - \alpha M^k}{1 + \alpha M^k} \right)^n \right\} \|z\| + 2kn^{1/k} \alpha^{1/k} \delta, n \geq 1. \end{aligned}$$

Так как для достаточно больших  $n$   $M^s \left( \frac{1 - \alpha M^k}{1 + \alpha M^k} \right)^n \leq s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k}$ , то для этих  $n$  справедлива оценка

$$\|x - x_{n,\delta}\| \leq s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k} \|z\| + 2kn^{1/k} \alpha^{1/k} \delta, n \geq 1. \quad (8)$$

Следовательно, справедлива

**Теорема 3.** Если решение  $x$  уравнения (1) истокообразно представимо, то при условии (4) для метода (3) справедлива оценка погрешности (8).

Для минимизации оценки погрешности вычислим правую часть оценки (8) в точке, в которой производная от нее равна нулю: в результате получим априорный момент останова

$$n_{\text{опт}} = 2^{-k/(s+1)} \left( \frac{s}{k} \right)^{(s+k)/(s+1)} \alpha^{-1} e^{-s/(s+1)} \|z\|^{k/(s+1)} \delta^{-k/(s+1)}. \quad (9)$$

Подставив  $n_{\text{опт}}$  в оценку (8), имеем

$$\|x - x_{n,\delta}\|_{\text{опт}} \leq (1+s) \cdot 2^{s/(s+1)} \left( \frac{s}{k} \right)^{s(1-k)/(k(s+1))} e^{-s/(k(s+1))} \delta^{s/(s+1)} \|z\|^{1/(s+1)}. \quad (10)$$

**Замечание 1.** Оценка погрешности (10) имеет порядок  $O(\delta^{s/(s+1)})$ , и как следует из [2], он является оптимальным в классе задач с истоконпредставимыми решениями  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ .

**Замечание 2.** Оптимальная оценка (10) не зависит от  $\alpha$ , но от параметра  $\alpha$  зависит  $n_{\text{опт}}$ , поэтому для уменьшения объема вычислительной работы следует брать  $\alpha$ , удовлетворяющим условию (4) и так, чтобы  $n_{\text{опт}} = 1$ . Для этого

$$\text{достаточно выбрать } \alpha_{\text{опт}} = 2^{-k/(s+1)} \left( \frac{s}{k} \right)^{(s+k)/(s+1)} e^{-s/(s+1)} \|z\|^{k/(s+1)} \delta^{-k/(s+1)}.$$

Сравнение метода (3) с широко известным явным методом итераций [2–6]

$$x_{n+1,\delta} = x_{n,\delta} + \alpha(y_\delta - Ax_{n,\delta}), \quad x_{0,\delta} = 0 \quad (11)$$

показывает, что порядки их оптимальных оценок одинаковы. Достоинство явных методов в том, что явные методы не требуют обращения оператора, а требуют только вычисления значений оператора на последовательных приближениях. В этом смысле явный метод (11) предпочтительнее неявного метода (3). Однако неявный метод (3) обладает следующим важным достоинством. В явном методе (11) на шаг  $\alpha$  накладывается ограничение сверху – неравенство  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4\|A\|}$ , что может привести на

практике к необходимости большого числа вычислений. В неявном методе (3) ограничений сверху на  $\alpha > 0$  нет. Это позволяет считать  $\alpha > 0$  произвольно большим (независимо от  $\|A\|$ ). В связи с чем оптимальную оценку для метода (3) можно получить уже на первом шаге итераций.

## 6. Погрешность в счете

Рассмотрим погрешность метода при счете с округлениями. Пусть  $x_{n,\delta}$  – точное значение, получаемое по формуле (3), а  $z_n$  – значение с учетом вычислительной погрешности, т.е.

$$z_{n+1} = (E + \alpha A^k)^{-1} \left[ (E - \alpha A^k) z_n + 2\alpha A^{k-1} y_\delta \right] + \alpha \gamma_n, \quad z_0 = 0. \quad (12)$$

Здесь  $\gamma_n$  – погрешность вычислений. Обозначим  $\varepsilon_n = z_n - x_{n,\delta}$  и вычтем из (12) равенство (3). Имеем  $\varepsilon_{n+1} = (E + \alpha A^k)^{-1} (E - \alpha A^k) \varepsilon_n + \alpha \gamma_n$ ,  $\varepsilon_0 = 0$ . Так как нулевые приближения равны нулю, то  $\gamma_0 = 0$ . По индукции нетрудно получить, что

$$\varepsilon_n = \sum_{i=0}^{n-1} (E + \alpha A^k)^{-(n-1-i)} (E - \alpha A^k)^{n-1-i} \alpha \gamma_i.$$

В силу (4) и тому, что  $0 \in Sp A$  справедливо  $\left\| (E + \alpha A^k)^{-1} (E - \alpha A^k) \right\| \leq 1$ , поэтому  $\| \varepsilon_n \| \leq n \alpha \gamma$ ,  $\gamma = \sup_i |\gamma_i|$ .

Таким образом, с учетом вычислительной погрешности оценка погрешности метода (3) запишется в виде

$$\|x - z_n\| \leq \|x - x_{n,\delta}\| + \|x_{n,\delta} - z_n\| \leq s^{s/k} (kn\alpha e)^{-s/k} \|z\| + 2kn^{1/k} \alpha^{1/k} \delta + n\alpha\gamma, \quad n \geq 1.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савчук, В. Ф. Некоторые итеративные методы решения уравнений I рода / В. Ф. Савчук // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. – 1976. – № 5. – С. 23–27.
2. Вайникко, Г. М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г. М. Вайникко, А. Ю. Веретенников. – М. : Наука, 1986. – 178 с.
3. Константинова, Я. В. Оценки погрешности в методе итераций для уравнений I рода / Я. В. Константинова, О. А. Лисковец // Вестник Белорус. ун-та. Сер. 1. – 1973. – № 1. – С. 9–15.
4. Самарский, А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.
5. Лаврентьев, М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М. М. Лаврентьев. – Новосибирск : Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
6. Денисов, А. М. Введение в теорию обратных задач / А. М. Денисов. – М. : Изд-во МГУ, 1994. – 207 с.

#### ***O.V. Matysik, V.F. Savchuk. The Non-evident Iteration Procedure Convergence of the Decision of the Linear Equations in the Hilbert Space***

In the Hilbert space to solve the linear equations with limited positive self-adjointed operator we investigate the application of the new non-evident iterative method. Convergence of the method in its initial norm of Hilbert space is proved. The apriori estimations of this method error, having a precise and approximate right-side part of the operator equation, the error in calculation have been received. For the offered method the found estimations of the error are optimised. The comparison of the error estimations of the given iteration method and the evident method of simple iteration has been done.

УДК 53.05:681.3

*Е.Е. Пролиско*

## ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОТРИЦАТЕЛЬНО-БИНОМИАЛЬНЫХ ПОТОКОВ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ ПРОИЗВОЛЬНЫМ СЧЕТЧИКОМ II ТИПА (МЕТОД ОСЛАБЛЕНИЯ ПОТОКА)

Предлагается простая процедура, обеспечивающая оценку интенсивности нестационарного отрицательно-биномиального потока, прошедшего регистратор с продлевающимся мертвым временем (счетчик II типа). В основе метода лежит регистрация как исследуемого потока, так и этого же потока, ослабленного в известное количество раз. Предлагаемая процедура работает при неизвестном распределении длительности мертвого времени при самых общих ограничениях.

Случайные потоки являются одним из важнейших источников информации в обширном классе современных научных экспериментов: в оптике, ядерной физике, астрофизике и т.д. [1]. Случайный поток можно представить как последовательность точек на временной оси, при этом, не считая различий в координатах, данные точки неразличимы. Эти точки называют также однородными событиями. Интервалы между появлениями событий и их количество на заданном интервале, в общем случае, являются случайными.

В теории случайных потоков весьма важным является понятие производящего функционала (ПФЛ), который определяется как [1; 2]

$$L[u, \Omega] = \left\langle \prod_{i=1}^n [1 + u(t_i)] \right\rangle_{n, t_1, \dots, t_n}, \quad (1)$$

где  $u(t)$  – произвольная пробная функция, а смысл угловых скобок  $\langle \rangle_{n, t_1, \dots, t_n}$  состоит в усреднении значения функции, стоящей внутри этих скобок, по числу  $n$  появившихся точек и по координатам этих точек  $t_1, t_2, \dots, t_n$ .

*Отрицательно-биномиальным* называют поток, каждая реализация которого представляет собой реализацию пуассоновского потока с интенсивностью  $\lambda(t) = \xi \bar{\lambda}(t)$ , где  $\bar{\lambda}(t)$  – средняя интенсивность потока в момент  $t$ , а  $\xi$  – независимая случайная величина, принимающая только неотрицательные значения, с математическим ожиданием равным 1. Значение  $\xi$  в течение одной реализации остается неизменным, но для каждой новой реализации принимает случайное значение, независимое от предыдущих. Отрицательно-биномиальный поток является моделью импульсной флуоресценции, отклика отдаленных слоев при лазерном зондировании атмосферы и т.д. [1].

Вид ПФЛ отрицательно-биномиального потока зависит от вида распределения  $\xi$ . В реальных случаях эта случайная величина имеет, как правило, показательное распределение [1; 4] и для него

$$L[u, \Omega] = \left[ 1 - \int_{\Omega} \bar{\lambda}(t) u(t) dt \right]^{-1}, \quad (2)$$

Одним из основных искажающих факторов при определении характеристик случайных потоков является мертвое время устройства регистрации. В течение мертвого времени длительности  $\tau$  любое событие, поступившее на вход системы, теряется. В конкретных устройствах величина и характер мертвого времени зависят от многих факторов. В современной литературе, посвященной регистрации физических потоков, различают два типа мертвого времени: *непродлевающееся* и *продлевающееся*.

Непродлевающееся мертвое время, которое называют также мертвым временем I типа, возникает только после зарегистрированных событий. Входные события, попавшие в зону действия мертвого времени I типа, не регистрируются, но и не продлевают его. Данный тип мертвого времени характерен, прежде всего, для дискриминаторов и преобразователей время-код [1].

Продлевающееся мертвое время, или мертвое время II типа, возникает после любых входных событий независимо от факта их регистрации. Данный тип мертвого времени характерен, как правило, для детекторов – устройств, преобразующих поток физических частиц в поток электрических импульсов, для схем временной привязки, преобразующих электрические импульсы с выхода детектора в стандартные электрические импульсы и для схем исключения наложения импульсов [1].

Длительность мертвого времени полагаем случайной величиной, принимающей неотрицательные значения и описываемую условной функцией распределения  $B(x|z)$ , задающей вероятность окончания мертвовременного интервала не позднее момента  $x$ , если он начался в момент  $z$ . Если распределение длительности мертвого времени не зависит от момента его начала, полагаем, что распределение длительности мертвого времени задается функцией распределения  $D(\tau) = D(x - z)$ . Для этого случая имеет смысл ввести в рассмотрение математическое ожидание длительности мертвого времени

$$\bar{\tau} = \int_0^{\infty} \tau dD(\tau) = \int_0^{\infty} [1 - D(\tau)] d\tau.$$

Замечание. Важной характеристикой регистрации является величина  $\bar{\lambda}\bar{\tau}$ . Так, если  $\bar{\lambda}\bar{\tau}$  очень мало, то регистрируются практически все события входного потока (на практике для этого достаточно  $\bar{\lambda}\bar{\tau} < 0,01$ ). Если же  $\bar{\lambda}\bar{\tau}$  очень велико, то мертвовременные интервалы перекрывают практически все моменты наступления событий входного потока и выходной поток практически нулевой, это достигается при  $\bar{\lambda}\bar{\tau} > 100$ .

Аналитический аппарат, описывающий искажающее влияние непродлевающегося мертвого времени для некоторых классов входных потоков и видов мертвого времени, приведен в ряде работ, например [1; 3; 4].

Наиболее значимые результаты получены для случая продлевающегося мертвого времени [1; 4; 5]. Аналитическое выражение для  $v(t)$  – интенсивности выходного потока, после преобразований счетчиком II типа имеет вид [1; 4]

$$v(t) = \left. \frac{\partial L^A[u, \Omega]}{\partial u(z)} \right|_{u(z)=1(z-t)+B(t|z)}, \quad (3)$$

где  $L^A[u, \Omega]$  – ПФЛ входного потока. В случае отрицательно-биномиального потока (3) с учетом (2) примет вид

$$v(t) = \bar{\lambda}(t) \left\{ 1 + \int_{T_1}^t \bar{\lambda}(z) [1 - B(t|z)] dz \right\}^{-2}. \quad (4)$$

Для отрицательно-биномиального потока при заданном распределении  $\xi$  единственной характеристикой является средняя интенсивность  $\bar{\lambda}(t)$ . Таким образом, задача анализа потока сводится к получению оценки средней интенсивности  $\tilde{\lambda}(t)$  этого потока по зарегистрированной интенсивности  $v(t)$ . Актуальной проблемой является поиск методов оценки, позволяющих исключить влияние мертвого времени.

Пусть имеется нестационарный отрицательно-биномиальный поток с неизвестной интенсивностью  $\bar{\lambda}(t)$ , прореженный мертвым временем II типа. Обозначим выходную интенсивность этого потока, прошедшего счетчик II типа как  $v_0(t)$ . Введем для упрощения  $R(t) = \int_{T_1}^t \bar{\lambda}(z) [1 - B(t|z)] dz$ , тогда (4) переписывается как

$$v_0(t) = \bar{\lambda}(t) [1 + R(t)]^{-2}. \quad (5)$$

Пусть у нас имеется возможность ослабить входной поток в известное количество  $k$  раз. Тогда, из общих соображений, полагаем, что поток останется отрицательно-биномиальным со средней интенсивностью  $\bar{\lambda}(t)/k$ . Интенсивность этого потока после регистратора  $v_1(t)$ , согласно (4) и (5), должна иметь вид

$$v_1(t) = \frac{\bar{\lambda}(t)}{k} \left\{ 1 + \int_{T_1}^t \frac{\bar{\lambda}(\tau)}{k} [1 - B(t|\tau)] d\tau \right\}^{-2} = \frac{\bar{\lambda}(t)}{k} \left[ 1 + \frac{R(t)}{k} \right]^{-2} = \frac{\bar{\lambda}(t)k}{[k + R(t)]^2}. \quad (6)$$

В уравнениях (5) и (6) известными являются  $v_0(t)$ ,  $v_1(t)$  (как измеряемые характеристики) и  $k$ , а неизвестными  $R(t)$  и  $\bar{\lambda}(t)$ . Таким образом, получаем систему из двух уравнений с двумя неизвестными. Поскольку нас интересует только  $\bar{\lambda}(t)$ , то можно из (5) выразить  $R(t)$

$$R(t) = \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(t)}{v_0(t)}} - 1. \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), можно выразить  $\bar{\lambda}(t)$ . После некоторых преобразований получаем

$$\bar{\lambda}(t) = kv_1(t) + 2v_1(t) \left[ \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(t)}{v_0(t)}} - 1 \right] + \frac{v_1(t)}{k} \left[ \sqrt{\frac{\bar{\lambda}(t)}{v_0(t)}} - 1 \right]^2. \quad (8)$$

Решая (8) относительно  $\bar{\lambda}(t)$ , получаем два решения

$$\bar{\lambda}_1(t) = v_0(t)v_1(t) \left[ \frac{(k-1)(\sqrt{kv_0(t)} + \sqrt{v_1(t)})}{kv_0(t) - v_1(t)} \right]^2 \quad (9a)$$

$$\bar{\lambda}_2(t) = v_0(t)v_1(t) \left[ \frac{(k-1)(\sqrt{kv_0(t)} - \sqrt{v_1(t)})}{kv_0(t) - v_1(t)} \right]^2 \quad (9b)$$

Замечание. На практике применимо только решение (9а). Решение (9б) является, по-видимому, лишним корнем.

Процедуру оценки интенсивности в реальных регистраторах, в несколько упрощенном виде, можно представить в следующем виде. Интервал измерения  $[T_1, T_2]$  разбивается на  $m$  равных отрезков (временных каналов) точками  $t_p = T_1 + p \cdot \Delta t$ , где  $\Delta t = (T_2 - T_1)/m$  – ширина временного канала. После чего проводят  $N$  повторений эксперимента, по которым получают оценки исследуемого потока. Так если  $v(t)$  – интенсивность потока в момент  $t$ , то ее оценкой является  $\tilde{v}_p$  – средняя интенсивность в  $p$ -м временном канале, где  $p = [t/\Delta t] + 1$  ( $[x]$  здесь обозначает целую часть от  $x$ ). Для получения данной характеристики достаточно подсчитать количество событий  $n_p$ , зарегистрированных в  $p$ -м временном канале за  $N$  прогонов. Значение  $\tilde{v}_p$  определяется как [1; 4]

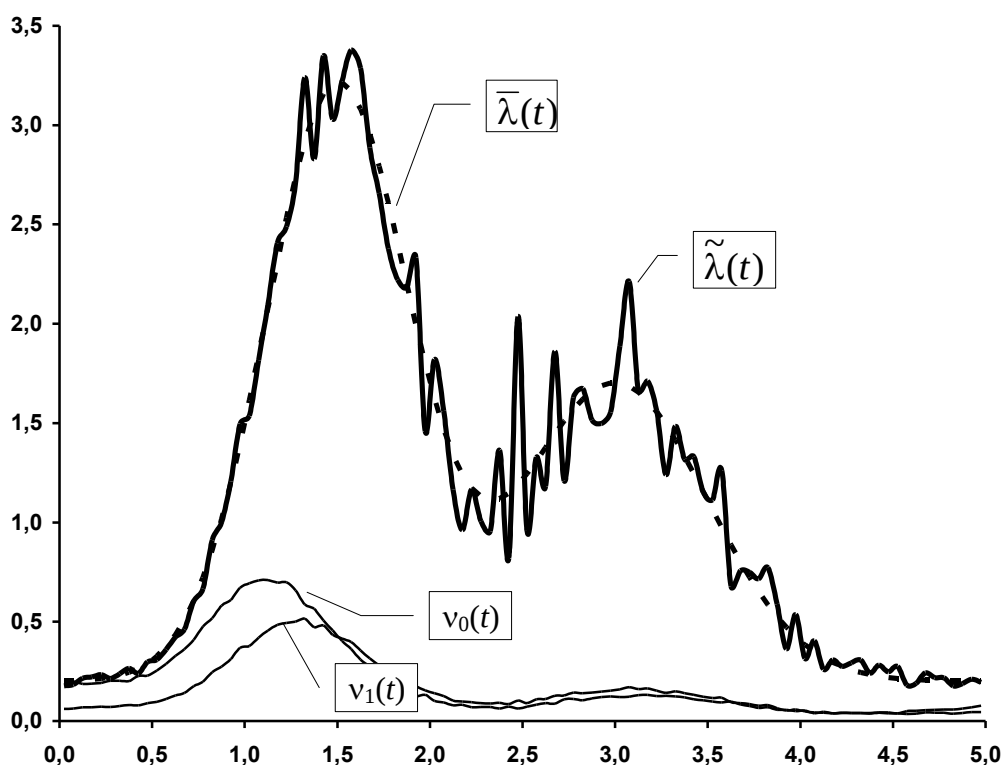
$$\tilde{v}_p = \frac{n_p}{N \cdot \Delta t}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9а) получаем оценки зарегистрированной интенсивности  $\tilde{\lambda}_p$ .

Полученные результаты были проверены на имитационных моделях. На рисунке 1 представлен случай: входной поток – нестационарный

$$\bar{\lambda}(t) = 3 \cdot \exp\left\{-\frac{(t-1,5)^2}{0,3}\right\} + 1,5 \cdot \exp\left\{-\frac{(t-3)^2}{0,5}\right\} + 0,2,$$

коэффициент ослабления  $k = 3$ , объем выборок в каждом измерении  $n = 100\,000$ , интервал моделирования  $\Omega = [0, 5]$ , мертвое время не зависит от своего начала и распределено равномерно на интервале  $[1; 2]$  (все единицы измерения условные). Тонкими линиями на рисунке обозначены зарегистрированные интенсивности  $v_0(t)$  и  $v_1(t)$ , пунктиром – «идеальная» средняя интенсивность входного потока  $\bar{\lambda}(t)$ , а сплошной жирной линией – ее оценка  $\tilde{\lambda}(t)$ , полученная из  $k$ ,  $v_0(t)$  и  $v_1(t)$  по формуле (9а).



**Рисунок 1 – Оценка входной интенсивности отрицательно-биномиального потока, полученная методом ослабления**

Точность оценки интенсивности будем связывать с ее дисперсией. Оценкой дисперсии оценки зарегистрированного потока является [4]

$$\sigma^2(\tilde{v}_p) = \frac{\tilde{v}_p(1 - \tilde{v}_p \Delta t)}{N \cdot \Delta t}. \quad (11)$$

Поскольку дисперсия данной оценки, в общем случае, может зависеть от момента времени, то введем условия:

1) распределение длительности мертвого времени не зависит от момента его начала, т.е.  $B(x|z) = D(x - z) = D(\tau)$ ;

2) входной поток – стационарный, т.е.  $\bar{\lambda}(t) = \bar{\lambda} = \text{const}$ ;

3) начало появления событий потока и вызванных ими мертвовременных интервалов было задолго до начала регистрации. В этом случае, с учетом условия 1), на всем интервале измерения зарегистрированные потки также стационарны с интенсивностью

$$v = \bar{\lambda}(1 + \bar{\lambda}\bar{\tau})^{-2}. \quad (12)$$

4) ширина временного канала  $\Delta t$  достаточно мала, так что выполняется условие  $v \cdot \Delta t \ll 1$ , что для реальных регистраторов выполняется практически во всех случаях. При этом условии формулу (11) с большой точностью можно представить в виде

$$\sigma^2(\tilde{v}) \approx \frac{\tilde{v}}{N \cdot \Delta t}. \quad (13)$$

Пусть в результате экспериментов получены оценки  $\tilde{v}_0$  и  $\tilde{v}_1$ . Так как эти оценки – независимы, то для дисперсии оценки  $\tilde{\lambda}$  справедливо [1]

$$\sigma^2(\tilde{\lambda}) = \left[ \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial v_0} \right]^2 \sigma^2(\tilde{v}_0) + \left[ \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial v_1} \right]^2 \sigma^2(\tilde{v}_1), \quad (14)$$

Из (12) следует

$$v_0 = \frac{\bar{\lambda}}{(1 + \bar{\lambda}\bar{\tau})^2}, \quad v_1 = \frac{\bar{\lambda}}{k(1 + \bar{\lambda}\bar{\tau}/k)^2} = \frac{\bar{\lambda}k}{(k + \bar{\lambda}\bar{\tau})^2}. \quad (15)$$

Частные производные, стоящие в (14), получим из (9а). С учетом (15) после преобразований получим

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial v_0} = -\frac{(1 + \bar{\lambda}\bar{\tau})^3}{k-1} \\ \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial v_1} = \frac{(k + \bar{\lambda}\bar{\tau})^3}{k(k-1)} \end{cases} \quad (16)$$

Снова воспользовавшись выражениями (15) из (13), получим

$$\sigma^2(\tilde{v}_0) = \frac{\bar{\lambda}}{N \cdot \Delta t (1 + \bar{\lambda}\bar{\tau})^2}, \quad \sigma^2(\tilde{v}_1) = \frac{\bar{\lambda}}{N \cdot \Delta t \cdot k (1 + \bar{\lambda}\bar{\tau}/k)^2} = \frac{\bar{\lambda}k}{N \cdot \Delta t (k + \bar{\lambda}\bar{\tau})^2}, \quad (17)$$

Подставляя (16) и (17) в (14) окончательно получаем оценку дисперсии результата, которую можно представить как

$$\sigma^2(\tilde{\lambda}) = \frac{\bar{\lambda}}{N \Delta t} \cdot \frac{k^4 + 4k^3\bar{\lambda}\bar{\tau} + k + 4k\bar{\lambda}\bar{\tau} + (k+1)(\bar{\lambda}\bar{\tau})^2 [6k + (\bar{\lambda}\bar{\tau})^2] + 8k(\bar{\lambda}\bar{\tau})^3}{k(k-1)^2}. \quad (18)$$

На рисунке 2 представлен результат расчетов по формуле (18). Исследуется регистратор, для которого  $\bar{\tau} = 1,5$ , коэффициент ослабления меняется от 1,5 до 100. Сплошная линия соответствует  $\bar{\lambda} = 1$ , крупный пунктир –  $\bar{\lambda} = 2$ , а мелкий соответствует  $\bar{\lambda} = 4$  (все единицы – условные). Для удобства ось ординат имеет логарифмическую шкалу.

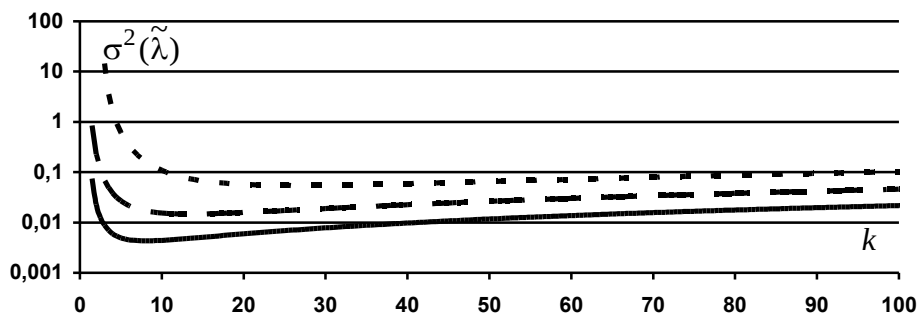


Рисунок 2 – Зависимость дисперсии оценки от коэффициента  $k$

Из примера на рисунке 2 видно, что при значениях  $k$  близких к 1 дисперсия оценки очень велика, с ростом  $k$  она быстро падает до некоторого оптимального значения, а потом более медленно растет.

В связи с последним весьма актуальной является задача выбора оптимальной величины  $k$  для заданного режима регистрации. Формально эту задачу можно решить, решив уравнение

$$\partial(\sigma^2(\tilde{\lambda}))/\partial k = 0 \quad (19)$$

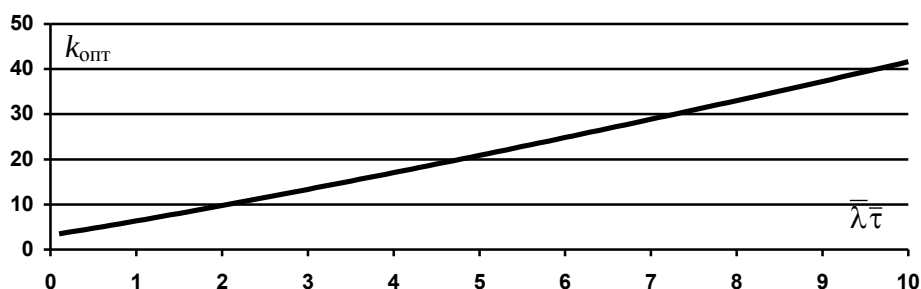
относительно параметра  $k$ .

Частная производная, стоящая в левой части уравнения (19), имеет вид

$$\frac{\partial \sigma^2(\tilde{\lambda})}{\partial k} = \frac{\bar{\lambda}}{N \Delta t} \cdot \frac{k^5 - 3 \cdot k^4 - 2A(4 + 3A) \cdot k^3 - 2(1 + 4A + 9A^2 + 8A^3 + A^4) \cdot k^2 - 3A^4 \cdot k + A^4}{k^2(k-1)^3},$$

где  $A = \bar{\lambda} \bar{\tau}$ . Очевидно, что: 1) корень уравнения (19) не зависит от  $N$  и  $\Delta t$ , а зависит только от произведения  $\bar{\lambda} \bar{\tau}$ ; 2) получаем уравнение пятой степени, которое аналитически не разрешимо.

На рисунке 3 представлены результаты численного решения уравнения (19).



**Рисунок 3 – Определение оптимального коэффициента ослабления**

Из рисунка видно, что график зависимости очень близок к прямой линии. Практически достаточно точно его можно аппроксимировать параболой

$$k_{\text{опт}} = 0,0593(\bar{\lambda} \bar{\tau})^2 + 3,2731\bar{\lambda} \bar{\tau} + 3,0265 \quad (20)$$

Если исследователь имеет возможность подбирать коэффициент ослабления  $k$ , то процедуру прецизионной оценки интенсивности отрицательно-биномиального потока можно представить как состоящую из двух шагов (каждый из которых состоит из двух этапов – измерение исходного потока и ослабленного). На первом шаге используется произвольное ослабление, которое дает предварительное значение оценки входной интенсивности. На втором шаге эта предварительная оценка служит опорным значением для расчета  $k_{\text{опт}}$  по формуле (20) и, используя его, получаем оценку входной интенсивности с максимальной точностью.

Замечание. Из примера на рисунке 2 видно, что в случае если нет возможности воспользоваться в точности оптимальным ослаблением во втором измерении, то выгоднее выбрать ослабление большей величины.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Апанасович, В. В. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте / В. В. Апанасович, А. А. Коляда, А. Ф. Чернявский. – Минск : Университетское. – 1988. – 254 с.

2. Большаков, И. А. Прикладная теория случайных потоков / И. А. Большаков, В. С. Ракощиц. – М. : Сов. радио. – 1978. – 248 с.

3. Апанасович, В. В. Потери событий в системах регистрации нестационарных пуассоновских потоков сигналов / В. В. Апанасович, Е. Е. Пролиско // Изв. вузов. Приборостроение. – Т. XXXI. – 1988. – С. 3–7.

4. Пролиско, Е. Е. Анализ временных характеристик случайных потоков в системах с мертвым временем : дис. ... канд. техн. наук. – Брест. – 1992. – 152 с.

5. Апанасович, В. В. Счет фотонов регистратором с «мертвым временем» / В. В. Апанасович, Е. Е. Пролиско // Оптико-механическая промышленность. – № 10. – 1988. – С. 14–15.

***E.E. Proliisko. The Estimation of Intensity of Non-stationary Negative-binomial Streams Registered by a Counter of the Second Type (Method Weakened of Stream)***

The simple procedure providing an estimation of intensity of a non-stationary negative-binomial stream passed through the registrar with continuing dead time (the counter of the 2<sup>nd</sup> type) is offered. Registration, both a researched stream, and the same stream weakened in known quantity of times lies in the basis of the method. The offered procedure works at unknown distribution of duration of dead time at the most general restrictions.

УДК 519.62

**С.А. Фетисова**

## РАВНОВЕСНЫЕ РЕШЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ДЕЛЬТОИДНОЙ ЗАДАЧИ ПЯТИ ТЕЛ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

В статье исследуются равновесные решения ограниченной дельтоидной задачи пяти тел. Показано, что только два из одиннадцати решений являются устойчивыми, а также найдена область устойчивости решений для параметров из области устойчивости дельтоидной конфигурации. Все необходимые вычисления выполнены с помощью Системы Символьных Вычислений (ССВ) *Mathematica*.

### Введение

Ньютонова ограниченная задача многих тел – одна из самых известных моделей классической механики, математики и астрономии [3]. Известно, что общее решение этой задачи до сих пор не найдено, поэтому представляет интерес поиск ее точных частных решений. Но поскольку определяющая задачу система дифференциальных уравнений очень сложна и является неинтегрируемой, то неизбежно прибегать к использованию современных компьютерных технологий для нахождения точных частных решений задачи [4]. Важное место среди них занимает Система Символьных Вычислений *Mathematica* [2], с помощью которой выполнялись все расчеты и визуализировались полученные результаты.

### Постановка задачи

Пусть четыре массивных тела  $P_0, P_1, P_2, P_3$  равномерно вращаются вокруг оси  $Oz$  инерциальной барицентрической системы координат с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , образуя в любой момент времени дельтоид, плоскость которого совпадает с плоскостью  $Oxy$ . Существование соответствующих точных решений задачи четырех тел доказано в работе [5]. Пусть пятое тело  $P_4$ , масса которого пренебрежимо мала, движется в гравитационном поле, генерируемом телами  $P_0, P_1, P_2, P_3$ . Дифференциальные уравнения движения этого тела существенно нелинейны, и найти их общее решение не представляется возможным. Поэтому задача состоит в том, чтобы найти равновесные решения и исследовать их устойчивость. Начало таким исследованиям было положено в предыдущей работе [1], где были найдены равновесные положения тела  $P_4$  и исследована их устойчивость при некоторых значениях параметров модели. Целью данной работы является исследование устойчивости равновесных решений при всех значениях параметров, при которых устойчива сама конфигурация в форме дельтоида.

### Дельтоидная конфигурация

Используя относительные координаты и переходя во вращающуюся вокруг оси  $Oz$  систему координат, в которой тело  $P_0$  покоится в начале координат, запишем дифференциальные уравнения движения системы  $n$  тел в виде [4]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_j}{dt^2} - 2 \frac{dy_j}{dt} + \frac{G(m_0 + m_j)}{\omega^2} \frac{x_j}{r_i^3} = x_j - \frac{G}{\omega^2} \sum_{k=1(k \neq j)}^n m_k \left( \frac{x_j - x_k}{r_{jk}^3} + \frac{x_k}{r_k^3} \right), \\ \frac{d^2 y_j}{dt^2} + 2 \frac{dx_j}{dt} + \frac{G(m_0 + m_j)}{\omega^2} \frac{y_j}{r_i^3} = y_j - \frac{G}{\omega^2} \sum_{k=1(k \neq j)}^n m_k \left( \frac{y_j - y_k}{r_{jk}^3} + \frac{y_k}{r_k^3} \right), \end{cases} \quad (1)$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $m_0, m_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) – массы тел,

$$r_j^2 = x_j^2 + y_j^2, \quad r_{jk}^2 = (x_j - x_k)^2 + (y_j - y_k)^2.$$

При  $n = 4$  и  $m_4 = 0$  система (1) распадается на две независимые подсистемы, первая из которых содержит шесть уравнений и описывает движение тел  $P_1, P_2, P_3$  в плоскости  $Oxy$ , а вторая определяет движение пятого тела  $P_4$  в гравитационном поле остальных четырех тел.

При  $m_1 = m_2$  первая подсистема имеет решение вида:

$$x_1 = -x_2 = X, \quad x_3 = 0, \quad y_1 = y_2 = aX, \quad y_3 = bX, \quad (2)$$

где  $X$  – масштабный множитель, а безразмерные параметры  $a, b$  определяют форму конфигурации. При  $b > a$  решение (2) соответствует дельтоидной конфигурации тел  $P_0, P_1, P_2, P_3$ . Вводя безразмерные параметры  $\mu_1 = m_1/m_0 = m_2/m_0$ ,  $\mu_2 = m_3/m_0$  и безразмерные координаты и подставляя решение (2) в первую подсистему системы (1), получаем только три независимых уравнения, которые и определяют параметры  $a, b, \omega$  при заданных значениях  $\mu_1, \mu_2$  [1]:

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \frac{\mu_1}{4} + \frac{1}{(1+a^2)^{3/2}} + \frac{\mu_2}{(1+(a-b)^2)^{3/2}}, \\ a\omega^2 &= \frac{a(1+2\mu_1)}{(1+a^2)^{3/2}} + \frac{\mu_2}{b^2} + \frac{\mu_2(a-b)}{(1+(a-b)^2)^{3/2}}, \\ b\omega^2 &= \frac{2a\mu_1}{(1+a^2)^{3/2}} + \frac{1+\mu_2}{b^2} + \frac{2\mu_1(a-b)}{(1+(a-b)^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно, первое уравнение системы (3) определяет угловую скорость вращения конфигурации  $\omega$ , причем условие  $\omega^2 > 0$  всегда выполняется. Подставляя  $\omega^2$  из первого уравнения системы во второе и третье, получаем систему двух уравнений относительно переменных  $a, b$ , содержащую два параметра  $\mu_1, \mu_2$ , причем эта система имеет решение, удовлетворяющее условию  $b > a$  при любых значениях  $\mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0$  [5]. Следует отметить, что условие существования вещественного решения  $(a, b, \omega)$  системы (3) эквивалентно условию образования телами  $P_0, P_1, P_2, P_3$  центральной конфигурации во вращающейся системе координат.

### Устойчивость дельтоидной конфигурации

В работе [7] был проведен анализ устойчивости дельтоидной конфигурации в плоской ньютоновой задаче четырех тел в линейном приближении. Показано, что на плоскости параметров  $0\mu_1\mu_2$  существует лишь небольшая область, для значений параметров  $\mu_1, \mu_2$  из которой дельтоидная конфигурация является устойчивой в линейном приближении. Граница этой области найдена численно и показана на рисунке 1.

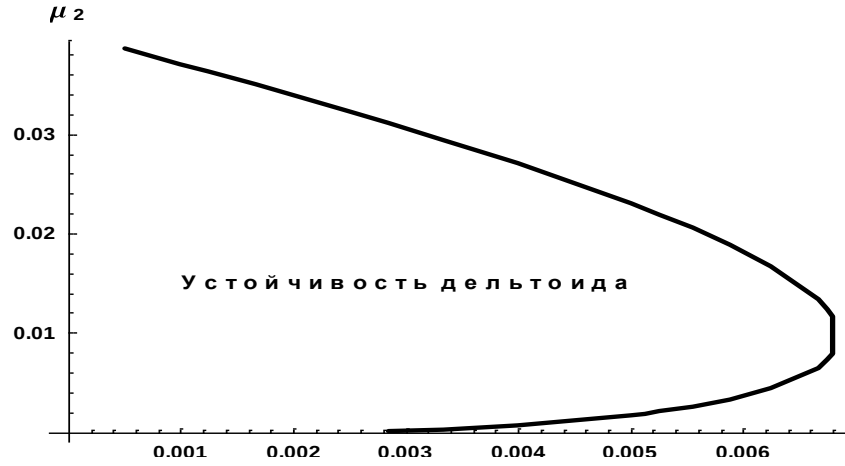


Рисунок 1 – Область устойчивости дельтоидной конфигурации

### Нахождение равновесных решений

Дифференциальные уравнения, определяющие движение тела  $P_4$  в плоскости  $Oxy$ , получаются из (1) при  $j = 4$  и  $m_4 = 0$ :

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_4}{dt^2} - 2 \frac{dy_4}{dt} + \frac{Gm_0}{\omega^2} \frac{x_4}{r_4^3} = x_4 - \frac{G}{\omega^2} \left( m_1 \left( \frac{x_4 - x_1}{r_{41}^3} + \frac{x_1}{r_1^3} \right) + \right. \\ \left. + m_2 \left( \frac{x_4 - x_2}{r_{42}^3} + \frac{x_2}{r_2^3} \right) + m_3 \left( \frac{x_4 - x_3}{r_{43}^3} + \frac{x_3}{r_3^3} \right) \right), \\ \frac{d^2 y_4}{dt^2} + 2 \frac{dx_4}{dt} + \frac{Gm_0}{\omega^2} \frac{y_4}{r_4^3} = y_4 - \frac{G}{\omega^2} \left( m_1 \left( \frac{y_4 - y_1}{r_{41}^3} + \frac{y_1}{r_1^3} \right) + \right. \\ \left. + m_2 \left( \frac{y_4 - y_2}{r_{42}^3} + \frac{y_2}{r_2^3} \right) + m_3 \left( \frac{y_4 - y_3}{r_{43}^3} + \frac{y_3}{r_3^3} \right) \right). \end{cases}$$

Равновесным положениям тела  $P_4$  соответствуют постоянные значения координат  $x_4$  и  $y_4$ . Приравняв в дифференциальных уравнениях, определяющих движение тела  $P_4$ , все производные к нулю, и принимая во внимание (2), мы можем получить равновесные положения тела  $P_4$  как решения следующей системы двух уравнений, зависящей от параметров модели:

$$\begin{cases} x_4 = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{x_4}{(x_4^2 + y_4^2)^{3/2}} + \mu_1 \left( \frac{x_4 - 1}{((x_4 - 1)^2 + (y_4 - a)^2)^{3/2}} + \frac{x_4 + 1}{((x_4 + 1)^2 + (y_4 - a)^2)^{3/2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\mu_2 x_4}{(x_4^2 + (y_4 - b)^2)^{3/2}} \right), \\ y_4 = \frac{1}{\omega^2} \left( \frac{y_4}{(x_4^2 + y_4^2)^{3/2}} + 2\mu_1 \left( \frac{2(y_4 - a)}{((x_4 - 1)^2 + (y_4 - a)^2)^{3/2}} + \frac{a}{(1 + a^2)^{3/2}} \right) + \right. \\ \left. + \mu_2 \left( \frac{y_4 - b}{(x_4^2 + (y_4 - b)^2)^{3/2}} + \frac{1}{b^2} \right) \right). \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) существенно нелинейна и может быть проанализирована только численно. С помощью системы *Mathematica* [6] для различных значений параметров были построены графики двух кривых, описанных уравнениями (4). Точки пересечения этих кривых представляют собой искомые положения равновесия. Соответствующий анализ при различных значениях параметров  $\mu_1, \mu_2$  из области устойчивости дельтоидной конфигурации (рисунок 1) показал, что в плоскости  $Oxy$  существует четыре пары симметричных относительно оси  $Oy$  равновесных положений тела  $P_4$  и три равновесных положения на оси  $Oy$ . Таким образом, всего имеется 11 равновесных решений системы (4).

Например, для  $\mu_1 = 0,005$ ,  $\mu_2 = 0,01$  ( $\mu_1, \mu_2$  принадлежат области устойчивости дельтоидной конфигурации) из системы (3) получаем  $a = 0,77$ ,  $b = 1,26$  и имеем 11 равновесных решений системы (4). Графики кривых для данных значениях параметров изображены на рисунке 2.

Графический метод дает приближенные значения координат положений равновесия  $N_i$  ( $i = 1, \dots, 11$ ). Для их точного определения мы воспользовались функцией *FindRoot* системы *Mathematica* [6] и получили координаты положений равновесия с точностью до пяти знаков после запятой:

$$\begin{aligned} N_1(-1,25924; 0,019222) \quad N_2(1,25924; 0,019222) \\ N_3(-1,12356; 0,864738) \quad N_4(1,12356; 0,864738) \\ N_5(-0,885968; 0,683974) \quad N_6(0,885968; 0,683974) \\ N_7(-0,626097; 1,10408) \quad N_8(0,626097; 1,10408) \\ N_9(0; -1,25119) \quad N_{10}(0; 1,08581) \quad N_{11}(0; 1,46203) \end{aligned}$$

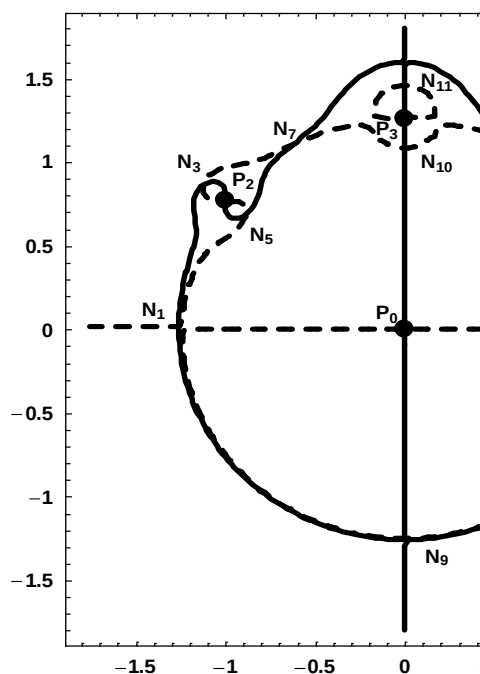


Рисунок 2 – Положения равновесия тела  $P_4$

#### Устойчивость равновесных решений

Теперь необходимо исследовать устойчивость полученных равновесных решений  $N_i$  ( $i = 1, \dots, 11$ ). Для этого приведем систему дифференциальных уравнений (1)

к нормальной форме Коши и линеаризуем ее в окрестности каждой точки равновесия  $N_i (i = 1, \dots, 11)$ , после чего исследуем свойства собственных значений матрицы линеаризованной системы.

Используя систему *Mathematica* [6], проведем линеаризацию системы дифференциальных уравнений (1) в окрестности каждой точки равновесия  $N_i (i = 1, \dots, 11)$ . Вносим возмущения:

$$x_4 = x_4 + \delta x_4, \quad y_4 = y_4 + \delta y_4,$$

где  $\delta x_4, \delta y_4$  – малые возмущения равновесного решения системы (4). Затем разлагаем правую часть каждого уравнения системы (4) в ряд Тейлора по степеням возмущений  $\delta x_4, \delta y_4$  с точностью до первого порядка. В результате уравнения возмущенного движения тела  $P_4$  в окрестности каждого из равновесных решений в линейном приближении могут быть представлены в виде:

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x, \quad (5)$$

где вектор  $x$  имеет компоненты  $x = \left( x_4, y_4, \frac{dx_4}{dt}, \frac{dy_4}{dt} \right)$ ,  $A$  – квадратная матрица четвертого порядка вида:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_1 & k_2 & 0 & 2 \\ k_3 & k_4 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты матрицы  $k_i (i = 1, \dots, 4)$  сложным образом зависят от параметров модели и имеют довольно громоздкий вид, поэтому для их определения воспользуемся СКА *Mathematica* [2]. Используя функцию *Eigenvalues*, которая дает список собственных значений квадратной матрицы, исследуем собственные значения матрицы  $A$ . Отметим, что рассматриваемые равновесные решения могут быть устойчивыми, если все собственные значения матрицы  $A$  являются чисто мнимыми числами.

Численный анализ системы (5) показал, что устойчивыми в линейном приближении являются только два из одиннадцати равновесных решений системы (4). Этими решениями являются  $N_1$  и  $N_2$ . При этом устойчивость наблюдается лишь при значениях параметров  $\mu_1, \mu_2$  из небольшой области на плоскости  $0\mu_1\mu_2$ , которая является подобластью области линейной устойчивости самой дельтоидной конфигурации четырех тел  $P_0, P_1, P_2, P_3$ . Полученная область изображена на рисунке 3. Остальные девять равновесных решений  $N_i (i = 3, \dots, 11)$  неустойчивы при любых значениях параметров  $\mu_1, \mu_2$ .

### Заключение

Мы исследовали устойчивость равновесных решений ограниченной дельтоидной задачи пяти тел. Вычисления показали, что устойчивыми в линейном приближении являются только два из одиннадцати равновесных решений системы (4), причем устойчивость наблюдается лишь при значениях параметров  $\mu_1, \mu_2$  из небольшой подобласти на плоскости  $0\mu_1\mu_2$  области линейной устойчивости самой дельтоидной конфигурации четырех тел  $P_0, P_1, P_2, P_3$ . Область устойчивости

равновесных решений найдена численно. Остальные девять равновесных решений неустойчивы при любых значениях параметров  $\mu_1, \mu_2$ .

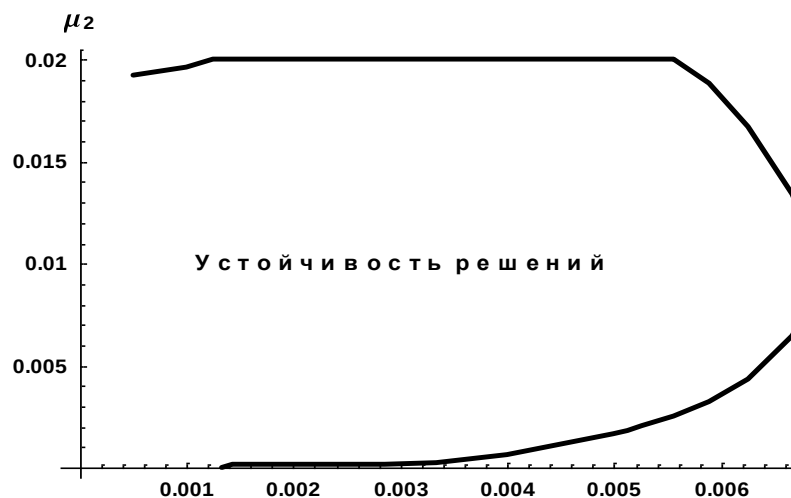


Рисунок 3 – Область устойчивости равновесных решений

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fetisova, S. On the Newtonian deltoid problem / S. Fetisova, E. A. Grebenikov // Computer Algebra Systems in Teaching and Research : proc. of the 4th International Workshop CASTR'2007, Siedlce, Poland, Jan. 31 – Feb. 3, 2007 / University of Podlasie ; Eds. : L. Gadomski [and others]. – Siedlce, 2007. – P. 112–116.
2. Wolfram, S. The Mathematica book / S. Wolfram. – Wolfram Media / Cambridge Univ. Press, 1999. – 1470 p.
3. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / В. К. Абалакин [и др.] ; под ред. Г. Н. Дубошина. – 2-е изд. – Москва : Наука, 1976. – 854 с.
4. Гребеников, Е. А. Методы компьютерной алгебры в проблеме многих тел / Е. А. Гребеников, Д. Козак-Сковородкина, М. Якубяк. – М. : Изд-во РУДН, 2002. – 209 с.
5. Прокопеня, А. Н. О симметричных гомографических решениях ньютоновой задачи четырех тел / А. Н. Прокопеня // Дифференциальные уравнения и системы компьютерной алгебры : материалы междунар. конф. DE&CAS'2005, Брест, 5–8 окт. 2005 г. : в 2 ч. / БГПУ ; редкол. : И. В. Гайшун [и др.]. – Минск, 2005. – Ч. 1. – С. 321–327.
6. Прокопеня, А. Н. Применение системы Mathematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений / А. Н. Прокопеня, А. В. Чичурин. – Минск : Изд-во БГУ, 1999. – 265с.
7. Фетисова, С. А. Об устойчивости дельтоидной конфигурации четырех тел / С. А. Фетисова // Инновационные технологии управления в экономике'2007 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 24–25 апр. 2007 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. С. А. Тузика ; редкол. : В. Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2007. – С. 152.

#### **S.A. Fetisova. Equilibrium Solutions of the Restricted Deltoid Problem of Five Bodies and their Stability**

In this paper the stability of equilibrium solutions of the restricted deltoid problem of five bodies is researched. It is shown, that only two of eleven solutions are stable, and the area of stability solutions for parameters from stability area of deltoid configuration is found. All necessary calculations are realized with the help of the System of Symbolical Calculations (SSC) *Mathematica*.

УДК 513.82

*А.А. Юдов, Е.Е. Гурская*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВ С ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ГРУППОЙ $G$ – ГРУППОЙ ДВИЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВА ${}^2R_4$ .**

В работе рассматривается пространство  ${}^2R_4$  – четырехмерное псевдоевклидово пространство нулевой сигнатуры. Исследуются однородные пространства с фундаментальной группой Ли  $G$  – группой Ли движений пространства  ${}^2R_4$ . Изучается класс таких пространств, имеющих в качестве группы стационарности двумерную подгруппу Ли группы Ли  $H$  вращений пространства  ${}^2R_4$ . Среди однородных пространств такого вида находятся все редуктивные пространства.

В работе исследуются геометрии однородных пространств. Изучение таких пространств является одной из актуальных проблем современной геометрии. В этом направлении выполняется много исследовательских работ. В Беларуси задачами такого характера занимались Л.К. Тутаев, В.И. Ведерников, А.С. Феденко, И.В. Белько, А.А. Бурдун, В.В. Балащенко, С.Г. Кононов, А.А. Юдов и другие. Исследованием редуктивных однородных пространств занимались также эстонский геометр Ю. Лумисте [1] и японские геометры К. Номидзу и Ш. Кобаяси [2–3]. Ю. Лумисте показал применимость редуктивных однородных пространств к проблеме расширения связностей на расслоениях с редуктивными однородными слоями. Геометры К. Номидзу и Ш. Кобаяси проводили широкое исследование редуктивных однородных пространств, в частности исследовали свойства инвариантной связности в редуктивных однородных пространствах. В данной работе исследуется специальный класс однородных пространств, фундаментальной группой для которых является группа Ли  $G$  движений четырехмерного псевдоевклидова пространства нулевой сигнатуры – пространства  ${}^2R_4$ . Рассматриваются такие однородные пространства, группа стационарности у которых двухмерная. Среди таких пространств находятся все редуктивные однородные пространства, в алгебрах

Ли фундаментальных групп Ли находятся все соответствующие редутивные дополнения.

Группа Ли  $G$  является полупрямым произведением группы Ли  $H$  стационарности точки пространства  ${}^2R_4$  и абелевой группы  $T_4$  параллельных переносов пространства  ${}^2R_4$ :  $G = H \otimes T_4$ .

Алгебра Ли  $\bar{G}$  является полупрямой суммой алгебры Ли  $\bar{H}$  группы Ли  $H$  и коммутативной алгебры Ли группы Ли:  $\bar{G} = \bar{H} \oplus \tau_4$ .

Рассмотрим связные подгруппы Ли группы Ли  $G$  движений пространства  ${}^2R_4$ . Все связные подгруппы Ли группы Ли  $G$ , с точностью до сопряженности, перечислены в работе [4]. Тем самым классифицированы с точностью до изоморфизма все однородные пространства со структурной группой  $G$ . Необходимо среди всех таких однородных пространств выделить редутивные однородные пространства. В данной работе найдены все редутивные однородные пространства вида  $G/G_i$ , где  $G_i$  – связная двухпараметрическая подгруппа Ли группы Ли  $H$  вращений пространства  ${}^2R_4$ . Метод решения задачи состоит в том, что для исследуемого однородного пространства  $G/G_i$  рассматриваются соответствующие алгебры Ли  $\bar{G}$  и  $\bar{G}_i$ , затем находятся все четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\bar{H}$ , инвариантные относительно  $\text{ad}\bar{G}_i$ . Среди таких пространств находятся дополнительные к  $\bar{G}_i$ . Эти пространства будут редутивными дополнениями для однородного пространства  $H/G_i$ . Поскольку пространство  $G/H$  редутивно, отсюда будет следовать редутивность однородного пространства  $G/G_i$ .

**Определение.** Однородное пространство  $H/G_i$  называется редутивным, если алгебра Ли  $\bar{H}$  группы Ли  $H$  распадается в прямую сумму подпространств:

$$\bar{H} = m + \bar{G}_i, \quad (1)$$

причем подпространство  $m$  инвариантно относительно  $\text{ad}\bar{G}_i$ , где  $\text{ad}\bar{G}_i$  – присоединенное представление алгебры Ли  $\bar{G}_i$ .

Для нахождения редутивных дополнений используем следующий способ.

Пусть  $a_1, a_2$  – базис алгебры Ли  $\bar{G}_i$  группы Ли  $G_i$ , принадлежащей группе Ли  $H$ . Рассмотрим четырехмерное векторное подпространство  $m$  алгебры Ли  $\bar{H}$ , образованное векторами  $b_1, b_2, b_3, b_4$ , т.е.  $m = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ . Для этого подпространства  $m$  потребуем выполнимость условия инвариантности относительно  $\text{ad}a_i$ ,  $i = 1, 2$ . Т.е. выполнимость условий:

$$[a_i, b_j] = \alpha_{j1}b_1 + \alpha_{j2}b_2 + \alpha_{j3}b_3 + \alpha_{j4}b_4, \quad j = 1, 2, 3, 4; \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Систему (2) будем называть системой инвариантности пространства  $m$  или просто системой инвариантности. Раскладывая левую и правую части по базису  $i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}$  [4], [5] алгебры Ли  $\bar{H}$ , получим систему инвариантности в виде системы алгебраических уравнений. Пусть например  $b_j = \beta_{j5}i_5 + \dots + \beta_{j10}i_{10}$ . Элементарными преобразованиями можно от базиса  $\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$  перейти к базису  $\{b'_1, b'_2, b'_3, b'_4\}$  с более простыми коэффициентами  $\beta_{jk}$ . Для этого придется рассмотреть 20 случаев. При

этом система инвариантности упростится. Пусть система инвариантности решена и в итоге получены трехмерные пространства  $m_1, \dots, m_p$ , инвариантные относительно  $\text{ad } \overline{G_i}$ . Среди этих пространств нужно выбрать такие, которые удовлетворяют условию (1). Такие пространства  $m_i$  и будут искомыми редукированными дополнениями.

### Нахождение редукированных пространств $H/G_i$

Все трехмерные подгруппы Ли группы Ли  $H$  известны [4]. Запишем алгебры Ли для этих подгрупп с помощью базисов:  $\overline{G_{14}} = \{i_5, i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{15}} = \{i_6, i_9\}$ ,  $\overline{G_{16}} = \{i_9, i_8 - i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{17}} = \{i_9, i_5 - i_7\}$ ,  $\overline{G_{18}} = \{i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{19}} = \{i_6, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{20}} = \{i_6 - i_9, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{21}} = \{i_6 - i_9, i_5 - i_7 + i_8 - i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{22}} = \{i_6 + \lambda i_9, i_5 - i_7 + i_8 - i_{10}\}$ ,  $\lambda \neq 0, \pm 1$ ,  $\overline{G_{23}} = \{i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}, i_8 - i_{10} \pm i_6 \pm i_9\}$ ,  $\overline{G_{24}} = \{i_5 - i_{10}, i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{25}} = \{i_6 - i_9 + \lambda(i_5 - i_7), i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}\}$ ,  $\overline{G_{26}} = \{i_5 - i_{10}, i_6 - i_9\}$ .

Рассмотрим подалгебру  $\{i_6\}$ . Будем искать четырехмерные инвариантные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ , инвариантные относительно  $\text{ad } i_6$ . Достаточно рассмотреть следующие случаи:

1°. Инвариантные подпространства будем искать в виде:  $\{i_5 + \lambda i_9 + \mu i_{10}, i_6 + \nu i_9 + \sigma i_{10}, i_7 - s i_9 + t i_{10}, i_8 + p i_9 + q i_{10}\}$ . Система инвариантности запишется в виде:  $s\mu + p = 0$ ,  $\sigma s = 0$ ,  $ts = 0$ ,  $\lambda + qs = 0$ ,  $t\mu + q = 0$ ,  $\sigma t = 0$ ,  $t^2 = 1$ ,  $\mu + tq = 0$ .

Поскольку, как следует из седьмого уравнения системы инвариантности,  $t = \pm 1 \neq 0$ , то из третьего и шестого уравнения следует:  $s = 0$ ,  $\sigma = 0$ . Отсюда:  $p = 0$ ,  $\lambda = 0$ ,  $q = \pm \mu$ . Инвариантные подпространства запишутся в виде:  $\{i_5 + \mu i_{10}, i_6 + \nu i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \pm \mu i_{10}\}$ .

2°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_8 + \mu i_{10}, i_6 + \nu i_8 + \sigma i_{10}, i_7 + s i_8 + t i_{10}, i_9 + q i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda v + \sigma s = 0$ ,  $\lambda^2 + \mu s = 1$ ,  $\lambda s + st = 0$ ,  $qs = 0$ ,  $\lambda\mu + t\mu = 0$ ,  $\mu\nu + \sigma t = 0$ ,  $\mu s + t^2 = 1$ ,  $qt = 0$ .

Предположим, что  $q = 0$ . Если при этом  $\lambda = -t$ , то система инвариантности переписывается в виде:  $\lambda v + \sigma s = 0$ ,  $\lambda^2 + \mu s = 1$ ,  $\mu\nu - \lambda\sigma = 0$ . Домножив второе уравнение на  $\mu$ , третье на  $\lambda$  и вычитая их получим:  $\sigma(\mu s + \lambda^2) = 0$ . В силу первого уравнения отсюда следует:  $\sigma = 0$ . Следовательно,  $\lambda v = 0$ ,  $\mu\nu = 0$ . При  $v \neq 0$  получим  $\lambda = 0$ ,  $\mu = 0$ , и первое уравнение становится противоречивым. При  $v = 0$  получаем условие  $\lambda = \pm \sqrt{1 - \mu s}$  и инвариантные подпространства запишутся в виде:  $\{i_5 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_8 + \mu i_{10}, i_6, i_7 + s i_8 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_{10}, i_9\}$ ,  $1 - \mu s \geq 0$ . Если же выполняется условие  $q = 0$ ,  $\lambda \neq -t$ , то из третьего и пятого уравнений системы инвариантности получим:  $s = 0$ ,  $\mu = 0$ . Тогда из первого и седьмого уравнений системы инвариантности следует:  $\lambda^2 = 1$ ,  $t^2 = 1$ , а из второго и шестого:  $v = 0$ ,  $\sigma = 0$ . Получаем инвариантные подпространства в виде:  $\{i_5 \pm i_8, i_6, i_7 \pm i_{10}, i_9\}$ . Если же  $q \neq 0$ , то из четвертого и восьмого уравнений системы инвариантности следует:  $s = 0$ ,  $t = 0$ . Тогда седьмое уравнение противоречиво.

3°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_8 + \mu i_9, i_6 + \nu i_8 + \sigma i_9, i_7 + s i_8 + t i_9, i_9 + i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda^2 = 1$ ,  $\lambda v = 0$ ,  $\lambda s = 0$ ,  $s = 0$ ,  $\lambda\mu = 0$ ,  $\mu\nu = 0$ ,  $\mu s = 0$ ,  $t = 0$ . Отсюда следует, что если  $\mu \neq 0$ , то  $\lambda = 0$ . Тогда первое уравнение противоречиво. Если же  $\mu = 0$ , то, учитывая, что  $t = 0$ ,  $s = 0$ ,  $v = 0$ ,  $\lambda = \pm 1$ , получим инвариантные подпространства в виде:  $\{i_5 \pm i_8, i_6 + \sigma i_9, i_7, i_{10}\}$ .

4°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_9, i_6 + \nu i_7 + \sigma i_9, i_8 + s i_9, i_{10}\}$ . Поскольку  $\text{ad } i_6(i_{10}) = i_7$ , то, как нетрудно видеть, этот элемент нельзя получить из образующей системы ни при какой линейной комбинации.

5°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_8, i_6 + \nu i_7 + \sigma i_8, i_9, i_{10}\}$ . Как и в предыдущем случае,  $\text{adi}_6(i_{10}) = i_7$  нельзя получить из образующей системы векторов ни при каких линейных комбинациях.

6°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_6 + \mu i_8, i_7 + \nu i_8, i_9, i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda \mu = 0, \lambda \nu = 0, \mu^2 = 1, \mu \nu = 0, \nu = 0$ . Если  $\lambda \neq 0$ , то  $\mu = 0$  и третье уравнение противоречиво. При  $\lambda = 0$  получим инвариантное пространство в виде:  $\{i_5 \pm i_8, i_7, i_9, i_{10}\}$ .

В случае 7° инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_6 + \mu i_{10}, i_7 + \nu i_{10}, i_8 + \sigma i_{10}, i_9 + s i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = 0, \mu \nu + \sigma = 0, \nu^2 = 1, \mu + \nu \sigma = 0, \nu s = 0$ . Таким образом,  $\nu = \pm 1$ . Отсюда получим:  $\sigma = \mp \mu, \lambda = 0, s = 0$  и инвариантное пространство в виде:  $\{i_5 + \mu i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \pm \mu i_{10}, i_9\}$ .

8°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_6 + \mu i_9, i_7 + \nu i_9, i_8 + \sigma i_9, i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = 0, \mu = 0, \nu = 0, \sigma = 0$ . Получим инвариантное пространство в виде:  $\{i_5, i_7, i_8, i_{10}\}$ .

9°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_6 + \mu i_7, i_8, i_9, i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = 0, 1 = 0$ . Система противоречива.

10°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_{10}, i_7 + \mu i_{10}, i_8 + \nu i_{10}, i_9 + \sigma i_{10}\}$ .

Поскольку  $\text{adi}_6(i_8 + \nu i_{10}) = i_5 + \nu i_7$ , то этот вектор нельзя получить из образующих векторов ни при каких линейных комбинациях.

11°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_6 + \lambda i_9, i_7 + \mu i_9, i_8 + \nu i_9, i_{10}\}$ . Поскольку  $\text{adi}_6(i_8 + \nu i_9) = i_5$ , то этот элемент нельзя получить из образующих векторов ни при каких линейных комбинациях.

12°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_6 + \lambda i_8, i_7 + \mu i_8, i_9, i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = 0, \mu = 0$ . Получим инвариантное пространство в виде:  $\{i_6, i_7, i_9, i_{10}\}$ .

13°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_6 + \lambda i_7, i_8, i_9, i_{10}\}$ . Поскольку  $\text{adi}_6(i_8) = i_5$ , то этот элемент нельзя получить из образующих векторов ни при каких линейных комбинациях.

14°. Инвариантные пространства ищем в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7 + \mu i_{10}, i_6 + \nu i_7 + \sigma i_{10}, i_8 + s i_{10}, i_9 + t i_{10}\}$ . Система инвариантности принимает вид:  $\lambda = s, \mu = 0, \nu = 0, \sigma = 0, t = 0$ . Получим инвариантные пространства в виде:  $\{i_5 + \lambda i_7, i_6, i_8 + \lambda i_{10}, i_9\}$ .

15°. Надо проверить пространство  $\{i_7, i_8, i_9, i_{10}\}$ , которое не инвариантно, поскольку  $\text{adi}_6(i_8) = i_5$  нельзя получить из образующих векторов ни при каких линейных комбинациях.

Таким образом, получена следующая теорема.

**Теорема 1.** Все инвариантные относительно  $\text{adi}_6$  четырехмерные подпространства Ли  $\bar{H}$  можно записать следующими образующими базисами:

1.  $\{i_5 + \mu i_{10}, i_6 + \nu i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \pm \mu i_{10}\}$ ; 2.  $\{i_5 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_8 + \mu i_{10}, i_6, i_7 + s i_8 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_{10}, i_9\}$ ;
3.  $\{i_5 \pm i_8, i_6, i_7 \pm i_{10}, i_9\}$ ; 4.  $\{i_5 \pm i_8, i_6 + \sigma i_9, i_7, i_{10}\}$ ; 5.  $\{i_5 \pm i_8, i_7, i_9, i_{10}\}$ ;
6.  $\{i_5 + \mu i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \mp \mu i_{10}, i_9\}$ ; 7.  $\{i_5, i_7, i_8, i_{10}\}$ ; 8.  $\{i_5 + \lambda i_7, i_6, i_8 + \lambda i_{10}, i_9\}$ ; 9.  $\{i_6, i_7, i_9, i_{10}\}$ .

При помощи преобразования  $\text{Ad}h$ , где  $h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ , вектор  $i_6$  переходит

в  $-i_9$ ,  $i_5$  в  $i_5$ ,  $i_7$  в  $i_8$ ,  $i_8$  в  $i_7$ ,  $i_9$  в  $-i_6$ ,  $i_{10}$  в  $i_{10}$ . Следовательно, мы можем найти инвариантные четырехмерные подпространства для  $\text{adi}_9$  как образы соответствующих инвариантных пространств для  $\text{adi}_6$ . Получим следующую теорему.

**Теорема 2.** Все инвариантные относительно  $\text{adi}_9$  четырехмерные подпространства Ли  $\overline{H}$  можно записать следующими образующими базами:

1.  $\{i_5 + \mu i_{10}, -i_9 + v i_{10}, i_8 \pm i_{10}, i_7 \pm \mu i_{10}\}$ ; 2.  $\{i_5 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_7 + \mu i_{10}, -i_9, i_8 + s i_7 \pm \sqrt{1 - \mu s} i_{10}, -i_6\}$ ;
3.  $\{i_5 \pm i_7, -i_9, i_8 \pm i_{10}, -i_6\}$ ; 4.  $\{i_5 \pm i_7, -i_9 - \sigma i_6, i_8, i_{10}\}$ ; 5.  $\{i_5 \pm i_7, i_8, -i_6, i_{10}\}$ ;
6.  $\{i_5 + \mu i_{10}, i_8 \pm i_{10}, i_7 \mp \mu i_{10}, -i_6\}$ ; 7.  $\{i_5, i_8, i_7, i_{10}\}$ ; 8.  $\{i_5 + \lambda i_8, -i_9, i_7 + \lambda i_{10}, -i_6\}$ ; 9.  $\{-i_9, i_8, -i_6, i_{10}\}$ .

Рассматривая аналогично оператор  $\text{adi}_5$  приходим к следующей теореме.

**Теорема 3.** Относительно  $\text{adi}_5$  инвариантны только следующие четырехмерные пространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6, i_7, i_8, i_9\}$ ;
2.  $\{i_6 + \mu i_9, i_7 - \frac{1}{\mu} i_8, i_5, i_{10}\}$ ;
3.  $\{i_6 \pm \sqrt{-1 - v\mu} i_8 + \mu i_9, i_7 + v i_8 \mp \sqrt{-1 - v\mu} i_9, i_5, i_{10}\}, -1 - v\mu \geq 0$ ;
4.  $\{i_6 + \lambda i_7, i_7 + \lambda i_9, i_5, i_{10}\}$ ;
5.  $\{i_7, i_5, i_8, i_9\}$ .

В пространстве  ${}^2R_4$  существует принцип двойственности, при котором имеется следующее соответствие между векторами:  $i_5 \rightarrow i_{10}, i_{10} \rightarrow i_5, i_7 \rightarrow i_8, i_8 \rightarrow i_7, i_6 \rightarrow i_6, i_9 \rightarrow i_9$ . На основании этого принципа из предыдущей теоремы получим следующую теорему.

**Теорема 4.** Относительно  $\text{adi}_{10}$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6, i_8, i_7, i_9\}$ ;
2.  $\{i_6 + \mu i_9, i_8 - \frac{1}{\mu} i_7, i_{10}, i_5\}$ ;
3.  $\{i_6 \pm \sqrt{-1 - v\mu} i_7 + \mu i_9, i_8 + v i_7 \mp \sqrt{-1 - v\mu} i_9, i_{10}, i_5\}, -1 - v\mu \geq 0$ ;
4.  $\{i_6 + \lambda i_8, i_8 + \lambda i_9, i_{10}, i_5\}$ ;
5.  $\{i_8, i_{10}, i_7, i_9\}$ .

Решая аналогично системы инвариантности получим следующие теоремы.

**Теорема 5.** Относительно  $\text{ad}(i_5 - i_7)$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_7 \pm \sqrt{\lambda \sigma} i_{10}, i_9 \pm \sqrt{\lambda \sigma} i_7 + \sigma i_{10}, i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}, \lambda \sigma \geq 0$ ;
2.  $\{i_6, i_9 + \sigma i_{10}, i_5 - i_7, i_8 - i_{10}\}$ ;
3.  $\{i_6, i_5 - i_7, i_8, i_{10}\}$ ;
4.  $\{i_6 + \lambda i_9, i_5 - \frac{1}{\lambda} i_{10}, i_7 - \frac{1}{\lambda} i_{10}, i_8 - i_{10}\}, \lambda \neq 0$ ;
5.  $\{i_9, i_5, i_7, i_8 - i_{10}\}$ .

**Теорема 6.** Относительно  $\text{ad}(i_6 - i_9)$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_5 + \lambda i_6 + \mu i_9, i_7 + v i_6 + \gamma i_9, i_8 - v i_6 + \sigma i_9, i_{10} - \lambda i_6 - \mu i_9\}$ ;
2.  $\{i_5 + i_{10}, i_7 + v i_{10} + \sigma i_9, i_8 - v i_{10} - \sigma i_9, i_6 + \rho i_9\}$ ;
3.  $\{i_5 - i_{10} + \mu i_9, i_7 \pm i_{10} + \sigma i_9, i_8 \pm i_{10} - (\sigma \pm \mu) i_9, i_6 + \rho i_9\}$ ;
4.  $\{i_5 + i_{10}, i_7 + v i_{10} + \sigma i_9, i_8 - v i_{10} - \sigma i_9, i_9\}$ ;
5.  $\{i_5 - i_{10} + \mu i_9, i_7 \pm i_{10} + \sigma i_9, i_8 \pm i_{10} - (\sigma \pm \mu) i_9, i_9\}$ ;
6.  $\{i_5 + \mu i_6, i_7 + i_8, i_{10} - \mu i_6, i_9\}$ ;
7.  $\{i_5 \pm i_{10}, i_7 \pm i_8, i_6, i_9\}$ ;
8.  $\{i_5 \pm i_8, i_7 \pm i_{10}, i_6, i_9\}$ ;
9.  $\{i_5 - i_{10}, i_7 + i_8 \pm 2 i_{10}, i_6, i_9\}$ ;

10.  $\{i_5 \pm i_7, i_8 \pm i_{10}, i_6, i_9\}$ ;
11.  $\{i_5 + \mu i_9, i_7 + i_8, i_{10} - \mu i_9, i_6 + t i_9\}$ .

**Теорема 7.** Относительно  $\text{ad}(i_5 - i_{10})$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_5 + \lambda i_5 + \mu i_{10}, i_9 - \lambda i_5 - \mu i_{10}, i_7 - p i_5 - q i_{10}, i_8 + p i_5 + q i_{10}\}$ ;
2.  $\{i_6 + \mu i_{10}, i_9 - \mu i_{10}, i_7 - i_8, i_5 + p i_{10}\}$ ;
3.  $\{i_6 + \lambda i_8 + \mu i_{10}, i_9 - \lambda i_8 - \mu i_{10}, i_7 - i_8, i_5 + p i_{10}\}$ ;
4.  $\{i_6 + \mu i_5, i_9 - \mu i_5, i_7 - i_8, i_{10}\}$ ;
5.  $\{i_6 + \lambda i_8 + \mu i_5, i_9 - \lambda i_8 - \mu i_5, i_7 - i_8, i_{10}\}$ ;
6.  $\{i_5 \pm i_9, i_7 \pm i_8, i_5, i_{10}\}$ ;
7.  $\{i_6 + i_9, i_7 + v i_{10}, i_8 + v i_{10}, i_5 + s i_{10}\}$ ;
8.  $\{i_6 + i_9, i_7 + v i_5, i_8 + v i_5, i_{10}\}$ .

**Теорема 8.** Относительно  $\text{ad}(i_6 - p i_9)$ ,  $p \neq 0$  и  $p \neq -1$ , инвариантны только следующие подпространства Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_5, i_7, i_8, i_{10}\}$ ;
2.  $\{i_5 - i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \pm i_{10}, i_6 + q i_9\}$ ;
3.  $\{i_5 + i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \mp i_{10}, i_6 + q i_9\}$ ;
4.  $\{i_5 - i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \pm i_{10}, i_9\}$ ;
5.  $\{i_5 + i_{10}, i_7 \pm i_{10}, i_8 \mp i_{10}, i_9\}$ ;
6.  $\{i_5 \pm i_8, i_7 \pm i_{10}, i_6, i_9\}$ ;
7.  $\{i_5 \pm i_{10}, i_7 \pm i_8, i_6, i_9\}$ ;
8.  $\{i_5 \pm i_7, i_8 \pm i_{10}, i_6, i_9\}$ .

**Теорема 9.** Относительно  $\text{ad}(i_5 - i_7 - i_8 + i_{10})$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_5 - \lambda i_{10}, i_9 - v i_5 - v i_{10}, i_7 + s i_5 - (1 + s) i_{10}, i_8 - (1 + s) i_5 + s i_{10}\}$ ;
2.  $\{i_6 + \lambda i_5 + \mu i_{10}, i_9 + \lambda i_5 + \mu i_{10}, i_8 + s i_5 + t i_{10}, i_8 - (1 + s) i_5 - (1 + t) i_{10}\}$ ;
3.  $\{i_6 + \lambda i_8 - \lambda i_{10}, i_9 + v i_8 - v i_{10}, i_7 + i_8 - 2 i_{10}, i_5 - i_{10}\}$ ;
4.  $\{i_6 + \lambda i_8 + \mu i_{10}, i_9 + \lambda i_8 + \mu i_{10}, i_7 + i_8 + t i_{10}, i_5 - (1 + t) i_{10}\}$ ;
5.  $\{i_6 + \lambda i_8 + \mu i_5, i_9 + \lambda i_8 + \mu i_5, i_7 + i_8 - i_{10}, i_{10}\}$ ;
6.  $\{i_6 - i_9, i_7 + i_8, i_5, i_{10}\}$ ;
7.  $\{i_6 + i_9, i_7 - i_{10}, i_8 - i_{10}, i_5 - i_{10}\}$ ;
8.  $\{i_6 - i_9, i_7 + v i_{10}, i_8 + \sigma i_{10}, i_5 + (1 + v + \sigma) i_{10}\}$ ;
9.  $\{i_6, i_7 - i_{10}, i_8 - i_{10}, i_5 - i_{10}\}$ .

На основании принципа двойственности из теоремы 5 получим следующую теорему.

**Теорема 10.** Относительно  $\text{ad}(i_8 - i_{10})$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{H}$ :

1.  $\{i_6 + \lambda i_8 \pm \sqrt{\lambda \sigma} i_5, i_9 \pm \sqrt{\lambda \sigma} i_8 + \sigma i_5, i_{10} - i_8, i_7 - i_5\}, \lambda \sigma \geq 0$ ;
2.  $\{i_6, i_9 + \sigma i_5, i_{10} - i_8, i_7 - i_5\}$ ;
3.  $\{i_6, i_{10} - i_8, i_7, i_5\}$ ;
4.  $\{i_6 + \lambda i_9, i_{10} - \frac{1}{\lambda} i_5, i_8 - \frac{1}{\lambda} i_5, i_7 - i_5\}, \lambda \neq 0$ ;
5.  $\{i_9, i_{10}, i_8, i_7 - i_5\}$ .

Из теоремы 9 следует, что все четырехмерные подпространства, инвариантные относительно  $\text{ad}(i_5 - i_7 - i_8 + i_{10})$ , содержат вектор  $i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}$ , находящийся в  $\overline{G_{19}}$ ,  $\overline{G_{20}}$ ,  $\overline{G_{23}}$ ,  $\overline{G_{24}}$ ,  $\overline{G_{25}}$ . Следовательно, эти пространства не являются дополнительными

для подалгебр  $\mathcal{L}$  и:  $\overline{G_{19}}$ ,  $\overline{G_{20}}$ ,  $\overline{G_{23}}$ ,  $\overline{G_{24}}$ ,  $\overline{G_{25}}$ . Таким образом, получаем следующую теорему.

**Теорема 11.** Однородные пространства  $\mathcal{H}/G_{19}$ ,  $\mathcal{H}/G_{20}$ ,  $\mathcal{H}/G_{23}$ ,  $\mathcal{H}/G_{24}$ ,  $\mathcal{H}/G_{25}$  не являются редуктивными.

При помощи преобразования  $\text{Adg}_3$  вектор  $i_5 - i_7 - i_8 + i_{10}$  переходит в вектор  $i_5 - i_7 + i_8 - i_{10}$ . Оператор  $\text{Adg}_3$  действует на элементы базиса алгебры Ли следующим образом:

$i_5 \rightarrow i_5$ ,  $i_{10} \rightarrow -i_{10}$ ,  $i_7 \rightarrow i_7$ ,  $i_8 \rightarrow -i_8$ ,  $i_6 \rightarrow -i_6$ ,  $i_9 \rightarrow i_9$ . Поэтому из теоремы 9 получим следующую теорему:

**Теорема 12.** Относительно  $\text{ad}(i_5 - i_7 + i_8 - i_{10})$  инвариантны только следующие четырехмерные подпространства алгебры Ли  $\overline{\mathcal{H}}$ :

1.  $\{-i_6 + \lambda i_5 + \lambda i_{10}, i_9 - \nu i_5 + \nu i_{10}, i_7 + s i_5 + (1 + s)i_{10}, -i_8 - (1 + s)i_5 - s i_{10}\}$ ;
2.  $\{-i_6 + \lambda i_5 - \mu i_{10}, i_9 + \lambda i_5 - \mu i_{10}, -i_8 + s i_5 - t i_{10}, -i_8 - (1 + s)i_5 + (1 + t)i_{10}\}$ ;
3.  $\{-i_6 - \lambda i_8 + \lambda i_{10}, i_9 - \nu i_8 + \nu i_{10}, i_7 - i_8 + 2i_{10}, i_5 + i_{10}\}$ ;
4.  $\{-i_6 - \lambda i_8 - \mu i_{10}, i_9 - \lambda i_8 - \mu i_{10}, i_7 - i_8 - t i_{10}, i_5 + (1 + t)i_{10}\}$ ;
5.  $\{-i_6 - \lambda i_8 + \mu i_5, i_9 - \lambda i_8 + \mu i_5, i_7 - i_8 + i_{10}, -i_{10}\}$ ;
6.  $\{-i_6 - i_9, i_7 - i_8, i_5, -i_{10}\}$ ;
7.  $\{-i_6 + i_9, i_7 + i_{10}, -i_8 + i_{10}, i_5 + i_{10}\}$ ;
8.  $\{-i_6 - i_9, i_7 - \nu i_{10}, -i_8 - \sigma i_{10}, i_5 - (1 + \nu + \sigma)i_{10}\}$ ;
9.  $\{-i_6, i_7 + i_{10}, -i_8 + i_{10}, i_5 + i_{10}\}$ .

Из теоремы 12 следует, что все четырехмерные подпространства, инвариантные относительно  $\text{ad}(i_5 - i_7 + i_8 - i_{10})$ , содержат вектор  $i_5 - i_7 + i_8 - i_{10}$ , находящийся в  $\overline{G_{21}}$ ,  $\overline{G_{22}}$ . Следовательно, эти пространства не являются дополнительными для подалгебр Ли:  $\overline{G_{21}}$ ,  $\overline{G_{22}}$ . Таким образом, получается

**Теорема 13.** Однородные пространства  $\mathcal{H}/G_{21}$ ,  $\mathcal{H}/G_{22}$  не являются редуктивными.

Подведем итоги исследований в виде следующей теоремы.

**Теорема 14.** Однородные пространства  $\mathcal{H}/G_{14}$ ,  $\mathcal{H}/G_{15}$ ,  $\mathcal{H}/G_{26}$  являются редуктивными. Все редуктивные дополнения для алгебр Ли имеют вид:

1. для  $\overline{G_{14}}$  редуктивное дополнение  $\{i_6, i_7, i_8, i_9\}$ ;
2. для  $\overline{G_{15}}$  редуктивное дополнение  $\{i_5, i_7, i_8, i_{10}\}$ ;
3. для  $\overline{G_{26}}$  редуктивное дополнение  $\{i_6 + i_9, i_7, i_8, i_5 + i_{10}\}$ .

Однородные пространства  $\mathcal{H}/G_i$ , где  $i$  принимает значения от 16 до 25, не являются редуктивными.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лумисте, Ю. Связности в главных расслоениях / Ю. Лумисте // I респ. конф. математиков Белоруссии : науч. тр. – Минск, 1965. – С. 247–258.
2. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т. 1. – 343 с.
3. Кобаяси, Ш. Основы дифференциальной геометрии : в 2 т. / Ш. Кобаяси, К. Номидзу. – М. : Наука, 1981. – Т. 2. – 413 с.
4. Юдов, А. А. Подгруппы группы движений четырехмерного псевдоевклидова пространства нулевой сигнатуры / А. А. Юдов // Вестник Белорусского ун-та. Сер. I. – 1977. – № 1. – С. 16–21.
5. Троцюк, С. А. О редуктивных однородных пространствах, связанных с группой движений пространства  ${}^2R_4$  / С. А. Троцюк // Информационные технологии управления в экономике – 2005 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 24–26 мая

2005 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. С. А. Тузика ; редкол. : В. Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2005. – С. 83–85.

6. Гурская Е. Е., Юдов А. А. Исследование редуктивных однородных пространств с фундаментальной группой — группой движений пространства  ${}^2R_4$ , имеющих двухмерные группы стационарности / Е. Е. Гурская // Информационные технологии управления в экономике – 2006 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 25–26 апреля 2006 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. С. А. Тузика ; редкол. : В. Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2006. – С. 120–123.

7. Гурская, Е. Е. О редуктивных дополнениях двумерных подалгебр Ли алгебры Ли  $\overline{H}$  группы Ли  $H$  вращений пространства  ${}^2R_4$  / Е. Е. Гурская, А. А. Юдов // Информационные технологии управления в экономике – 2005 : материалы респ. науч.-практ. конф., Брест, 24–25 мая 2005 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. С. А. Тузика ; редкол. : В. Я. Асанович [и др.]. – Брест, 2005. – С. 73.

**A. Yudov, H. Gurskaya. Investigation of the Homogenous Spaces with Fundamental Group  $G$  – Group of Motions of Space  ${}^2R_4$**

The space  ${}^2R_4$  – 4-dimensional pseudoeuclidious space of the zero signature is considered in the article. Homogenous spaces with fundamental group Lee  $G$  – group Lee of motions space  ${}^2R_4$  are dealt with. The class of such spaces, having as a group of stability a 2-dimensional subgroup Lee of group Lee  $H$  of rotations of space  ${}^2R_4$  is investigated. Among homogeneous spaces of such kind there are all reductive homogeneous spaces.

УДК 538.971+539.213+539.533

*А.В. Демидчик*

## **ТЕРМИЧЕСКАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ СТРУКТУРЫ И МИКРОТВЕРДОСТИ ТОНКИХ ФОЛЫГ ЖЕЛЕЗО-НИКЕЛЕВЫХ СПЛАВОВ**

Проведены рентгеноструктурный анализ и рентгеноспектральный микроанализ отожженных Fe-Ni сплавов в виде фольги. В исследуемом интервале температур отжига 200...800<sup>0</sup>С измерена микротвердость сплавов. Установлено, что до температуры отжига 400<sup>0</sup>С каких либо значительных изменений в структуре не происходит, при этом микротвердость до указанной температуры изменяется в пределах статистической погрешности. Более высокие температуры отжига (550...800<sup>0</sup>С) приводят к образованию совершенной (кристаллической) структуры и уменьшению микротвердости. До температур отжига 600<sup>0</sup>С сплавы сохраняют однородное распределение компонентов.

### **Введение. Постановка задачи**

Изучение структуры и свойств сплавов на основе железа актуально в силу их широкого применения [1; 2]. В учёт принимается весь комплекс характеристик: и особенности структуры, и прочностные свойства, и химические, и электрические, и магнитные [3]. В последнее время идут разработки альтернативных источников энергии, в частности, принципиально новых аккумуляторных батарей (АБ), в которых пока нашли применение тонкие алюминиевые ленты. Так как имеются всем известные железо-никелевые АБ, не исключается возможность создания новых с использованием в них сверхтонких (микронных толщин) фольг сплавов железа с целью миниатюризации.

Температура плавления железа около 1535<sup>0</sup>С, никеля 1453<sup>0</sup>С, молибдена 2617<sup>0</sup>С, кремния 1410<sup>0</sup>С [4]. Температура плавления их сплавов ограничена указанными температурами, что способствует «неуязвимости» по отношению к температурному воздействию на них в достаточно широком интервале. Необходимо только выяснить, какие структурные превращения и изменения вследствие этого физических свойств происходят при нагреве сплавов.

Ранее в работе [5] было установлено, что сплавы с повышенным содержанием Ni (50...90 ат. %, т.н. пермаллой) имеют на рентгенограмме лишь один дифракционный пик в области углов 2 $\Theta$ , приходящийся на 40...50<sup>0</sup>, т.е. они аморфны. Эти сплавы обладают низкой коэрцитивной силой, высокими значениями магнитной проницаемости и малыми потерями на перемагничивание. Сплавы с повышенным содержанием железа (свыше 65 ат. %, т.н. инварные сплавы) имеют более совершенную структуру (два больших дифракционных пика, максимум одного из которых приходится на 65<sup>0</sup>, другого – 82<sup>0</sup>, и несколько более мелких пиков). В [6 – 8] отмечается, что для указанных сплавов характерно снижение намагниченности насыщения, имеет место аномальное поведение модуля упругости и удельной теплоёмкости в зависимости от температуры, появляется низкий или даже отрицательный коэффициент термического расширения и т.п. Указанные инварные свойства в основном исчезают при температурах выше температуры Кюри.

Исследованию железа и его сплавов ввиду уникальности свойств посвящено немало работ, при этом эксперименты проводятся как над сплавами, полученными традиционными способами (сплавление компонентов и т.п.), так и путём закалки, напыления и т.п. [9; 10]. Ставились задачи о влиянии различных внешних воздействий на изменение структуры и свойств. Так, например, в работе [9] при изучении сплава Fe<sub>58</sub>Ni<sub>20</sub>Si<sub>9</sub>B<sub>13</sub>, полученного спиннингованием, установлено, что структура остаётся

аморфной даже после продолжительного деформационного воздействия на образец, при этом на рентгенограмме наблюдается один характерный аморфности «размазанный» пик в области углов  $2\theta$ , приходящийся на  $52...57^\circ$ . В [3] предпринята попытка объяснения влияния температуры на некоторые магнитные свойства сплавов системы железо-никель.

В настоящей работе рентгеновскому исследованию были подвергнуты отожжённые в диапазоне температур  $200...800^\circ\text{C}$  фольги как пермаллового, так и инварного составов, полученные сверхбыстрой закалкой, которая позволяет свести к минимуму последствия неравновесной кристаллизации и значительно повысить степень химической однородности распределения исходных компонентов [5, 11 – 13]. Получаемые при сверхбыстром охлаждении фольги имеют развитую поверхность, вполне достаточную для проведения исследований методами рентгеновской дифрактометрии и измерения микротвёрдости.

### **Методики измерения**

Объекты исследования – сплавы  $\text{Fe}_{31}\text{Ni}_{67}\text{Si}_2$  и  $\text{Fe}_{78}\text{Ni}_{19}\text{Mo}_2\text{Si}_1$  в виде фольг толщиной  $10...30$  мкм. Исследование структуры фольг проводилось на растровом электронном микроскопе LEO 1455 VP, микроанализ – при помощи рентгеновского микроанализатора фирмы RŌNTEC. Рентгеноструктурный анализ фольг проводился на дифрактометре ДРОН-3 в медном излучении при рабочем напряжении  $30$  кВ и токе через трубку  $20$  мА. Рентгеновское излучение отражали только те плоскости, которые были параллельны исследуемой поверхности образца (геометрия Брэгга–Брентано [14]). Во всех случаях рентгеновские исследования сплавов осуществлялись с обеих сторон фольги. Микротвёрдость фольг измерялась на твердомере ПМТ-3 с постоянной нагрузкой  $100$  г. Отжиг проводился в интервале температур  $200...800^\circ\text{C}$  следующим образом: образцы помещались в печь, нагревались вместе с ней до необходимой температуры, отжигались  $15$  мин при этой температуре. Затем печь выключалась и образцы охлаждались вместе с ней до комнатной температуры. После этого проводилось исследование сплавов.

### **Результаты работы и их обсуждение**

#### **Морфология поверхности. Распределение компонентов**

Как было установлено рентгеновской растровой микроскопией, отжиг фольг при температурах до  $600^\circ\text{C}$  не приводил к какому-либо заметному перераспределению основных компонентов. Однородность распределения легирующих компонентов сохранялась. Поверхность фольг была зеркально гладкой (рисунок 1).

При температурах отжига свыше  $400^\circ\text{C}$  на поверхности фольг можно наблюдать белые, как правило, округлой формы выступы размерами не более  $5$  мкм, причём с повышением температуры отжига для фольг обоих исследуемых типов плотность этих выступов, то есть их количество на единицу поверхности, увеличивается (рисунок 2). Размеры выходящих на поверхность фольги объектов с повышением температуры уменьшаются.

Результаты топографии поверхности отожжённых образцов сведены в таблицу 1 и для сплава  $\text{Fe}_{31}\text{Ni}_{67}\text{Si}_2$ , отожжённого при  $700^\circ\text{C}$ , распределение компонентов представлено на рисунке 3.

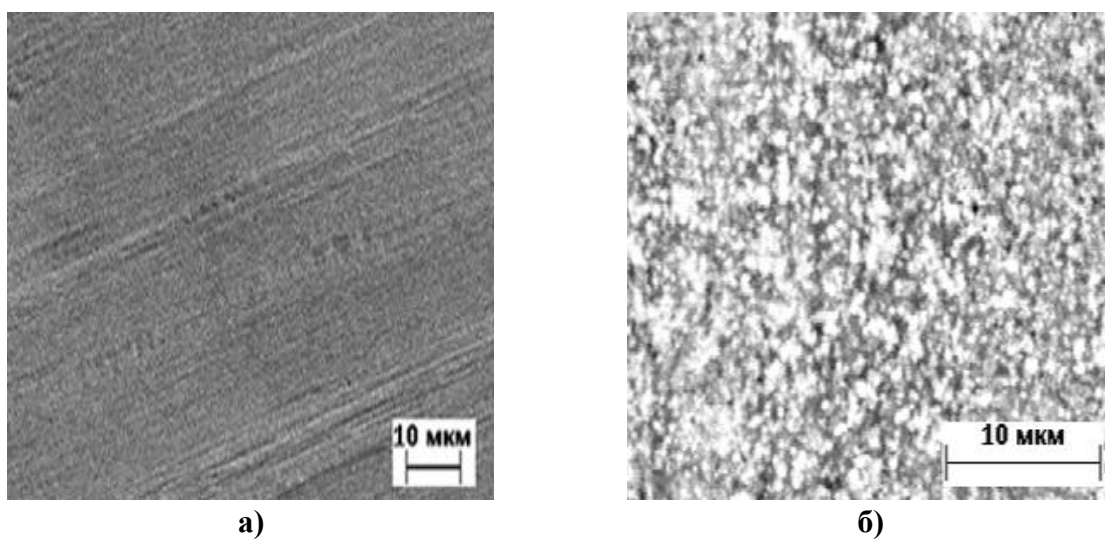
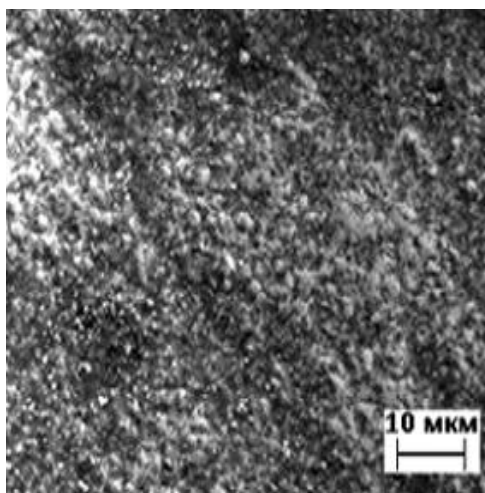
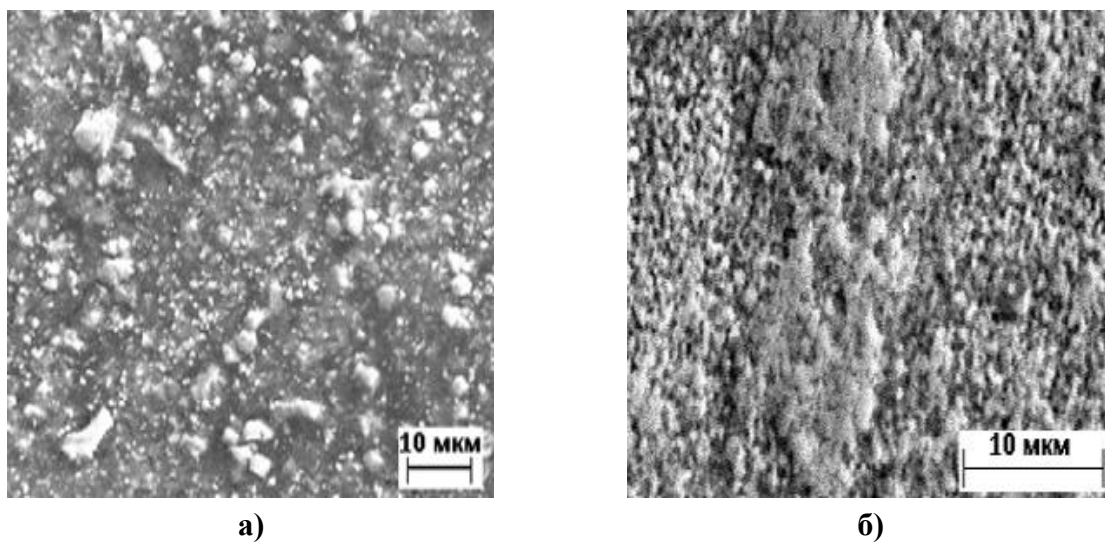


Рисунок 1 – Поверхность фольги сплава  $\text{Fe}_{31}\text{Ni}_{67}\text{Si}_2$  до отжига (а) после отжига при температуре  $550^\circ\text{C}$  (б)

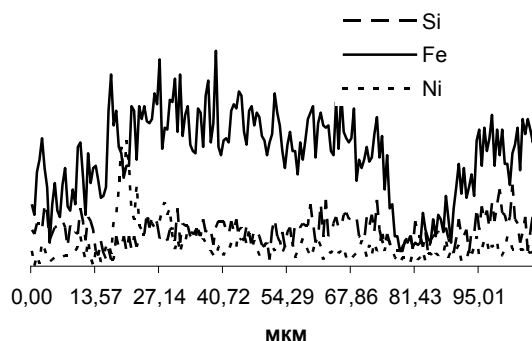
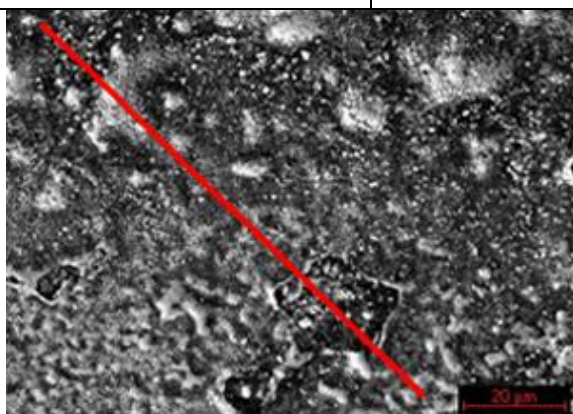


в)

Рисунок 2 – Поверхность фольги сплава  $\text{Fe}_{78}\text{Ni}_{19}\text{Mo}_2\text{Si}_1$  после отжига при температурах  $550^\circ\text{C}$  (а),  $650^\circ\text{C}$  (б),  $700^\circ\text{C}$  (в)

Таблица 1 – Результаты исследования поверхности отожжённых фольг исследуемых сплавов

| Температура отжига, °C | Сплав / результаты исследования                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                        | <b>Fe<sub>31</sub>Ni<sub>67</sub>Si<sub>2</sub></b>                                                                                                                                                                                                | <b>Fe<sub>78</sub>Ni<sub>19</sub>Mo<sub>2</sub>Si<sub>1</sub></b>                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 550                    | Углерод, кремний, железо, никель и кислород распределены по поверхности однородно.                                                                                                                                                                 | Молибден, кремний, железо, никель, кислород и углерод распределены по поверхности однородно.                                                                                                                                                                                                                                             |
| 650                    | ----                                                                                                                                                                                                                                               | В областях повышенного содержания железа наблюдается пониженное содержание молибдена и никеля, кремний равномерно распределён.                                                                                                                                                                                                           |
| 700                    | Белые выступы на поверхности фольги имеют повышенное содержание никеля, железо неоднородно распределено по её поверхности, в местах впадин наблюдается повышенное содержание углерода, кислород и кремний равномерно сосредоточены по поверхности. | Кислород равномерно распределён по поверхности, в некоторых локальных областях (до 1 мкм) наблюдается скачок концентрации кремния, при этом концентрация железа в них ниже, чем за пределами этих областей, никель однородно распределён. Пониженное содержание углерода наблюдается в местах выступов, повышенное – во впадинах фольги. |

Рисунок 3 – Распределение компонентов по поверхности фольги сплава Fe<sub>31</sub>Ni<sub>67</sub>Si<sub>2</sub>, отожжённой при температуре 700°C

### Рентгеноструктурный анализ

Как известно, железо и молибден имеют ОЦК-решётку, а никель и кремний – ГЦК-решётку [15].

На рисунке 4 представлены рентгенограммы исходного и отожжённых сплавов пермаллового состава Fe<sub>31</sub>Ni<sub>67</sub>Si<sub>2</sub>. Заметим, что для исходного образца единственный дифракционный пик «размыт» в области углов 2Θ, приходящихся на 42...55°.

Указанная область содержит в себе следующие фазы [16]: парамагнитная  $\gamma$ -фаза (угол  $2\Theta = 50,6^\circ$ ), фаза FeNi (угол  $2\Theta = 50,9^\circ$ ) и фаза FeNi<sub>3</sub> (угол  $2\Theta = 51,7^\circ$ ), а также ГЦК-фазу Ni с углом  $2\Theta = 51,8^\circ$  (вероятно, второй малый «зубец» в области пика). Рентгеноспектральный анализ данных исходных образцов не выявил никаких неоднородностей и включений на их поверхности [5], хотя, к примеру, сверхбыстрозакалённые сплавы на основе цинка с присадками олова, индия, алюминия, кадмия [17], и ряд других сплавов обнаруживают на поверхности выделения второй фазы.

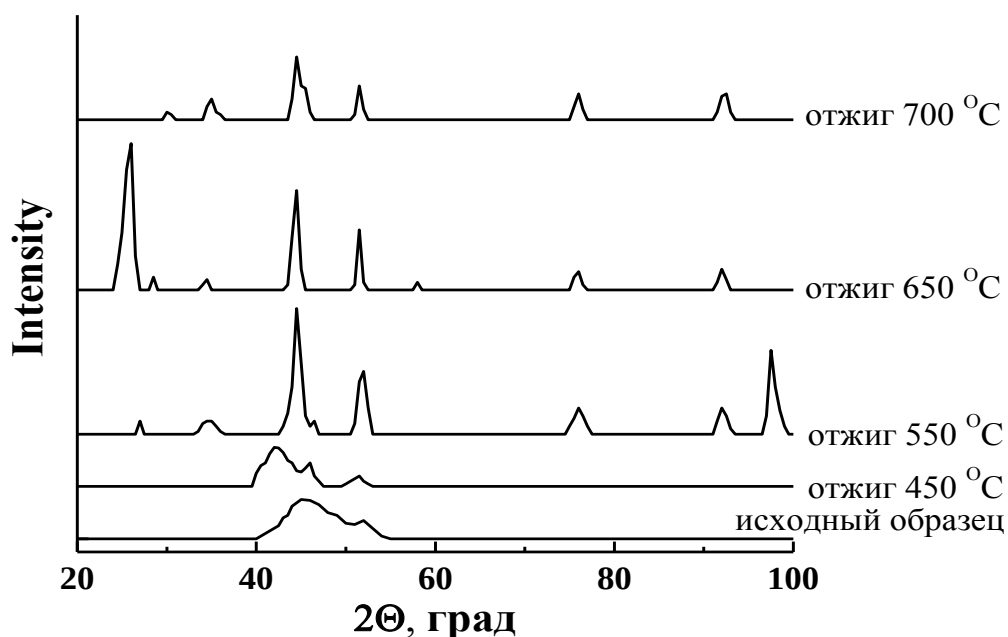


Рисунок 4 – Рентгенограммы исходного и отожжённого сплава Fe<sub>31</sub>Ni<sub>67</sub>Si<sub>2</sub>

Впоследствии при увеличении температуры отжига, как видно из рисунка, этот «зубец» отделяется от основного пика и присутствует в дальнейшем на всех других рентгенограммах. Кроме того, начиная с температуры отжига 550°C, наблюдается появление новых максимумов при других значениях углов  $2\Theta$ , что свидетельствует о наличии структурного упорядочения. Фазы FeNi и FeNi<sub>3</sub> являются стабильно ферромагнитными.

Для сплава Fe<sub>78</sub>Ni<sub>19</sub>Mo<sub>2</sub>Si<sub>1</sub>, обогащённого железом, рентгенограмма исходного состояния имеет два больших дифракционных максимума (рисунок 5), один из которых, приходящийся на область  $2\Theta = 64...67^\circ$ , соответствует фазе  $\alpha$ -Fe ( $2\Theta = 65^\circ$ ). С увеличением температуры отжига интенсивность этого рефлекса уменьшается и он смещается в область более низких значений углов  $2\Theta$ ; при температуре 800°C он практически исчезает.

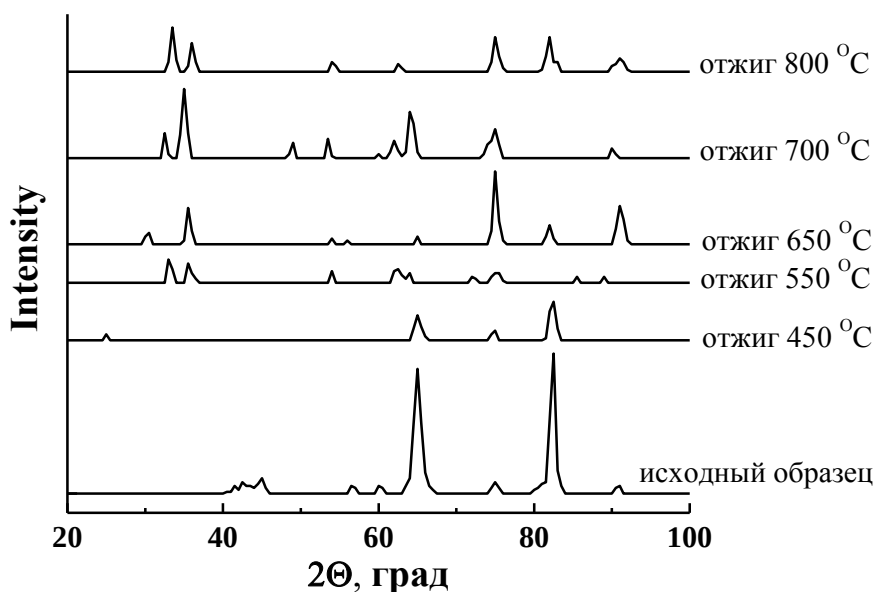


Рисунок 5 – Рентгенограммы исходного и отожжённого сплава  $\text{Fe}_{78}\text{Ni}_{19}\text{Mo}_2\text{Si}_1$

### Микротвёрдость

Как видно из рисунка 6, микротвёрдость фольг исследуемых сплавов до температуры отжига 450 °C изменяется незначительно (в пределах погрешности). Более высокие температуры приводят к уменьшению микротвёрдости. На данный факт указывает, в частности, работа [18]. Необходимо отметить, что в соответствии с результатами работы [2, с. 236] по изучению аморфных сплавов на основе железа с никелем, молибденом, бором и другими легирующими добавками микротвёрдость фольг, полученных сверхбыстрым спиннингованием, увеличивалась с ростом температуры.

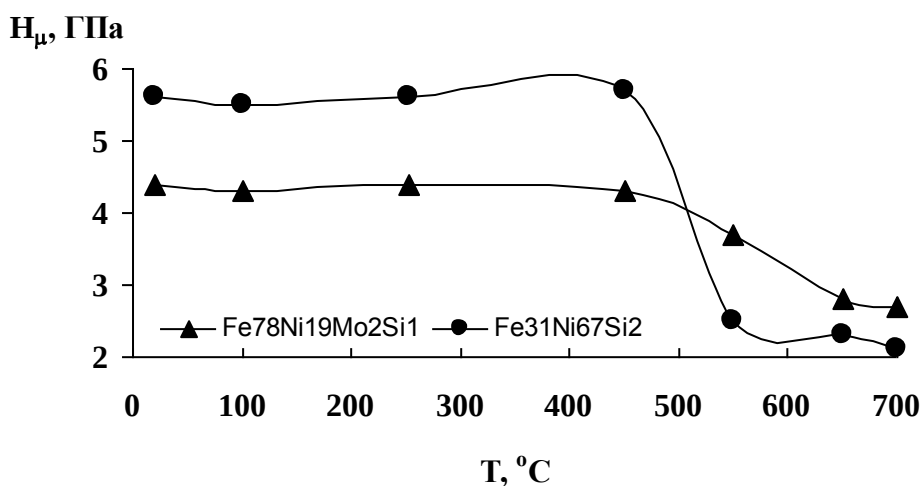


Рисунок 6 – Зависимость микротвёрдости от температуры изохронного отжига

При температурах выше 400 °C начинается процесс диффузии атомов железа, которые дискретно расширяют решётку никеля с последовательным формированием соответствующих фаз, что приводит к уменьшению микротвёрдости.

Как следует из результатов работы [3], в процессе отжига образцов, близких по химическому составу к исследуемым сплавам, интервал температур 350...450<sup>0</sup>С является «критическим»: именно на нём происходит резкое изменение магнитных свойств. Так, например, для плёнок инварного состава наблюдается резкое уменьшение намагниченности насыщения и коэрцитивной силы.

### Выводы

Фольги сплавов Fe<sub>31</sub>Ni<sub>67</sub>Si<sub>2</sub> и Fe<sub>78</sub>Ni<sub>19</sub>Mo<sub>2</sub>Si<sub>1</sub> имеют свойство сохранения химически однородной по всему объёму структуры в процессе отжига в диапазоне температур до 600<sup>0</sup>С. Аморфность наблюдается лишь до температуры около 500<sup>0</sup>С, затем образуется устойчивая кристаллическая структура. Микротвёрдость фольг до температуры 550<sup>0</sup>С изменяется в пределах статистической погрешности, а при более высоких температурах отжига уменьшается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аморфные сплавы / А. И. Манохин [и др.]. – М. : Металлургия, 1984. – 160 с.
2. Ульянов, Е. А. Высоколегированные сплавы на основе железа и никеля / Е. А. Ульянов, Т. В. Свистунова. М. : Металлургия, 1986. – 350 с.
3. Жигалов, В. С. Твёрдотельный синтез железо-никелевых плёнок пермаллового и инварного составов / В. С. Жигалов [и др.] // Вестник Красноярского государственного университета. Сер. физико-математических наук. – 2005. – № 4 – С. 54–62.
4. Физика. Большой энциклопедический словарь. – М. : Большая Российская энциклопедия, 1998. – 945 с.
5. Демидчик, А. В. Структура и микротвёрдость железо-никелевых сплавов, полученных высокоскоростным затвердеванием / А. В. Демидчик // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Сер. прыродазнаўчых навук. – 2007. – № 1. – С. 46–50.
6. Седов, В. Л. Антиферромагнетизм гамма-железа. Проблема инвара. / В. Л. Седов. – М. : Наука, 1987. – 288 с.
7. Ab Initio Spin Dynamics in Magnets / V. P. Antropov [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1995. – V. 75. – P. 729–732.
8. Spin dynamics in magnets : Equation of motion and finite temperature effects / V. P. Antropov [et al.] // Phys. Rev. – 1996. – V. B54. – P. 1019–1035.
9. Нанопористость и магнитные характеристики аморфного металлического сплава Fe<sub>58</sub>Ni<sub>20</sub>Si<sub>9</sub>B<sub>13</sub> / А. И. Слуцкер [и др.] // Журнал технической физики. – 2006. – Т. 76, № 12. – С. 57–60.
10. Бетехтин, В. И. Врождённая субмикропористость и кристаллизация аморфных сплавов / В. И. Бетехтин, А. Г. Кадомцев, О. В. Толочко // Физика твёрдого тела. – 2001. – Т. 43, № 10. – С. 1815–1820.
11. Герман, Г. Сверхбыстрая закалка жидких сплавов / Г. Герман. – М. : Металлургия, 1986. – 375 с.
12. Высокоскоростное затвердевание расплава / В. А. Васильев [и др.] ; под научн. ред. Б. С. Митина. – М. : Интермет Инжиниринг, 1998. – 400 с.
13. Глазов, В. М. Получение полупроводниковых материалов методом сверхбыстрого охлаждения расплава / В. М. Глазов // Известия АН СССР. Неорганические материалы. – 1984. – Т. 20, № 7. – С. 1238–1243.
14. Анищик, В. М. Дифракционный анализ / В. М. Анищик, В. В. Понарядов, В. В. Углов. – Минск : БГУ, 2002. – 171 с.

- 
15. Ансельм, А. И. Введение в теорию полупроводников / А. И. Ансельм. – М. : Наука, 1978. – 616 с.
16. Phase transformations into alloys on the basis of iron / J. Danon [et al.] // Nature. – 1980. – V. 284. – P. 537-538.
17. Лозенко, В. В. Быстрозатвердевшие фольги бинарных сплавов цинка с кадмием, алюминием, оловом и индием / В. В. Лозенко, В. Г. Шепелевич // Физика и химия обработки материалов. – 2006. – № 4. – С. 67–72.
18. Верещагин, М. Н. Негомогенная пластическая деформация аморфных сплавов на основе железа / М. Н. Верещагин, В. Г. Шепелевич, О. М. Остриков. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2004. – 134 с.

**A. Demidchik. Thermal Stability of Structure and Microhardness of Thin Foils Iron - Nickel Alloys**

X-ray structure analysis and X-ray microanalysis of heated up Fe-Ni alloys as a foil are conducted. Microhardness of alloys is measured in a researched interval of temperatures 200...800<sup>0</sup>C. It is established, that up to temperature of 400<sup>0</sup>C there are no significant changes in structure, thus microhardness up to the specified temperature also does not change. High temperatures heating (550...800<sup>0</sup>C) results in formation of more perfect (crystal) structure and reduction of microhardness. Up to temperatures 600<sup>0</sup>C alloys keep homogeneous distribution of components.

УДК 539.12:530.145

***В.А. Плетюхов, П.П. Андрусевич*****О КВАНТОВАНИИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ  
МАКСВЕЛЛОВСКОГО ТИПА**

Рассмотрена обобщенная система уравнений максвелловского типа с градиентным членом. Дана классическая и квантовая формулировка теории.

Несмотря на то, что электромагнитное поле впервые было подвергнуто квантованию еще в 1927 году [1], проблемы в изложении этой процедуры остаются до настоящего времени [2]. Трудности квантового описания электромагнитного поля обусловлены наличием нефизических степеней свободы у вектор-потенциала  $A_\mu(x)$ , которые вводятся в теорию для достижения ее явной релятивистской инвариантности. На классическом уровне «лишние» степени свободы устраняются добавлением к уравнениям движения подходящего дополнительного условия. Обычно это лоренцевская калибровка

$$\partial_\mu A_\mu(x) = 0. \quad (1)$$

В квантовой теории  $\hat{A}_\mu(x)$  – операторы, подчиняющиеся определенным коммутационным соотношениям, и перенесение на них условия (1) приводит к противоречиям. Способ снять указанные противоречия впервые был предложен Ферми [3] и заключается в том, чтобы потребовать его выполнения лишь на физических векторах гильбертова пространства

$$\partial_\mu \hat{A}_\mu(x) \psi_{\text{физ.}} = 0. \quad (2)$$

Впоследствии выяснилось, что условие (2) является слишком жестким, и оно было заменено на более слабое

$$(\partial_\mu \hat{A}_\mu(x))_+ \psi_{\text{физ.}} = 0 \quad (3)$$

( $\hat{A}_\mu^{(+)}(x)$  содержит только операторы уничтожения). Однако и в этой схеме обнаружились недостатки, связанные с присутствием в физическом подпространстве векторов с нулевой нормой, которые не могут иметь физического смысла.

Другой способ квантования электромагнитного поля, получивший применение в работах ряда авторов, заключается во введении в классическую теорию дополнительных степеней свободы, например, скалярного поля, которые при квантовании компенсируют нефизические степени свободы вектор-потенциала  $A_\mu(x)$ . Продemonстрируем этот подход на примере системы уравнений [4]

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} + \partial_\mu \varphi = 0, \quad (4a)$$

$$-\partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu + F_{\mu\nu} = 0, \quad (4б)$$

$$\partial_\mu A_\mu + \varphi = 0, \quad (4в)$$

где  $A_\mu(x)$  – векторный потенциал и  $F_{\mu\nu}(x)$  – тензор силы электромагнитного поля;  $\varphi(x)$  – дополнительный скалярный потенциал, который, как будет видно из

дальнейшего, играет роль компенсирующего поля. Система (4) отличается от обычных уравнений Максвелла

$$\partial_\nu F_{\mu\nu} = 0, \quad (5a)$$

$$-\partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu + F_{\mu\nu} = 0, \quad (5b)$$

во-первых, градиентным членом в уравнении движения (4а) и, во-вторых, наличием дополнительного уравнения (4в), которое по форме совпадает с условием калибровки Фейнмана, но не является дополнительным условием в вышеуказанном смысле, а входит в исходную систему как равноправное уравнение.

Прежде всего, легко убедиться, что функции  $A_\mu(x)$  и  $\phi(x)$  удовлетворяют уравнениям Даламбера

$$\square A_\mu(x) = 0, \quad (6)$$

$$\square \phi(x) = 0, \quad (7)$$

следовательно, система (4) действительно описывает безмассовое поле. Общие решения уравнений (6), (7) можно представить в виде суперпозиции плоских волн:

$$A_\mu(x) = \sum_k N_k (C_{\mu k} e^{ikx} + C_{\mu k}^+ e^{-ikx}), \quad (8)$$

$$\phi(x) = \sum_k N_k (\phi_k e^{ikx} + \phi_k^+ e^{-ikx}). \quad (9)$$

Здесь  $N_k$  нормировочный множитель (при данном  $k$ ),  $C_{\mu k}$ ,  $C_{\mu k}^+$ ,  $\phi_k$ ,  $\phi_k^+$  – амплитуды волн,  $kx = k_\mu x_\mu$  – скалярное произведение четырехмерного волнового вектора  $k_\mu = (\underline{k}, i\omega)$ , удовлетворяющего условию

$$k^2 = k_\mu^2 = \underline{k}^2 - \omega^2 = 0, \quad (10)$$

и четырехмерного радиус-вектора  $x_\mu = (\underline{r}, it)$ .

Для исключения нефизических решений системы (4) разложим амплитуды  $C_{\mu k}$ ,  $C_{\mu k}^+$  по полному базису

$$e_\mu^{(1)}, e_\mu^{(2)}, k_\mu, n_\mu \quad (11)$$

со свойствами

$$e_\mu^{(i)} e_\mu^{(j)} = \delta_{ij}, \quad e_\mu^{(i)} k_\mu, \quad e_\mu^{(i)} n_\mu = 0, \quad n_\mu^2 = -1. \quad (12)$$

(Особенностью этого базиса является его неортогональность, так как он содержит изотропный вектор  $k_\mu$  (см. (10)) и  $k_\mu n_\mu \neq 0$ ). Искомое разложение может быть записано в виде:

$$C_{\mu k} = \sum_{i=1}^2 c_{ki} e_\mu^{(i)} + c_{k3} k_\mu + c_{k0} n_\mu, \quad (13)$$

$$C_{\mu k}^+ = \sum_{i=1}^2 c_{ki}^+ e_\mu^{(i)} + c_{k3}^+ k_\mu + c_{k0}^+ n_\mu. \quad (14)$$

Теперь учтем, что система (4) инвариантна относительно калибровочных преобразований

$$\delta A_\mu(x) = \partial_\mu \lambda(x), \quad (15)$$

где произвол в выборе калибровочной функции  $\lambda(x)$  ограничен условием-уравнением

$$\square \lambda(x) = 0. \quad (16)$$

Уравнение (16) означает, что  $\lambda(x)$  можно представить в виде, аналогичном (8), (9):

$$\lambda(x) = \sum_k N_k (\lambda_k e^{ikx} + \lambda_k^+ e^{-ikx}), \quad (17)$$

$\lambda_k, \lambda_k^+$  – произвольные амплитуды. Подставляя разложения (8) и (17) в (15), получим калибровочные преобразования для амплитуд:

$$\delta C_{\mu k} = i\lambda_k k_\mu, \quad \delta C_{\mu k}^+ = -ik_\mu \lambda_\mu^+. \quad (18)$$

Таким образом, амплитуды  $C_{\mu k}, C_{\mu k}^+$  определяются с точностью до несущественных слагаемых  $i\lambda_k k_\mu$  и  $-i\lambda_k^+ k_\mu$  соответственно. В разложениях (13), (14) роль таких несущественных слагаемых выполняют члены  $c_{k3} k_\mu, c_{k3}^+ k_\mu$ . Отбрасывая их, получаем для  $C_{\mu k}, C_{\mu k}^+$  выражения:

$$C_{\mu k} = \sum_{i=1}^2 c_{ki} e_\mu^{(i)} + c_{k0} n_\mu, \quad (19)$$

$$C_{\mu k}^+ = \sum_{i=1}^2 c_{ki}^+ e_\mu^{(i)} + c_{k0}^+ n_\mu. \quad (20)$$

Окончательные выражения для амплитуд классического поля представим, перейдя в обычный ортонормированный базис

$$e_\mu^{(\lambda)} = \delta_{\mu\lambda}, \quad (21)$$

первые два орта которого ( $\lambda = 1, 2$ ) соответствуют поперечным поляризациям и совпадают с ортами  $e_\mu^{(i)}$  базиса (11), (12), третий ( $\lambda = 3$ ) и четвертый ( $\lambda = 4$ ) – продольной и скалярной поляризациям потенциала  $A_\mu(x)$ . При этом выполняются соотношения

$$e_\mu^{(\lambda)} e_\mu^{(\lambda')} = \delta_{\lambda\lambda'}, \quad e_\mu^{(\lambda)} e_\nu^{(\lambda)} = \delta_{\mu\nu}. \quad (22)$$

Векторы  $k_\mu, n_\mu$  в базисе (21), (22) имеют структуру

$$k_\mu = (0, 0, \omega, i\omega), \quad n_\mu = (0, 0, 0, i), \quad (23)$$

а амплитуды  $C_{\mu k}$  (19),  $C_{\mu k}^+$  (20) принимают вид:

$$C_{\mu k} = \sum_{\lambda=1,2,4} c_{k\lambda} e_\mu^{(\lambda)}, \quad C_{\mu k}^+ = \sum_{\lambda=1,2,4} c_{k\lambda}^+ e_\mu^{(\lambda)}, \quad (24)$$

где введено обозначение  $c_{k4} = i c_{k0}$ ,  $c_{k4}^+ = i c_{k0}^+$ .

Устранив продольную составляющую вектора  $A_\mu(x)$ , найдем выражение для энергии исследуемого поля через оставшиеся амплитуды потенциалов. Лагранжиан системы (4) может быть записан следующим образом:

$$L = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - A_\mu \partial_\mu \varphi - \frac{1}{2} F_{\mu\nu} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2. \quad (25)$$

Отсюда для тензора энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial U_A}{\partial x_\mu} \right)} \frac{\partial U_A}{\partial x_\nu} - \delta_{\mu\nu} L$$

и его компоненты  $T_{44}$  имеем:

$$T_{\mu\nu} = -A_\mu \partial_\nu \varphi - F_{\mu\alpha} \partial_\nu A_\alpha - \delta_{\mu\nu} L, \quad (26)$$

$$T_{44} = -A_4 \partial_4 \varphi - F_{4\alpha} \partial_4 A_\alpha - L. \quad (27)$$

Подставляя в (27) разложения (8), (9), (24) и вводя вместо амплитуд  $\varphi_k, \varphi_k^+$  скалярного поля амплитуды

$$b_k = \frac{\varphi_k}{\omega}, \quad b_k^+ = \frac{\varphi_k^+}{\omega}, \quad (28)$$

получим для энергии  $E = \int T_{44} d^3x$  выражение

$$E = \frac{1}{2} \sum_k \omega \left[ \sum_{\lambda=1,2,4} (c_{k\lambda} c_{k\lambda}^+ + c_{k\lambda}^+ c_{k\lambda}) + b_k b_k^+ + b_k^+ b_k \right], \quad (29)$$

где учтено, что  $N_k = \frac{1}{\sqrt{2V\omega}}$ ,  $V$  – нормировочный объем.

Вторичное квантование осуществляется путем замены амплитуд  $c_{k\lambda}, c_{k\lambda}^+, b_k, b_k^+$  на операторы, удовлетворяющие следующим перестановочным соотношениям:

$$[c_{k\lambda}, c_{k'\lambda'}^+]_- = \delta_{kk'} \delta_{\lambda\lambda'}, \quad \lambda, \lambda' = 1, 2, 4, \quad (30)$$

$$[b_k, b_{k'}^+]_- = \delta_{kk'} \quad (31)$$

и все остальные коммутаторы равны нулю. Из условий квантования (30), (31) вытекает, что собственными значениями операторов  $c_{k\lambda}^+ c_{k\lambda}$  ( $\lambda = 1, 2, 4$ ),  $b_k^+ b_k$  являются целые положительные числа или нуль.

Уравнение (4в), являющееся составной частью системы (4), для квантованного поля сформулируем в виде условия, накладываемого не на операторы  $\hat{A}_\mu(x)$ ,  $\hat{\varphi}(x)$ , а на волновые функции  $\psi$ , описывающие состояния электромагнитного поля, на которые действуют эти операторы. Именно будем предполагать, что

$$(\partial_\mu \hat{A}_\mu(x) + \hat{\phi}(x))_+ \psi = 0, \quad (32)$$

где  $(\partial_\mu \hat{A}_\mu(x) + \hat{\phi}(x))_+$  – часть оператора  $(\partial_\mu \hat{A}_\mu(x) + \hat{\phi}(x))$ , содержащая только положительные частоты. Из (32) получаем

$$\sum_k \omega(b_k - c_{k4}) e^{ikx} \psi = 0,$$

откуда следует, что функция  $\psi$  при всех  $k$  должна удовлетворять условию

$$(b_k - c_{k4})\psi = 0. \quad (33)$$

Учитывая, что операторы  $b_k$  и  $b_k^+$ , а также операторы  $c_{k4}$  и  $-c_{k4}^+$  эрмитовски сопряжены, имеем также

$$\psi(b_k^+ + c_{k4}^+) = 0. \quad (34)$$

Из условий (33), (34) вытекает, что

$$(\psi, (b_k^+ - c_{k4}^+)(b_k - c_{k4})\psi) + (\psi, (b_k^+ + c_{k4}^+)(b_k + c_{k4})\psi) = 0,$$

то есть

$$(\psi, (b_k^+ b_k + c_{k4}^+ c_{k4})\psi) = 0. \quad (35)$$

Благодаря соотношению (35) исчезают средние значения той части оператора энергии, которые связаны со скалярными колебаниями. Таким образом, мы можем рассматривать только поперечные колебания и дальнейшая процедура вторичного квантования осуществляется в полном соответствии с квантованием обычного электромагнитного поля [5].

В заключение авторы выражают благодарность профессору В. И. Стражеву за полезные советы и замечания, позволившие улучшить содержание работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dirac, P. A. M. Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1927, v. 114, p. 243.
2. Прохоров, Л. В. Квантование электромагнитного поля / Л. В. Прохоров // УФН. – 1988. – Т. 154, вып. 2. – С. 299–320.
3. Ферми, Э. Научные труды / Э. Ферми. – М. : Наука, 1971. – Т. 1. – С. 302–375.
4. Плетюхов, В. А. Массивные калибровочно-инвариантные теории и безмассовые поля / В. А. Плетюхов, В. И. Стражев // Весці АНБ. Сер. фіз.-мат. навук. – 2008. – № 1. – С. 80–88.
5. Ахиезер, А. И. Квантовая электродинамика / А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. – М. : Наука, 1969. – 623 с.

**V.A. Pletyukhov, P.P. Andrusevich. On Quantization of Some Maxwell Type Equations System**

The generalized Maxwell equations including an additional gradient term are considered. The classical and the quantum formulations of the theory is given.

УДК 539.171.11

А.И. Серый

## К ВОПРОСУ О ЗАВИСМОСТИ АМПЛИТУД НУКЛОН-НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Для низких и умеренных температур получены зависимости действительных и мнимых частей амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния от температуры, концентрации и степени спиновой поляризации нуклонов в рамках теории эффективного радиуса. На основе полученных результатов выведены аналогичные зависимости среднего ядерного псевдомагнитного поля, среднего сечения нуклон-нуклонного рассеяния и вероятности переворота спина при столкновениях. Показано, что степень поляризации и концентрация оказывают более существенное влияние на поведение амплитуд по сравнению с температурой; что ядерное псевдомагнитное поле зависит от степени поляризации нелинейно; что действительная часть триплетной амплитуды рассеяния может менять знак.

Работа базируется на идеях В.Г. Барышевского и В.В. Тихомирова. Запишем выражение для ядерного псевдомагнитного поля (далее – ЯПМП), действующего на нуклон сорта  $j$  со стороны нуклонов сорта  $i$  [1, с. 54; 4, с. 34]:

$$\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}} = \frac{\pi \hbar^2 n_i \operatorname{Re} \beta_{ji}}{m_{ji}^* |\mu_j|} \operatorname{sign}(T_{zi} T_{zj}) \mathbf{q}_{0i}, \quad (1)$$

где  $T_{zi}$ ,  $T_{zj}$  – соответствующие проекции изоспина,  $m_{ji}^*$  – приведенная масса 2 нуклонов,  $\mu_j$  – собственный магнитный момент,  $n_i$  – концентрация,  $\mathbf{q}_{0i}$  – вектор поляризации собственных магнитных моментов нуклонов сорта « $i$ ». Величина  $\beta_{ji}$  зависит от амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния. Пренебрегаем тепловым расширением и считаем, что  $n_i$  от температуры не зависит. Если отвлекаться от рассмотрения каких-либо равновесных ситуаций и считать  $\mathbf{q}_{0i}$  свободным параметром, то зависимость  $\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}}(T)$  должна проявляться только в зависимости  $\beta_{ji}(T)$ . Запишем выражение для  $\beta_{ji}$  на основе [1, с. 48]:

$$\beta_{np} = \beta_{pn} = (f_t - f_s)/2, \quad \beta_{jj} = -f_j/2, \quad (2)$$

где под « $t$ ,  $s$ » понимаются, соответственно, триплетное и синглетное состояние; выражения для амплитуд рассеяния в теории эффективного радиуса имеют вид [2, с. 20, 30–31] ( $k_{ij}$  – модуль волнового вектора относительного движения 2 нуклонов):

$$f_t = (-1/a_t + 0,5r_{0t}k_{ij}^2 + ik_{ij})^{-1} = \frac{-\frac{1}{a_t} + 0,5r_{0t}k_{ij}^2 - ik_{ij}}{(-\frac{1}{a_t} + 0,5r_{0t}k_{ij}^2)^2 + k_{ij}^2} \quad (3a)$$

$$f_s = (-1/a_s + 0,5r_{0s}k_{ij}^2 + ik_{ij})^{-1}, \quad (3б)$$

$$f_j = (-1/a_j + 0,5r_{0j}k_{jj}^2 + ik_{jj})^{-1}, \quad (3в)$$

где (в  $10^{-13}$  см)  $a_t = 5,42$ ,  $a_s = -23,71$  (длины рассеяния),  $r_{0t} = 1,76$ ,  $r_{0s} = 2,70$  (эффективные радиусы), для 2 нейтронов или протонов в синглетном состоянии  $a_p = -7,83$ ,  $a_n = -17,2$ ,  $r_{0p} = r_{0n} = 2,8$  [2, с. 20, 30–31], в триплетном полагаем всё равным нулю.  $\hbar k_{ij} = p_{ij} = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|$  – импульс относительного движения нуклонов. Энергия отдельного нуклона и химический потенциал нуклонов сорта « $i$ » в ЯПМП имеют, соответственно, вид:

$$\varepsilon_i^* = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_i} - \boldsymbol{\mu}_i \cdot (\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}} + \mathbf{B}_{ii}^{\text{эф}}), \quad \chi_i^{\pm*} = \frac{\hbar^2 (6\pi^2 n_i^{\pm})^{2/3}}{2m_i} - (\pm) |\boldsymbol{\mu}_i| |\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}} + \mathbf{B}_{ii}^{\text{эф}}|, \quad (4)$$

где

$$n_i^{\pm} = n_i(1 \pm q_{0i})/2 \quad (5)$$

– концентрации нуклонов, у которых собственные магнитные моменты направлены, соответственно, по и против вектора  $\mathbf{q}_{0i}$ . Отсюда видно, что в разности  $\varepsilon_i^* - \chi_i^{\pm*}$  ЯПМП выпадает, что позволяет в распределении Ферми–Дирака ( $k$  – постоянная Больцмана)

$$F(\varepsilon_i^*, \chi_i^{\pm*}, T) = (\exp\{(\varepsilon_i^* - \chi_i^{\pm*})/(kT)\} + 1)^{-1} \quad (6)$$

под  $\varepsilon_i^*$ ,  $\chi_i^{\pm*}$  понимать, соответственно, выражения

$$\varepsilon_i^* \rightarrow \varepsilon_i = \hbar^2 k_i^2 / (2m_i), \quad \chi_i^{\pm*} \rightarrow \chi_i^{\pm} = \frac{\hbar^2 (6\pi^2 n_i^{\pm})^{2/3}}{2m_i}. \quad (7)$$

Если в (1), помимо  $\text{Re}\beta_{ji}$ , учесть еще и  $\text{Im}\beta_{ji}$ , то, вводя в (4) комплексную энергию  $\varepsilon_i^* - i\Gamma/2$ , с учетом (1), (4) запишем для ширины уровня  $\Gamma$ :

$$\Gamma = 2|\mathbf{q}_{0j}|\pi\hbar^2 n_j |\text{Im}\beta_{ji}| / m_{ji}^*, \quad (8)$$

что, например, при  $\text{Im}\beta_{ji} \sim 10^{-15}$  см и  $n_j \sim 10^{30}$  см<sup>-3</sup> дает  $\tau = \hbar/\Gamma \sim 10^{-14}$  с, а при  $\text{Im}\beta_{ji} \sim 10^{-13}$  см и  $n_j \sim 10^{38}$  см<sup>-3</sup>  $\tau \sim 10^{-22}$  с, т. е. получается весьма быстрое затухание нуклонной волны за счет поглощения и рассеяния в нуклонной среде.

Запишем выражение для волнового вектора относительного движения:

$$k_{ij}^2 = k_j^2 + k_i^2 + 2k_j k_i \cos\theta = 2m_j \varepsilon_j / \hbar^2 + 2m_i \varepsilon_i / \hbar^2 + 4\cos\theta (m_j m_i)^{1/2} (\varepsilon_j \varepsilon_i)^{1/2} / \hbar^2, \quad (9)$$

где  $\theta$  – угол между  $\mathbf{k}_j$  и  $\mathbf{k}_i$ . Пусть надо усреднить одну из амплитуд (3а) – (3в) для данного нуклона сорта «i» по всем нуклонам сорта «j» с определенным направлением  $\boldsymbol{\mu}_j$ , подчиняющимся распределению Ферми–Дирака при конечной температуре (6). На примере  $f_t$  и нуклонов с положительным направлением  $\boldsymbol{\mu}_j$  покажем, как это делается:

$$\langle f_t \rangle_{j+} = \frac{2\pi(2m_j)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3 n_j^+} \int_0^{+\infty} \int_0^\pi f_t \varepsilon_j^{1/2} F(\varepsilon_j, \chi_j^+, T) \sin\theta d\varepsilon_j d\theta. \quad (10a)$$

При подстановке в (10а) выражений (3а) с учетом (8), а также (6) с учетом замены (7) видно (на примере  $f_t$ ), что прямое усреднение затруднительно, поскольку уже после усреднения одной только действительной части по углам получается следующее выражение, интегрирование которого по импульсам весьма проблематично.

$$\langle \text{Ref}_t \rangle_\theta = \frac{1}{4r_{0t} k_i k_j} \left( \ln \left| \frac{1 + \eta_1 + \eta_2}{1 - \eta_1 + \eta_2} \right| - \frac{1}{\sqrt{1 - r_{0t}/a_t}} \ln \left| \frac{\eta_1^2 - ((\eta_1^2 - 4\eta_2)^{1/2} - 2)^2}{\eta_1^2 - ((\eta_1^2 - 4\eta_2)^{1/2} + 2)^2} \right| \right), \quad (10б)$$

$$\eta_1 = k_j/k_i + k_i/k_j - 2(r_{0t} k_i k_j)^{-1} (1/r_{0t} - 1/a_t). \quad (10в)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left( \left( \frac{k_j}{k_i} \right)^2 + \left( \frac{k_i}{k_j} \right)^2 \right) + \frac{1}{r_{0t}^2} \left( \frac{1}{(a_t k_i k_j)^2} + \frac{1}{k_i^2} + \frac{1}{k_j^2} \right) - \frac{1}{a_t r_{0t}} \left( \frac{1}{k_i^2} + \frac{1}{k_j^2} \right). \quad (10\Gamma)$$

Аналогичен и результат прямого усреднения по углам формул (3б) и (3в). Можно показать, что при начальном усреднении по импульсам будут трудности при дальнейшем интегрировании по углам. Поэтому обойдем эту проблему по-иному.

В дальнейшем понадобятся интегралы [3, с. 595–597]:

$$L_q = \int_0^{+\infty} x^q (e^x + 1)^{-1} dx = (1 - 2^{-q}) \Gamma(q+1) \zeta(q+1), \quad (11)$$

где  $\Gamma$  и  $\zeta$  – гамма- и дзета-функция соответственно. Вводя обозначения

$$x = (\varepsilon_i - \chi_i^\pm)/(kT) \Rightarrow \{(5)\} \Rightarrow F(x) = (e^x + 1)^{-1}, \quad \varepsilon_i = xkT + \chi_i^\pm, \quad (12)$$

запишем интегралы, выражаемые, в конечном итоге, через (11):

$$\begin{aligned} J(\alpha, \beta, n) &= \int_{\alpha}^{\beta} x^n (dF/dx) dx; \quad J(0, +\infty, 1) = -\ln 2, \quad J(0, +\infty, 2) = -\pi^2/6, \\ J(0, +\infty, 3) &= -(9/4)\Gamma(3)\zeta(3), \quad J(-\infty, +\infty, 1) = 0, \quad J(-\infty, +\infty, 2) = -\pi^2/3, \\ J(0, -\chi/kT, 1) &= -(\chi/kT) \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} + \ln((\exp(\chi/kT) + 1)/2), \\ J(0, -\chi/kT, 2) &= (\chi/kT)^2 \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} - 2(\chi/kT) \ln \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \} + 2\chi/kT + \\ &+ \frac{\pi^2}{6} + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j^2} e^{-j\chi/kT}, \quad J(0, -\chi/kT, 3) = \left( \frac{\chi}{kT} \right)^3 \frac{1}{e^{\chi/kT} + 1} + 3 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} j^2 e^{-j\chi/kT} (\chi/kT)^2 + \\ &+ 2(\chi/kT) j e^{-j\chi/kT} + 2(e^{-j\chi/kT} - 1)/j^3. \end{aligned} \quad (13)$$

При усреднении (3а) – (3в) как при высоких температурах или малых химических потенциалах, так и при низких температурах, понадобятся интегралы

$$\begin{aligned} I_\lambda(a, b, c, d) &= \int_c^d \frac{t^\lambda dt}{(t^2 + a^2)^2 - b^2}; \quad I_2(a, b, c, d) = \frac{1}{2b} ((a^2 + b)^{1/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 + b}}) - \\ &- (a^2 - b)^{1/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 - b}})) \Big|_c^d, \quad a^2 > b; \quad I_4(a, b, c, d) = d - c + \frac{1}{2b} ((a^2 - b)^{3/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 - b}}) - \\ &- (a^2 + b)^{3/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 + b}})) \Big|_c^d, \quad a^2 > b; \quad I_6(a, b, c, d) = \frac{1}{3} (d^3 - c^3) + (b^2 - a^4) I_2(a, b, c, d) - \\ &- 2a^2 I_4(a, b, c, d). \end{aligned} \quad (14)$$

В определенном спиновом состоянии 2 нуклонов усредненное по нуклонам сорта «i» парциальное сечение рассеяния нуклона сорта «j» на нуклонах сорта «i» выражается через соответствующую амплитуду рассеяния следующим образом [2, с. 16]:

$$\sigma_\alpha(\varepsilon_i, T) = 4\pi f_\alpha^2(\varepsilon_i, T), \quad \alpha = t, s, p, n \quad (15)$$

При этом в отсутствие поляризации усредненное по всевозможным проекциям спинов 2 нуклонов сечение рассеяния дается выражением [2, с. 15]:

$$\sigma_{np}(\varepsilon_i, T) = (3/4)\sigma_t(\varepsilon_i, T) + (1/4)\sigma_s(\varepsilon_i, T), \sigma_{ii}(\varepsilon_i, T) = (1/4)\sigma_i(\varepsilon_i, T), i = n, p \quad (16)$$

При наличии поляризации надо помнить, что, к примеру, синглетные состояния для данного протона со спином « $\uparrow$ » с любым нейтроном со спином « $\downarrow$ » при усреднении, вообще говоря, не равносильны (при наличии спиновой поляризации нейтронов) синглетным состояниям для данного протона со спином « $\downarrow$ » с любым нейтроном со спином « $\uparrow$ », поскольку в соответствующих формулах фигурируют разные  $n_p$ .

Таблица 1 – Триплетные состояния систем 2 нуклонов

| $D_1 \backslash D_2$                                                                                         |                         | проекция собственного магнитного момента/спина и обозначение соответствующей концентрации |                                                                                          |                                                                                          |                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                              |                         | $+/-; n_n^+$                                                                              | $-/+; n_n^-$                                                                             | $+/+; n_p^+$                                                                             | $-/-; n_p^-$                                                                             |
| проекция (и ее вероятность) собственного магнитного момента/спина и обозначение соответствующей концентрации | $+/+; n_p^+; n_p^+/n_p$ | а) да;<br>б) $n_n^+/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_t(p_+, <n_+>)$ ;<br>д) $f_t(<p_+>, <n_+>)$  | а) да;<br>б) $n_n^-/n_n$ ;<br>в) 1;<br>г) $f_t(p_+, <n_->)$ ;<br>д) $f_t(<p_+>, <n_->)$  | а) нет;<br>б) А                                                                          | а) нет;<br>б) S(0)                                                                       |
|                                                                                                              | $-/-; n_p^-; n_p^-/n_p$ | а) да;<br>б) $n_n^+/n_n$ ;<br>в) -1;<br>г) $f_t(p_-, <n_+>)$ ;<br>д) $f_t(<p_->, <n_+>)$  | а) да;<br>б) $n_n^-/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_t(p_-, <n_->)$ ;<br>д) $f_t(<p_->, <n_->)$ | а) нет;<br>б) S(0)                                                                       | а) нет;<br>б) А                                                                          |
|                                                                                                              | $+/-; n_n^+; n_n^+/n_n$ | а) нет;<br>б) А                                                                           | а) нет;<br>б) S(0)                                                                       | а) да;<br>б) $n_p^+/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_t(n_+, <p_+>)$ ;<br>д) $f_t(<n_+>, <p_+>)$ | а) да;<br>б) $n_p^-/n_p$ ;<br>в) -1;<br>г) $f_t(n_+, <p_->)$ ;<br>д) $f_t(<n_+>, <p_->)$ |
|                                                                                                              | $-/+; n_n^-; n_n^-/n_n$ | а) нет;<br>б) S(0)                                                                        | а) нет;<br>б) А                                                                          | а) да;<br>б) $n_p^+/n_p$ ;<br>в) 1;<br>г) $f_t(n_-, <p_+>)$ ;<br>д) $f_t(<n_->, <p_+>)$  | а) да;<br>б) $n_p^-/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_t(n_-, <p_->)$ ;<br>д) $f_t(<n_->, <p_->)$ |

Рассмотрим возможные случаи при столкновении 2 нуклонов в виде таблиц 1 и 2 по пунктам: а) возможность реализации такого состояния для заданного отдельно взятого нуклона сорта « $j$ »; б) вероятность такой реализации для заданного отдельно взятого нуклона сорта « $j$ » при встрече с одним из нуклонов сорта « $i$ » в случае возможности, или причина невозможности (А – противоречие принципу Паули, S(s) – в таком состоянии суммарный спин может быть равен только s) в случае невозможности (в последнем случае пункты в) – д) не заполняются); в) проекция суммарного спина системы 2 нуклонов; г) обозначение однократно усредненной амплитуды по нуклонам сорта « $i$ »; д) обозначение вторично усредненной амплитуды по состояниям нуклонов сорта « $j$ » с той же проекцией спина, что и у заданного нуклона (усреднение проводится в предположении, что температуры подсистем нуклонов разных сортов и проекций

спина одинаковы).  $D_1$  – нуклонная среда (сорт «i»);  $D_2$  – отдельно взятый нуклон сорта «j».

Задача о вероятности переворота спинов низкоэнергетических нуклонов (т. е. в пренебрежении зависимостью от  $k_{ij}$  в (3а) – (3в)) при s-рассеянии без поляризации рассмотрена, к примеру, в [2, с. 71–73]. Результаты этой задачи запишем в виде таблицы 3 двумя способами ( $\alpha = t, s$ ;  $\xi_{i,j} = \pm$  – знаки проекций собственных магнитных моментов нуклонов): 1) принимая  $f_\alpha = -a_\alpha$  [2, с. 71–73] (при  $q_{0i,j} = 0$ ); 2)  $q_{0i,j} \neq 0$ , полагая  $f_\alpha = f_\alpha(j\pm, \langle i\pm \rangle)$  (при  $q_{0i,j} \neq 0$ ) для нашего случая. При этом сечения рассеяния нуклона сорта «j» на нуклонах противоположного сорта «i»: а) полные  $\sigma_{\text{полн}}$ ,  $\sigma_{\text{полн}}(j\pm, \langle i\pm \rangle)$ ; б) с переворотом спина  $\sigma', \sigma'(j\pm, \langle i\pm \rangle)$ ; в) без переворота спина  $\sigma, \sigma(j\pm, \langle i\pm \rangle)$ .

Таблица 2 – Синглетные состояния систем 2 нуклонов

| $\begin{matrix} D_1 \\ D_2 \end{matrix}$                                                                                             |                         | проекция собственного магнитного момента/спина и обозначение соответствующей концентрации                                          |                                                                                                                                    |                                                                                                                                    |                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                      |                         | $+/-; n_n^+$                                                                                                                       | $-/+; n_n^-$                                                                                                                       | $+/+; n_p^+$                                                                                                                       | $-/-; n_p^-$                                                                                                                       |
| проекция<br>(и ее<br>вероятность)<br>собственного<br>магнитного<br>момента/спина<br>и обозначение<br>соответствующей<br>концентрации | $+/+; n_p^+; n_p^+/n_p$ | а) да;<br>б) $n_n^+/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_s(p_+, \langle n_+ \rangle)$ ;<br>д) $f_s(\langle p_+ \rangle, \langle n_+ \rangle)$ | а) нет;<br>б) S(1)                                                                                                                 | а) нет;<br>б) A, S(1)                                                                                                              | а) да;<br>б) $n_p^-/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_p(p_+, \langle p_- \rangle)$ ;<br>д) $f_p(\langle p_+ \rangle, \langle p_- \rangle)$ |
|                                                                                                                                      | $-/-; n_p^-; n_p^-/n_p$ | а) нет;<br>б) S(1)                                                                                                                 | а) да;<br>б) $n_n^-/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_s(p_-, \langle n_- \rangle)$ ;<br>д) $f_s(\langle p_- \rangle, \langle n_- \rangle)$ | а) да;<br>б) $n_p^+/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_p(p_-, \langle p_+ \rangle)$ ;<br>д) $f_p(\langle p_- \rangle, \langle p_+ \rangle)$ | а) нет;<br>б) A, S(1)                                                                                                              |
|                                                                                                                                      | $+/-; n_n^+; n_n^+/n_n$ | а) нет;<br>б) A, S(1)                                                                                                              | а) да;<br>б) $n_n^-/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_n(n_+, \langle n_- \rangle)$ ;<br>д) $f_n(\langle n_+ \rangle, \langle n_- \rangle)$ | а) да;<br>б) $n_p^+/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_s(n_+, \langle p_+ \rangle)$ ;<br>д) $f_s(\langle n_+ \rangle, \langle p_+ \rangle)$ | а) нет;<br>б) в S(1)                                                                                                               |
|                                                                                                                                      | $-/+; n_n^-; n_n^-/n_n$ | а) да;<br>б) $n_n^+/2n_n$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_n(n_-, \langle n_+ \rangle)$ ;<br>д) $f_n(\langle n_- \rangle, \langle n_+ \rangle)$ | а) нет;<br>б) A, S(1)                                                                                                              | а) нет;<br>б) S(1)                                                                                                                 | а) да;<br>б) $n_p^-/2n_p$ ;<br>в) 0;<br>г) $f_s(n_-, \langle p_- \rangle)$ ;<br>д) $f_s(\langle n_- \rangle, \langle p_- \rangle)$ |

При этом статистические веса соответствующих состояний:

$$w(j\pm, i\pm) = (n_j^\pm/n_j)(n_i^\pm/n_i) = (1 \pm q_{0j})(1 \pm q_{0i})/4. \quad (17)$$

При вторичном усреднении по нуклонам сорта «j» в обозначениях амплитуд и сечений производится замена  $j\pm \rightarrow \langle j\pm \rangle$ . Как и в вышеупомянутой задаче, получим (с учетом (17) и данных таблицы 3) формулу для температурной зависимости

вероятности переворота спина нейтрона и протона при столкновении в поляризованной среде

$$w(<j>, <i>) = \left( \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma'(<j\xi_j>, <i\xi_i>) \right) / \left( \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(<j\xi_j>, <i\xi_i>) \right) = ((1 + q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma'(<j+>, <i+>) + (1 - q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma'(<j->, <i->)) / ((1 + q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(<j+>, <i+>) + (1 + q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(<j+>, <i->) + (1 - q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(<j->, <i+>) + (1 - q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(<j->, <i->)), \quad (18)$$

а также усредненного сечения пр-рассеяния [2, с. 15]

$$\sigma_{\text{пр}}(j, <i>) = \sum_{i,j} \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(j\xi_j, <i\xi_i>), \quad (19a)$$

$$\sigma_{\text{пр}}(<j>, <i>) = \sum_{i,j} \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(<j\xi_j>, <i\xi_i>) \quad (19б)$$

Таблица 3 – Сечения нейтрон-протонного рассеяния

|    | $\xi_i \xi_j = +1$                                                                                                                                                                   | $\xi_i \xi_j = -1$                                                          |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| 1) | а) $2\pi(a_t^2 + a_s^2)$ ; б) $\pi(a_t - a_s)^2$ ; в) $\pi(a_t + a_s)^2$                                                                                                             | а) $4\pi a_t^2$ ; б) 0; в) $4\pi a_t^2$                                     |
| 2) | а) $2\pi(f_t^2(j\xi_j, <i\xi_i>) + f_s^2(j\xi_j, <i\xi_i>))$ ; б) $\pi(f_t(j\xi_j, <i\xi_i>) - f_s(j\xi_j, <i\xi_i>))^2$ ; в) $\pi(f_t(j\xi_j, <i\xi_i>) + f_s(j\xi_j, <i\xi_i>))^2$ | а) $4\pi f_t^2(j\xi_j, <i\xi_i>)$ ; б) 0; в) $4\pi f_t^2(j\xi_j, <i\xi_i>)$ |

Эти формулы получены без учета возможной занятости конечных состояний в случае сильного вырождения, в результате чего рассеяния с переворотом спина не произойдет. Для учета этого фактора нужно в числителе (18) домножать  $w(j\xi_j, i\xi_i)$  (из (17)) на  $(kT/\chi_i^\pm)^{3/2} (kT/\chi_j^\pm)^{3/2} = (kT)^3 / (\chi_i^\pm \chi_j^\pm)^{3/2}$ , т.к.  $\chi_{i,j}^\pm \sim (n_{i,j}^\pm)^{2/3}$  (см. (7)). Для численных расчетов амплитуды можно из (29) (при усреднении по нуклонам только одного сорта) или (37), (40) (либо (41а), (41б)) при вторичном усреднении. Численные расчеты (без учета вырождения) показывают, что для заданного нейтрона при  $n_p = n_n = 10^{30} \text{ см}^{-3}$  (т.е. при плотностях, характерных для белых карликов) вероятность переворота спина слабо зависит от энергии нуклона и близка к значению 0,65, полученному в [2, с. 73]. При  $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$  она близка к 0,1 и также слабо зависит от энергии нейтрона. Численные расчеты дважды усредненной вероятности не приведены в силу затруднений при усреднении мнимой части, о чем сказано ниже.

В литературе, например, [3, с. 596–597]) доказывается, что при низких температурах или больших химических потенциалах, т. е. при

$$\chi_i^\pm / (kT) \gg 1, \quad (20)$$

имеет место приближенная формула (более высокие степени  $kT/\chi_i^\pm$  не требуются)

$$M_q(\chi_i^\pm) = \int_0^{+\infty} \varepsilon_i^q F(\varepsilon_i, \chi_i^\pm, T) d\varepsilon_i \approx (\chi_i^\pm)^{q+1} (q+1)^{-1} (1 + (q(q+1)\pi^2/6)(kT/\chi_i^\pm)^2). \quad (21a)$$

В общем случае при замене  $\varepsilon_i^q$  на любую функцию  $\varphi(\varepsilon_i)$ , возрастающую при  $\varepsilon_i \rightarrow +\infty$  не быстрее, чем  $\exp(\varepsilon_i/(kT))$  при выполнении (20) применима формула

$$M(\chi) = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon_i) F(\varepsilon_i, \chi, T) d\varepsilon_i \approx \int_0^{\chi} \varphi(\varepsilon_i) d\varepsilon_i + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i = \chi}. \quad (21б)$$

Усредним амплитуды (3а) – (3в) проще, хотя и менее корректно по сравнению с (10а) – (10в): сначала усредним, как сказано выше, по углам и энергиям  $k_{ij}^2$ :

$$\begin{aligned} \langle k_{ij}^2 \rangle_{i\pm} &= \frac{1}{n_i^{\pm}} \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} k_{ij}^2 d n_i^{\pm} = \{(8)\} = \frac{\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2 (2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} (2m_j \varepsilon_j + 2m_i \varepsilon_i + \\ &+ 4(m_j m_i)^{1/2} (\varepsilon_j \varepsilon_i)^{1/2} \cos \theta) \sin \theta d\theta \varepsilon_i F(\varepsilon_i, \chi_i^{\pm}, T) d\varepsilon_i = \{(21а), (21б)\} = \frac{2\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2 (2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} \times \\ &\times (2m_j \varepsilon_j M_{1/2}(\chi_i^{\pm}) + 2m_i M_{3/2}(\chi_i^{\pm})) \approx A(j, i\pm) \varepsilon_j + Q(j, i\pm), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$A(j, i\pm) = \frac{8\pi(2m_i)^{3/2}}{3\hbar^2 (2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} m_j (\chi_i^{\pm})^{3/2} (1 + (\pi^2/8)(kT/\chi_i^{\pm})^2), \quad (23а)$$

$$Q(j, i\pm) = \frac{8\pi(2m_i)^{3/2}}{5\hbar^2 (2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} m_i (\chi_i^{\pm})^{5/2} (1 + (5\pi^2/8)(kT/\chi_i^{\pm})^2), \quad (23б)$$

$$\begin{aligned} A(j, i\pm) \varepsilon_j + Q(j, i\pm) &= \{(23а), (23б), (5), (7)\} = k_j^2/6 + n_i^{2/3} (1 \pm q_{0i})^{2/3} (3\pi^2)^{5/3} / (10\pi^2) \\ &+ (3\pi^2)^{1/3} (kT)^2 m_i^2 / (8 n_i^{2/3} (1 \pm q_{0i})^{2/3} \hbar^4). \end{aligned} \quad (23в)$$

Если же имеет место соотношение

$$\chi_i^{\pm} / (kT) \geq 1, \quad (24)$$

то, вводя обозначение

$$\Phi(\varepsilon_i) = \int_0^{\varepsilon_i} \varphi(\varepsilon_i) d\varepsilon_i, \quad \{(12)\} = \Phi(xkT + \chi_i^{\pm}) \quad (25)$$

и разлагая  $\Phi$  в ряд по степеням  $x$  до, к примеру,  $x^3$  включительно, вместо (21б) получаем:

$$M(\chi) = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon_i) F(\varepsilon_i, \chi, T) d\varepsilon_i \approx Z(-\chi/kT) - Z(+\infty), \quad (26а)$$

$$Z(\beta) = \int_0^{\beta} \{ \Phi(\chi) + kT \Phi'(\chi) x + (kT)^2 \Phi''(\chi) x^2/2 + (kT)^3 \Phi'''(\chi) x^3/6 \} (dF/dx) dx. \quad (26б)$$

Распишем интегралы подробнее с учетом (13), (25):

$$\begin{aligned} Z(-\chi/kT) &= \Phi(\chi) (\{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} - 1/2) + kT \varphi(\chi) J(0, -\chi/kT, 1) + \\ &+ (1/2)(kT)^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i = \chi} J(0, -\chi/kT, 2) + (1/6)(kT)^3 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i^2} \right)_{\varepsilon_i = \chi} J(0, -\chi/kT, 3), \end{aligned} \quad (27а)$$

$$- Z(+\infty) = \frac{\hat{O}(\chi)}{2} + kT\varphi(\chi)\ln 2 + \frac{(\pi kT)^2}{12} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i=\chi} + \frac{3}{8} \Gamma(3)\zeta(3)(kT)^3 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i^2} \right)_{\varepsilon_i=\chi}. \quad (276)$$

(22) по своему виду не изменится, однако вместо (23а) – (23в) получим:

$$\begin{aligned} A(j, i\pm) = & \frac{4\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^\pm} m_j \left( \frac{-(\chi_i^\pm)^{3/2}}{8(\exp(-\chi_i^\pm/kT) + 1)} + \frac{kT(\chi_i^\pm)^{1/2}}{2} (\ln\{\exp(\frac{\chi_i^\pm}{kT}) + 1\} + \right. \\ & + 1 + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} \left. \right) + \frac{(kT)^2}{(\chi_i^\pm)^{1/2}} (\pi^2/12 + \frac{3}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} ) - \\ & - \frac{(kT)^3}{24(\chi_i^\pm)^{3/2}} \left( \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3) + 6 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{e^{-j\chi/kT} - 1}{j^3} \right), \end{aligned} \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} Q(j, i\pm) = & \frac{4\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^\pm} m_i \left( \frac{11(\chi_i^\pm)^{5/2}}{40(\exp(-\chi_i^\pm/kT) + 1)} + \frac{kT(\chi_i^\pm)^{3/2}}{2} (3 + \right. \\ & + \frac{3}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} - \ln\{\exp(\frac{\chi_i^\pm}{kT}) + 1\} + (kT)^2(\chi_i^\pm)^{1/2} (\pi^2/4 + \frac{9}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} ) + \\ & + \frac{(kT)^3}{8(\chi_i^\pm)^{1/2}} \left( \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3) + 6 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{e^{-j\chi/kT} - 1}{j^3} \right), \end{aligned} \quad (28б)$$

Теперь можно подставить (22) (как с учетом (23а), (23б) для низких температур, так и с учетом (28а), (28б) для умеренных) в (3а) – (3в) и получить:

$$f_\alpha(j, \langle i\pm \rangle) = (-1/a_\alpha + 0.5r_{0\alpha}(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)) - i(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm))^{1/2}) / ((-1/a_\alpha + 0.5r_{0\alpha}(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)))^2 + A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)), \quad (29)$$

где  $\alpha = t, s, p$  или  $n$ . Формула выражает зависимость амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния не от энергии относительного движения 2 нуклонов, как в (3а) – (3в), а от одночастичной энергии нуклона сорта « $j$ ». Зависимость также от температуры есть результат усреднения по нуклонам сорта « $i$ »; (29) верно и при  $i = j$ .

Для устранения зависимости ЯПМП и сечений нуклон-нуклонного рассеяния от энергии нуклонов сорта « $j$ » усредним вторично по этим нуклонам формулу (29):

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = \frac{1}{n_i^\pm} \int_0^{+\infty} f_\alpha(j, \langle i\pm \rangle) (\partial n_j^\pm / \partial \varepsilon_j) d\varepsilon_j, \quad (30)$$

где

$$\partial n_j^\pm / \partial \varepsilon_j = 2\pi(2m_j)^{3/2} (2\pi\hbar)^{-3} \varepsilon_j^{1/2} \{ \exp\{(\varepsilon_j - \chi_j^\pm)/(kT)\} + 1 \}^{-1}. \quad (31)$$

Подставляя (29) в (30) и используя (21б), получим для низких температур:

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = C_j^\pm \left( \int_0^{+\infty} \varphi_1^\alpha F(\varepsilon_j, \chi_j^\pm, T) d\varepsilon_j - i \int_0^{+\infty} \varphi_2^\alpha F(\varepsilon_j, \chi_j^\pm, T) d\varepsilon_j \right). \quad (32)$$

Используя (21б), для низких температур получим:

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) \approx C_j^\pm \int_0^{\chi_j^\pm} \varphi_1^\alpha d\varepsilon_j + C_j^\pm \frac{(\pi kT)^2}{6} \left( \frac{\partial \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} - i C_j^\pm \int_0^{\chi_j^\pm} \varphi_2^\alpha d\varepsilon_j -$$

$$-iC_j^\pm \frac{(\pi kT)^2}{6} \left( \frac{\partial \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j = \chi_j^\pm} = \text{Ref}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>) + i\text{Imf}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>), \quad (33)$$

где

$$\varphi_1^\alpha(\varepsilon_j) = (E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j^{3/2} + D_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j^{1/2}) / ((E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2), \quad (34a)$$

$$\varphi_2^\alpha(\varepsilon_j) = Q^{1/2}(j, i\pm)(1 + A(j, i\pm)\varepsilon_j/Q(j, i\pm))^{1/2}\varepsilon_j^{1/2} / ((E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2), \quad (34б)$$

$$C_j^\pm = 2\pi(2m_j)^{3/2} / (n_j^\pm (2\pi\hbar)^3), \quad (35)$$

$$E_\alpha(j, i\pm) = (1/2)r_{0\alpha}A(j, i\pm), \quad D_\alpha(j, i\pm) = G_\alpha(j, i\pm) - 1/r_{0\alpha} = (1/2)r_{0\alpha}Q(j, i\pm) - 1/a_\alpha, \\ H_\alpha^2 = (1/r_{0\alpha})(1/r_{0\alpha} - 1/a_\alpha), \quad G_\alpha(j, i\pm) = (1/2)r_{0\alpha}Q(j, i\pm) + 1/r_{0\alpha} - 1/a_\alpha. \quad (36)$$

Численно (данные см. выше) убеждаемся, что  $H_\alpha^2 > 0$ ,  $\forall \alpha = t, s, p, n$ . Подставив (34a), (35), (36) в (33) с заменой  $\varepsilon_j = t^2$ , с учетом (14) для  $\text{Ref}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>)$  получим:

$$\text{Ref}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>) = C_j^\pm \left( \frac{2I_4}{E_\alpha(j, i\pm)} + \frac{2D_\alpha(j, i\pm)I_2}{E_\alpha^2(j, i\pm)} + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left( \frac{3}{2} E_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{1/2} + \right. \right. \\ \left. \left. + (1/2)D_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{-1/2} \right) ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2) - 2E_\alpha(j, i\pm)(E_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{3/2} + \right. \\ \left. + D_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{1/2})(E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm)) / ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2)^2 \right). \quad (37)$$

При этом в интегралах  $I_k(a, b, c, d)$  (см. (14))

$$a = (G_\alpha(j, i\pm)/E_\alpha(j, i\pm))^{1/2}, \quad b = H_\alpha/E_\alpha(j, i\pm), \quad c = 0, \quad d = (\chi_j^\pm)^{1/2}. \quad (38)$$

Из (23a), (23б) следует, что  $A(j, i\pm)\chi_j^\pm/Q(j, i\pm) = (5\chi_j^\pm/(3\chi_i^\pm))(1 + (\pi^2/8)(kT/\chi_i^\pm)^2)/(1 + (5\pi^2/8)(kT/\chi_i^\pm)^2) = (\chi_j^\pm/\chi_i^\pm)Y(y) = (\chi_j^\pm/\chi_i^\pm)(5/3)(1 + (\pi^2/8)y^2)/(1 + (5\pi^2/8)y^2)$ ,  $y = kT/\chi_i^\pm$ . Функция  $Y(y)$  плавно убывает от 5/3 до 1/3 при изменении  $y$  от 0 до  $+\infty$ . Если  $0 < A(j, i\pm)\chi_j^\pm/Q(j, i\pm) < 1$ , то для интегрирования  $\varphi_2^\alpha$  в (34б) сначала с заменой  $\varepsilon_j = t^2$  можно осуществить с точностью до  $t^2$  приближенное разложение:

$$(1 + A(j, i\pm)t^2/Q(j, i\pm))^{1/2} \approx 1 + t^2 A(j, i\pm)/(2Q(j, i\pm)). \quad (39)$$

Подставив (34б) в (33), с учетом (14), (38) и (39) получим:

$$\text{Imf}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>) = -C_j^\pm \left( \frac{Q^{1/2}(j, i\pm)(2I_2 + A(j, i\pm)I_4)}{E_\alpha^2(j, i\pm)} + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left( \frac{A(j, i\pm)}{2} \left( 1 + \frac{Q(j, i\pm)}{A(j, i\pm)\chi_j^\pm} \right)^{1/2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 1 + \frac{Q(j, i\pm)}{A(j, i\pm)\chi_j^\pm} \right)^{-1/2} \right) ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2) - 2E_\alpha(j, i\pm) \times \right. \\ \left. \times (A(j, i\pm)\chi_j^\pm + Q(j, i\pm))^{1/2}(\chi_j^\pm)^{1/2}(E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm)) / ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2)^2 \right) \quad (40)$$

Из таблицы 4 на примере  $\text{Ref}$  видно, что степень поляризации и концентрация нуклонов являются более существенными по сравнению с температурой факторами, влияющими на поведение амплитуд рассеяния. Концентрация – доминирующий

фактор. При этом максимальные температуры брались такими, при которых (37) еще применимо. Значения длин рассеяния см. для сравнения после (3в). Также видно, что  $\text{Ref}_t$  меняет знак при плотностях, характерных для нейтронных звезд. Заметим, что  $\text{Im}f$  по порядку величины для низких температур сильно не отличаются от  $\text{Ref}$ . На примере  $\text{Ref}_t(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$  (I) и  $\text{Ref}_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$  (II) при  $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ ,  $q_{0p} = 0,5$  на рисунке 1 (слева) приведены графики зависимости  $n_n(q_{0n})$ , при которых это происходит

Таблица 4 – Некоторые значения  $\text{Re}_\alpha(\langle n\xi_n\rangle, \langle p\xi_p\rangle)$  (в  $10^{-14} \text{ см}$ )

| $\alpha, \xi_n, \xi_p$ |   |                             | $t, +, +$ | $t, +, -$ | $t, -, +$ | $t, -, -$ | $s, +, +$ | $s, -, -$ |
|------------------------|---|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| I                      | A | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | - 54,180  | - 54,185  | - 54,185  | - 54,190  | 235,00    | 236,09    |
|                        |   | $T \sim 10^5 \text{ K}$     | - 54,253  | - 54,258  | - 54,503  | - 54,508  | 235,31    | 237,44    |
|                        | Б | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | - 54,180  | - 54,190  | - 54,181  | - 54,191  | 235,01    | 236,18    |
|                        |   | $T \sim 10^5 \text{ K}$     | - 54,291  | - 54,300  | - 54,326  | - 54,336  | 235,49    | 236,72    |
| II                     | A | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | - 3,9351  | - 8,3515  | - 7,4944  | - 14,417  | 11,796    | 15,489    |
|                        |   | $T \sim 10^9 \text{ K}$     | - 3,8693  | - 8,1271  | - 7,3847  | - 14,067  | 11,785    | 15,420    |
|                        | Б | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | - 3,8434  | - 15,225  | - 4,4219  | - 16,893  | 11,776    | 16,850    |
|                        |   | $T \sim 10^9 \text{ K}$     | - 3,7832  | - 13,817  | - 4,3549  | - 15,390  | 11,775    | 16,172    |
| III                    | A | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | 3,6722    | 3,6217    | 4,1435    | 3,9170    | 3,7797    | 5,9313    |
|                        |   | $T \sim 10^9 \text{ K}$     | 3,6710    | 3,6172    | 4,1459    | 3,9278    | 3,7752    | 5,9065    |
|                        | Б | $T \rightarrow 0 \text{ K}$ | 3,9143    | 3,7359    | 4,0346    | 3,8006    | 4,2434    | 4,8987    |
|                        |   | $T \sim 10^9 \text{ K}$     | 3,9138    | 3,7143    | 4,0345    | 3,7965    | 4,2396    | 4,7417    |

Примечание: I.  $n_n = n_p = 10^{30} \text{ см}^{-3}$ . II.  $n_n = n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ . III.  $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ .

A.  $q_{0n} = q_{0p} = 0,5$ . Б.  $q_{0n} = 0,1$ ,  $q_{0p} = 0,9$

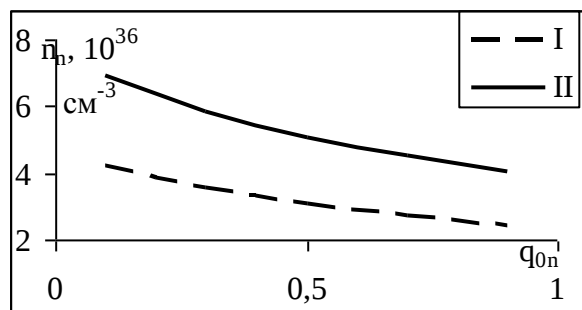


Рисунок 1 – Условие перемены знака для некоторых  $\text{Ref}$  (обозначения см. выше)

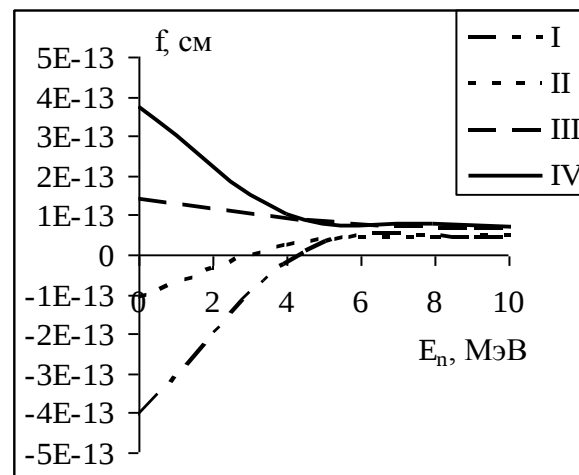


Рисунок 2 – Поведение действительных частей амплитуд рассеяния при указанных ниже условиях. I.  $f_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$ . II.  $f_t(\langle n-\rangle, \langle p+\rangle)$ . III.  $f_s(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$ . IV.  $f_s(\langle n-\rangle, \langle p-\rangle)$

На рисунке 2 приведены зависимости  $\text{Ref}_t$ ,  $\text{Ref}_s$  от кинетической энергии нейтрона при усреднении по всем протонам при  $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ ,  $q_{0p} = 0,9$ ,  $q_{0n} = 0,1$ ,  $T \rightarrow 0 \text{ K}$  (повышение температуры к заметным изменениям не приводит). Кроме того, график для  $f_t(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$  практически совпадает с  $f_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$ , а график  $f_t(\langle n-\rangle, \langle p-\rangle)$  – с  $f_t(\langle n-\rangle, \langle p+\rangle)$ . Как видно, действительные части всех амплитуд с ростом энергии почти сливаются друг с другом, приобретая положительные значения

и постепенно уменьшаясь по абсолютной величине. Триплетные амплитуды при некоторой энергии меняют знак.

В случае умеренных температур из (32) вместо (33) получим с учетом (13), (26a)–(27б), (34a)–(36) (при этом  $A(j, i\pm)$ ,  $Q(j, i\pm)$  берутся не из (23a), (23б), а из (28a), (28б)):

$$\begin{aligned} \text{Ref}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>) = C_j^\pm \left( \frac{2I_4}{E_\alpha(j, i\pm)} + \frac{2D_\alpha(j, i\pm)I_2}{E_\alpha^2(j, i\pm)} \right) \{ \exp(-\chi_j^\pm/kT) + 1 \}^{-1} + \\ + kT\varphi_1^\alpha(\chi_j^\pm)(J(0, -\chi_j^\pm/kT, 1) + \ln 2) + (1/2)(kT)^2 \left( \frac{\partial \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 2) + \pi^2/6) + \\ + (1/6)(kT)^3 \left( \frac{\partial^2 \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j^2} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 3) + \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3)), \end{aligned} \quad (41a)$$

$$\begin{aligned} \text{Imf}_\alpha(<j\pm>, <i\pm>) = -C_j^\pm \left( \frac{Q^{1/2}(j, i\pm)(2I_2 + A(j, i\pm)I_4)}{E_\alpha^2(j, i\pm)} \right) \{ \exp(-\chi_j^\pm/kT) + 1 \}^{-1} + \\ + kT\varphi_2^\alpha(\chi_j^\pm)(J(0, -\chi_j^\pm/kT, 1) + \ln 2) + (1/2)(kT)^2 \left( \frac{\partial \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 2) + \pi^2/6) + \\ + (1/6)(kT)^3 \left( \frac{\partial^2 \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j^2} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 3) + \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3)), \end{aligned} \quad (41б)$$

Взятие производных от (34a), (34б) не представляет принципиального труда, однако из-за громоздкости получающихся выражений последние в явном виде не приведены. При этом взятие интеграла в (41б) возможно при выполнении (39), где  $A(j, i\pm)$ ,  $Q(j, i\pm)$  берутся не из (23a), (23б), а из (28a), (28б). Из (36), (39), а также из (41a), (41б) можно убедиться, что  $f_\alpha(<n\pm>, <p\pm>) \neq f_\alpha(<p\pm>, <n\pm>)$ . Численные расчеты для умеренных температур не проводились.

В силу замечания, сделанного перед таблицей 1, а также полученных выражений для амплитуд рассеяния, выписать в явном виде (подобно формуле (1)) общее выражение для ядерного псевдомагнитного поля представляется затруднительным. Удобнее привести примеры. Пусть, к примеру, нейтрон с проекцией магнитного момента, направленной по вектору общей намагниченности в данной области нуклонной среды, движется среди протонов (взаимодействие с другими нейтронами пока не рассматриваем). Тогда с учетом (5) и того обстоятельства, что состояние с противоположными проекциями магнитных моментов нейтрона и протона – триплетное, а в противном случае это суперпозиция синглетного и триплетного состояний, энергия нейтрона запишется в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon(n+, <p>) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \left( \frac{1+q_{0p}}{2} \right) \frac{f_t(n, <p+>) + f_s(n, <p+>)}{2} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \times \\ \times \left( \frac{1-q_{0p}}{2} \right) f_t(n, <p->) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \frac{f_t(n, <p+>) + f_s(n, <p+>) + 2f_t(n, <p->)}{4} - \\ - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p q_{0p} \frac{f_t(n, <p+>) + f_s(n, <p+>) - 2f_t(n, <p->)}{4}. \end{aligned} \quad (42)$$

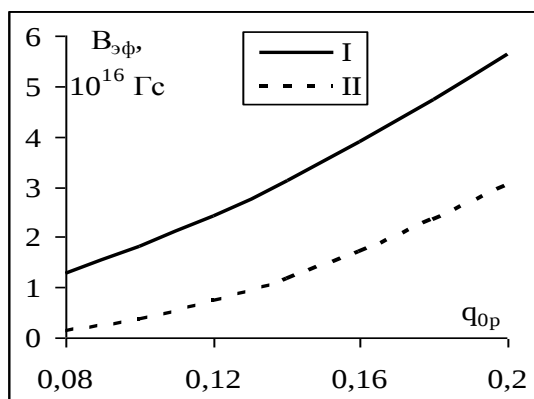
Сравнивая с (4) и учитывая, что в данном случае  $\mu_n \cdot \mathbf{B}_{np}^{\gamma\delta} > 0$ , делаем вывод, что ядерное псевдомагнитное поле, действующее на нейтрон, дается выражением

$$\mathbf{B}_{np}^{\gamma\delta} = \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^* |\mu_n|} n_p \left( \frac{f_t(n, <p+>) + f_s(n, <p+>) - 2f_t(n, <p->)}{4} \right) \mathbf{q}_{0p}. \quad (43)$$

Поскольку все амплитуды, входящие в (43), сами зависят от поляризации протонов, то приходим к выводу, что ядерное псевдомагнитное поле зависит от степени поляризации нуклонов, строго говоря, уже нелинейным образом. Слагаемое, входящее в выражение для энергии и не зависящее явно от  $k_n$ ,  $q_{0p}$ , на самом деле теперь также зависит от них (в пределе медленных нуклонов при аппроксимации амплитуд только длинами рассеяния считалось, что оно зависит только от концентрации нуклонов среды), хотя и не столь сильно, как ядерное псевдомагнитное поле. В пределе низких энергий и концентраций, когда стирается различие между  $f_t(n, <p+>)$  и  $f_t(n, <p->)$ , (43) переходит в (1) с учетом (2). При рассмотрении нейтрона с противоположной проекцией собственного магнитного момента вместо (42) получаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon(n, <p>) &= \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \left( \frac{1-q_{0p}}{2} \right) \frac{f_t(n, <p->) + f_s(n, <p->)}{2} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \times \\ &\times \left( \frac{1+q_{0p}}{2} \right) f_t(n, <p+>) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \frac{f_t(n, <p->) + f_s(n, <p->) + 2f_t(n, <p+>)}{4} + \\ &+ \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p q_{0p} \frac{f_t(n, <p->) + f_s(n, <p->) - 2f_t(n, <p+>)}{4}. \end{aligned} \quad (44)$$

Сравнивая с (4) и учитывая, что в данном случае  $\mu_n \cdot \mathbf{B}_{np}^{\gamma\delta} < 0$ , делаем вывод, что ядерное псевдомагнитное поле, действующее на нейтрон, дается выражением, аналогичным (43) с заменой  $p+$  на  $p-$  и наоборот. Величина псевдомагнитного поля зависит от импульса нейтрона (что видно из (29)), однако при использовании вторично усредненных амплитуд типа (30) можно получить ядерное псевдомагнитное поле, в среднем действующее на отдельно взятый нейтрон с заданной проекцией собственного магнитного момента со стороны всех протонов. При аналогичном рассмотрении протона, движущегося среди



нейтронов, формулы (42)–(44) повторяются с заменой  $p \leftrightarrow n$ . Исходя из данных таблицы 4, делаем вывод, что зависимость поля от температуры в случае низких температур будет слабой. Зависимость вторично усредненной индукции поля от степени поляризации среды покажем на примере (43), (44) при  $n_n = 10^{36} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_p = 10^{38} \text{ см}^{-3}$  («изоспиновая трансформация» ядра нейтронной звезды),  $q_{0n} = 0,5$  в зависимости от  $q_{0p}$ . Графики представлены на рисунке 3. Нелинейность ядерного псевдомагнитного поля по поляризации хорошо видна, хотя она и не

весьма сильная.

**Рисунок 3 – Зависимость ядерного псевдомагнитного поля, действующего на нейтроны, от степени поляризации протонов при указанных выше условиях.**

I.  $\hat{V}_{np}^{\hat{y}\hat{o}}$  ( $\langle n+ \rangle, \langle p \rangle$ ). II.  $\hat{V}_{np}^{\hat{y}\hat{o}}$  ( $\langle n- \rangle, \langle p \rangle$ )

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 320 с.
2. Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский. – М. : Атомиздат, 1972. – 351 с.
3. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика : учеб. пособие / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – 608 с.
4. Серый, А. И. Об эффектах ядерного псевдомагнетизма в вырожденной нуклонной среде / А. И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Сер. прыродазнаўчых навук. – 2006. – № 2(26). – С. 33–43.

*A.I. Sery. On Temperature Dependence of Nucleon-Nucleon Scattering Amplitudes*

For low and moderate temperatures the temperature, concentration and nucleon spin polarization degree dependences of real and imaginary parts of nucleon-nucleon scattering amplitudes have been obtained within effective radius theory. On the basis of the results obtained similar dependences of the average nuclear pseudomagnetic field, nucleon-nucleon scattering cross sections and spin-flip probabilities at collisions have been worked out. It has been shown, that polarization degree and concentration affect the behavior of the amplitudes more essentially in comparison with temperature; that nuclear pseudomagnetic field depends on polarization degree in a nonlinear way; that the real part of the triplet scattering amplitude can change its sign.

УДК 547.84:544.183.26

*Н.М. Голуб, А.И. Боричевский, И.А. Гарах*

## **ВНУТРИМОЛЕКУЛЯРНЫЕ МИГРАЦИИ В КАРБЕНИЕВЫХ КАТИОНАХ 2-ЗАМЕЩЕННЫХ ДИОКСОЛАНОВ**

В работе показывается возможность протекания реакций щелочного гидролиза через осуществление миграции водорода 2-замещенных диоксоланов. Корректное воспроизведение геометрических и энергетических характеристик осуществляется в стандартной параметризации приближения МПДП (NDDO) и вычисления ССП в валентно-расщеплённых базисах.

Реакции 1,3-диоксацикланов с веществами нуклеофильной природы в щелочной и нейтральной средах практически не происходят. В литературе имеются ссылки, указывающие на возможность осуществить расщепление цикла только горячей щелочью [1]. Недостаточность изученности свойств и реакций ионов в основном гидролизе ацеталей направила авторов данной работы к попытке описания возможных путей перегруппировок исследуемых структур. В литературе отсутствуют сведения о теоретических исследованиях перегруппировок в ионах, содержащих гетероатом между акцепторным и донорным атомами углерода, возможность которых показана экспериментально [2].

В настоящей работе обсуждаются результаты расчетов энергетических параметров ионов основного гидролиза 2-замещенных 1,3-диоксанов. Геометрия молекул и ионов задавалась с помощью естественных координат и с использованием стандартного валентно-расщепленного базисного набора NDDO (МПДП) с полной оптимизацией геометрии до минимума полной энергии, в приближение Полака–Рибера. Во всех расчетах геометрические и энергетические параметры оптимизировались с нормой градиента 0,0001 а.е. Состоятельность выбранного уровня теории для исследований различных свойств молекулярных систем доказана в работах [3; 4].

Циклические ацетали, в частности 1,3-диоксолан, содержат в молекуле положительно заряженные атомы цикла, которые способны взаимодействовать с нуклеофильными частицами. При расщеплении кольца образуются ионы, которые могут претерпевать внутримолекулярные реакции.

Заряды атомов углерода позволяют определить наиболее вероятный центр атаки нуклеофильной частицы. Из таблицы 1 видно, что наиболее положительным зарядом, и, следовательно, наименьшей электронной плотностью, а также значительной способностью притягивать нуклеофильные частицы обладает второй углеродный атом цикла. Наличие метильных групп способствует увеличению положительного заряда второго атома углерода диоксоланового кольца. Четвертый и пятый атомы незамещенного и 2-замещенных 1,3-диоксоланов имеют практически одинаковый, небольшой по величине отрицательный заряд, что, возможно, делает их вероятным вторичным центром нуклеофильной атаки. В работе нами были предложены модели различных структур диоксоланов с ОН-группой у второго углеродного атома.

При присоединении гидроксильной группы существование атома углерода с десятиэлектронной структурой маловероятно, поэтому возможен разрыв связи С–О и образование карбениевого иона [5].

При этом становится возможным осуществление перегруппировки, которая предполагает миграцию одного из атомов водорода от 2, 3 или 5 атома углерода карбениевого иона к атому  $O_1$  (рисунок 1) [6].

Таблица 1 – Заряды на атомах углерода

| Атомы | 1,3-диоксолан | 2-метил–<br>1,3-диоксолан | 2,2-диметил–<br>1,3-диоксолан |
|-------|---------------|---------------------------|-------------------------------|
| $C_2$ | 0,106         | 0,152                     | 0,202                         |
| $C_4$ | –0,045        | –0,045                    | –0,044                        |
| $C_5$ | –0,045        | –0,045                    | –0,044                        |

Важнейшим фактором, влияющим на скорость перегруппировки, является относительная ориентация вакантной  $p$ -орбитали электронодефицитного атома кислорода и  $C-H$  связей при соседнем атоме углерода («орбитальная ориентация») [7]. Для того, чтобы миграция протекала по возможности гладко, вакантная  $p$ -орбиталь электронодефицитного атома кислорода и  $sp^3$ -орбиталь, несущая атом водорода, должны быть компланарны, чтобы обеспечить максимум орбитального перекрытия в переходном состоянии.

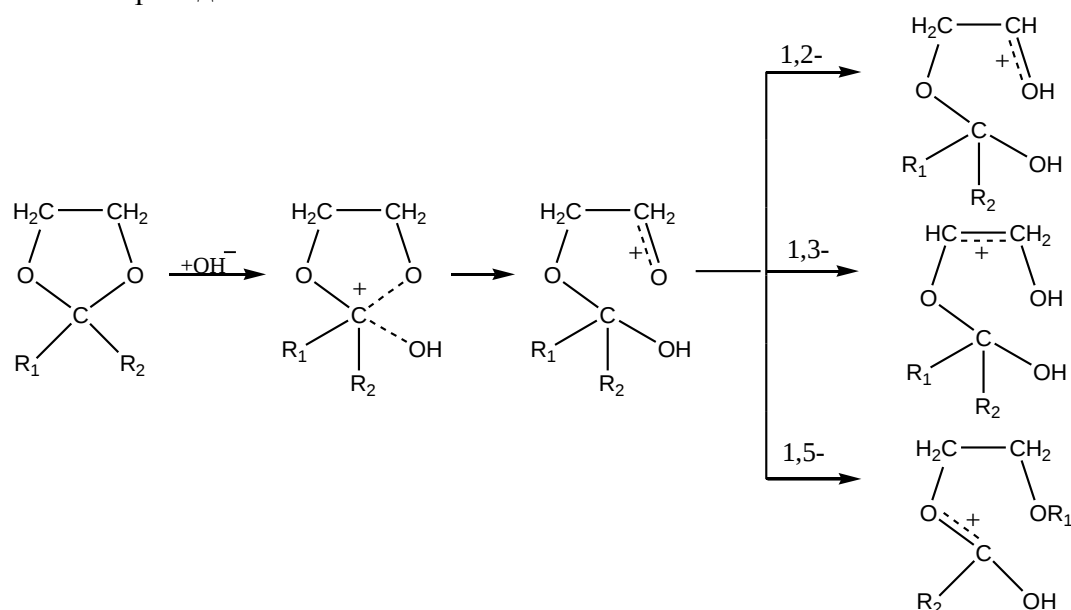
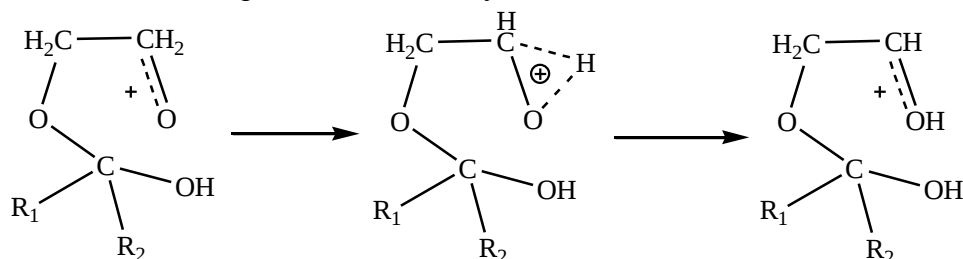


Рисунок 1 – Схема возможных перегруппировок в карбениевом ионе 1,3-диоксолана ( $R_1, R_2 = H, CH_3$ )

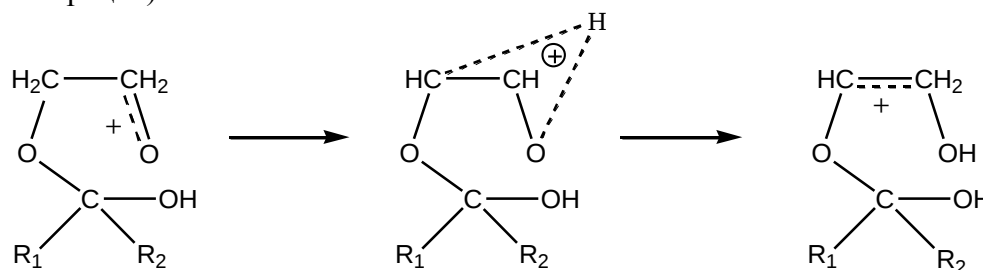
Механизм внутримолекулярной 1,2-миграции водорода (1 путь) в карбениевом ионе диоксолана можно представить в следующем виде:



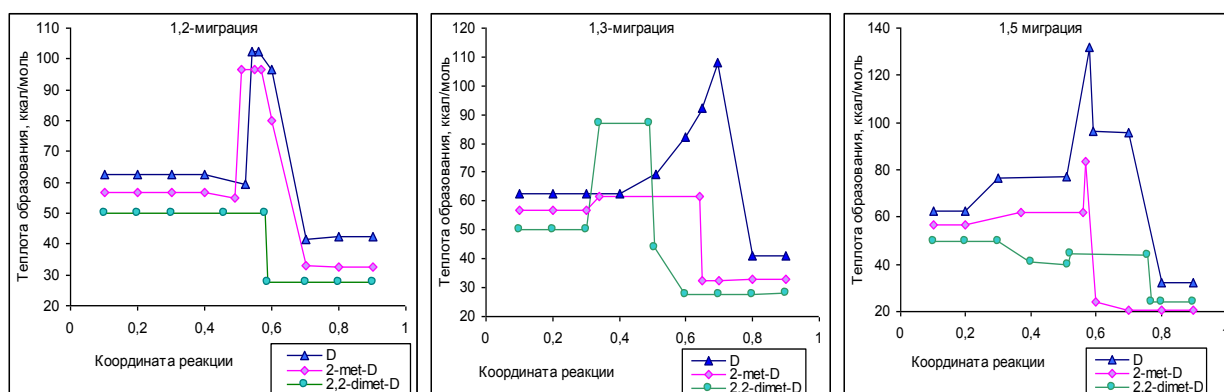
Согласно результатам, приведенным в таблице 1 и графике (рисунок 2), можно говорить о возможности протекания реакции миграции атома водорода по первому

пути для всех рассматриваемых ионов симметрично замещенных 1,3-диоксанов. Следует отметить, что в случае 2,2-диметил-1,3-диоксолана наблюдается отсутствие переходного состояния, что позволяет предположить наибольшую вероятность осуществления 1,2-миграции водорода в карбениевом ионе данного соединения.

Нами была просчитана вероятность осуществления перегруппировки по 2-му пути (1,3-миграция):



Осуществление данной перегруппировки возможно для всех структур, особенно для 2-метилзамещенного 1,3-диоксолана, так как разница теплоты образования начального и переходного состояний ( $\Delta E$ , ккал/моль) имеет наименьшее значение (таблица 2).



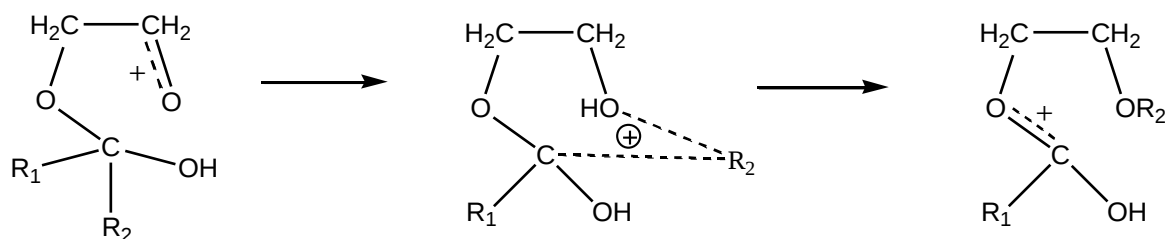
**Рисунок 2 – Энергетический профиль миграций в карбениевых ионах: диоксолана, 2-метил-, 2,2-диметил-1,3-диоксолана (1–3 путь)**

**Таблица 2 – Энергетическая характеристика внутримолекулярных перегруппировок в карбениевых катионах**

| $\Delta E^*$ , ккал/моль | 1,3-диоксолан | 2-метил–<br>1,3-диоксолан | 2,2-диметил–<br>1,3-диоксолан |
|--------------------------|---------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1-й путь                 | 39,923        | 39,897                    | —                             |
| 2-й путь                 | 45,283        | 5,168                     | 37,38                         |
| 3-й путь                 | 69,379        | 26,916                    | —                             |

Примечание: \* – разница теплоты образования начального и переходного состояний

Также был рассмотрен механизм 1,5-миграции водорода в карбениевом ионе незамещенного и 2-замещенных диоксоланов (3 путь):



Данный путь осуществления внутримолекулярной перегруппировки можно рассматривать как один из наиболее вероятных, так как разница между энергиями исходного иона и переходного состояния имеет относительно небольшие значения. В случае 2,2-диметил-1,3-диоксолана нами рассматривалась возможность миграции метильной группы. В результате, как видно из графика (рисунок 2), наблюдается плавный переход из 2,2-диметилкарбениевого иона в метилметоксикарбениевый без образования переходного состояния.

Проведенные расчеты показывают возможность протекания реакций щелочного гидролиза через осуществление миграции водорода во всех рассматриваемых структурах, так как:

- теплота образования полученных в результате перехода водорода ионов меньше теплоты образования исходного карбениевого иона;
- разница начального и переходного значения теплоты образования имеет небольшие значения;
- электронодонорные заместители облегчают перегруппировки в исследуемых ионах, разрыхляя ВЗМО переходных структур.

Исходя из проведенных квантохимических расчетов, также можно сделать следующие заключения о наиболее вероятных и энергетически выгодных перегруппировках для рассматриваемых ионов:

- для 1,3-диоксолана осуществляется перегруппировка по пути 1,2-миграции водорода;
- для 2-метил-1,3-диоксолана внутримолекулярная перегруппировка осуществляется по пути 1,3-миграции водорода;
- для 2,2-диметил-1,3-диоксолана вероятны два варианта перегруппировки карбениевых ионов по пути 1,2- и 1,5-миграции без образования переходного состояния.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Межеричкий, В. В. Ортоэфиры в органическом синтезе / В. В. Межеричкий [и др.] – Ростов н/Д : Изд-во Ростовского университета, 1976. – 176 с.
2. Ахматдинов, Р. Т. Продукты и механизм жидкофазных кислотно-катализируемых превращений ацеталей : дисс. ... канд. хим. наук / Р. Т. Ахматдинов – Уфа. – 1981. 163 с.
3. Бурштейн, К. Я. Квантово-химические расчеты в органической химии и молекулярной спектроскопии / К. Я. Бурштейн, И. И. Шорыгин. – М. : Наука, 1989. – С. 101.

4. Минкин, В. И. Квантовая химия органических соединений / В. И. Минкин, Б. Я. Симкин, Р. М. Миняев. – М. : Химия, 1997. – 590с.
5. Olah, G. A. Химия гиперкоординированного углерода / G. A. Olah, G. K. Prakash, R. E. Williams ; пер. В. И. Минкина. – Москва : Мир, 1990. – 289 с.
6. Мазитова, Е. Г. Исследование 1,5-миграции водорода в карбениевом ионе 1,3-диоксана / Е. Г. Мазитова [и др.] // Башкирский химический журнал. – Уфа, 2003. – Т. 10. – №1. – С. 79–80.
7. Brouwer, D. M. The importance of orbital orientation as a rate-controlling factor in intramolecular reactions of carbonium ions / D. M. Brouwer, H. Hogeveen // Rec. trav. Chem. – 1970. – V. 89, № 3. – P. 211–214.

***N.M. Golub, A.I. Borichevsky, I.A. Garah. Intramolecular Migrations in Carbeniums Cations 2-Replaced Dioxolans***

The possibility of course of alkaline hydrolysis through hydrogen migration of 2-replaced dioxolans was investigated. Correct reproduction of geometrical and power characteristics is carried out in standard parametrization of approach МПДП (NDDO) and calculations in valentno-rascheplyonnyh bases.

УДК 59

*И.В. Абрамова*

## **ЭКОЛОГИЯ МАЛОЙ ПОГАНКИ (*TACHYBAPTUS RUFICOLLIS PALL.*, *PODICEPEDIDAE*, *PODICIPEDIFORMES*) В ЮГО-ЗАПАДНОЙ БЕЛАРУСИ**

В юго-западной Беларуси малая поганка – гнездящийся, перелетный, транзитно мигрирующий вид. В регион прилетает во второй–третьей декадах апреля. Осенняя миграция проходит во второй половине сентября–октябре. Гнездовой период продолжается с третьей декады апреля до конца июля. Численность малой поганки в регионе в 1995–2006 гг. составляла 400–600 гнездящихся пар.

### **Материал и методы**

Сбор материалов по экологии малой поганки проводился в 1990–2006 гг. в разных районах Брестской области (Брестский, Березовский, Ганцевичский, Ивацевичский, Ивановский, Кобринский, Малоритский, Столинский и др.). При изучении различных аспектов экологии малой поганки применяли общепринятые методы полевых и камеральных исследований. В работе использованы сведения охотников, работников рыбхозов, неопубликованные данные сотрудников кафедры зоологии и генетики, а также сведения студентов и выпускников биологического и географического факультетов БрГУ им. А.С. Пушкина.

### **Результаты исследований и их обсуждение**

Ареал. Малая поганка распространена в Евразии, Африке, Австралии, Тасмании, Мадагаскаре, Новой Гвинее [6]. Беларусь находится в границах ареала этого вида; чаще малая поганка встречается в западных и юго-западных районах республики [10; 12].

Миграции. Птицы прилетают в регион (38 регистраций) во второй–третьей декадах апреля [1]. В поймах рек Мухавец и Западный Буг (Брестский район), на озерах, водохранилищах, прудах рыбхозов появляются в то время, когда реки и водоемы практически полностью очищаются ото льда или появляются крупные полыньи. По данным Агроклиматического справочника [4], вскрытие льда весной на Белом, Выгонощанском, Споровском, Черном озерах в среднем многолетнем происходит 28.03–5.04 (ранние сроки 8–12.03, поздние – 19–25.04). Очищение ото льда на этих озерах идет 2–9.04 (в ранние весны 12–19.03, в поздние – 22–28.04), что на 4–10 дней позже начала разрушения ледового покрова. Ледоход и освобождение рек ото льда происходит в регионе на 10–15 дней раньше. Приуроченность прилета малой поганки, как и других видов этого отряда, к периоду, когда водоемы освобождаются от ледового покрова, отчасти связано с тем, что птицы при приводнении падают на поверхность воды. Они просто разбивались бы при посадке на твердую поверхность (лед, почва).

В ранние весны птицы прилетают на 8–10 дней раньше средних многолетних сроков, в холодные и затяжные – примерно на столько же дней позже.

В северо-восточной Украине малая поганка появляется в начале апреля [7], в Западных областях Украины – в первой половине апреля [11].

Осенний отлет и пролет птиц в юго-западной Беларуси происходит во второй половине сентября – октябре (40 регистраций). Часть птиц задерживается до конца октября и до ледостава в ноябре–декабре. Окончательно покидают регион с установлением ледового покрова на водоемах. Являясь ближним мигрантом, малая поганка чутко реагирует на изменение погодных условий как весной, так и осенью.

Малая поганка зимует в Западной и Южной Европе и других регионах [6]. По нашим наблюдениям, отдельные особи и группы птиц по 5–50 экз. зимуют в юго-западной Беларуси на незамерзающих водоемах. Численность зимующих малых поганок на реках Западный Буг и Мухавец в районе г. Бреста составляет около 10 птиц, на биопрудах 18.12.1981 г. отмечено 50 птиц [14].

Места обитания. Оптимальными экосистемами для этого вида являются (248 наблюдений) небольшие мелководные водоемы, сильно заросшие надводной растительностью или ивняком. Гнездится на прудах, рыбхозах, водохранилищах, озерах, старицах рек, низинных болотах с участками открытой воды.

Малая поганка регистрировалась на водоемах в ООПТ Брестской области (в заказниках: Низовье Случи, Низовье Ясельды, Споровский, Ястребель) [8].

Размножение. Размножение малой поганки в Беларуси слабо изучено. Фрагментарные сведения о размножении этого вида в Беларуси приведены в сводках [9; 12]. Размножение малой поганки в пределах ареала рассмотрено в ряде работ [6; 15]. Малые поганки приступают к размножению в регионе в третьей декаде апреля – первой декаде мая. Спустя примерно десять дней после прилета птицы занимают гнездовые участки и начинают строить гнезда из остатков отмершей водной растительности. Гнезда ( $n = 64$ ) располагают среди негустой растительности, в нескольких метрах от открытой воды, реже на открытой воде или в глубине зарослей, на сплавинах. В нескольких метрах от основного выводкового гнезда малые поганки строят 2–4 временные гнездовые площадки, которые используются для отдыха и спаривания (наблюдения за 12 парами).

Размеры гнезд ( $n = 18$ ): диаметр надводной части гнезда 19,6–31,0 см ( $M = 25,4 \pm 2,1$ ), общий диаметр 39,0–56,2 см ( $M = 46,2 \pm 1,8$ ), диаметр лотка 14,0–19,6 см ( $M = 16,6 \pm 1,1$ ), высота над водой 2,8–4,9 см ( $M = 4,4 \pm 0,9$ ), высота лотка 2,3–4,1 см ( $M = 3,6 \pm 1,4$ ).

Сведения о находке кладок и выводков приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Размеры и состояние кладок малой поганки в юго-западной Беларуси

| Дата находки гнезда                    | Количество яиц в кладке и степень насиженности | Водоем                                                 |
|----------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 20.05.1974<br>29.05.1977<br>19.05.1980 | 6<br>4, 5?<br>3?, 5?                           | Пойменные водоемы р. Мухавец и Западный Буг (г. Брест) |
| 25.05.1984                             | 5, 6?                                          | Споровское озеро (Березовский р-н)                     |
| 28.05.1987<br>30.05.1990<br>4.07.1993  | 7?<br>6?, 4<br>5?                              | Ореховское и Олтушское озера (Малоритский р-н)         |
| 21.05.1985                             | 5а                                             | Рыбхоз Локтыши (Ганцевичский р-н)                      |
| 18.05.1996<br>7.06.1999                | 3?, 4б<br>5?, 6?                               | Рыбхоз Страдочь (Брестский р-н)                        |
| 30.05.2001                             | 5в                                             | Оз. Выгонощанское (Ивацевичский р-н)                   |
| 4.06.2002<br>7.06.2003                 | 6г, 5в<br>4?                                   | Пруды у д. Томашовка (Брестский р-н)                   |
| 2.07.2004                              | 3?, 7?                                         | Рыбхоз Страдочь (Брестский р-н)                        |
| 5.06.2005<br>4.05.2006                 | 5г, 6?<br>6?                                   | Пойменные водоемы р. Мухавец в г. Бресте               |

Примечание : п – свежая кладка; а – слегка насиженная кладка; б – насиженная кладка; в – сильно насиженная кладка; г – яйца проклюнутые; п? – степень насиженности неизвестна.

В кладке ( $n = 25$ ) 3–7 яиц ( $M = 4,8 \pm 2,2$ ). Размеры яиц ( $n = 30$ )  $37,1 \pm 0,05 \times 26,3 \pm 0,06$  мм. Вес яиц  $12,8 \pm 0,07$  г. Яйца откладываются ежедневно, иногда с двухдневным интервалом. Насиживают кладку ( $n = 12$ ) самец и самка, начиная с первого или второго яйца в течение 20–21 дней. Полные кладки обычно регистрировали во второй – третьей декадах мая. При повторных или вторых кладках – во второй половине июня. Полные кладки на западе Украины отмечены во второй половине мая – начале июня [11].

Выводки разных возрастов встречались в июне–августе (таблица 2). Птенцов выкармливают оба родителя. Пуховички обычно подолгу находятся на спине родителей. Значительную часть суток (примерно  $2/3$ ) отдыхают на гнездовых площадках. Птенцы становятся самостоятельными в возрасте 30–40 дней, на крыло поднимаются по достижении 44–48 дней. Средняя величина выводков в различных частях ареала варьирует от 4,3 до 4,6 пуховичков, с летными молодыми – 1,8. Успешность гнездования составляет около 40% [6; 15].

Гнездятся небольшими колониями (3–8 пар), чаще одиночными парами. В 1990–2006 гг. на Ореховском озере гнезилось от 2 до 6 пар малой поганки, на Олтушском – 2–5 пар, на Луковском озере-водохранилище – 4–8 пар, на прудах рыбхоза «Страдочь» – 4–10 пар. В эти же годы в пойме реки Мухавец (малые озера, старицы, на зарастающем болоте в микрорайоне «Ковалево», в микрорайоне «Восток») гнезилось 3–5 пар этого вида. На прудах и старицах Западного Буга в окрестностях д. Томашовка (Томашовский с/с) в 1982–2006 гг. в некоторые годы гнезилось 1–2 пары поганок.

Таблица 2 – Количество птенцов и степень их развития в гнезде (выводке) малой поганки в юго-западной Беларуси

| Дата находки выводков | Количество птенцов и степень их развития | Водоем                                           |
|-----------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 25.06.1974            | 5                                        | Пойменные водоемы р. Мухавец и З. Буг (г. Брест) |
| 30.06.1976            | 3, 4?                                    |                                                  |
| 2.07.1988             | 4, 3                                     |                                                  |
| 16.07.1996            | 2, 4?                                    |                                                  |
| 24.07.2001            | 6?                                       |                                                  |
| 21.07.1984            | 3                                        | Споровское озеро (Березовский р-н)               |
| 24.06.1988            | 4, 5?                                    | Ореховское озеро (Малоритский р-н)               |
| 27.06.1990            | 2, 4                                     | Выгонощанское озеро (Ивацевичский р-н)           |
| 2.08.1992             | 3з                                       | Олтушское озеро (Малоритский р-н)                |
| 14.08.1996            | 5                                        | Рыбхоз Локтыши (Ганцевичский р-н)                |
| 28.07.1998            | 2, 4?                                    |                                                  |
| 14.07.1999            | 3                                        | Рыбхоз Страдочь (Брестский р-н)                  |
| 17.07.2001            | 4?                                       |                                                  |
| 18.07.2002            | 6?                                       |                                                  |
| 28.06.2003            | 4з                                       | Пруды у д. Томашовка (Брестский р-н)             |
| 25.06.2004            | 3, 4?                                    |                                                  |
| 4.08.2005             | 2з                                       |                                                  |
| 1.08.2006             | 5?                                       | Ореховское озеро (Малоритский р-н)               |

Примечание: п – пуховые птенцы; з – подлетки; п? – возраст птенцов неизвестен.

В карьерах торфопеработок (пл. около 400 га, половина которого составляют мелководные водоемы, средняя глубина примерно 1 метр) Кустовического торфобрикетного завода Кобринского района, по нашим данным, ежегодно в 1985–2000 гг. гнездились 1–2 пары малых поганок. В ГНП «Беловежская пуца» на водоеме

«Ляцкие» с 1964 г. гнездится 1–2 пары. Самки с выводками встречаются в июне [5]. Ряд мест обитания малой поганки региона приведен в Красной книге Республики Беларусь [13]. В лентичных экосистемах Прибужья численность малой поганки 1995–2000 гг. оценивается в 17–50 гнездящихся пар, на Ореховском и Олтушском озерах в 6–13 пар [3]. Малая поганка на рыбхозе «Страдочь» является обычным гнездящимся видом. Обитает преимущественно на небольших сильно зарастающих прудах, расположенных в северной части рыбхоза. На одном из малых прудов 09.09.1999 г. было обнаружено 2 выводка. Во время учетов в первой декаде мая 2000 г. было выявлено 8 гнездовых территорий [2].

Трофика. Питание изучали путем визуальных наблюдений ( $n = 24$ ). Добывает корм, в основном ныряя, а также собирает его с растений и поверхности воды, схватывает летающих насекомых в воздухе. Наши наблюдения подтверждают данные других авторов [12], что в Беларуси основу пищевого рациона малой поганки составляют насекомые, затем моллюски и рыба.

Врагами малых поганок являются серая ворона, сорока, болотный лунь, которые часто разоряют их гнезда (16 случаев). Птенцы могут быть добычей щуки. На успешность размножения и численность влияют факторы беспокойства (охотники, рыбаки, туристы, кошение прибрежной растительности и т.д.). Специалисты считают, что ущерба рыбному хозяйству малая поганка не приносит.

Численность. Малая поганка в регионе – малочисленный вид. Численность ее в Беларуси оценивается в 2,4 тыс. пар, на зимовке – 100–200 особей [10]. В регионе, по нашей оценке, гнездится 400–600 пар малой поганки, на зимовку остается 30–50 особей. Численность вида стабильна, с тенденцией слабого увеличения. Была включена в первое (1981) и второе издание Красной книги Республики Беларусь [13].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абрамова, И. В. Годичная динамика, национальный, европейский и международный статус орнитофауны г. Бреста / И. В. Абрамова // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. Сер. Матэматыка. Фізіка. Біялогія. – 2001. – № 4. – С. 55–66.
2. Абрамчук, А. В. Орнитофауна рыбхоза «Страдочь» и его окрестностей / А. В. Абрамчук // Subbuteo. Беларускі арніталагічны бюлетэнь, 2001. – Т. 4. – № 1. – С. 41–45.
3. Абрамчук, А. В. Современное состояние редких и охраняемых птиц лентичных экосистем Прибужья / А. В. Абрамчук, С. В. Абрамчук // Фауна и флора Прибужья и сопредельных территорий на рубеже XXI ст. : материалы Междунар. научно-практ. конф. ГНП «Беловежская пушта», Брест, 20–21 дек. 2000 г. ; редкол. : В. Е. Гайдук [и др.]. – Брест : 2000. – С. 71–72.
4. Агроклиматический справочник. – Минск : Урожай, 1970. – 248 с.
5. Дацкевич, В. А. Исторический очерк и некоторые итоги орнитологических исследований в Беловежской пушке (1945–1985 гг.) / В. А. Дацкевич. – Витебск : ВГУ, 1998. – 115 с.
6. Курочкин, Е. Н. Отряд поганкообразные / Е. Н. Курочкин // Птицы СССР. История изучения. Гагары, Поганки, Трубноносые. – М. : Наука, 1982. – С. 292–300.
7. Матвиенко, М. Е. Весенняя миграция птиц на северо-востоке Украины / М. Е. Матвиенко : материалы II Всесоюз. конф. по миграциям птиц. – Алма-Ата : Наука, 1978. – Ч. 1. – С. 140–141.
8. Михальчук, Н. В. Особо охраняемые природные территории Брестской области / Н. В. Михальчук [и др.]. – Брест : Облтипография, 1997. – 164 с.

9. Никифоров, М. Е. Птицы Беларуси : справочник-определитель гнезд и яиц / М. Е. Никифоров, Б. В. Яминский, Л. П. Шкляров. – Минск : Вышэйшая школа, 1989. – 479 с.
10. Никифоров, М. Е. Птицы Беларуси на рубеже XXI века / М. Е. Никифоров [и др.]. – Минск : Издатель Н. А. Королев, 1997. – 188 с.
11. Страутман, Ф. И. Птицы западных областей УССР / Ф. И. Страутман. – Львов : Изд-во Львов. ун-та, 1963. – Т. 1. – 199 с. ; Т. 2. – 182 с.
12. Федюшин, А. В. Птицы Белоруссии / А. В. Федюшин, М. С. Долбик. – Минск : Наука и техника, 1967. – 519 с.
13. Чырвоная кніга Рэспублікі Беларусь / рэд.кал. : М. Дарафееў [і інш.]. – Мінск : Беларуская энцыклапедыя, 1993. – С. 66–67 с.
14. Шокало, С. И. Зимующие водоплавающие на реках Западный Буг и Мухавец в районе города Бреста / С. И. Шокало, Б. И. Шокало // *Subbuteo*. Беларускі арніталагічны бюлетэнь, 1998. – Т. 1. – № 7. – С. 32–35.
15. Cramp, S. The birds of the Western Palearctic / S. Cramp, K. Simmons // Oxford Univ. Press. – 1977. – Vol. 1. – 724 p.

**I.V. Abramova. The Ecology of the Little Grebe (*Tachybaptus ruficollis* Pall., Podicipedidae, Podicipediformes) in South-West of Belarus**

The little grebe is a passage nesting and transmigration species in the south-west of Belarus. It comes to the region in the second – third decade of April. Autumn migration occurs in the second half of September – October. Nesting period goes from of the third decade of April to the end of July. The numbers of the *Tachybaptus ruficollis* Pall. in 1995–2006 years was estimated as 400–600 nesting pair in the region.

УДК 591.128.4

*В.И. Дунай*

## **ВЛИЯНИЕ ИНГИБИТОРА СИНТАЗЫ NO НА СКОРОСТЬ ПОТРЕБЛЕНИЯ КИСЛОРОДА И ТЕРМОРЕГУЛЯЦИЮ У МЛЕКОПИТАЮЩИХ В ПОСТНАТАЛЬНОМ ОНТОГЕНЕЗЕ**

Целью данной работы явилось изучение влияния ингибитора синтазы NO, введенного в неонатальном периоде, на потребление кислорода, как косвенного показателя теплообмена. В ходе выполненных экспериментов установлено, что NO в неонатальном периоде участвует в развитии механизмов, ответственных за становление устойчивой температуры тела, изменении температуры тела в течение суток, и интенсивность теплопродукции.

### **Введение**

Температурный гомеостаз обеспечивается координированной работой эффекторов теплопродукции и теплоотдачи, входящих в состав функциональной системы терморегуляции. Характерной особенностью функциональной системы терморегуляции является отсутствие собственных специализированных эффекторов и использование компонентов других функциональных систем для достижения полезного приспособительного результата.

Выяснение особенностей становления функциональной системы терморегуляции в онтогенезе является важной задачей физиологии, поскольку решение этой задачи открывает перспективу установления общих закономерностей созревания относительно молодых в филогенетическом отношении функциональных систем. Есть все основания предполагать, что становление терморегуляции в онтогенезе заключается в созревании аппарата интеграции температурной информации и выработке управляющих сигналов периферическим терморегуляторным эффекторам. Исследования такого рода имеют важное прикладное значение как в клинической практике, так и в сельском хозяйстве.

В период пренатального и раннего постнатального онтогенеза животные и человек в значительной степени подвержены патогенетическому влиянию внешней среды, которая сначала опосредованно (через материнский организм), а после рождения непосредственно воздействует на молодой организм. В пренатальном и в раннем постнатальном онтогенезе происходит становление функциональных систем организма, обеспечивающих гомеостаз, как неременное условие независимого существования. С другой стороны, незрелость ряда систем и, в частности таких, как система терморегуляции и иммунная система, делает молодой организм чрезвычайно чувствительным к экстремальным факторам внешней среды [1; 2; 3]. Большое научное и научно-практическое значение имеют исследования механизмов и процессов, которые в онтогенезе обеспечивают становление системных функций [4]. Исследования такого рода расширяют существующие представления об онтогенетическом развитии, а также будут способствовать поиску средств и подходов для минимизации последствий вредного влияния внешней среды на растущий организм.

Патогенетические факторы внешней среды, оказывающие влияние на созревание системных функций в онтогенезе, включают в себя химические соединения,

которые могут попадать в организм с пищей. Такие соединения, как нитраты и нитриты, попадая в организм, могут превращаться в монооксид азота (NO) [5], который, являясь эндогенно-синтезируемой молекулой, обладает чрезвычайно широким спектром биологических функций. Не будет преувеличением сказать, что NO-генерирующие соединения в организме могут оказывать влияние на деятельность большинства системных функций, особенно если учесть, что количество NO, выделяемое при попадании нитратов и нитритов в организм, может в несколько раз превышать таковое, синтезируемое эндогенной синтазой NO [5].

Большое количество экспериментальных данных, накопленных в течение последних лет, свидетельствуют об участии NO в регуляции различных физиологических функций [6; 7]. В настоящее время большое внимание исследователей привлекает проблема участия NO в нейрохимических механизмах, определяющих активность различных структур ЦНС [8; 9]. В ряде работ имеются сведения об участии NO в центральных механизмах регуляции важнейших автономных функций [10]. Также имеются факты, что NO является представителем нового класса передатчиков [5]. Получены доказательства участия NO в центральных механизмах терморегуляции при перегревании [11] и экспериментальной лихорадке [12]. На основании имеющихся фактов возможно предположить, что NO играет важную роль в становлении терморегуляции как системной функции в онтогенезе эндотермных животных. Имеются предположения о том, что NO может являться одним из важнейших факторов, участвующих в развитии структуры и функции центральной нервной системы [2;6].

Таким образом, литературные данные свидетельствуют о том, что NO, выделяемый CNO-позитивными нервными клетками, участвует в становлении структуры и функции нервной системы в онтогенезе, о чем свидетельствуют немногочисленные, но убедительные данные, а также принимает участие в центральной регуляции большинства физиологических функций у взрослого организма. Однако несмотря на это, роль этого низкомолекулярного передатчика в становлении функциональных систем, и в частности системы терморегуляции, остается неизученной. Выяснение роли NO мозга в развитии системы терморегуляции в онтогенезе гомойотермных животных позволило бы получить данные, необходимые для понимания общих принципов становления функциональных систем с участием низкомолекулярных полифункциональных молекул.

Настоящая работа представляет собой попытку выяснить роль NO в развитии системы терморегуляции, что необходимо для понимания общих принципов становления системы терморегуляции в онтогенезе, а также для представления общих закономерностей гомойотермного типа теплообмена и его адаптивных изменений в разных условиях.

Целью данной работы явилось изучение влияния ингибитора синтазы NO, введенного в неонатальном периоде, на потребление кислорода, как косвенного показателя теплообмена.

### **Материалы и методы исследования**

Для изучения влияния ингибитора синтазы NO, введенного в неонатальном периоде, на потребление кислорода, выполнены эксперименты на 40 крысах в возрасте 1-го дня после рождения, 5-ти дней после рождения, 12-ти дней после рождения и 15-ти дней после рождения. Животным вводили подкожно L-МЭНА в дозе 750 мг/кг и определяли скорость потребления кислорода через 1 час, 2 часа и 3 часа после введения ингибитора синтазы NO. Скорость потребления кислорода (в мл/кг/мин), как показатель интенсивности теплопродукции, определяли у крыс с помощью

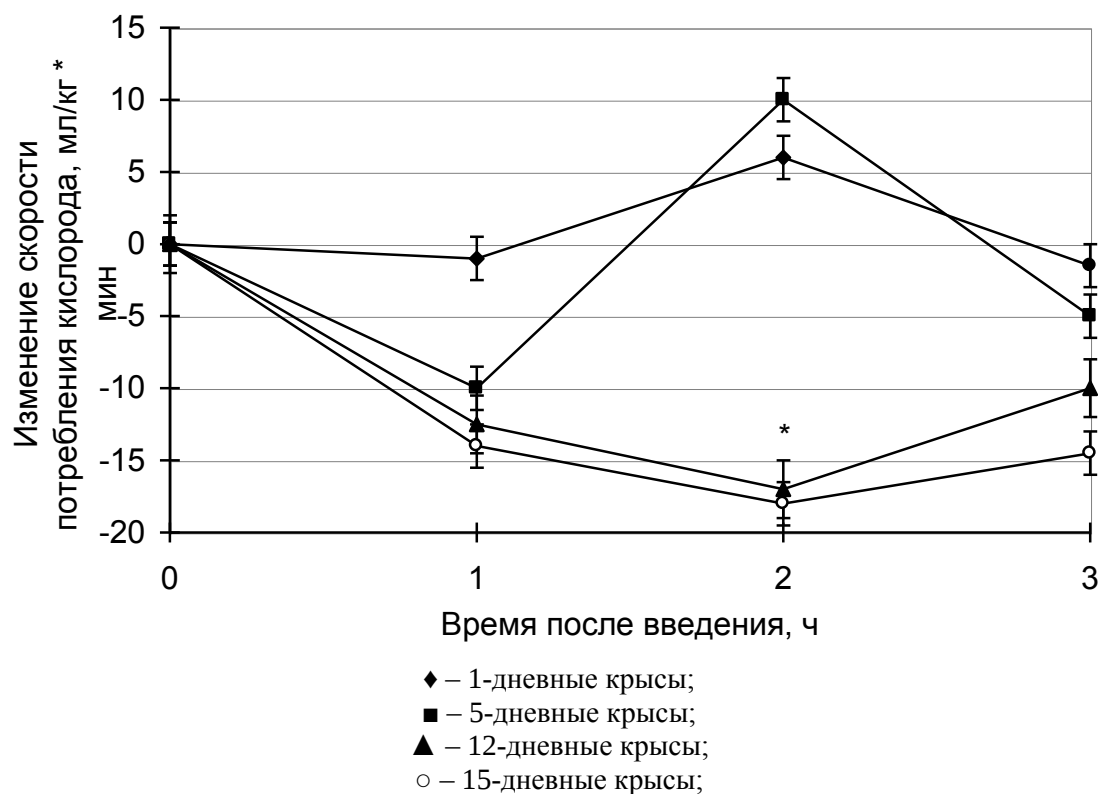
респирометра SCHOLANDER, который представляет собой систему трубок. В его состав также входит емкость для набора в систему 1 см<sup>3</sup> воздуха и две камеры.

Для изучения влияния ингибитора синтазы NO, введенного в неонатальном периоде, на температуру тела выполнены эксперименты на 36 крысах. Первой группе животных (18 крысы) вводили подкожно L-МЭНА в дозе 750 мг/кг двукратно на первом и третьем дне жизни. Второй контрольной группе (18 крысы) вводили подкожно D-МЭНА в дозе 750 мг/кг двукратно на первом и третьем дне жизни. Температура тела регистрировалась с помощью электротермометра ТПЭМ-1.

Для изучения влияния ингибитора синтазы NO, введенного в неонатальном периоде, на температуру тела в течении суток у взрослых крыс выполнены эксперименты на 44 крысах. Первой группе животных (22 крысы) вводили подкожно L-МЭНА в дозе 750 мг/кг двукратно на первом и третьем дне жизни. Второй контрольной группе (22 крысы) вводили подкожно D-МЭНА в дозе 750 мг/кг двукратно на первом и третьем дне жизни. Когда животные достигали двухмесячного возраста, им для измерения температуры тела вживлялись телеметрические датчики MINI MITTER. Температура тела регистрировалась с помощью телеметрической установки. Достоверность статистических различий оценивали по t-критерию Стьюдента.

### Результаты

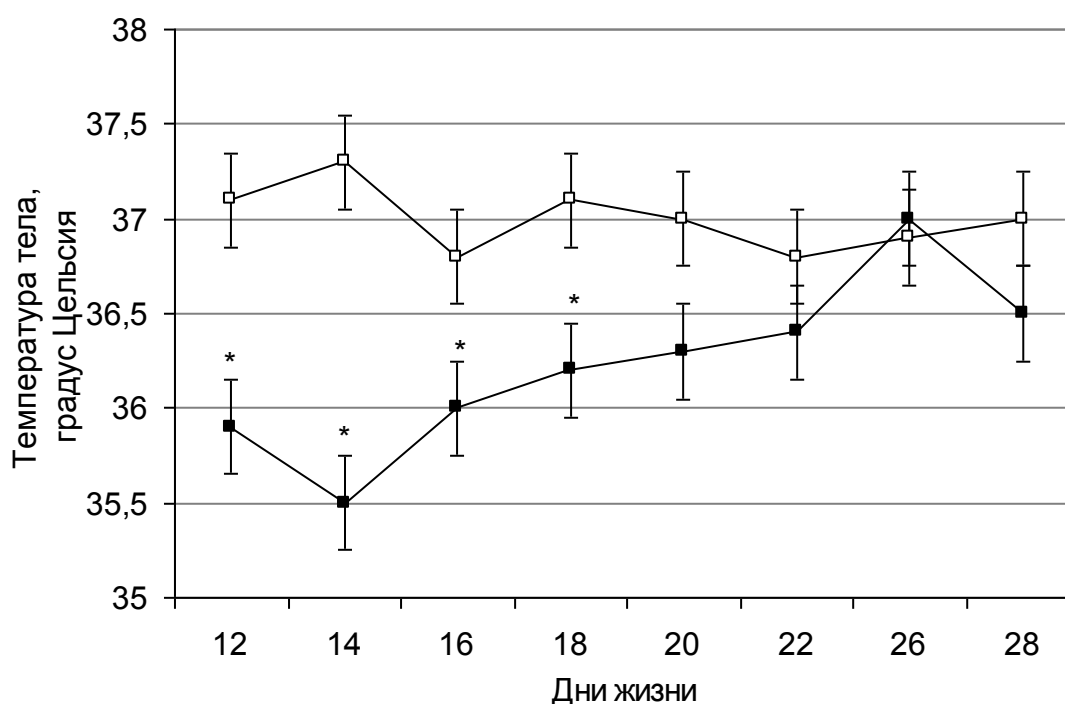
Как показали опыты, у крыс однодневного и пятидневного возраста введение L-МЭНА не вызывало достоверных изменений в потреблении кислорода, что может свидетельствовать о функциональной незрелости NO-зависимых механизмов, участвующих в регуляции метаболизма (рисунок 1). У животных 12-дневного возраста наблюдалось значительное снижение скорости потребления кислорода при действии ингибитора CNO на  $18 \pm 0,25$  мл/кг·мин через 2 ч после введения L-МЭНА, что дает основание предполагать, что между 5-м и 12-м днем происходит функциональное созревание NO-зависимых механизмов, участвующих в регуляции метаболизма.



\* – изменения достоверны по отношению к контролю:  $p < 0,05$

**Рисунок 1 – Влияние ингибитора синтазы NO L-МЭНА на скорость потребления кислорода у крыс первых дней жизни**

Установлено, что у крыс, которым на первых днях жизни вводили ингибитор CNO, становление температуры тела, характерное для взрослых животных, наблюдалось позже, чем у контрольных крыс. Так у 12, 14, 16 и 18-дневных крысят, которым вводили L-МЭНА на первый и третий день жизни, температура тела была  $35,9 \pm 0,41^\circ\text{C}$ ;  $35,4 \pm 0,42^\circ\text{C}$ ;  $36,0 \pm 0,23^\circ\text{C}$  и  $36,2 \pm 0,17^\circ\text{C}$  соответственно, в то время как у контрольных животных она составляла  $37,1 \pm 0,25^\circ\text{C}$ ;  $37,3 \pm 0,24^\circ\text{C}$ ;  $36,7 \pm 0,18^\circ\text{C}$  и  $37,1 \pm 0,22^\circ\text{C}$ . Температура тела крыс, которым в раннем онтогенезе ингибировали CNO, достигала значений, характерных для контрольных животных, лишь к 20-му дню постнатального онтогенеза (рисунок 2).



□ – контроль, (D-МЭНА, 750 мг/кг, n = 18);

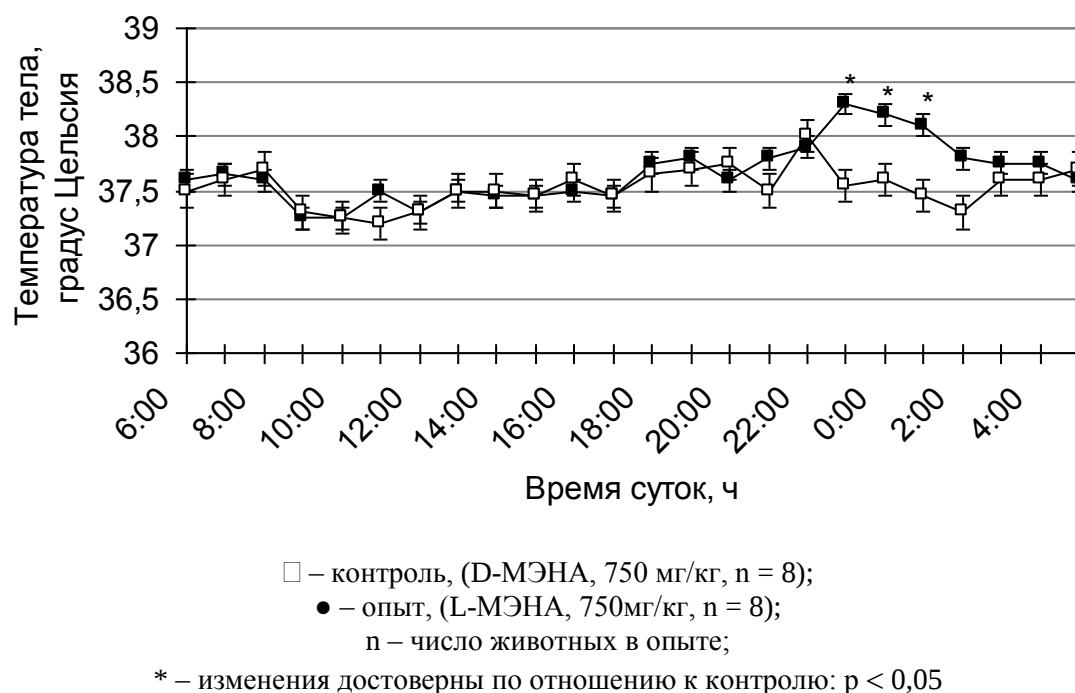
● – опыт, (L-МЭНА, 750 мг/кг, n = 18);

\* – изменения достоверны по отношению к контролю:  $p < 0,05$

**Рисунок 2 – Температура тела у крыс в разные сроки постнатального онтогенеза после подкожного введения ингибитора синтазы NO (L-МЭНА) двукратно на первый и третий день жизни**

Установлено, что суточная температура тела у животных, которым в раннем постнатальном онтогенезе вводили D-МЭНА, колебалась незначительно и была в пределах  $37,5 \pm 0,34^\circ\text{C}$ . У животных, у которых в раннем постнатальном онтогенезе ингибировалась синтаза NO, суточные колебания температуры были более выражены, чем у контрольных, и температура тела ночью (с 23 ч до 1 ч) достигала  $38,5 \pm 0,13^\circ\text{C}$ , что было на  $1^\circ\text{C}$  выше, чем у контрольных животных. Таким образом, можно

предполагать, что NO в раннем постнатальном онтогенезе принимает участие в развитии механизмов, ответственных за изменение температуры тела в течение суток (рисунок 3).



**Рисунок 3 – Влияние ингибитора синтазы NO (L-МЭНА), введенного на первый и третий день жизни, на изменения температуры тела в течение суток у взрослых крыс**

### Обсуждение результатов

Результаты исследований, описанные выше, свидетельствуют в пользу высказанной гипотезы, согласно которой NO может играть важную роль в становлении механизмов регуляции теплообмена в онтогенезе. Важно было изучить, как влияет ингибитор синтазы NO, введенный в неонатальном периоде, на потребление кислорода, как косвенного показателя теплообмена.

Предполагалось, что на основе полученных данных будет составлено представление о тех механизмах, в развитии которых участвует NO в раннем постнатальном онтогенезе.

Установлено, что у животных 12-дневного возраста наблюдалось значительное снижение скорости потребления кислорода при действии ингибитора CNO через 2 ч после введения L-МЭНА, что дает основание предполагать, что к 12-му дню происходит функциональное созревание NO-зависимых механизмов, участвующих в регуляции метаболизма. Также установлено, что у крыс, которым на первых днях жизни вводили ингибитор CNO, становление температуры тела, характерное для взрослых животных, наблюдалось позже, чем у контрольных крыс. Температура тела крыс, которым в раннем онтогенезе ингибировали CNO, достигала значений, характерных для контрольных животных, лишь к 20-му дню постнатального онтогенеза. В ходе выполненных экспериментов установлено, что суточная температура тела у животных, которым в раннем постнатальном онтогенезе вводили D-МЭНА, колебалась незначительно. У животных, у которых в раннем постнатальном онтогенезе ингибировалась синтаза NO, суточные колебания температуры были более

выражены, чем у контрольных, и температура тела ночью (с 23 ч до 1 ч) была на 1°C выше, чем у контрольных животных.

Таким образом, можно предполагать, что NO в раннем постнатальном онтогенезе принимает участие в развитии механизмов, ответственных за изменение температуры тела в течение суток.

### **Заключение**

В ходе выполненных экспериментов установлено, что NO в неонатальном периоде участвует в развитии механизмов, ответственных за становление устойчивой температуры тела, изменении температуры тела в течение суток и интенсивности теплопродукции.

Полученные результаты следует учитывать при использовании фармакологических препаратов, влияющих на активность NO-зависимых механизмов и процессов в центрах терморегуляции с целью направленного влияния на температурный гомеостаз и процессы температурной адаптации в раннем онтогенезе.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Анохин, П. К. Системогенез как общая закономерность эволюционного процесса / П. К. Анохин // Бюл. эксперимент. биологии и медицины. –1948. – Т. 26. – С. 81–99.
2. Гурин, А. В. Ингибирование синтазы NO в неонатальном периоде усиливает лихорадочную реакцию на эндотоксин у крыс / А. В. Гурин, В. И. Дунай // Роль нейромедиаторов и регуляторных пептидов в процессах жизнедеятельности. – Мн. : 1999. – С. 149–150.
3. Иванов, К. П. Основы энергетики организма. – Т.1. : Общая энергетика, теплообмен и терморегуляция / К. П. Иванов. – Ленинград : Наука. – 1990. – 312 с.
4. Сепп, Е. К. История развития нервной системы позвоночных животных / Е. К. Сепп. – Москва : Медицина. – 1959. – 430 с.
5. Реутов, В. П. Цикл окиси азота в организме млекопитающих / В. П. Реутов // Успехи биологической химии. –1995. –Т. 35. – С. 189–228.
6. Gourine, A. V. Role of nitric oxide in lipopolysaccharide-induced fever in conscious rabbits / A. V. Gourine // J. Physiol. –1994. –Vol. 475. – P. 28.
7. Greenberg, S. Intraneural nitric oxide elevates cyclic GMP which modulates secretion of norepinephrine / S. Greenberg, Y. Wang, N. Hill // FASEB J. –1993. –Vol. 7. – №.3. – P. 244.
8. Snyder, S. H. Nitric oxide as a neuronal messenger / S. H. Snyder, D. S. Bredt // Trends Pharmacol. Sci. – 1991. –Vol. 12. – №. 4. – P. 125–128.
9. Snyder, S. H. Nitric oxide and neurons / S. H. Snyder // Curr. Opin. Neurobiol. – 1992. – Vol. 2. – P. 323–327.
10. Kuhlar, M. J. Modulation of dopamine transport by nitric oxide / M. J. Kuhlar, S. Pogun // Soc. Neurosci. – 1993. – Abstr. 385 B.
11. Taylor, W. F. A role for nitric oxide in active thermoregulatory vasodilation / W. F. Taylor, V. S. Bishop // Am. J. Physiol. –1993. –Vol. 264. – P. H1355–H1359.
12. Amir, S. N<sup>G</sup>-Monomethyl-L-arginine co-injection attenuates the thermogenic and hyperthermic effects of E<sub>2</sub> prostaglandin microinjection into the anterior hypothalamic preoptic area in rats / S. Amir, E. De Blasio, A. M English. // Brain Res. – 1991. – Vol. 556. – P. 157–160.

**V.I. Dunai. The Influence of NO-Synthase Inhibitor on the Rate of Oxygen Consumption and on the Heat Regulation of Mammals in the Postnatal Ontogeny**

The aim of the paper is to study the influence of NO-synthase inhibitor, introduced in the neonatal period, on the oxygen consumption as an indirect measure of the heat exchange. In the course of conducted experiments, it was found out that in the neonatal period NO takes part in the development of organisms responsible for the formation of stable body temperature, for its changes during the day and for the intensity of the heat output.

УДК 612.014

*Н.К. Саваневский, Г.Е. Хомич, Л.А. Левыкина*

## **ВАРИАБЕЛЬНОСТЬ КАРДИОРИТМА И ЕГО РЕГУЛЯЦИЯ У ДЕВУШЕК ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ФИЗИЧЕСКОЙ СТАТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ**

Импедансометрическим методом установлены вариабельность сердечного ритма и особенности его регуляции у девушек, долго проживавших в районах радиоактивного загрязнения, при выполнении физической статической нагрузки. Установлено, что у девушек с исходным констрикторным состоянием кровеносных сосудов ног выполнение статической нагрузки вызывает уменьшение вариабельности кардиоритма и снижение роли парасимпатических нервных механизмов в регуляции сердечных сокращений.

В регуляции работы сердца большая роль принадлежит симпатическим и парасимпатическим нервам. Под влиянием симпатических нервов увеличивается частота сердечных сокращений, т.к. симпатические нервы, стимулируя  $\beta$ -адренорецепторы синусоatriального узла, смещают водителя ритма к клеткам с самой высокой автоматической активностью. Раздражение блуждающего нерва, в свою очередь, стимулирует М-холинорецепторы синусоatriального узла, вследствие чего наблюдается брадикардия. Синусоatriальный и атриовентрикулярный узлы находятся в основном под влиянием блуждающего нерва и, в меньшей степени, симпатических нервов, в то время как желудочки контролируются симпатическими нервами [11].

Колебания характеристик сердечного ритма содержат достаточно обширную интегральную информацию о состоянии организма в целом и могут быть средством для оценки функционального состояния регуляторных систем. Главным регулятором интегративных функций организма, обеспечивающим функциональную связь систем и органов, сохранность метаболических процессов, взаимодействие с окружающей средой, выступает нервная система, в первую очередь ее вегетативные центры. Изменение активности симпатического и парасимпатического отдела вегетативной нервной системы (ВНС) отражается на показателях сердечного ритма.

Принято считать, что снижение показателей вариабельности сердечного ритма свидетельствует о нарушении контроля со стороны вегетативной нервной системы и появлении неблагоприятных факторов для деятельности сердечно-сосудистой системы [7]. Одним из таких факторов может являться хроническое низкоинтенсивное радиоактивное облучение. Среди многих факторов, от которых зависит ритм сокращений сердца, значительную роль играют физическая нагрузка и тонус периферических кровеносных сосудов. Выяснение зависимости вариабельности сердечного ритма от физической нагрузки и исходного состояния тонуса определенного сосудистого региона у людей, постоянно проживающих в районах с повышенным радиоактивным фоном, является актуальным для организации безопасной трудовой деятельности на радиационно загрязненных территориях.

Установлено [9], что у детей, проживающих в регионах с различным уровнем загрязнения радионуклидами, наблюдается высокий процент нарушений регуляции периферического, мозгового и системного тонуса артериальных сосудов. Исследования, проведенные на студентах, имевших статус потерпевших от

последствий аварии на ЧАЭС, показывают, что гемодинамические показатели у большинства из них сохраняются в границах нормальных значений, однако имеют большое непостоянство [6]. Ритм сокращений сердца сильно зависит от величины и характера физической нагрузки и тонуса периферических кровеносных сосудов. На регуляторные механизмы сердечно-сосудистой системы оказывает также влияние хроническое низкоинтенсивное радиоактивное облучение [5].

Ранее нами было установлено, что у девушек, имевших различный фоновый тонус микрососудов и магистральных сосудов нижних конечностей, выполнение физической статической нагрузки вызывает неодинаковые изменения просвета кровяного русла, частоты сердечных сокращений и систолического артериального давления [8; 10]. Выяснение зависимости показателей сердечного ритма и уровня активности вегетативных механизмов регуляции ритма сердца от вида физической нагрузки и исходного состояния тонуса определенного сосудистого региона представляется весьма актуальным для индивидуальной дозировки нагрузок в трудовой деятельности, а также в тренировочном процессе в некоторых видах спорта.

В настоящей работе представлены результаты исследования вариабельности ритма сердца и некоторых показателей регуляции кардиоритма у девушек-студенток 18–20-летнего возраста с исходным умеренно повышенным (констрикторным) тонусом мелких и крупных кровеносных сосудов нижних конечностей. Студентки более 15 лет постоянно проживали на местности с повышенным радиоактивным фоном с уровнем загрязнения по цезию-137 от 1 до 5 Кю/км<sup>2</sup>. В качестве физической статической нагрузки, не приводящей к акту натуживания, применялось удержание штанги на вытянутых вверх руках в положении лежа в течение 1 минуты. Вес штанги составлял 50% от максимального, который девушка могла поднять.

По методике А.А. Астахова [1] на многофункциональном мониторе кровенаполнения «Кентавр» импедансометрическим способом исследовались гемодинамические показатели сердечно-сосудистой системы, в том числе амплитуда реоволны большого пальца ноги (АРП), амплитуда реоволны голени (АРГ), частота сердечных сокращений (ЧСС), мода частоты пульса (Мо), индекс напряжения Р.М. Баевского (ИН) и вариационный размах кардиоинтервалов ( $\Delta X$ ). Указанные показатели регистрировались в горизонтальном положении в состоянии покоя, при выполнении статической нагрузки и в период восстановления. Обследуемая студентка во время эксперимента помещалась на электродное одеяло. Электрическое сопротивление, или импеданс, тканей между электродами измерялось с помощью реографа Р4-02. С четырех каналов реографа сигналы поступали в монитор кровенаполнения «Кентавр», где производилась их компьютерная обработка. Определялась продолжительность кардиоинтервалов и с каждым ударом пульса автоматически рассчитывалась частота сердечных сокращений за 1 минуту.

Определение исходного тонуса мелких кровеносных сосудов нижних конечностей

для отбора в исследуемую группу осуществляли по показателям АРП, а крупных

кровеносных сосудов ног по значениям АРГ. При нормальном тонусе и,

соответственно, диаметре кровеносных сосудов у взрослого человека АРП

составляет примерно 80–150 мОм, а АРГ – 80–130 мОм. В случае

вазодилатации и гипотонии АРП равняется 160–300 мОм, АРГ – 140–300 мОм. При

умеренном сужении сосудов (констрикторном состоянии) значения АРП и АРГ

уменьшаются до 70–30 мОм, а при очень сильном сужении кровеносных сосудов

(спазматическом состоянии) величины АРП и АРГ падают ниже 30 мОм [2; 4].

Основываясь на приведенных данных литературы, в обследуемую группу были включены девушки, имевшие в состоянии покоя в горизонтальном положении АРП и АРГ в пределах 30–70 мОм.

Согласно данным литературы [3; 7], по величине  $M_0$  можно судить об активности гуморального канала регуляции ритма сердца, а по величине  $\Delta X$  – об активности парасимпатической регуляции сердечного ритма. Высокие значения  $M_0$ , более 0,78 с, свидетельствуют о преобладании холинергических воздействий на сердце, менее 0,67 с – о главенствовании адренергических влияний, а величины  $M_0$  в диапазоне 0,67–0,78 с указывают на уравновешенность гуморальных каналов регуляции. Показатели  $\Delta X$  более 0,31 с свидетельствуют о преобладающем участии, 0,24–0,31 с – об адекватном, а менее 0,24 с – о маловыраженном участии парасимпатического отдела ВНС в регуляции ритма сердечных сокращений.

В результате проведенных нами исследований было установлено, что у студенток с исходным констрикторным состоянием мелких и крупных кровеносных сосудов ног в покое в положении лежа средняя частота сердечных сокращений составляла  $74,07 \pm 0,26$  ударов в минуту. На рисунке 1 приведены типичные гистограммы ЧСС у одной из обследуемых студенток при нахождении ее в горизонтальном положении в состоянии покоя перед выполнением физической

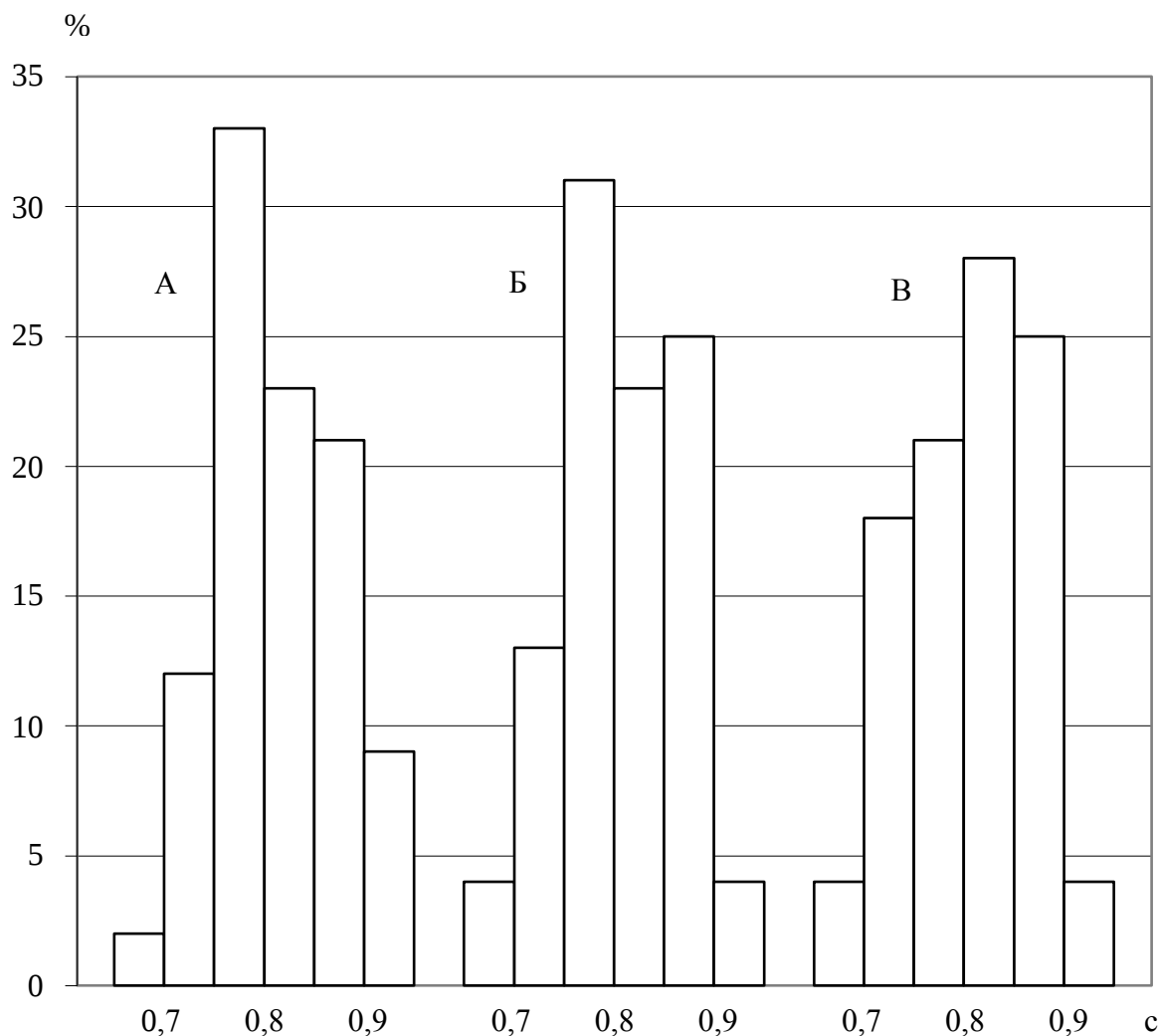


Рисунок 1 – Гистограммы сердечного ритма до статической нагрузки

статической нагрузки.

На гистограммах видно (рисунок 1 А, Б, В), что при средней ЧСС, равной у данной студентки  $73,9 \pm 0,49$  ударов в минуту, от 21,0 до 33,0% от всех сердечных сокращений составляла частота пульса с межсистолическими интервалами 0,76–0,8 с. Это соответствует 75–79 ударам в минуту. Встречаемость кардиоинтервалов с большей длительностью, чем 0,8 секунды, распределялась следующим образом: от 23,0 до 28,0% составляли межсистолические промежутки продолжительностью 0,81–0,85 с (ЧСС 71–74 уд/мин), от 21,0 до 25,0% – длительностью 0,86–0,9 с (ЧСС 67–70 уд/мин) и всего в 4,0–9,0% случаев встречались кардиоинтервалы продолжительностью 0,91–0,95 с (частота пульса 63–66 уд/мин).

Гистограммы имели слегка асимметричный, близкий к нормальному вид. Поэтому реже регистрировались кардиоинтервалы с протяженностью меньше, чем 0,76 с. От 12,0 до 18,0% насчитывали межсистолические промежутки продолжительностью 0,71–0,75 с, что соответствует ЧСС 80–85 уд/мин. Всего 2,0–4,0% составляли кардиоинтервалы длительностью 0,66–0,7 с (ЧСС равна 86–91 уд/мин).

Таким образом, вариабельность ЧСС в покое у данной студентки находилась в границах 0,65–0,95 с, т.е. диапазон вариабельности составлял 0,3 с.

Выполнение в положении лежа одномоментной физической статической нагрузки, не приводящей к акту натуживания, вызывало увеличение ЧСС до  $92,58 \pm 0,36$  уд/мин в группе обследованных студенток, имевших в состоянии покоя констрикторное состояние мелких и крупных кровеносных сосудов нижних конечностей.

На рисунке 2 представлены гистограммы частоты пульса за 1–20 с (А), 21–40 с

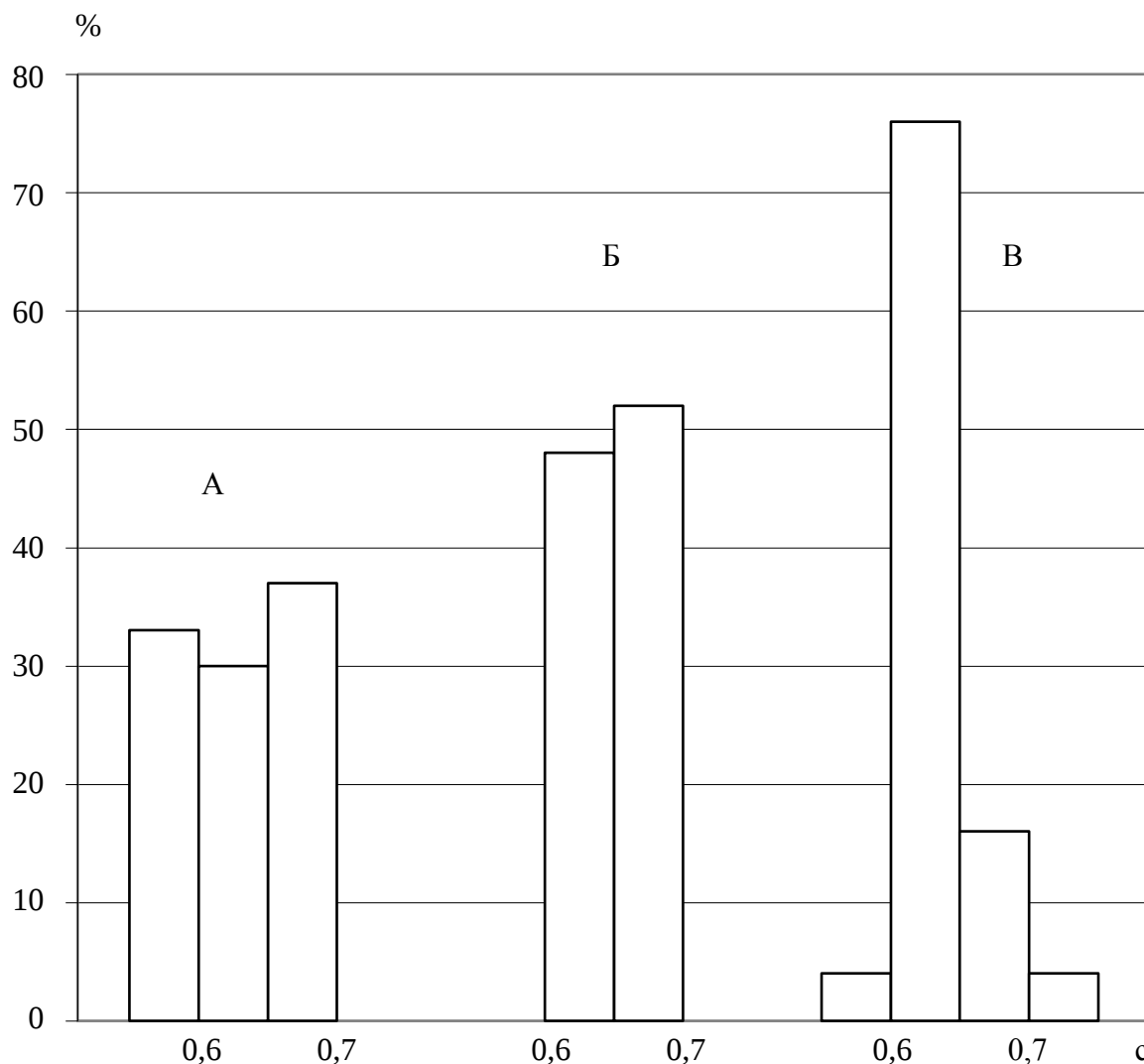


Рисунок 2 – Гистограммы сердечного ритма при статической нагрузке

(Б) и 41–60 с (В) выполнения статической нагрузки у той же студентки, чьи гистограммы сердечного ритма в состоянии покоя были изображены на рисунке 1.

В пересчете на одну минуту у данной студентки на первых 20 секундах выполнения статической нагрузки ЧСС возрастала до  $95,9 \pm 1,8$  уд/мин, на 21–40 секундах – составила  $91,2 \pm 1,1$  уд/мин, а на 41–60 секундах равнялась  $93,7 \pm 1,3$  уд/мин. Параллельно происходило уменьшение вариабельности сердечного ритма. Во время первых 20 с выполнения физической статической нагрузки диапазон вариабельности кардиоинтервалов уменьшался до 0,15 с и смещался в сторону более коротких межсистолических промежутков (рисунок 2 А). Гистограмма частоты пульса приобретала симпатикотонический вид.

Встречаемость кардиоинтервалов распределялась следующим образом. Наибольшее количество (37,0%) составляли межсистолические промежутки длительностью 0,66–0,7 с, что соответствует 86–91 ударам пульса в минуту. Несколько реже (33,0%) наблюдались кардиоинтервалы протяженностью 0,56–0,6 с (ЧСС 100–108 уд/мин) и еще реже, в 30,0% случаев, встречались межсистолические промежутки продолжительностью 0,61–0,65 с (ЧСС 92–99 уд/мин).

При дальнейшем удержании штанги на 21–40-й секундах диапазон вариабельности кардиоинтервалов уменьшался втрое по сравнению с уровнем покоя и становился равным всего 0,1 с (рисунок 2 Б). В этот период выполнения статической нагрузки паузы между сокращениями сердца находились в пределах 0,61–0,7 с, а ЧСС колебалась в диапазоне 86–99 уд/мин.

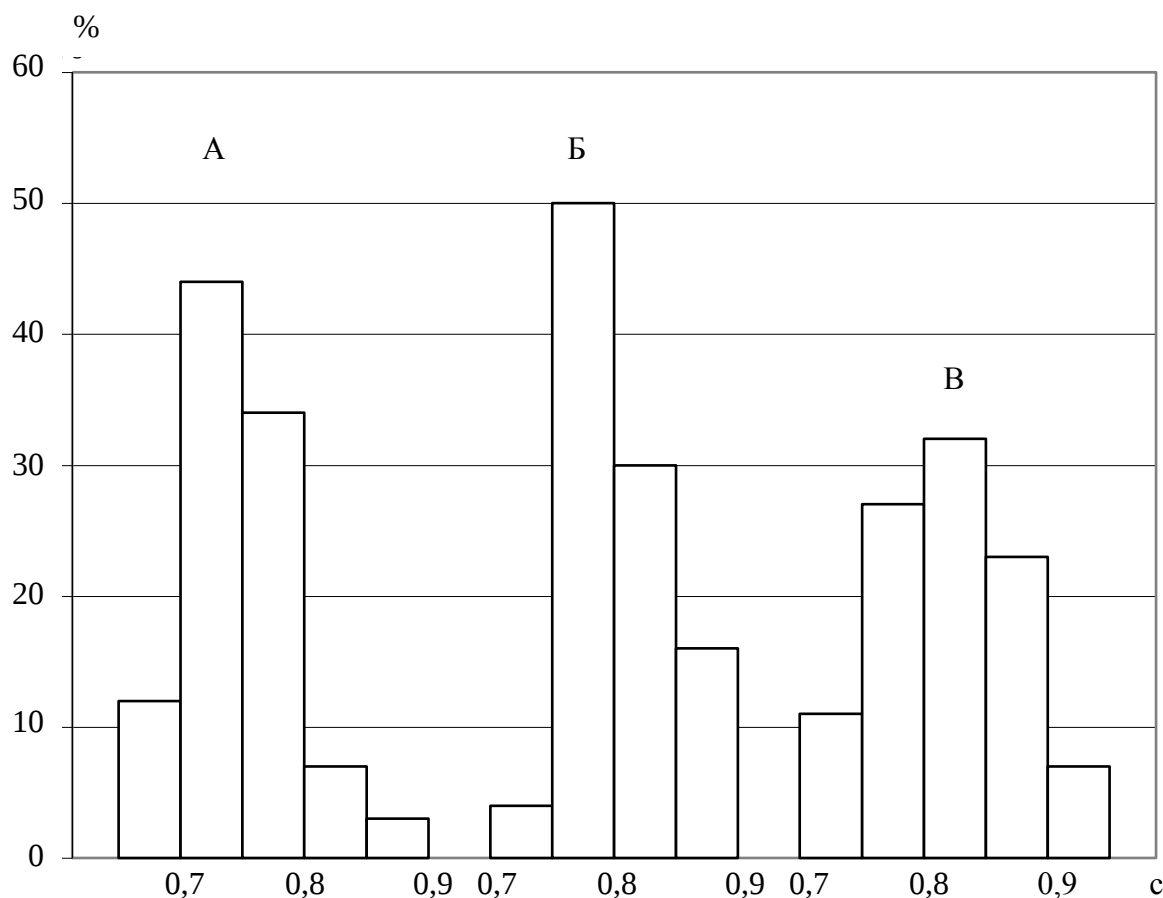
На 41–60-й секундах выполнения статической нагрузки происходила некоторая стабилизация сердечного ритма, что отражалось в небольшом расширении диапазона вариабельности ЧСС. Вместе с тем возрастала эксцессивность гистограммы. В этот период 76,0% всех кардиоинтервалов имели продолжительность 0,61–0,65 с, что соответствует 92–99 ударам пульса в минуту. Межсистолические промежутки длительностью 0,66–0,7 с регистрировались в 16,0% случаев, протяженностью 0,71–0,75 с и 0,56–0,6 с наблюдались в 4,0% случаев. Как известно, уменьшение вариабельности сердечного ритма указывает на возрастание влияния симпатических нервов и уменьшение регулирующего воздействия парасимпатических (блуждающих) нервов на сердечную деятельность.

После прекращения выполнения статической нагрузки происходило постепенное восстановление до уровня покоя значений ЧСС и вариабельности сердечного ритма. На рисунке 3 представлены гистограммы сердечного ритма на 1-й (А), 2-й (Б) и 3-й (В) минутах восстановления. На гистограммах видно, что постепенно происходит смещение пиков гистограмм в сторону более продолжительных кардиоинтервалов, свидетельствующих об урежении ЧСС. Так, за первую минуту после прекращения выполнения статической нагрузки частота пульса в среднем составляла  $80,4 \pm 1,3$  уд/мин, за вторую минуту –  $75,7 \pm 1,1$  уд/мин, за третью минуту –  $74,6 \pm 0,72$  уд/мин. На четвертой минуте ЧСС восстанавливалась до уровня покоя.

На 3-й минуте восстановления гистограммы приобретали нормальный вид (рисунок 3 В). Диапазон вариабельности возрастал по сравнению с периодом выполнения физической статической нагрузки и становился равным 0,25 с. Частота пульса колебалась от 63 до 83 уд/мин. Чаще всего (32%) встречались межсистолические интервалы длительностью 0,81–0,85 с. Реже наблюдались кардиоинтервалы протяженностью 0,76–0,8 с (27%) и 0,86–0,9 с (23%). Со значительно меньшей частотой регистрировались межсистолические промежутки продолжительностью 0,71–0,75 с (11%) и длительностью 0,91–0,95 с (7%).

Полученные результаты свидетельствуют, что у девушек с исходным констрикторным состоянием мелких и крупных кровеносных сосудов нижних

конечностей выполнение физической статической нагрузки вызывает уменьшение продолжительности кардиоинтервалов и сужение в три раза их вариабельности, что свидетельствует о главенствующем влиянии симпатического отдела ВНС.



**Рисунок 3 – Гистограммы сердечного ритма на 1-й (А), 2-й (Б) и 3-й (В) минутах восстановления после статической нагрузки**

В результате исследований нами также были получены данные об активности указанных регуляторных механизмов у студенток, более 15 лет проживавших на местности с повышенным радиоактивным фоном и имевших констрикторное состояние кровеносных сосудов нижних конечностей (таблица 1).

**Таблица 1 – Распределение (в %) студенток, имеющих разные показатели сердечного ритма в покое и при выполнении статической нагрузки**

| Серия опытов | Мо (с) |       |      | ΔX (с) |       |      |
|--------------|--------|-------|------|--------|-------|------|
|              | <0,6   | 0,67– | >0,7 | <0,2   | 0,24– | >0,3 |
|              | 7      | 0,78  | 8    | 4      | 0,31  | 1    |

|                                                |    |    |    |    |    |    |
|------------------------------------------------|----|----|----|----|----|----|
| 1. Покой в горизонталь-ном положении           | 5  | 37 | 58 | 37 | 47 | 16 |
| 2. Удержание штанги в горизонтальном положении | 63 | 26 | 11 | 63 | 32 | 5  |
| 3. Восстановление в горизонтальном положении   | 16 | 58 | 26 | 26 | 63 | 11 |

Как видно из таблицы, в состоянии покоя в горизонтальном положении преобладание гуморальных холинергических влияний на кардиоритм обнаруживалось у 58% студенток, уравновешенность действия холинергических и адренергических факторов выявлялось у 37% обследованных, а доминирование адренергического канала регуляции наблюдалось только у 5% девушек (таблица 1, серия 1). Показатели вариационного размаха кардиоинтервалов у студенток в состоянии покоя также были разными. Чаще всего (в 47% случаев) обнаруживалось адекватное влияние парасимпатического отдела ВНС на сердечный ритм, о чем свидетельствовали показатели вариационного размаха кардиоинтервалов, находившиеся в диапазоне 0,24–0,31 с. У 37% студенток влияние парасимпатического отдела было выражено очень слабо и у 16% обследованных наблюдалось преобладание парасимпатической нервной системы в регуляции ритма сердца (таблица 1, серия 1).

При выполнении физической статической нагрузки значительно увеличилось количество девушек, у которых более активными стали гуморальные адренергические механизмы регуляции (таблица 1, серия 2). Так, преобладание гуморальных адренергических влияний обнаруживалось у 63% студенток, а доминирование холинергического канала регуляции сохранялось только у 11% обследованных. Удержание штанги сопровождалось также снижением влияния парасимпатического отдела ВНС на сердечный ритм, о чем можно было судить по увеличению числа девушек (до 63%), у которых  $\Delta X$  был меньше 0,24 с. При выполнении статической нагрузки существенно уменьшалось количество студенток (до 5%), у которых сохранялось главенствующее участие парасимпатической нервной системы в регуляции кардиоритма.

После прекращения физической статической нагрузки происходило постепенное возвращение исследуемых показателей до уровня покоя, что свидетельствовало о восстановлении фоновых уровней гуморальной и нервной регуляции сердечного ритма. Величины  $M_0$  и  $\Delta X$  на 2–3-й минутах восстановления приведены в таблице (серия 3).

Определение ИН по формуле, предложенной Р.М. Баевским [3], показало, что в состоянии покоя в горизонтальном положении до выполнения статической нагрузки среднее значение ИН в обследуемой группе студенток составляло  $20,2 \pm 0,34$  у.е.

Во время выполнения статической нагрузки ИН увеличивался до  $54,7 \pm 0,51$  у.е., а на второй минуте после окончания удержания штанги ИН равнялся  $20,0 \pm 0,37$  у.е. Согласно данным литературы [3; 7], значения ИН менее 70 у.е. указывают на ваготонию.

Таким образом, полученные нами данные дают основания предполагать, что у девушек, более 15 лет проживавших на местности, загрязненной радионуклидами вследствие аварии на Чернобыльской АЭС, и имевших исходный констрикторный тонус микро- и макрососудов ног, в регуляции кардиоритма при горизонтальном положении тела в состоянии покоя преобладающую роль играют гуморальные холинергические факторы при одновременно уравновешенном адекватном участии парасимпатического отдела ВНС. Выполнение умеренной физической статической нагрузки вызывает резкое увеличение роли адренергических гуморальных влияний и значительное ослабление парасимпатических нервных влияний в регуляции сердечного ритма.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов, А. А. Многофункциональный импедансный мониторинг сердечно-сосудистой системы и легких / А. А. Астахов. – Челябинск, 1989. – 18 с.
2. Астахов, А. А. Физиологические основы биоимпедансного мониторинга гемодинамики и анестезиологии (с помощью системы «Кентавр») / А. А. Астахов. – Челябинск, 1996. – Ч. 1, 2. – 330 с.
3. Баевский, Р. М. Ритмы сердца у спортсменов / Р. М. Баевский, Р. Е. Мотылянская. – Москва, 1986. – 143 с.
4. Виноградова, Т. С. Инструментальные методы исследования сердечно-сосудистой системы / Т. С. Виноградова. – М. : Медицина, 1986. – 416 с.
5. Лобанок, Л. М. Модификация механизмов нейрогуморальной регуляции сердечно-сосудистой системы под воздействием низкоинтенсивных ионизирующих излучений / Л. М. Лобанок // Тез. докл. X съезда Белорусского об-ва физиологов. – Минск, 2001. – С. 92–93.
6. Пикалюк, В. С. Показники периферичного кровообігу у студентів Волинського державного університету, які мають статус потерпілих внаслідок аварії на ЧАЕС / В. С. Пикалюк, О. В. Степук // Науковий вісник Волинського державного університету імені Лесі Українки. – 2000. – № 7. – С. 165–169.
7. Практикум по психофизиологической диагностике / Н. Г. Блинова [и др.]. – Москва, 2000. – 128 с.
8. Саваневский, Н. К. Реакции кровеносной системы на статическую нагрузку у людей, долго проживавших в районах радионуклидного загрязнения / Н. К. Саваневский, Г. Е. Хомич, О. А. Якимук // Вучоныя запіскі Брэсцкага дзярж. ун-та імя А.С. Пушкіна. – 2005. – Т. 1, ч. 2. – С. 130–142.
9. Хвисковец, Г. Е. Особенности периферической гемодинамики у детей и подростков, проживающих на загрязнённых радионуклидами территориях Республики Беларусь / Г. Е. Хвисковец // Здоровье детей Белорусского Полесья : сб. науч. статей. – Минск, 2003. – С. 103–105.
10. Хомич, Г. Е. Влияние физической нагрузки на сердечно-сосудистую систему у девушек, много лет проживавших на местности с повышенным радиоактивным фоном / Г. Е. Хомич, О. А. Якимук // Веснік Брэсцкага ун-та. – 2004. – № 3. – С. 72–77.
11. Mohrman, D. Cardiovascular Physiology / D. Mohrman, L. Heller. – New York, 1997. – 256 p.

***N.K. Savanevski, G.E. Khomich, L.A. Levikina. Cardioritm Variability and its Regulation at Girls at Performance of Physical Static Loading***

By impedansometrical method the variability of heart rhythm and feature of its regulation for the girls living long in areas of radioactive pollution while performing physical static loading is established. It is shown that with the girls having source constrictic condition of leg blood vessels the performance of static loading results in the decrease of cardiorhythm variability and the reduction of the role of parasympathetic nervous mechanism in regulation of heart contractions.

УДК 633.853.494: 633.367.2:632.95:632.51

*А.С. Шик, Л.А. Булавин*

## **ЭФФЕКТИВНОСТЬ АГРОТЕХНИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ МЕР БОРЬБЫ С СОРНЯКАМИ В ПОСЕВАХ ЯРОВОГО РАПСА И ЛЮПИНА УЗКОЛИСТНОГО**

Представлены результаты исследований по изучению влияния агротехнических и химических мер борьбы с сорняками на засоренность и урожайность ярового рапса и люпина узколистного. Установлено, что при возделывании ярового рапса на различных типах почв полупаровая обработка и довсходовое боронование уступали по эффективности применению гербицидов. Перспективным приемом в борьбе с малолетними злаковыми сорняками в посевах люпина узколистного может быть использование отечественного аналога гербицида грасп.

В последние годы в Беларуси существенно возрос интерес к возделыванию рапса и узколистного люпина. Расширение в республике посевных площадей под эти культуры до оптимального уровня и увеличение валового сбора семян позволит обеспечить население собственным растительным маслом и продуктами его переработки, существенно сократив затраты валютных средств на приобретение их за рубежом. Это будет способствовать повышению качества кормления сельскохозяйственных животных, улучшению фитосанитарного состояния пахотных земель, а также даст возможность более рационально использовать невозобновляемые углеводородные энергоресурсы за счет производства биодизельного топлива.

Яровой рапс и узколистный люпин отличаются медленным развитием в начальных фазах и низкой конкурентоспособностью по отношению к сорнякам в этот период. Установлено, что экономический порог вредоносности (ЭПВ) малолетних сорняков для люпина узколистного и ярового рапса составляет 8–12, а многолетних – 1–2 шт./м<sup>2</sup> [1, с. 8]. Поэтому при высокой степени засоренности посевов недобор урожая семян этих культур может достигать 40–55% [2, с. 127; 3, с. 75]. Это убедительно свидетельствует о том, что разработка и применение эффективных мер борьбы с сорняками являются одной из основных предпосылок формирования высокой урожайности.

Маршрутные обследования РУП «Институт защиты растений НАН Беларуси» показали [1, с. 9], что средняя численность сорняков в посевах люпина узколистного перед уборкой находилась в последние годы в республике в пределах 85,9–88,3 шт./м<sup>2</sup>. Это многократно превышает ЭПВ сорняков для этой культуры. Наиболее распространенным видом сорных растений в посевах сельскохозяйственных культур в условиях Беларуси является пырей ползучий, на долю которого приходится 38,6% от общей численности сорняков. Значительную часть сорного ценоза посевов люпина узколистного в республике составляют также такие сорняки, как марь белая (10,3%),

осот полевой (7,0%), фиалка полевая (5,7%), горец вьюнковый (3,0%), ромашка непахучая (2,8%), чернобыльник (2,8%), дрема белая (2,4%) и др.

### **Материалы и методика исследований**

Исследования по изучению влияния агротехнических и химических мер борьбы с сорняками на засоренность и урожайность ярового рапса и узколистного люпина проводились в течение 2004–2007 годов. Опыты закладывали на среднеокультуренной торфяно-болотной и дерново-подзолистой песчаной почве в Жабинковском районе Брестской области и на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве в Смолевичском районе Минской области. Предшественниками являлись яровые зерновые культуры. Технология возделывания в опытах проводилась в соответствии с отраслевым регламентом [4]. Площадь учетных делянок  $25 \text{ м}^2$ , повторность четырехкратная. Люпин узколистный и яровой рапс возделывали на зерно и зеленую массу.

Видовой состав сорняков, произрастающих в посевах на опытных участках, был типичным для условий республики. Из агротехнических мер борьбы с сорняками изучали лущение стерни, полупаровую обработку почвы, довсходовое боронование посевов и применение удобрений. Гербицид бутизан 400 вносили в опытах в норме 1,7 л/га при появлении всходов ярового рапса и сорняков, а гербицид фюзилад супер применяли в норме 2,0 л/га в фазу 3–5 листьев пырея ползучего. Учет засоренности посевов проводили по общепринятой методике. Гербициды в опытах вносили в соответствии со схемами с помощью ранцевого опрыскивателя при норме расхода рабочего раствора 200 л/га. Препараты почвенного действия применяли через 3–4 дня после посева, а после всходов – в фазу 4–5 листьев люпина узколистного.

Метеорологические условия в период проведения исследований существенно различались по годам по температурному режиму и по количеству выпавших осадков. Дефицит влаги в почве и повышенная температура воздуха, что часто имело место весной и летом 2005, 2006 и 2007 годов, не позволили сформировать высокую урожайность изучаемых культур, а также оказали определенное влияние как на динамику появления, рост и развитие сорняков, так и на эффективность изучаемых мер борьбы с ними.

### Результаты и обсуждение

Существенная роль в борьбе с сорняками принадлежит обработке почвы, своевременное и качественное проведение которой может снизить засоренность посевов на 50–60% [5, с. 195].

Важным элементом системы основной обработки почвы является послеуборочное лушение стерни. Известно, что уборка культурных растений, являющихся конкурентами за основные факторы жизни с сорняками, создает благоприятные условия для роста и развития последних. Многие виды сорняков в послеуборочный период могут образовать семена, после осыпания которых повышается потенциальная засоренность пахотного слоя. Особенно сильно это проявляется в годы с влажным предуборочным и послеуборочным периодами. В таких условиях за послеуборочный период на 1 м<sup>2</sup> дополнительно образуется до 2 тыс. семян малолетних сорняков. Интенсивность прироста каждого корневища пырея ползучего в этом случае достигает 1,1–1,4 см в сутки.

Если сразу после уборки провести лушение, то дополнительное поступление семян сорняков в почву и рост органов их вегетативного размножения прекращаются. Послеуборочным лушением в значительной мере уничтожаются также оставшиеся в пожнивных остатках, на сорняках и поверхности почвы яйца, личинки, куколки вредителей и зачатки болезней растений. Кроме того, лушение уменьшает испарение влаги, а выпадающие осадки лучше проникают в почву, что повышает ее влажность и создает более благоприятные условия для прорастания семян сорняков и их уничтожения. Все это способствует увеличению урожайности последующих культур. При этом необходимо иметь в виду, что максимальный эффект от послеуборочного лушения отмечается лишь в том случае, если оно проводится не позднее 5–7 дней после уборки. При поздних сроках оно не дает существенного эффекта и не оправдывает затраты на его проведение.

В сложившихся в период наших исследований погодных условиях при относительно невысокой степени засоренности опытного участка и незначительном удельном весе в сорном ценозе многолетних сорняков лушение стерни, проведенное в оптимальные сроки, уменьшило на безгербицидном фоне количество сорняков в посевах ярового рапса с 82 до 71 шт./м<sup>2</sup>, а их сырую массу – с 353,9 до 300,8 г/м<sup>2</sup>, т.е., соответственно, на 13,4 и 15,0%. На фоне применения гербицида бутизан 400 указанные выше показатели уменьшились под влиянием лушения стерни на 16,7 и 16,0%, а при совместном использовании бутизана 400 и фюзилада супер – на 19,0 и 9,0% (таблица 1).

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что в наших исследованиях лушение стерни увеличило урожайность семян ярового рапса на безгербицидном фоне в среднем за 3 года на 0,7 ц/га, а на фоне применения гербицидов – на 0,2–0,4 ц/га.

Таблица 1 – Влияние агротехнических и химических мер борьбы на засоренность и урожайность ярового рапса сорта Антей (в среднем за 2005–2007 годы)

| Вариант                         | Количество сорняков, шт./м <sup>2</sup> | Сырая масса сорняков, г/м <sup>2</sup> | Урожайность, ц/га |
|---------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------------|-------------------|
| Без гербицидов                  |                                         |                                        |                   |
| B <sub>20</sub>                 | 82                                      | 353,9                                  | 12,5              |
| D <sub>10</sub> B <sub>20</sub> | 71                                      | 300,8                                  | 13,2              |

|                                                                                      |    |       |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|------|
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub>                      | 53 | 238,2 | 13,7 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub> + боронование весной | 42 | 190,1 | 14,3 |
| Бутизан 400 (1,7 л/га)                                                               |    |       |      |
| В <sub>20</sub>                                                                      | 30 | 59,4  | 15,7 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub>                                                      | 25 | 49,9  | 15,9 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub>                      | 20 | 42,1  | 16,5 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub> + боронование весной | 17 | 30,8  | 16,9 |
| Бутизан 400 (1,7 л/га) + фюзилад супер (2,0 л/га)                                    |    |       |      |
| В <sub>20</sub>                                                                      | 21 | 43,3  | 16,3 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub>                                                      | 17 | 39,4  | 16,7 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub>                      | 18 | 32,5  | 17,2 |
| Д <sub>10</sub> В <sub>20</sub> К <sub>10</sub> К <sub>10</sub> + боронование весной | 14 | 21,3  | 17,4 |
| НСР <sub>05</sub>                                                                    |    |       | 0,9  |

Примечание: В<sub>20</sub>, Д<sub>10</sub>, К<sub>10</sub> – вспашка, дискование и культивация, проводимые на глубину (см), указанную в виде индекса.

Для снижения засоренности полей, по мнению специалистов, несомненный интерес представляет полупаровая обработка почвы, стимулирующая к прорастанию семена сорняков, которые уничтожаются последующей культивацией или низкими зимними температурами, что приводит к снижению потенциальной засоренности почвы и уменьшает количество малолетних сорных растений в посевах последующей культуры.

Весьма значима также роль полупаровой обработки почвы в борьбе с многолетними сорняками, т.к. в этом случае органы их вегетативного размножения (корневища, корневые отпрыски и т.д.) подавляются и уничтожаются в результате измельчения, извлечения на поверхность почвы или их заделки вглубь пахотного слоя.

Полупар представляет собой 3–4-кратную обработку почвы, проводимую в послеуборочный период с разрывом во времени по мере появления всходов сорняков. Его можно рассматривать как поздний чистый пар, где период от уборки зерновых до ухода поля в зиму равен двум-трем месяцам. Способы полупаровой обработки различаются по характеру и интенсивности воздействия на почву. На дерново-подзолистой легкосуглинистой, супесчаной и связнопесчаной почве наибольшее снижение засоренности посевов наблюдается в случае, когда полупар включает лущение стерни, вспашку или чизелевание и две последующие культивации, т.е. проводится по методу «вычесыва-ния». При проведении полупаровой обработки по методу «истощения и удушения», т.е. двукратного лущения стерни и последующей вспашки, снижение засоренности посевов на этих типах почв было менее существенным. В то же время на связных почвах с высокой водопоглотительной и водоудерживающей способностью полупар по методу «вычесыва-ния» уступал по эффективности в борьбе с пыреем ползучим и другими сорняками полупару по методу «истощения и удушения». Это свидетельствует о том, что для получения максимального противосорнякового эффекта при выборе метода полупаровой обработки необходимо в обязательном порядке принимать во внимание гранулометрический состав почвы. Нами установлено, что своевременное и качественное проведение полупара может сократить запас семян сорняков в верхнем слое почвы на 18% и более, а также уменьшить длину корневищ пырея ползучего на 50–83%.

В наших исследованиях полупаровая обработка почвы по методу «вычесыва-ния», включающая лущение стерни, вспашку и 2 культивации, снизила количество

сорняков в посевах ярового рапса при возделывании его без применения гербицидов на 35,4%. Сырая масса сорняков в этом случае уменьшилась на 32,7%. На фоне применения гербицида бутизан 400 снижение указанных выше показателей от полупара составило 33,3 и 29,1%, а при совместном использовании бутизана 400 и фюзилада супер – 14,3 и 24,9%. Полупаровая обработка почвы увеличила урожайность семян ярового рапса при возделывании его без применения гербицидов в среднем за 3 года на 1,2 ц/га, а при использовании гербицидов – на 0,8–0,9 ц/га.

Уменьшить засоренность посевов малолетними сорняками можно за счет боронования. Наибольший эффект этот прием обеспечивает при проведении до появления всходов культуры, т.е. через 4–5 дней после посева, когда сорняки наиболее уязвимы к механическому воздействию и находятся в стадии образования проростков – появления семядольных листьев. Этот период называют фазой «белой нити» сорняков. На сильнозасоренных полях рекомендуется проводить как довсходовое, так и послевсходовое боронование посевов. Исследованиями, проведенными в условиях Беларуси, было установлено, что довсходовое боронование посевов увеличило урожайность семян ярового рапса на 2,2 ц/га, а довсходовое и послевсходовое – на 3,4–4,4 ц/га [6, с. 32]. В наших опытах, в период проведения которых из-за сложившихся погодных условий наблюдался растянутый период появления всходов сорняков, довсходовое боронование посевов ярового рапса, возделываемого после полупаровой обработки почвы без применения гербицидов, уменьшило количество сорняков в посевах этой культуры на 20,8%, их сырую массу – на 20,2% и увеличило урожайность семян на 0,6 ц/га. На фоне применения гербицидов действие боронования на сорняки также отмечалось, однако прибавка урожайности семян ярового рапса в этом случае была ниже и составила 0,2–0,4 ц/га (таблица 1).

Анализируя эффективность комплекса агротехнических мер борьбы с сорняками в посевах ярового рапса, включающих полупаровую обработку почвы и довсходовое боронование посевов, можно заключить, что указанные выше мероприятия уменьшили количество сорняков по сравнению со вспашкой в оптимальные сроки на безгербицидном фоне в среднем на 48,8%, а их сырую массу – на 46,3%, увеличив урожайность семян в сложившихся условиях на 1,8 ц/га. Применение гербицида бутизан 400 в норме 1,7 л/га в фазу появления всходов ярового рапса и сорняков уменьшило их количество и сырую массу соответственно на 59,5–64,7 и 82,3–83,8%, обеспечив прибавку урожайности 2,6–3,2 ц/га. Еще больший эффект был получен при использовании бутизана 400 (1,7 л/га) в сочетании с последующим применением гербицида фюзилад супер (2,0 л/га) в фазу 3–5 листьев злаковых сорняков. В этом случае указанные выше показатели находились в пределах 66,0–76,1%, 86,4–88,8% и 3,1–3,8 ц/га. При этом необходимо отметить, что максимальная урожайность семян ярового рапса в наших исследованиях была получена при сочетании изучаемых агротехнических мер борьбы с сорняками с использованием гербицидов (таблица 1).

Известно, что рациональное питание существенно улучшает условия роста и развития культурных растений. Это обычно повышает их конкурентоспособность по отношению к сорнякам. В то же время применение удобрений, являясь фактором биологического подавления сорняков, может стимулировать рост и развитие последних, что при невысоком уровне агротехники обеспечивает зачастую увеличение засоренности посевов.

В Беларуси значительную часть пахотных земель занимают торфяно-болотные почвы, которые характеризуются не только высокой обеспеченностью азотом, но и повышенным уровнем потенциальной засоренности. Нами изучалась возможность подавления сорной растительности в посевах ярового рапса, возделываемого на

торфяно-болотной почве, за счет увеличения доз азотных удобрений. В этом опыте гербициды на посевах ярового рапса не применяли.

Установлено, что при внесении фосфорно-калийных удобрений количество сорняков в посевах ярового рапса увеличилось по сравнению с контролем с 168 до 190 шт./м<sup>2</sup>, т.е. на 13,1% (таблица 2). Применение азотных удобрений оказало более существенное стимулирующее влияние на сорные растения по сравнению с фосфорно-калийными туками, и количество сорняков на вариантах, где вносили азот в дозах 30; 45 и 60 кг/га д.в., составило 210; 226 и 242 шт./м<sup>2</sup>, что соответственно на 25,0; 34,5 и 44,0% больше, чем на контроле.

Таблица 2 – Влияние удобрений на засоренность и урожайность ярового рапса сорта Антей (в среднем за 2004–2005 годы)

| Вариант                                | Засоренность       |       | Урожайность |       |
|----------------------------------------|--------------------|-------|-------------|-------|
|                                        | шт./м <sup>2</sup> | %     | ц/га        | %     |
| Без удобрений                          | 168                | 100,0 | 14,1        | 100   |
| P <sub>60</sub> K <sub>120</sub> – фон | 190                | 113,1 | 16,6        | 117,7 |
| Фон + N <sub>30</sub>                  | 210                | 125,0 | 23,5        | 166,7 |
| Фон + N <sub>45</sub>                  | 226                | 134,5 | 25,2        | 178,7 |
| Фон + N <sub>60</sub>                  | 242                | 144,0 | 26,7        | 189,4 |
| НСП <sub>05</sub>                      | 19                 |       | 2,2         |       |

Анализ видового состава сорняков, произрастающих в посевах ярового рапса, показал, что не все виды сорных растений в разной степени изменяют свою численность под влиянием применяемых удобрений. Так, если количество незабудки полевой и звездчатки средней в посевах увеличилось при использовании удобрений соответственно в 1,70 и 1,35 раза, то мари белой, пастушьей сумки и редьки дикой в 1,16–1,25 раза. Количество пырея ползучего, ромашки непахучей и горца почечуйного при внесении удобрений либо существенно не изменялось, или незначительно снижалось.

Урожайность семян ярового рапса при внесении фосфорно-калийных удобрений увеличилась, по сравнению с контролем в среднем на 2,5 ц/га, т.е. на 17,7%, а при использовании азотных удобрений – на 9,4–12,6 ц/га, т.е. на 66,7–89,4% (таблица 2). По мнению специалистов, при увеличении количества сорняков в посевах на 22–74 шт./м<sup>2</sup>, что отмечалось в наших исследованиях под влиянием применяемых удобрений, общий вынос сорными растениями из почвы NPK может увеличиться на 50–100 кг/га д.в. [7, с. 27]. Это убедительно свидетельствует о том, что применение минеральных удобрений, стимулирующих рост и развитие не только культурных растений, но и сорняков, не позволяет без использования гербицидов получить нормативную отдачу от внесения в почву элементов питания и существенно снижает экономическую эффективность применения минеральных удобрений.

В последние годы в ряде районов республики значительное распространение в посевах люпина узколистного и других сельскохозяйственных культур получили малолетние злаковые сорняки – просо куриное, виды щетинника и т.д. Для уничтожения их в период вегетации можно с успехом использовать такие гербициды, как фюзилад супер, фюзилад форте, тарга, зелек и т.д. [8; 9]. В наших исследованиях изучалась возможность применения на посевах люпина узколистного в борьбе с указанными выше сорняками отечественного аналога используемого на зерновых культурах противозлакового гербицида грасп. Его применяли по всходам люпина

узколистного в фазу 3–5 листьев злаковых сорняков в норме 0,16–0,24 кг/га д.в. на фоне довсходового использования гербицида примэкстра голд (контроль). Засоренность посевов люпина узколистного просом куриным в годы исследований находилась на невысоком уровне (таблица 3). Испытуемый отечественный аналог гербицида грасп снижал количество и сырую массу проса куриного в посевах и не оказывал угнетающего действия на растения люпина узколистного. Даже при невысоком уровне засоренности этим сорняком при использовании указанного выше гербицида отмечалась тенденция к увеличению урожайности зерна люпина узколистного.

Таблица 3 – Влияние отечественного аналога гербицида грасп на засоренность и урожайность люпина узколистного Прывабны

| Вариант                                       | 2006 год           |                  |                    | 2007 год           |                  |                    |
|-----------------------------------------------|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|------------------|--------------------|
|                                               | Просо куриное      |                  | Урожай зерна, ц/га | Просо куриное      |                  | Урожай зерна, ц/га |
|                                               | шт./м <sup>2</sup> | г/м <sup>2</sup> |                    | шт./м <sup>2</sup> | г/м <sup>2</sup> |                    |
| Контроль                                      | 6                  | 16,8             | 23,1               | 4                  | 3,8              | 11,2               |
| Грасп (отечественный аналог), 0,16 кг/га д.в. | 4                  | 7,5              | 23,7               | 1                  | 0,4              | 12,3               |
| Грасп (отечественный аналог), 0,24 кг/га д.в. | 3                  | 7,3              | 24,4               | 1                  | 0,3              | 12,5               |
| НСР <sub>05</sub>                             |                    |                  | 1,3                |                    |                  | 0,8                |

Полученные результаты дают основание считать, что в перспективе возможно использование отечественного аналога гербицида грасп на посевах люпина узколистного для борьбы с малолетними злаковыми сорняками. Это позволит уменьшить потребность республики в импортных гербицидах и даст возможность сократить затраты валюты на их приобретение за рубежом.

### Выводы и предложения

1. При возделывании ярового рапса на дерново-подзолистой легкосуглинистой почве агротехнические меры борьбы с сорняками, включающие полупаровую обработку почвы и довсходовое боронование, уступали по эффективности применению гербицидов. В последнем случае снижение засоренности посевов и прибавка урожайности семян ярового рапса в сложившихся в период исследований условиях были, соответственно, в 1,2–1,9 и 1,4–2,1 раза больше.

2. На торфяно-болотной почве, отличающейся повышенной потенциальной засоренностью, при возделывании ярового рапса без применения гербицидов внесение минеральных удобрений увеличило количество сорняков в посевах этой культуры в 1,1–1,4 раза, что уменьшило обеспеченность растений элементами питания и не позволило получить максимальную отдачу от их использования.

3. При существующем в настоящее время в республике уровне засоренности пашни получить максимальную урожайность семян ярового рапса и узколистного люпина, характеризующихся на начальном этапе своего развития невысокой конкурентоспособностью по отношению к сорнякам, можно лишь при совместном использовании агротехнических и химических мер борьбы.

4. Для борьбы с малолетними злаковыми сорняками на посевах люпина узколистного в перспективе возможно использование отечественного аналога гербицида грасп. На полях с высокой степенью засоренности применение данного

препарата увеличило урожайность зерна этой культуры на 0,6–1,3 ц/га. Кроме того, это позволит сократить затраты валюты на приобретение за рубежом граминицидов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Сорока, С. В. Особенности химической прополки основных сельскохозяйственных культур в 2003 году / С. В. Сорока, К. П. Паденов // Земляробства і ахова раслін. – 2003. – №3. – С. 7–10.
- 2 Сакова, Н. П. Агротехнические меры борьбы с сорной растительностью / Н. П. Сакова, Я. Э. Пилук, Г. И. Шейгеревич // Актуальные проблемы борьбы с сорной растительностью в современном земледелии. – Жодино, 1999. – Т. 2. – С. 126–128.
- 3 Сорочинский, Л. В. Основные вредители, болезни и сорные растения в посевах ярового рапса и меры борьбы с ними / Л. В. Сорочинский, А. Р. Цыганов, П. А. Саскевич. – Горки : БГСХА, 2003. – 36 с.
- 4 Организационно-технологические нормативы возделывания сельскохозяйственных культур : сб. отрасл. регламентов / В. Г. Гусаков и др. – Ямна : Бел. Наука, 2005. – 460 с.
- 5 Булавин, Л. А. Агроэкологические аспекты адаптивной интенсификации земледелия / Л. А. Булавин. – Минск : Хата, 1999. – 248 с.
- 6 Шейгеревич, Г. И. Особенности технологии возделывания ярового рапса / Г. И. Шейгеревич // Рапсовое поле Беларуси. – 2006. – Вып. 6. – С. 26–41.
- 7 Баздырев, Г. И. Влагообеспеченность растений и эффективность гербицидов / Г. И. Баздырев // Защита и карантин растений. – 2001. – №3. – С. 27.
- 8 Миронова, Т. П. Фитоценотическая ситуация посевов люпина и методы борьбы с сорной растительностью / Т. П. Миронова // Актуальные проблемы борьбы с сорной растительностью в современном земледелии. – Жодино, 1999. – Т. 2. – С. 71–78.
- 9 Шик, А. С. Эффективность применения гербицидов и их смесей на посевах желтого и узколистного люпина / А. С. Шик // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. – 2005. – № 2(45). – С. 47–52.

#### **A.S. Shyk, L.A. Bulavin. Efficiency of Agrotechnical and Chemical Measures of Struggle Against Weeds in Crops *Lupinus angustifolius* and Summer Brassica *Napus***

Results of researches in studying of agrotechnical influence and chemical measures of struggle against weeds on a contamination and productivity summer *Brassica napus* and *Lupinus angustifolius* are submitted. It is established, that at cultivation summer *Brassica napus* on various types of soils processing and harrowing before occurrence of shoots conceded on efficiency to application of herbicides. Perspective method of struggle against minor cereal weeds in crops *Lupinus angustifolius* can be the use of domestic analogue of herbicide "Grasp".

УДК 576.895.1:599.33:502.72 (476)

***В.В. Шималов***

## **ГЕЛЬМИНТОФАУНА НАСЕКОМОЯДНЫХ МЛЕКОПИТАЮЩИХ В ЛАНДШАФТНОМ ЗАКАЗНИКЕ «БУГСКИЙ» (БЕЛАРУСЬ)**

Представлены результаты гельминтологического исследования в течение 2001–2004 гг. насекомоядных млекопитающих, обитающих в ландшафтном заказнике «Бугский». У животных обнаружено 36 видов гельминтов: 11 видов трематод, 13 – цестод и 12 – нематод. Общая зараженность составила 97,8%.

Основные сведения о гельминтофауне насекомоядных млекопитающих в особо охраняемых природных территориях Беларуси содержатся в работах Ю.Ф. Морозова [6], И.Т. Арзамасова [1], Н.Ф. Карасева [3; 4], И.В. Меркушевой, А.Ф. Бобковой [5], Е.И. Бычковой, Е.И. Анисимовой и Т.М. Одинцовой [2]. Исследования проводились во второй половине XX века в Беловежской пуще (сейчас это национальный парк) и Березинском биосферном заповеднике. Для заказников Беларуси подобная информация в научной литературе отсутствует.

### **Материал и методика**

Наши гельминтологические исследования были проведены в 2001–2004 гг. в ландшафтном заказнике местного значения «Бугский». Расположен заказник в юго-западной части Беларуси в пойме рек Западный Буг и Лесная на участке от д. Тюхиничи до д. Чижевичи (Брестский район Брестской области). Находится он вблизи г. Бреста, почти полностью в свободной экономической зоне «Брест» и примыкает к границе с Польшей. В настоящее время занимает площадь 6675,45 га.

Насекомоядных млекопитающих отлавливали давилками «Геро», выставленными в линию по 25 штук через 1,5–2 м в течение 4 суток в смешанных и черноольховых лесах, на лугах, в прибрежных биоценозах, что соответствовало 100 ловушко-суткам (л-с) учета. Приманкой служили кусочки ржаного хлеба, обжаренные в подсолнечном масле. Отработано 4100 л-с учета. Поймано 135 насекомоядных млекопитающих 4 видов. Среди них 69 самцов и 66 самок, 18 половозрелых и 117 неполовозрелых особей. Кроме этого, в биоценозах заказника найдены мертвыми по 1 экземпляру белобрюхой белозубки (неполовозрелый самец), белогрудого ежа (половозрелый самец), обыкновенного крота (половозрелая самка) и обыкновенной куторы (неполовозрелый самец). Видовой состав и количество исследованных насекомоядных млекопитающих представлен в таблице 1.

Животных исследовали методом полных гельминтологических вскрытий, компрессирования тканей и органов.

При статистической обработке материала применяли общепринятые в паразитологии показатели: индекс встречаемости – ИВ (% зараженных животных), интенсивность инвазии – ИИ (количество экземпляров паразитов в одном

зараженном животном), индекс обилия – ИО (количество экземпляров паразитов в одном обследованном животном).

Таблица 1 – Видовой состав и количество исследованных насекомоядных млекопитающих

| Вид животного                                                     | Количество |    |    |    |
|-------------------------------------------------------------------|------------|----|----|----|
|                                                                   | ♂♂         | ♀♀ | П  | НП |
| Белозубка белобрюхая –<br><i>Crocidura leucodon</i> Hermann, 1780 | 2          | –  | –  | 2  |
| Бурозубка малая –<br><i>Sorex minutus</i> Linnaeus, 1758          | 9          | 6  | –  | 15 |
| Бурозубка обыкновенная –<br><i>S. araneus</i> Linnaeus, 1758      | 57         | 58 | 18 | 97 |
| Еж белогрудый –<br><i>Erinaceus concolor</i> Martin, 1838         | 1          | –  | 1  | –  |
| Крот обыкновенный –<br><i>Talpa europaea</i> Linnaeus, 1758       | –          | 1  | 1  | –  |
| Кутора обыкновенная –<br><i>Neomys fodiens</i> Pennant, 1771      | 3          | 2  | –  | 5  |

Примечание: ♂♂ – самцы, ♀♀ – самки, П – половозрелые особи, НП – неполовозрелые особи.

## Результаты и обсуждение

Общая зараженность насекомоядных млекопитающих гельминтами составила 97,8%. Инвазированными оказались все исследованные обыкновенные бурозубки, кроты и куторы, а также 13 малых бурозубок и 1 белобрюхая белозубка. Самцы и самки заражены примерно одинаково (на 97,2% и 98,5% соответственно). У всех половозрелых особей найдены гельминты, а неполовозрелые инвазированы на 97,5 %.

Наиболее часто насекомоядные млекопитающие заражены цестодами (на 88,5%), чем трематодами (на 77,0%) и нематодами (на 71,9%).

У насекомоядных млекопитающих обнаружено 36 видов гельминтов: 11 видов трематод, 13 видов цестод и 12 видов нематод (таблица 2). У 90,7% популяции локализовалось от 2 до 17 видов гельминтов. Наибольшим видовым разнообразием гельминтов (25 видов) характеризовались доминанты среди мелких насекомоядных млекопитающих в природных биоценозах заказника – обыкновенные бурозубки (численность составила 3 особи на 100 л-с). В заражении этих животных доминирует трематода *Pseudoleucochloridium soricis* (Soltys, 1952) (ИВ 60,9; ИИ 1-60; ИО 5,18), цестоды *Molluscotaenia crassiscolex* (Linstow, 1890) (ИВ 64,4; ИИ 1-36; ИО 4,68) и

*Neoskrjabinolepis singularis* (Cholodkowsky, 1912) (ИБ 53,9; ИИ 1-120; ИО 9,47), нематода *Eucolus oesophagicola* (Soltyś, 1952) (ИБ 48,7; ИИ 1-7; ИО 1,07). У обыкновенных кутор видами-доминантами среди гельминтов являются трематода *P. soricis* и, характерные для этих животных, трематода *Neogliphe locellus* (Kossack, 1910) и цестода *Neomylepis magnirostellata* (Baer, 1931). У других насекомоядных млекопитающих установить гельминты-доминанты не удалось из-за незначительного количества исследованных особей.

Насекомоядные млекопитающие вовлекаются в жизненные циклы гельминтов, облигатными дефинитивными хозяевами которых являются птицы и хищные млекопитающие. Для первых это трематоды рода *Strigea*, цестоды *Dilepis undula* (Schrank, 1788) (обнаружены у обыкновенных бурозубок неполовозрелые особи) и *Cladotaenia globifera* (Batsch, 1786), нематоды рода *Porrocaecum*, для вторых – трематода *Alaria alata* (Goeze, 1782).

Таблица 2 – Зараженность гельминтами насекомоядных млекопитающих в заказнике «Бугский»

| Вид гельминта<br>и его систематическое положение    | Хозяин                    | ИБ   | ИИ   | ИО   |
|-----------------------------------------------------|---------------------------|------|------|------|
| 1                                                   | 2                         | 3    | 4    | 5    |
| <b>Класс Trematoda – Трематоды</b>                  |                           |      |      |      |
| Отряд Brachylaimida                                 |                           |      |      |      |
| Семейство Brachylaimidae                            |                           |      |      |      |
| <i>Brachylaima fulvum</i> Dujardin, 1843            | Кутора<br>обыкновенная    | у 1  | 1    | 0,20 |
|                                                     | Бурозубка<br>обыкновенная | 45,2 | 1–17 | 1,29 |
| <i>Ithyogonimus talpae</i> (Goeze, 1782)            | Крот обыкно-<br>венный    | у 1  | 1    | 1,0  |
| Семейство Leucochloridiidae                         |                           |      |      |      |
| <i>Pseudoleucochloridium soricis</i> (Soltyś, 1952) | Кутора<br>обыкновенная    | у 4  | 3–22 | 7,60 |
|                                                     | Бурозубка<br>обыкновенная | 60,9 | 1–60 | 5,18 |
|                                                     | Бурозубка<br>малая        | 26,7 | 1–1  | 0,27 |
| Отряд Plagiorchiida                                 |                           |      |      |      |
| Подотряд Plagiorchiata                              |                           |      |      |      |
| Семейство Lecithodendriidae                         |                           |      |      |      |
| <i>Lecithodendriidae</i> sp.                        | Кутора<br>обыкновенная    | у 1  | 1    | 0,20 |
| Семейство Plagiorchiidae                            |                           |      |      |      |
| <i>Neogliphe locellus</i> (Kossack, 1910)           | Кутора<br>обыкновенная    | у 4  | 5–38 | 12,2 |
| <i>N. sobolevi</i> Schaldybin, 1953                 | Бурозубка<br>обыкновенная | 7,8  | 1–16 | 0,30 |
| <i>Rubenstrema exasperatum</i> (Rudolphi, 1819)     | Белозубка<br>белобрюхая   | у 1  | 2    | 1,0  |

|                                                                    |                           |      |       |       |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|-------|-------|
|                                                                    | Бурозубка<br>обыкновенная | 15,7 | 1–10  | 0,37  |
|                                                                    | Бурозубка<br>малая        | 13,3 | 1–1   | 0,13  |
| <i>R.opisthovitellinus</i> (Softys, 1954)                          | Бурозубка<br>обыкновенная | 0,9  | 2     | 0,02  |
| Отряд Strigeatida<br>Подотряд Strigeata<br>Семейство Diplostomidae |                           |      |       |       |
| <i>Alaria alata</i> (Goeze, 1782) <sup>1,2</sup> , larvae          | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 200   | 200,0 |
|                                                                    | Бурозубка<br>обыкновенная | 20,0 | 1–60  | 1,57  |
|                                                                    | Кутора<br>обыкновенная    | у 3  | 14–22 | 11,2  |

Продолжение таблицы 2

| 1                                                                                                          | 2                         | 3    | 4     | 5    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|-------|------|
| Семейство Strigeidae                                                                                       |                           |      |       |      |
| <i>Strigea falconis</i> Szidat, 1928 <sup>1,2</sup> , larvae                                               | Бурозубка<br>обыкновенная | 0,9  | 30    | 0,26 |
|                                                                                                            | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 3     | 3,0  |
| <i>S.sphaerula</i> (Rudolphi, 1803) <sup>1,2</sup> , larvae                                                | Белозубка<br>белобрюхая   | у 1  | 1     | 0,50 |
|                                                                                                            | Бурозубка<br>обыкновенная | 7,8  | 1–50  | 1,11 |
|                                                                                                            | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 2     | 2,0  |
|                                                                                                            | Кутора<br>обыкновенная    | у 2  | 1–5   | 1,20 |
| <b>Класс Cestoda – Цестоды</b><br>Отряд Cyclophyllidea<br>Подотряд Hymenolepidata<br>Семейство Dilepididae |                           |      |       |      |
| <i>Dilepis undula</i> (Schränk, 1788)                                                                      | Бурозубка<br>обыкновенная | 10,4 | 1–3   | 0,13 |
| <i>Molluscotaenia crassiscolex</i> (Linstow, 1890)                                                         | Кутора<br>обыкновенная    | у 1  | 1     | 0,20 |
|                                                                                                            | Бурозубка<br>обыкновенная | 64,4 | 1–36  | 4,68 |
|                                                                                                            | Бурозубка<br>малая        | 6,7  | 1     | 0,07 |
| Семейство Hymenolepididae                                                                                  |                           |      |       |      |
| <i>Ditestolepis diaphana</i> (Cholodkowsky, 1906)                                                          | Бурозубка<br>обыкновенная | 45,2 | 1–200 | 17,7 |
|                                                                                                            | Бурозубка<br>малая        | 46,7 | 2–32  | 5,0  |

|                                                     |                           |      |       |      |
|-----------------------------------------------------|---------------------------|------|-------|------|
| <i>Lineolepis skutigera</i> (Dujardin, 1845)        | Бурозубка<br>обыкновенная | 0,9  | 3     | 0,03 |
| <i>Neomylepis magnirostellata</i> (Baer, 1931)      | Кутора<br>обыкновенная    | у 3  | 1–18  | 4,20 |
| <i>Neoskrjabinolepis schaladybini</i> Spassky, 1947 | Бурозубка<br>малая        | 20,0 | 1–9   | 1,07 |
| <i>N.singularis</i> (Cholodkowsky, 1912)            | Бурозубка<br>обыкновенная | 53,9 | 1–120 | 9,47 |
|                                                     | Бурозубка<br>малая        | 20,0 | 1–2   | 0,33 |
| <i>Rodentolepis erinacei</i> (Gmelin, 1790)         | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 3     | 3,0  |

Продолжение таблицы 2

| 1                                                                                                                                 | 2                         | 3    | 4     | 5    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|-------|------|
| <i>Soricinia soricis</i> (Baer, 1927)                                                                                             | Бурозубка<br>обыкновенная | 0,9  | 8     | 0,07 |
| <i>Staphylocystis furcata</i> (Stieda, 1862)                                                                                      | Бурозубка<br>обыкновенная | 11,3 | 1–6   | 0,23 |
| <i>Urocystis prolifer</i> Villot, 1880                                                                                            | Бурозубка<br>обыкновенная | 4,4  | 9–120 | 1,61 |
| <i>Vigisolepis spinulosa</i> (Cholodkowsky, 1906)                                                                                 | Бурозубка<br>обыкновенная | 20,9 | 1–54  | 1,42 |
|                                                                                                                                   | Бурозубка<br>малая        | 13,3 | 1–2   | 0,20 |
| Семейство Paruterinidae                                                                                                           |                           |      |       |      |
| <i>Cladotaenia globifera</i> (Batsch, 1786), larvae                                                                               | Бурозубка<br>обыкновенная | 4,4  | 3–310 | 5,32 |
|                                                                                                                                   | Бурозубка<br>малая        | 6,7  | 88    | 5,87 |
| <b>Класс Nematoda – Нематоды</b><br>Подкласс Adenophorea<br>Отряд Enoplida<br>Подотряд Trichocephalata<br>Семейство Capillariidae |                           |      |       |      |
| <i>Capillaria capillaris</i> (Linstow, 1882)                                                                                      | Крот обыкно-<br>венный    | у 1  | 2     | 2,0  |
| <i>C.erinacei</i> (Rudolphi, 1819)                                                                                                | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 1     | 1,0  |
| <i>C.inscrassata</i> (Diesing, 1851)                                                                                              | Бурозубка<br>обыкновенная | 20,0 | 1–20  | 0,90 |
| <i>C.kutori</i> (Ruchlyadeva, 1946)                                                                                               | Кутора<br>обыкновенная    | у 2  | 1–5   | 1,20 |
|                                                                                                                                   | Бурозубка<br>обыкновенная | 5,2  | 1–8   | 0,17 |
| <i>C.soricicola</i> (Yokogawa in Nischigori, 1924)                                                                                | Бурозубка                 | 4,4  | 1–42  | 0,51 |

|                                                                                          |                           |      |      |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|------|------|
|                                                                                          | обыкновенная              |      |      |      |
| <i>Eucoleus aerophilus</i> (Creplin, 1839) <sup>1,2</sup>                                | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 10   | 10,0 |
| <i>E.oesophagicola</i> (Softys, 1952)                                                    | Кутора<br>обыкновенная    | у 1  | 4    | 0,80 |
|                                                                                          | Бурозубка<br>обыкновенная | 48,7 | 1–7  | 1,07 |
| Подкласс Secernentea<br>Отряд Ascaridida<br>Подотряд Ascaridata<br>Семейство Ascarididae |                           |      |      |      |
| <i>Porrocaecum</i> spp., larvae                                                          | Еж белогрудый             | у 1  | 2    | 2,0  |
|                                                                                          | Бурозубка<br>обыкновенная | 13,0 | 1–10 | 0,34 |
|                                                                                          | Крот обыкно-<br>венный    | у 1  | 10   | 10,0 |

Продолжение таблицы 2

| 1                                                                     | 2                         | 3    | 4    | 5    |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------|------|------|------|
| Отряд Rhabditida<br>Подотряд Rhabditata<br>Семейство Strongyloididae  |                           |      |      |      |
| <i>Parastrongyloides winchesi</i> Morgan, 1928                        | Кутора<br>обыкновенная    | у 1  | 14   | 2,80 |
|                                                                       | Бурозубка<br>обыкновенная | 4,4  | 1–8  | 0,15 |
| Отряд Spirurida<br>Подотряд Spirurata<br>Семейство Physalopteridae    |                           |      |      |      |
| <i>Physaloptera clausa</i> (Rudolphi, 1819)                           | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 46   | 46,0 |
| Отряд Strongylida<br>Подотряд Strongylata<br>Семейство Crenosomatidae |                           |      |      |      |
| <i>Crenosoma striatum</i> (Zeder, 1800)                               | Еж<br>белогрудый          | у 1  | 2    | 2,0  |
| Семейство Heligmonellidae                                             |                           |      |      |      |
| <i>Longistriata depressa</i> (Dujardin, 1845)                         | Бурозубка<br>обыкновенная | 41,7 | 1–28 | 2,85 |
|                                                                       | Бурозубка<br>малая        | 26,7 | 1–4  | 0,73 |

Примечание: Индексом <sup>1</sup> обозначены виды гельминтов, имеющие медицинское значение, индексом <sup>2</sup> – имеющие ветеринарное значение.

Четыре вида гельминтов, паразитирующих у насекомоядных млекопитающих, имеют медико-ветеринарное значение. У человека они могут вызывать мезоцеркарный аляриоз (мезоцеркарии трематоды *A.alata*), метацеркарный стригеоз (метацеркарии трематод рода *Strigea*), эуколеоз (нематода *Eucoleus aerophilus* (Creplin, 1839)). Если возбудители первых двух заболеваний могут локализоваться в различных внутренних

тканях и органах людей (главным образом в скелетной мускулатуре), то возбудитель эуколеоза поражает органы дыхания и поселяется преимущественно в трахее.

Возбудители этих заболеваний могут вызывать такие же заболевания у домашних собак, а также аляриоз, когда в кишечнике локализуются половозрелые особи трематоды *A.alata*. Они могут быть причиной мезоцеркарного аляриоза и метацеркарного стригеога домашних свиней.

Необходимо учитывать, что охранный режим в заказнике «Бугский», других заказниках и особо охраняемых природных территориях способствует сохранению биоразнообразия, в том числе популяций паразитических организмов (гельминты и др.), их хозяев и формируемых за счет них очагов болезней, которые могут представлять опасность для человека и домашних животных. Следует иметь в виду, что активный отдых (туризм) в заказниках может стать причиной серьезных труднодиагностируемых и трудноизлечимых паразитарных заболеваний человека.

В настоящее время ни один заказник Беларуси не располагает подобной информацией. А ведь такие сведения, на наш взгляд, важны для организации мероприятий по предупреждению в Беларуси заражения людей и некоторых видов домашних животных гельминтами. Результаты гельминтологического исследования грызунов в заказнике «Бугский» уже опубликованы в журнале «Веснік Брэсцкага ўніверсітэта» [7; 8], а статья о гельминтофауне земноводных и пресмыкающихся будет опубликована в ближайшем номере этого журнала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арзамасов, И. Т. Насекомоядные и их паразиты на территории Белоруссии / И. Т. Арзамасов [и др.] ; под ред. Р. С. Чеботарева. – Минск : Наука и техника, 1969. – 175 с.
2. Бычкова, Е. И. Фауна паразитических червей диких животных Березинского биосферного заповедника / Е. И. Бычкова, Е. И. Анисимова, Т. М. Одинцова // Фауна и систематика : Тр. зоол. музея Бел. ун-та. – Минск : Навука і тэхніка, 1995. – Вып. 1. – С. 23–37.
3. Карасев, Н. Ф. Гельминты млекопитающих Березинского заповедника / Н. Ф. Карасев // Березинский заповедник : Исследования. – Минск : Урожай, 1970. – Вып. 1. – С. 155–179.
4. Карасев, Н. Ф. Экологический анализ гельминтофауны млекопитающих Березинского заповедника / Н. Ф. Карасев // Березинский заповедник : Исследования. – Минск : Урожай, 1972. – Вып. 2. – С. 159–181.
5. Меркушева, И. В. Гельминты домашних и диких животных Белоруссии : каталог / И. В. Меркушева, А. Ф. Бобкова. – Минск : Наука и техника, 1981. – 120 с.
6. Морозов, Ю. Ф. Материалы по гельминтофауне грызунов и насекомоядных Беловежской пуши / Ю. Ф. Морозов // Тр. заповедно-охот. хоз-ва «Беловежская пуша». – Минск, 1958. – Вып. 1. – С. 151–175.
7. Шималов, В. В. Гельминтофауна мелких грызунов лесных и прибрежных экосистем заказника «Бугский» (Беларусь) с замечаниями по локализации, синонимии и дифференциальной диагностике некоторых гельминтов / В. В. Шималов // Веснік Брэсцкага ун-та. – 2003. – № 1. – С. 68–76.
8. Шималов, В. В. Гельминтофауна мелких грызунов луговых биоценозов заказника «Бугский» (Беларусь) / В. В. Шималов // Веснік Брэсцкага ун-та. – 2003. – № 3. – С. 83–86.

**V.V. Shimalov. The Helminth Fauna of Insectivorous Mammals in the Landscape Reserve «Bugskiy» (Belarus)**

The results of helminthological investigations of insectivorous mammals in the landscape reserve «Bugskiy» during 2001–2004 are presented. 36 species of helminths were found in animals: 11 trematodes, 13 cestodes and 12 nematodes. Total infection are 97.8%.

УДК 556.181(476)

*А.А. Волчек, Н.Н. Шпендик*

## **ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПРОДУКТИВНЫХ ВЛАГОЗАПАСОВ МИНЕРАЛЬНЫХ ПОЧВ НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛАРУСИ**

Статья посвящена пространственно-временному анализу продуктивных влагозапасов минеральных почв на территории Беларуси. Рассмотрена география проявления основных видов риска, связанных с почвенными влагозапасами, – почвенной засухи и переувлажнения почвы. Экстремальными приняты годы редкой повторяемости значений почвенной влажности ниже 5%-ной и выше 95%-ной обеспеченности. Выявлены районы с наибольшими проявлениями экстремальных значений продуктивных почвенных влагозапасов.

### **Введение**

В последнее время большое внимание уделяется изучению участвующимся экстремальным гидрологическим явлениям. Возникает необходимость корректной оценки водных ресурсов экосистем и разработки мер по адаптации хозяйственной деятельности к новым условиям водного режима рек и увлажнения территории. Экстремальное гидрологическое явление (ЭГЯ) – это значительное количественное или качественное изменение состояния элементов гидрологического режима по сравнению со среднестатистическими показателями. Продуктивные влагозапасы почвы являются одним из главных условий нормального функционирования агроэкосистем. Запасы продуктивной влаги – это интегральная величина, пространственная изменчивость которой есть функция климата, генетико-морфологического строения почв, уровня грунтовых вод, рельефа и т.д.

Оценке продуктивных влагозапасов минеральных почв и разработке специальных мер по адаптации хозяйственной деятельности к новым условиям увлажнения территории должно предшествовать составление карт риска влагозапасов почв.

Целью настоящей работы является изучение пространственной структуры ЭГЯ продуктивных почвенных влагозапасов минеральных почв Беларуси.

### **Исходные материалы и методика исследования**

Основными исходными данными для оценки агрогидрологического режима экосистем послужили материалы наблюдений за продуктивной влажностью 50 см и 100

см слоя почвы на метеостанциях Республики Беларусь с 1960 по 2001 гг. в условиях постоянно изменяющегося климата. Расчетным интервалом выбран июнь, так как влагозапасы в этом месяце играют важную роль в формировании урожайности основных сельскохозяйственных культур.

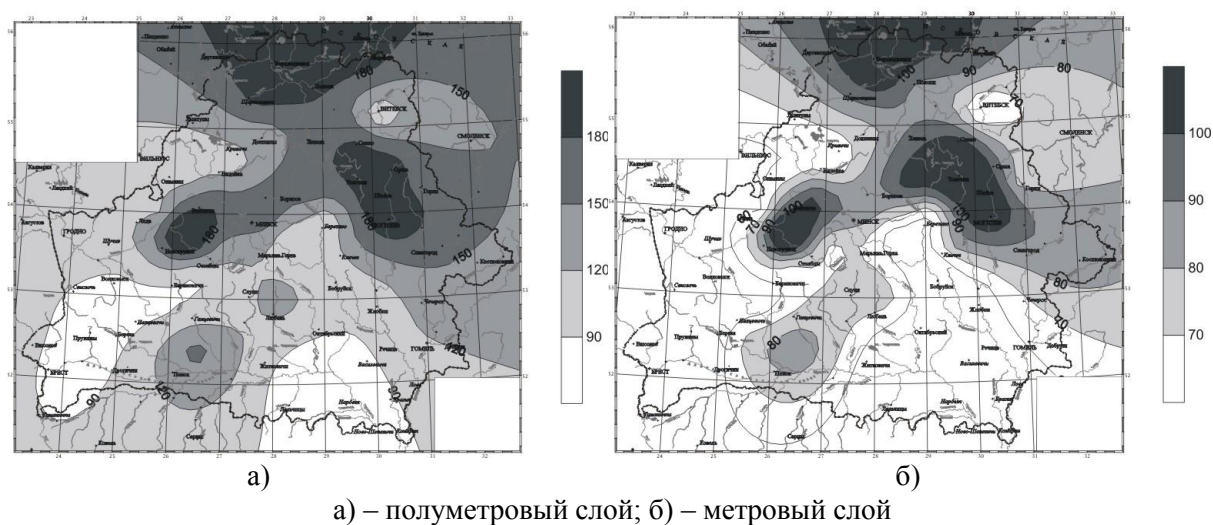
ЭГЯ принято классифицировать по нескольким признакам: месту проявления, длительности, масштабу, происхождению, скорости образования и т.д. Основные виды риска, связанные с влагозапасами минеральных почв Республики Беларусь, – это засуха и переувлажнение почвы. С точки зрения водохозяйственной деятельности экстремальными считаются годы редкой повторяемости при значениях влажности ниже 5%-ной или выше 95%-ной обеспеченности.

Для выявления риска появления экстремальных величин продуктивных влагозапасов использовался аппарат картографирования территории по среднееголетним значениям слоя влажности, показывающим пространственную изменчивость, а также по коэффициентам вариации, характеризующим временную изменчивость влагозапасов. Пространственно-временной критерий экстремальности устанавливается по отношению величины влажности многоводного года 5%-ной обеспеченности и маловодного года 95%-ной обеспеченности к среднегодовым значениям влажности по территории.

### Обсуждение результатов

Величина среднееголетней влажности почвы ( $W$ ) для территории Беларуси составляет около 75 мм для полуметрового слоя, и 140 мм для метрового слоя. Значение коэффициента вариации  $C_v$  составляет: 0,45 и 0,39 для полуметрового и метрового слоя соответственно.

На рисунке 1 приведена пространственная структура среднееголетних значений влагозапасов минеральных почв на территории Беларуси.



**Рисунок 1 – Среднееголетние продуктивные влагозапасы минеральных почв Беларуси**

Для территории Беларуси выделены следующие интервалы вероятности засухи:

- для полуметрового слоя: высокая ( $W \leq 70$  мм), умеренная ( $70 < W \leq 80$  мм), низкая ( $80 < W \leq 90$  мм);

- для метрового слоя: высокая ( $W \leq 90$  мм); умеренная ( $90 < W \leq 120$  мм); низкая ( $120 < W \leq 150$  мм).

Интервалы вероятности *переувлажнения*:

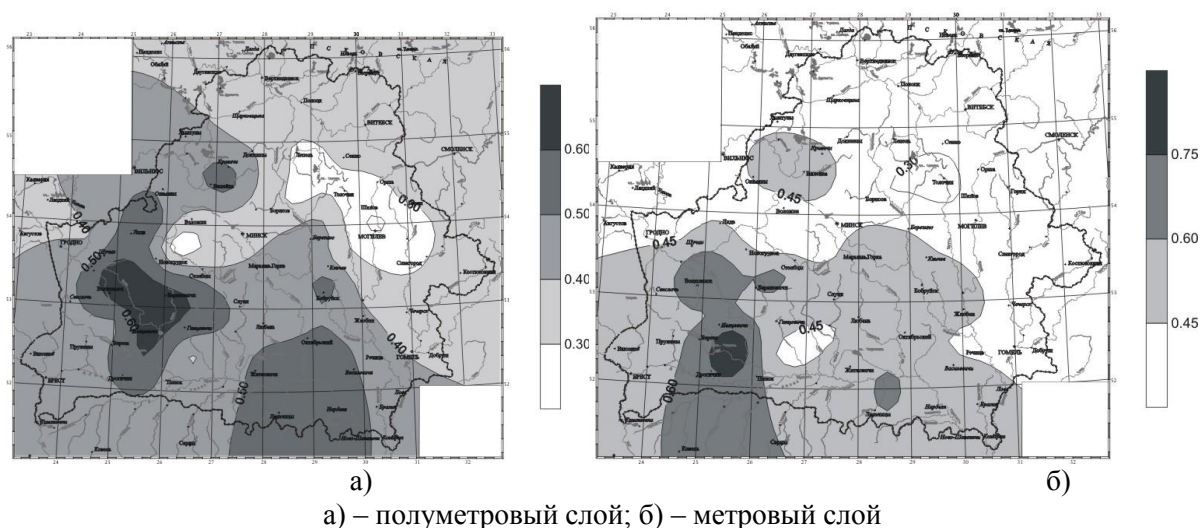
- для полуметрового слоя: низкая ( $W \leq 90$  мм), умеренная ( $90 < W \leq 100$  мм), высокая ( $W > 100$  мм);

- для метрового слоя: низкая ( $W \leq 150$  мм); умеренная ( $150 \text{ мм} < W \leq 180$  мм); высокая ( $W > 180$  мм).

Согласно принятой градации можно выделить территории, для которых с определенной вероятностью характерны засухи. Так, для полуметрового слоя – это территория Брестской (кроме восточной части), Гродненской, Гомельской и западной части Могилевской областей. Аналогичная картина, с небольшими отличиями, наблюдается и для метрового слоя. Это территория Брестской (кроме восточной части), Гродненской (южная часть) и западной части Гомельской областей.

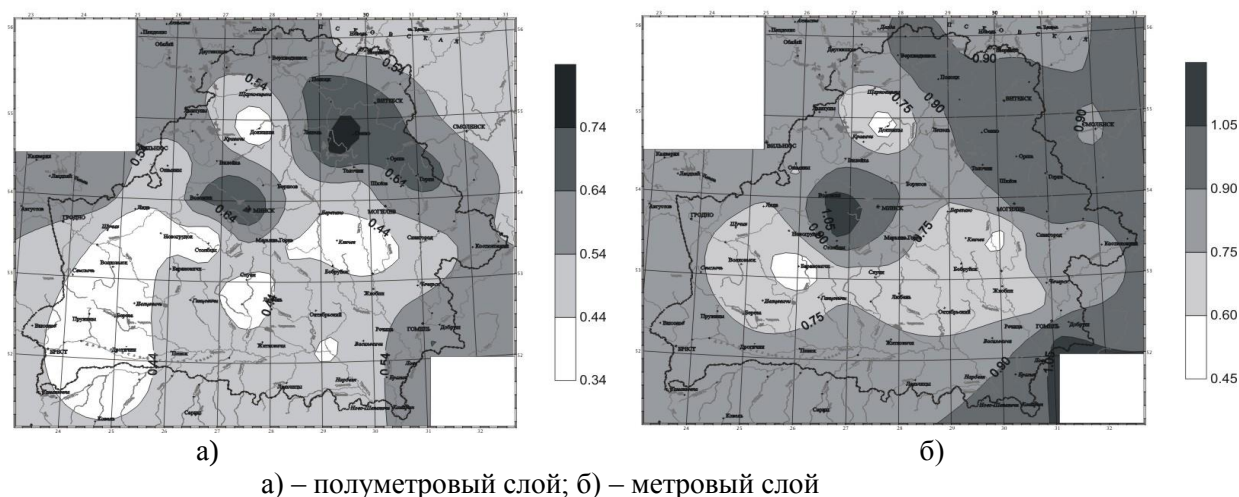
Для большей конкретизации при выявлении районов экстремальных влагозапасов использован коэффициент вариации ( $C_v$ ) временных рядов многолетних влагозапасов Беларуси. На рисунке 2 показана пространственная структура временной изменчивости продуктивных влагозапасов, которая представлена в виде коэффициентов вариации и характеризует повторяемость экстремальных лет. Как видно из рисунка 2, наиболее значимыми являются продуктивные влагозапасы на территории Дрогичинского района для полуметрового слоя, а для метрового слоя – районов: Волковыска, Ивацевичей, Барановичей.

Пространственно-временные критерии изменчивости продуктивных влагозапасов представлены отношением значений влажности почвы 5%-ной и 95%-ной обеспеченности к среднему значению влажности почвы.



**Рисунок 2 – Коэффициенты вариации влагозапасов минеральных почв Беларуси**

На рисунке 3 приведена пространственная структура переувлажнения ( $W_{5\%}/W_{cp}$ ) минеральных почв Беларуси.

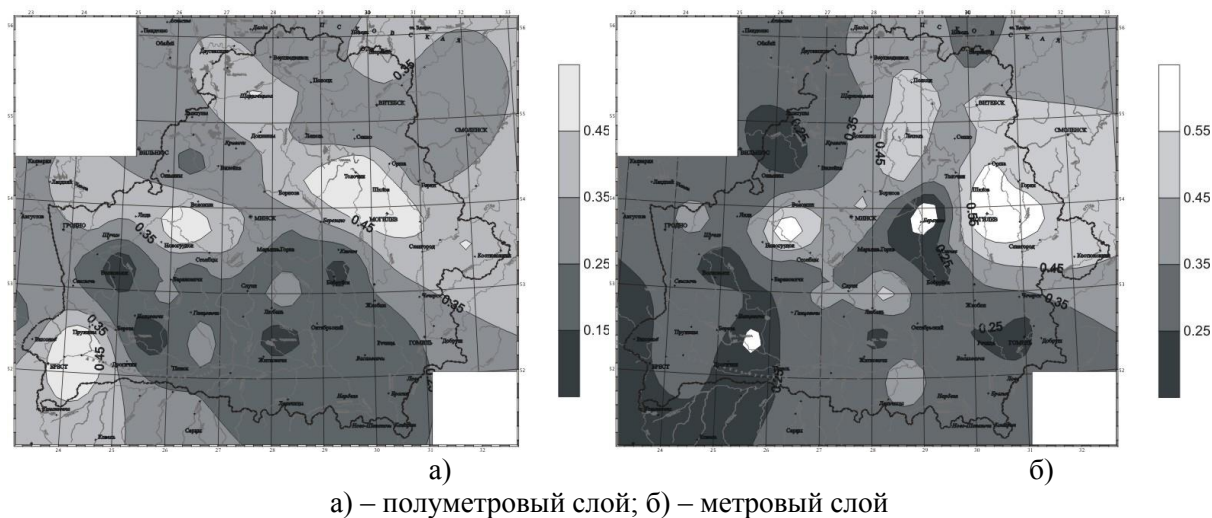


**Рисунок 3 – Отношения значений влажности 5%-ной обеспеченности к среднегодовым значениям влажности минеральных почв для территории Беларуси**

Значение отношения влажности в пределах 0,54–0,64 и 0,75–0,90, для полуметрового и метрового слоя соответственно, является пороговым, следовательно, Минский, Воложинский, Витебский, Оршанский, Горицкий, Полоцкий и Сенненский районы являются экстремальной территорией переувлажнения почвы для полуметрового и метрового слоев.

Для выявления регионов экстремальной засухи использовались отношения значений влажности 95%-ной обеспеченности к среднегодовым значениям (рисунок 4).

Экстремально засушливыми территориями являются районы: Ивацевичский, Волковыский, Житковичский, Ошмянский, Кличевский – для полуметрового слоя, и Ошмянский, Бобруйский, Пуховичский, Гомельский, Волковыский, Ивацевичский, Дрогичинский, Высоковский – для метрового слоя.



**Рисунок 4 – Отношения значений влажности 95%-ной обеспеченности к среднегодовым значениям влажности почвы для Беларуси**

Как видно из рисунка 3 и рисунка 4, изменения продуктивных влагозапасов во времени имеют сложный характер, что свидетельствует о многофакторности изменения продуктивных влагозапасов.

### **Выводы**

Впервые для территории Беларуси выполнено районирование по экстремальным гидрологическим явлениям для продуктивных влагозапасов минеральных почв. Экстремальные гидрологические явления еще не изучены в должной мере, как того требуют различные отрасли народного хозяйства, но полученные в данной работе критерии ЭГЯ дают возможность в первом приближении оценить степень экстремальности засушливых и переувлажненных районов страны. В результате исследований определены количественные характеристики районов с неустойчивым увлажнением территории. На территории Беларуси имеют место районы экстремальных значений влагозапасов в виде засухи (территория Белорусского Полесья) и переувлажнения (территория Белорусского Поозерья). Размах колебаний продуктивных влагозапасов в ряде районов значителен, что вызывает определенные проблемы при возделывании ряда сельскохозяйственных культур. Составленные карты ЭГЯ могут помочь при решении проблем региональной гидрологии, связанных с изучением формирования и закономерностей водных режимов минеральных почв Беларуси. В связи с наблюдаемым потеплением климата проблема засухи будет усугубляться и расширяться на север республики, что требует более детального изучения этой проблемы.

### ***A.A. Volchek, N.N. Shpendik. Extreme Values of Productive Watersupplies of Mineral Soil on the Territory of Belarus***

The article is devoted to the existential analysis of productive watersupplies of mineral soil on the territory of Belarus. The geography of distribution of the basic kinds of risk that associated with soil watersupplies – soil drought and under wetting ground – is considered. Extreme years of rare repeatability of values of soil humidity below 5% and under 95% are accepted. Areas with the greatest displays of extreme values of soil productive watersupplies are revealed.

УДК 551.4 (476)

*Н.Ф. Гречаник*

## **ЧЕТВЕРТИЧНЫЕ ОТЛОЖЕНИЯ И КРУПНЫЕ ЛЕДНИКОВЫЕ ВАЛУНЫ ТЕРРИТОРИИ ПРИБУГСКОГО ПОЛЕСЬЯ**

В статье на основе фактического материала, собранного автором во время полевых исследований, и проведенного анализа картографических, аэрокосмических, фондовых материалов охарактеризованы четвертичные отложения на территории Прибугского Полесья. Дана характеристика стратиграфических горизонтов, выделены площади их распространения и литологический состав. Приведено описание пород, подстилающих четвертичные отложения. Выделены типы техногенных отложений в пределах территории. Выявлены места нахождения крупных валунов, произведено их описание, даны рекомендации по их охране.

### **Введение**

Территория Прибугского Полесья расположена на юго-западе Беларуси в бассейне реки Западный Буг. В геоструктурном отношении данная территория приурочена к крупной отрицательной тектонической структуре Русской плиты – Подляско-Брестской впадине, Луковско-Ратновскому горсту и Волынской моноклинали Волыно-Азовской плиты [1]. В антропогене на территорию Прибугского Полесья неоднократно вторгались покровные материковые оледенения. Этому во многом способствовали особенности тектоники и неотектоники региона. Территория Прибугского Полесья подвергалась экспансии среднеплейстоценовых материковых оледенений – наревского, березинского и припятского. Важную роль в формировании современного облика территории сыграли талые воды припятского ледника, а также процессы, связанные с геологической деятельностью постоянных, временных водотоков, озер, болот, ветра и гравитационных процессов. В результате геологической деятельности вышеперечисленных агентов на территории Прибугского Полесья сформировались четвертичные отложения.

### **Материалы и методика исследований**

Материалом для данной работы послужили исследования, проведенные автором в юго-западной части территории Беларуси в 1998–2006 гг. В процессе полевых работ в естественных и искусственных обнажениях изучались особенности отложений, которые сформировались в различных палеогеографических обстановках антропогена. В процессе камеральных работ анализировались топографические карты, аэро- и фото- и космоснимки исследуемой территории. Это позволило выявить площади распространения мезозойских, палеогеновых и неогеновых аккумуляций, подстилающих четвертичные отложения. Обобщение фондовых материалов, изучение описания скважин, пробуренных различными геологическими организациями, пронизавших всю мощность четвертичных отложений исследуемого региона, позволило выявить распространение ледниковых отложений, сформировавшихся в наревскую и березинскую ледниковые эпохи антропогена. Определение границ распространения этих аккумуляций и современных рельефообразующих отложений припятского оледенения способствовало восстановлению палеогеоморфологической обстановки накопления гляциальных отложений и на этой основе позволило выделить участки распространения конечноморенных образований и моренно-водно-ледниковых

аккумуляций, включающих в себе крупные валуны различного петрографического состава.

### **Результаты исследований**

Четвертичные породы в пределах территории региона залегают на юрских, меловых, палеогеновых и неогеновых образованиях [2]. Юрские породы, подстилающие четвертичные отложения, не имеют широкого распространения. Они выделены у д. Тиховоля Свислочского района в основании Наревской ложбины ледникового выпахивания (тальвег – 85 м) и представлены мергелями, известняками оксфордского яруса. На значительной площади региона четвертичные отложения подстилаются породами верхнего отдела меловой системы. Характер поверхности и состав верхнемеловых пород оказали влияние на структурные условия формирования более молодых отложений, в том числе четвертичных. Характер поверхности кровли верхнемеловых отложений волнистый, часто осложненный эрозионными размывами, углублениями, возникшими при ледниковом выпахивании, а также углублениями, связанными с карстовыми процессами. В большинстве, в пределах площади распространения, отложения верхнего мела представлены карбонатной (мергельно-меловой) толщей, и лишь в нижней части разреза (туронский ярус) незначительную часть его занимают терригенно-карбонатные отложения, представленные песчанистым мелом, известковистыми песками и песчаниками [2]. Отложения туронского яруса не получили широкого распространения на территории региона и встречаются спорадически на северо-западе в Наревской ложбине, на юге – у дд. Великорита, Гусак, на юго-востоке – у д. Радостово. Мощность их более 100 метров. Наибольшие площади в подстилающей поверхности четвертичных пород занимают отложения коньякского и сантонского ярусов [2]. Эти отложения распространены в районе Дивинской ступени и вдоль Северо-Ратновского разлома, а также возле г. Бреста, южнее и западнее г. Пружаны и в Наревской ложбине. Мощность отложений коньякского яруса, состоящих в основном из чистого мела с включением кремнистых стяжений до 25 м. Мощность отложений сантонского яруса, представленных мелом и мелоподобными мергелями с кремнистыми стяжениями, составляет 40–45 м. Верхнемеловые породы кампанского яруса подстилают четвертичные образования по линии от г. Высокое до д. Ставы Каменецкого района, д. Ставы – д. Клейники Брестского района. Мощность отложений, представленных чистым мелом, местами с включениями темно-серых глин, составляет 70–75 м.

На верхнемеловых отложениях залегают морские палеогеновые породы среднего эоцена (киевская свита) и верхнего эоцена – нижнего олигоцена (харьковская свита). Отложения киевской свиты в пределах региона имеют повсеместное распространение, лишь в районе г. Малориты они не обнаружены, это, возможно, связано с размывом и экзарацией их на неотектоническом этапе. Отложения киевской свиты представлены зеленовато-серыми, мелкозернистыми глауконитово-кварцевыми песками, бескарбонатными зеленовато-серыми алевритами, светло-серыми мергелями [2]. Среднеэоценовый возраст отложений этой свиты установлен калий-аргоновым методом по глаукониту и составляет 38,5–52,0 млн. лет [3]. Палеогеновые породы киевской свиты подстилают четвертичные породы на юге региона – деревни Повитье, Леликово, Новоселки, Меленково Кобринского района, на юге Жабинковского района и южнее г. Бреста. На западе региона доля этих пород снижается, они залегают в основании четвертичных отложений в виде узких, линейно вытянутых полос в направлении городов Высокое – Каменец – Брест; г. Каменец – д. Линово – г. Пружаны – г.п. Шерешево – д. Тиховоля.

В позднем эоцене началось формирование отложений харьковской свиты, длившееся до середины олигоцена. Отложения харьковской свиты, представленные

толщей мелкозернистых глауконитово-кварцевых песков, местами глинистых, проработанных окислами и гидроокислами железа, иногда слабосцементированными глинисто-кремнистым цементом, широко распространены в пределах региона [2]. Мощность отложений 15–20 м. Возраст отложений, определенный калий-аргоновым методом по измененному глаукониту из основания свиты, составляет 37–38 млн. лет [3]. Отложения харьковской свиты в основании залегания четвертичных отложений широкого распространения не получили. Наиболее крупный участок, где четвертичные аккумуляции залегают на отложениях харьковской свиты, находится возле дд. Городец – Большой и Малый Рудец – Онисковичи – Стародубцы Кобринского района. Отложения верхнего олигоцена формировались в восточной и северо-западной части региона в прибрежно-морских и континентальных условиях. Верхнеолигоценовые отложения подстилают четвертичные образования в центральной части Пружанского района.

Континентальные неогеновые отложения широко распространены в пределах территории. Они залегают на палеогеновых породах, часто с размывом. Отложения нижнего миоцена представлены образованиями аллювиальных, озерных и болотных фаций – серыми, темно-серыми, мелко- и разнозернистыми кварцевыми песками с примесью углистого материала и небольшими по мощности прослоями бурого угля. Отложения среднего миоцена представлены бурыми углями, углистыми темно-серыми мелкозернистыми, реже крупнозернистыми кварцевыми песками. В отложениях верхнего миоцена преобладают пестроцветные, преимущественно монтмориллонитовые глины и кварцевые пески (антопольская свита). Отложения нижнего и верхнего плиоцена представлены зеленовато-серыми алевритами и незначительной мощности светло-серыми мергелями (соколовская свита), светло-серыми алевритами и песками (грушевская свита) [2]. Мощность неогеновых отложений в пределах региона составляет около 36 м [4].

Четвертичные отложения повсеместно распространены в пределах региона. Они образуют сплошной покров различной мощности поверх более древних отложений, выстилающих субантропогенную поверхность. Для четвертичных отложений в пределах исследуемой территории характерны следующие черты: повсеместность распространения, неравномерность в распределении мощности, различный литологический и генетический состав, невыдержанность отдельных слоев и горизонтов по простиранию, существенные нарушения залегания в северной и южной части региона, которые вызваны проявлениями гляциотектоники.

Толща четвертичных отложений четко расчленяется на ледниковые и разделяющие их межледниковые горизонты. Наиболее представительными и широко распространенными являются ледниковые горизонты, состоящие из собственно ледниковых, потоково-ледниковых и озерно-ледниковых образований трех оледенений – наревского, березинского и припятского. Отложения межледниковых горизонтов, относительно маломощны, прерывисты и занимают малые площади.

В основу расчленения толщи четвертичных отложений региона положена стратиграфическая схема, разработанная сотрудниками лаборатории геологии антропогена Института геохимии и геофизики НАН Беларуси [5]. Согласно этой схеме антропоген подразделяется на два раздела – плейстоцен и голоцен. В свою очередь, в плейстоцене выделяются нижнее, среднее, верхнее звено, а в голоцене – современное звено. Нижнее звено плейстоцена включает гомельский надгоризонт (Igm), среднее звено – брестский (Ibs) надгоризонт, варяжский и ружанский горизонты, наревский (Inr), беловежский (Ibl), березинский (Ibr), александрийский (Ialk), припятский горизонты (Ipr), с днепровским и сожским подгоризонтами; верхний плейстоцен

включает муравинский (ШІmг) и поозерский (ШІрз) горизонты. Голоцен, включающий современное звено, представлен отложениями голоценового (НІ) горизонта.

Отложения гомельского надгоризонта в регионе не выделены. Отложения брестского надгоризонта составляют нижнюю, подморенную толщу антропогена. Они широко распространены в Каменецком, Жабинковском, Кобринском, Пружанском районах. Абсолютные отметки подошвы аккумуляций брестского надгоризонта обусловлены рельефом подстилающих коренных пород и отмечаются на уровне от 61,7 м у д. Куплин Пружанского района до 124,0 м у д. Зборомирово Брестского района. Чаще всего абсолютные отметки варьируют в пределах 79,0–100,0 м. Мощность отложений брестского надгоризонта составляет от 0,3 м у д. Дивин Кобринского района до 31,0 м у г.п. Шерешево Пружанского района.

Наревское время антропогена на территории северной части региона ознаменовано проникновением первого материкового оледенения. Крупные массивы отложений наревского горизонта распространены севернее г. Бреста, севернее и северо-западнее городов Каменец, Высокое, а также в бассейне реки Нарев у дд. Борки, Тушемля, Тиховоля, Доброволя, Незбодичи. В отложениях наревского горизонта выделяются подморенные отложения, подморенные отложения ледниковых ложбин и моренные отложения. Толщу наревских подморенных отложений составляют мелко- и тонкозернистые кварцевые пески, алевриты, реже глины. Мощность отложений составляет от 1,5–8,0 м. Выше в разрезе отложений залегают алевриты и серо-зеленые глины с маломощными прослоями тонкозернистого кварц-полевошпатового песка. Эти отложения залегают на самых высоких отметках подморенного рельефа от 105,0 до 115,0 м.

Наревские подморенные отложения ледниковых ложбин распространены в районе городов Брест, Каменец и вскрыты буровыми скважинами на глубинах 28,0–59,0–70,0 м. Мощность их составляет от 0,8 до 36,0 м, и представлены они разнотернистыми кварц-полевошпатовыми песками с включением глинистого материала и гравия.

Наревские моренные отложения приурочены к ложбинам ледникового выпаживания и размыва, тальвегам глубоких эрозионных врезов, депрессиям ложа пород антропогена, реже они залегают на склонах гляциокуполов и приподнятых выступах водораздельных поверхностей. В районе г. Бреста наревская морена отмечается в ледниковых ложбинах и залегают на отметках 28,0–30,0 м, на склонах поднимается до 85,0 м, а на водоразделах – до 102,0 м. Глубина залегания кровли наревской морены в районе г. Каменец составляет 115,0–120,0 м, в районе г. Кобрин – до 130,0 м. Мощность ее от 2,5 до 25,0 м. Моренная толща состоит из валунной супеси с прослоями слабожелезненного мелкозернистого песка, валунных зеленовато-серых суглинков и глин.

Беловежское время – первое межледниковье, наступившее после наревского оледенения. Отложения беловежского горизонта в пределах региона не имеют широкого распространения. Они расположены спорадически, занимая небольшие площади в Пружанском (Борки), Каменецком (Замосты, Полевая Речица), Брестском (Франополь), Малоритском (Гвозница), Свислочском (Доброволя, Незбодичи) районах. Гипсометрическое положение подошвы отложений беловежского горизонта находится на глубине 129,0 м у д. Гвозница и 115,8 м у д. Полевая Речица. Отложения представлены гиттией известковистой с редкими растительными остатками и обломками раковин моллюсков и разнотернистым песком.

Березинский ледник полностью покрывал территорию региона. Отложения березинского горизонта на территории региона представлены собственно ледниковыми, потоково-ледниковыми, озерно-ледниковыми и гляциоаллювиальными

аккумуляциями, сформированными деятельностью неманского (бугского) ледникового потока березинского ледникового покрова.

Наибольшие массивы моренных отложений находятся в Каменецком, Жабинковском, Пружанском, северной части Брестского районов. На территории Кобринского района моренные отложения отличаются островным размещением. Абсолютные отметки кровли морены изменяются от 50,0 м у д. Борки до 148,0 м у д. Орлянка Малоритского района. Мощность березинской морены различна и изменяется от 2,0 до 87,4 м. Максимальные мощности характерны для ледниковых ложбин. В Наревской ложбине моренные отложения имеют мощность более 80 м и представлены валунными темно-серыми супесями с линзами песчано-гравийного материала, разнозернистыми глинистыми песками. Наряду с моренными образованиями в пределах региона выделяют потоково-ледниковые, озерно-ледниковые, гляциоаллювиальные образования березинского горизонта. Потоково-ледниковые отложения представлены разнозернистыми песками с редкими включениями гравия, иногда мелких валунов и катунов глины. Такие отложения распространены восточнее г. Брест – д. Ракитница – д. Озяты Жабинковского района. Озерно-ледниковые отложения сложены тонкими супесями, мелкозернистыми песками. Наиболее широко они распространены в Кобринском районе. Гляциоаллювиальные отложения приурочены к долине р. Западный Буг, и представлены косослоистыми разнозернистыми песками с гравием и галькой.

Отложения александрийского межледниковья в регионе залегают на водораздельных участках, в локальных депрессиях, западинах, погребенных долинах на березинских, палеогеновых, неогеновых, реже меловых породах. Наибольшую площадь они занимают в окрестностях г.п. Шерешево Пружанского района. Подошва отложений александрийского горизонта залегает на глубине от 51,1 м у д. Борки до 150,0 м у д. Шестаково Каменецкого района. Мощность отложений варьирует от 0,2 м у д. Щеглики Жабинковского района до 26,0 м у д. Ставы Каменецкого района. Отложения горизонта представлены аккумуляциями озерного, аллювиального, озерно-аллювиального, болотного, озерно-болотного генезиса. Озерные, озерно-аллювиальные аккумуляции сложены тонкозернистыми и мелкозернистыми песками, алевритами, реже глинами, диатомитами, гиттиями, сапропелями. Аллювиальные аккумуляции представлены русловыми, пойменными, старичными фациями. В их составе преобладают пески разной крупности, тонкие глины, илы, реже гиттии. Аллювиальные и озерно-аллювиальные отложения вскрыты скважинами в долинах современных рек: Мухавца (дд. Тельмы, Бульково, Щеглики, Городец), Лесной (дд. Баранки, Демянчицы, Смуга),левой Лесной (д. Голосятино), Риты (д. Большие Радваничи). Озерно-болотные, болотные аккумуляции встречаются реже и представлены сапропелями, тонкими известковистыми илами, гиттиями, торфами.

Отложения припятского горизонта в пределах территории региона имеют широкое распространение и представлены отложениями днепровского и сожского подгоризонтов. Отложения днепровского комплекса распространены повсеместно, а граница распространения отложений сожского ледникового комплекса проходит в северной части региона. Отложения припятского горизонта в регионе являются рельефообразующими породами. Они включают материал собственно ледникового, потоково-ледникового, озерно-ледникового генезиса. Аккумуляции днепровского подгоризонта вскрываются в разрезах многочисленных скважин, выходят на поверхность по долинам рек и слагают верхнюю часть антропогенного чехла в центральной и южной части региона. Наиболее низкие абсолютные отметки подошвы отложений приурочены к погребенным долинам и ледниковым ложбинам и составляют 60,0 м в скв. 42 у д. Незбодичи. Абсолютные высоты их поверхности в пределах

конечно-моренных гряд составляют 170,0–178,0 у г. Высокое, 198,0 м северо-западнее д. Войская Каменецкого района. Мощность ледниковых отложений изменчива и составляет от 8,0 м у г. Малорита, 15,0 м у д. Бернады и г. Каменца, до 35,0–40,0 м у деревень Пограничная и Сушки Каменецкого района и г. Пружаны.

Потоково-ледниковые отложения днепровского подгоризонта имеют повсеместное распространение. Они подстилают и перекрывают днепровские моренные образования и представлены разнотернистыми, желтыми, желто-серыми, светло-серыми и бурными песками с линзовидными включениями гравия и гальки. Мощность отложений 10,0–20,0 м. Большие мощности потоково-ледниковых отложений отмечены в разрезах скважин у дд. Новый Двор (44,0 м) Брестского района, Стародубцы (40,0 м) Кобринского района. Озерно-ледниковые образования днепровского надгоризонта формировались в озерно-ледниковых водоемах в период наступания и отступания ледника. Абсолютные отметки подошвы залегания этих отложений составляют 90,0 м у г. Бреста, 94,0 м у д. Пограничная, 110,0 м у д. Задворяны Каменецкого района и д. Тростяница Кобринского района. Сложены озерно-ледниковые образования алевроитами, суглинками, глинами, часто с ленточной слоистостью. Мощность отложений составляет 8,0–20,0 м.

Отложения сожского подгоризонта в регионе по сравнению с днепровским отложением занимают меньшую площадь. Сожский ледник покрывал только северную часть территории. Абсолютные отметки кровли сожской морены лежат в пределах от 130,0 м у дд. Глушец, Чадель Пружанского района до 178,0 м у д. Студеники Свислочского района. Мощность моренных аккумуляций составляет от 0,7 м у д. Броды Пружанского района до 40,0 м севернее д. Каменюки. Сложена моренная толща красно-бурными и бурными грубыми супесями и суглинками с прослоями валунных песков, песчано-гравийного материала. В комплексе сожских отложений значительное место занимают потоково-ледниковые отложения. Они отмечены как в зоне распространения ледника, так и южнее его границы. Потоково-ледниковые отложения времени наступания ледника накладываются на аналогичные днепровские, составляют нерасчлененную потоково-ледниковую толщу мощностью до 50,0 м. Потоково-ледниковые отложения выполнены разнотернистыми песками с включением гравия и гальки. Мощность отложений составляет от 5,0 до 15,0 м, достигая в некоторых участках до 50,0 м (дд. Котра, Сосновка Пружанского района).

После припятского оледенения наступило время муравинского межледниковья, которое открывает верхнеантропогеновое звено стратиграфической схемы расчленения четвертичных отложений. Абсолютные отметки подошвы залегания муравинских отложений составляют 170,3 м у д. Великое Село Брестского района и 123,2 м у д. Мокраны Малоритского района. Мощность отложений составляет от 0,1 м у деревень Великое Село, Дивин до 11,6 м у д. Мокраны. Муравинские слои образованы отложениями аллювиального, озерного, озерно-болотного, болотного генезиса. Аллювиальные отложения муравинского горизонта в пределах региона выделены в цоколе первой надпойменной террасы р. Западный Буг. Эти образования сложены мелко-, средне- и крупнотернистыми песками, переслаивающимися между собой. Озерно-болотные отложения представлены тонкими супесями, мелкозернистыми песками, тонкими глинами. Болотные отложения сложены торфом со слабо разложившимися растительными остатками, в нижней части которых находятся линзовидные включения вивианита. Озерные аккумуляции выполнены тонкими суглинками, глинами с маломощными прослоями песков.

Поозерское время – этап геологической истории от конца муравинского межледниковья до начала голоцена. В течение раннепоозерского этапа в пределах региона происходило интенсивное накопление аллювиальных образований в долинах

рек Западный Буг, Мухавец, Лесная, Рита, Осиповка, Тростяница и др. В озерных бассейнах накапливались мелкозернистые пески, сапропели, а в болотных массивах – торфяные залежи. Зандры подвергались воздействию ветров, что способствовало образованию эоловых форм в виде песчаных бугров, гряд, дюн. Они сложены мелко- и среднезернистыми песками. В среднепоозерский этап происходит образование первой надпойменной речной террасы Западного Буга, Лесной и Мухавца. В верхнепоозерский этап территория региона развивалась в перигляциальных условиях. В таких условиях формировались эоловые отложения региона. В конце поозерского времени усиливалась эрозионная деятельность рек и происходило накопление аллювиальных толщ, представленных русловой, пойменной и старичной фациями в виде разнородных песков, глин, илов.

Аккумуляции голоценового горизонта завершают строение четвертичной толщи. Среди них распространены аллювиальные, озерные, озерно-аллювиальные, болотные, озерно-болотные, эоловые, пролювиальные, гравитационные, техногенные отложения. Аллювиальные отложения представлены разнородными песками кварц-полевошпатового состава, с незначительным включением темноцветных минералов. Озерные аккумуляции состоят из тонких супесей, мелко- и тонкозернистыми песками с прослоями глин, илов, сапропелей. Озерно-аллювиальные аккумуляции сложены тонко- и мелкозернистыми песками с прослоями супесей и суглинков. Болотные отложения сложены низинными торфами со слабо разложившимися растительными остатками. В нижней части отложений залегают сапропели. Озерно-болотные отложения представлены глинистым материалом, тонкими песками, супесями, торфами, сапропелитами и гиттиями. На притеррасных склонах речных долин Западного Буга, Мухавца, Лесной и на возвышенных склонах водораздельных участков развиты пролювиальные отложения. На открытых участках зандровых равнин распространены эоловые отложения.

В настоящее время в пределах региона значительные площади занимают техногенные образования. Техногенные отложения представлены новыми типами, не существовавшими в доантропогенном прошлом, техногенно измененными и техногенно обусловленными осадками. Среди техногенных отложений выделяются две группы: наземные и подземные. В группе наземных отложений выделяются следующие генетические типы: насыпные, засыпные, намывные, перемывные, агротехнические, отложения построек и сооружений, «культурного слоя», осаждения, техногенно измененные и техногенно обусловленные накопления. Новыми техногенными отложениями в пределах территории региона являются подземные. Этот вид отложений своеобразный и локализуется в Прибугском подземном газохранилище, расположенном в Каменецком и Брестском районах.

В толще четвертичных отложений региона в больших количествах встречаются валуны кристаллических магматических, метаморфических и осадочных пород. Валунность встречается повсюду на территории региона, местами образует скопления в виде валунных россыпей, валунных полей, каменистых почв.

Первые сведения о ледниковых валунах региона можно найти в работах А. Киркора, Д. Шоттера, М. Пружанского [6]. А. Киркором произведено описание крупных валунов междуречья Немана и Припяти, Д. Шоттером охарактеризованы ледниковые валуны в пределах территории Беловежской пуши. М. Пружанский произвел описание, составил каталог крупнейших валунов окрестностей г. Бреста.

На территории региона по состоянию на 2001 год два валуна являются геологическими памятниками природы республиканского значения [5]. Эти валуны находятся на территории Малоритского района и имеют название Большой камень и Большой камень питемский. Большой (Чертов) камень находится на северной окраине

д. Хмелевка. Его параметры – длина 2,52 м, ширина 2,15 м, высота 1,70 м, обвод 6,8 м. Валун является розовым среднезернистым гранитом и имеет уютнообразную форму. Второй валун – Большой камень питемский находится в 2,5 км к юго-западу от д. Богуславка в урочище Камень. Сохранившаяся глыба представлена светло-серым порфировидным гранитом размером 2,32x1,35x1,46 м, обвод 5,91 м, является частью более крупного, взорванного ранее, валуна. Сохранились три более мелких обломка. По словам П.И. Савчука (жителя деревни), ранее длина валуна составляла более 4,0 м, а в высоту он достигал 2,5 м.

По результатам исследований, проведенных в 1998–2006 гг. на территории Каменецкого, Пружанского, Брестского, Жабинковского, Кобринского районов, предложено объявить памятниками природы местного значения отдельные крупные валуны и их скопления (крушни). Среди отдельных валунов следует выделить валун светло-серого среднезернистого гранита, находящегося в 1,5 км западнее д. Бордевка Каменецкого района. Размеры валуна 3,10x1,95x1,35 м, обвод 9,25 м. Валун меньших размеров выявлены в окрестностях деревень Огородники, Макарово, Свитичи, Плянта, Заречье, Колодно, Токари, Волчин, Гремяча, Ставы, Новоселки, Паниквы, Новая Рясна, Пограничная, Дмитриовичи, Борщево, Шестаково, Проходы, Войская, пос. Беловежский, городов Высокое и Каменец. Следует выделить скопление валунов Высоко-Литовского песчано-гравийного карьера д. Миньковичи Каменецкого района. Ледниковые валуны карьера характеризуются большим количеством (98 штук), разнообразием петрографического состава и формы. Размеры валунов составляют от 1,5 до 3,0 метров. Уникальное для исследуемого региона скопление валунов карьера д. Миньковичи, в котором сконцентрированы крупнейшие и разнообразные в минералого-петрографическом отношении ледниковые валуны, следует объявить геологическим минералого-петрографическим заказником. Меньшее в количественном отношении скопление валунов выявлено у деревень Заречье и Новоселки Каменецкого района. Здесь в большом количестве отмечаются валуны следовики.

Много отдельных валунов и мест их скоплений выявлено на территории Пружанского района. Так, у д. Радецк насчитывается 28 валунов, свезенных с близлежащих полей. Размеры валунов составляют от 0,95 м до 2,3 м. Валун представлен магматическими (граниты, диориты, габбро), метаморфическими (гнейсы, гранитогнейсы, мигматиты) и осадочными (песчаник) породами. Некоторые валуны по своим параметрам и петрографическому составу относятся к уникальным, так как встречаются на западе страны крайне редко. Среди отдельных валунов следует выделить валуны следовики. Крупнейший из них находится в окрестности д. Обруб. Он имеет длину 1,5 м, ширину 1,45 м, высоту 1,0 м. Валун призматической формы. В петрографическом отношении это серый крупнозернистый гранит с ксенолитами гнейсовидной породы. Этот валун почитаем местными жителями, является местом паломничества. Такую же ценность представляет валун следовик у д. Смоляны. Валун следовик в окрестности д. Броды является серо-розовым мелкозернистым гранитогнейсом. Его параметры 1,65x1,01x1,10 м. На поверхности валуна два «следа» длиной 20 и 16 см. Валун относится к культовым камням, является местом паломничества. Кроме вышеперечисленных валунов следует отметить валуны, находящиеся в окрестностях деревень Ровбицк, Непомациновка, Красное, Лихосельцы, Староволя, Нестерки, Колядичи, Бортновичи, Линово, г.п. Шерешево и г. Пружаны.

На территории Брестского района ледниковые валуны наиболее часто встречаются в его северной части. Отдельные валуны и их скопления находятся у деревень Остромечево, Лыщицы, Холмицы, Чернавчицы, Большие Мотыкалы. Самый крупный ледниковый валун на территории района находится в 250 м западнее от областного онкологического диспансера у небольшого водоема. Каменная глыба

светло-серого среднезернистого гранита имеет неправильную форму, угловатая, длинная ось валуна ориентирована с запада на восток. Параметры валуна составляют: длина 4,32 м, ширина 2,16 м, высота 1,01 м. Форма со стороны верхней поверхности треугольная. На поверхности валуна четко выделяются зерна серого полевого шпата размером до 1,5 см, а также зерна белого и дымчатого кварца овальной формы до 7 мм. Темноцветные минералы представлены биотитом и в меньшей степени черным турмалином, отмечаются следы ожелезнения.

На территории Жабинковского и Кобринского районов ледниковых валунов не много. Так, на Жабинковщине они отмечены у деревень Орепичи, Верхи, Кривляны, Хмелево, Бульково, Задерть. Здесь особо следует выделить изделия из валунного камня в виде жерновых кругов и полукругов, находящихся в д. Бульково. Жерновой круг выполнен из темно-розового крупнозернистого гранита рапакиви диаметром 1,65 м, толщиной 0,45 м. Жерновой камень в виде сохранившегося полукруга выполнен из светло-серого крупнозернистого гранита диаметром 1,4 м толщиной 0,25 м. На западной окраине этой деревни находится крупный ледниковый валун светло-серого мелко-среднезернистого гранита размером 1,25х0,95х0,97 м.

На территории Кобринского района крупные ледниковые валуны отмечены в окрестностях деревень Тевли, Камень, Городец, Большие Корчицы, Новоселки.

Ледниковые валуны в пределах Прибугского Полесья в геоморфологическом отношении приурочены к участкам Вискулянско-Шерешевской, Пружанской, Высоковской, Каменецкой, Малоритской моренно водно-ледниковых равнин, в меньшей степени к участкам Право- и Лево-Мухавецкой водно-ледниковой равнины, еще в меньших количествах крупные ледниковые валуны встречаются на территории Мокранско-Хабовичской озерно-аллювиальной равнины [7].

### **Заключение**

Выполненные геолого-геоморфологические и стратиграфические исследования на территории Прибугского Полесья, изучение и обобщение фондовых материалов по этому региону позволили сделать следующие выводы:

- четвертичные отложения на территории региона имеют повсеместное распространение. Они формировались в различных палеогеографических обстановках, представлены различными генетическими типами и литологическими разностями. В стратиграфическом отношении они четко подразделяются на предледниковые, ледниковые и межледниковые горизонты. Ледниковые горизонты по мощности доминируют над межледниковыми;

- четвертичные отложения подстилаются аккумуляциями мезозойского (юрского и мелового) времени, палеогенового и неогенового времени кайнозоя;

- проведенные палеогеоморфологические реконструкции позволили выделить комплексы четвертичных отложений в пределах региона, которые сформировались в эпоху наревского и березинского ледниковых покровов;

- четвертичные отложения, сформировавшиеся в эпоху припятского оледенения в пределах региона являются рельефообразующими аккумуляциями;

- четвертичные отложения включают в себе крупные валуны различного петрографического состава, которые являются охранными объектами или могут стать ими в будущем. Крупные ледниковые валуны приурочены в основном к конечноморенным грядам, моренных и водно-ледниковых равнин и гораздо реже – к участкам озерно-аллювиальных равнин.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Тектоническая карта Белорусской ССР. Масштаб 1 : 500 000 / Под ред. Р. Г. Гарецкого. – Минск, 1974.
2. Геологическая карта дочетвертичных отложений Белорусской ССР. Масштаб 1 : 500 000 / Под ред. А. С. Махнач. – Минск, 1983.
3. Мурашко, Л. И. Изотопный возраст глауконитово-кварцевых пород палеогена Беларуси / Л. И. Мурашко // Літасфера. – 1994. – № 1. – С. 182–184.
4. Крутоус, Э. А. О плиоценовой флоре на западе Белоруссии / Э. А. Крутоус // Палеокарпологические исследования кайнозоя. – Минск, 1982. – С. 62–70.
5. Геология Беларуси / Под ред. А. С. Махнач, Р. Г. Гарецкого, А. В. Матвеева. – Минск : ИГН НАН Беларуси, 2001. – 815 с.
6. Гречаник, Н. Ф. Изученность рельефа Подляско-Брестской впадины / Н. Ф. Гречаник // Брестский географический вестник. – 2005. – Т. 5, Вып. 1. – С. 11–24.
7. Гречаник, Н. Ф. Геоморфологическое районирование территории Подляско-Брестской впадины / Н. Ф. Гречаник // Веснік Брэсцкага ўніверсітэта. – 2006. – № 1 (25). – С. 93–97.

***N.F. Grechanik. Quaternary Deposits and Large Glacial Boulders of Territory on the Pre-Bug Polesye***

On the basis of the actual material collected by the author during field researches, and the carried out analysis of cartographic, air-space, share materials the quaternary deposits on the Pre-Bug Polesye are characterized in article. The characteristic stratigraphical horizons are given; the areas of their distribution and lithological structure are allocated. The description of breeds spreading Quaternary deposits is made. Types of technogenical deposits are allocated within the limits of territory. The locations of large boulders are revealed, their description is made, and recommendations on their protection are given.

УДК 911.5 (476)

*Н.В. Михальчук, И.В. Ковалев, О.А. Галуц*

## **ОЦЕНКА АНТРОПОГЕННОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ЭКОСИСТЕМ ДЕПРЕССИОННО-КАРБОНАТНЫХ ЛАНДШАФТНЫХ КОМПЛЕКСОВ ПОЛЕСЬЯ: ПОПУЛЯЦИОННО-ИНДИКАТОРНЫЙ АСПЕКТ**

В работе изложены основные результаты оценки степени антропогенной трансформации экосистем депрессионно-карбонатных ландшафтных комплексов, находящихся в зонах техногенного влияния, на основе изучения популяционно-демографических особенностей индикаторного вида *Cypripedium calceolus* L.

### **Введение**

На современном этапе развития общества реализация положений концепции устойчивого развития, сформулированной во второй половине 80-х гг. Международной комиссией ООН по окружающей среде и развитию под руководством Г.Х. Брундтланд [6], возможна лишь при соблюдении принципа равноценности экономических, социальных и экологических интересов. Экологическая составляющая устойчивого развития предполагает обеспечение надлежащего качества компонентов природной среды – атмосферного воздуха, вод, почв, ландшафта в целом, сохранение биологического разнообразия, предотвращение деградации природно-ресурсного потенциала. Кроме того, все более отчетливо осознается необходимость учета в любых экономических моделях стоимости жизнеобеспечивающих услуг, оказываемых сохраненными экосистемами, – «экосистемных услуг» [8].

Несмотря на произошедшие позитивные сдвиги в оценке экологической ситуации на территории Беларуси, ее общее состояние все еще остается довольно сложным. Такое положение связано, главным образом, с ведущей ролью в формировании экологической ситуации проблем, унаследованных из прошлого. Подобная ситуация весьма характерна и для территории Белорусского Полесья: широкомасштабная и разносторонняя деятельность человека по вовлечению в хозяйственный оборот водных, минеральных, почвенных, растительных и иных ресурсов обусловила коренное преобразование ландшафтов, геопочвенных, почвенно-гидрологических, флористических и иных взаимосвязанных комплексов. Современное состояние и динамика геосистем Белорусского Полесья в значительной степени обусловлены влиянием крупномасштабных водно-земельных мелиораций – во второй половине XX ст. осушено около 2,1 млн. га заболоченных и переувлажненных земель или более 40% белорусского сектора Полесья (для сравнения: площадь болот в Западной Европе сократилась более чем на 80% !). Мелиоративная трансформация территорий, иные виды их техногенного преобразования актуализировали проблему обеспечения устойчивости экосистем, сохранения ландшафтного и биологического разнообразия региона. В условиях известной нехватки сил и средств оценка степени антропогенной трансформации экосистем должна основываться на тех модельных объектах (комплексах), компоненты которых наиболее чутко реагируют на изменения основных свойств окружающей среды, а в их составе – на индикаторных элементах (прежде всего, видах или популяциях), позволяющих с достаточной степенью объективности судить о глубине и направленности таких изменений. Наиболее простым и операционным подходом на экосистемном уровне может быть получение ответа на вопрос о состоянии популяций индикаторных видов [2]. Ввиду того, что

популяции одновременно выступают и элементами биосистем ценотического уровня, и реальными элементарными объектами в структуре вида [7], появляется возможность, во-первых, оценивать состояние соответствующих ценозов и экосистем, во-вторых, осуществлять слежение за состоянием вида в пределах ареала.

### **Объекты, условия и методы исследования**

В качестве объекта исследования выбраны мезоэкологические популяции (МзЭП) *Cypripedium calceolus* L. в пределах депрессионно-карбонатных (ДК) комплексов Брестского и Припятского Полесья. Согласно известной классификации [1] данный вид относится к функциональному типу редких растений с узким диапазоном биологических потенций. Это обстоятельство предопределяет чувствительность вида ко всякого рода нарушениям в эволюционно сложившихся местах обитания и поэтому состояние его популяций может играть индикаторную роль [9].

Выбор ДК-комплексов в ранге модельных обусловлен следующими обстоятельствами:

- широкая представленность в Белорусском Полесье (до 450 тыс. га [4]) и относительно равномерное пространственное распределение в регионе;
- расположение большинства вариантов ДК-комплексов в контактных зонах с крупными болотными массивами или внутри них, что позволяет индизировать состояние соответствующих экосистем в случае их антропогенных трансформаций;
- относясь к числу экотонных систем с высокой напряженностью биологических и почвенно-геохимических процессов, ДК-комплексы обладают необходимой чувствительностью как к антропогенным, так и естественным воздействиям, что позволяет своевременно регистрировать любые изменения в экосистемах (как на возрастание, так и на снижение степени неблагоприятного воздействия).

В генетическом профиле почв ДК-комплексов, как правило, отмечаются лугово-мергелистые отложения выпотного характера, отражающие супераквальные стадии их домелиаративного развития. Карбонаты представлены в основном  $\text{CaCO}_3$ . В горизонте А1к его содержание может достигать 30%, часто удваиваясь к горизонту Вк (глубина 30–50 см). На глубине 60–65 см от поверхности почвы количество карбонатов резко снижается. В постмелиоративный период подобные ландшафты развиваются преимущественно в элювиальных условиях, а на большинстве ступеней соответствующих катен доминируют карбонатно обусловленные сообщества.

МзЭП *C. calceolus* изучали в период 2000–2007 гг. на стационарных мониторинговых площадках (СМП), размещенных в подзоне грабовых дубрав южной части Брестского и Припятского Полесья на следующих ключевых участках: биосферный резерват «Прибужское Полесье» (МзЭП Гр1, Гр2), Брестский район, биологические заказники «Хмелевка» (Хм1 – Хм5), «Луково» (Л1 – Л8), Малоритский район, «Дивин – Великий Лес» (Лаз1, Лаз2, Вг, Дм, Мр, Ко), «Клища» (Би, Кл), Кобринский район, «Званец» (Зв), Дрогичинский район, «Бусловка» (Бс1 – Бс3), Березовский район, островные агроландшафтные местообитания ОАО «Днепробугское» (Орл, Мих, Орех, Ден, Уг, Мар) Кобринского района, а также перспективные для охраны объекты «Хотислав» (Хт1), «Высокое» (Вс), Малоритский район и «Сошно» (Сш), Пинский район. В качестве модельных выступали эдафические варианты сообществ грабовых дубрав.

Характеристику жизненного состояния растений определенного вида, выполненную с опорой на морфометрические параметры, принято называть виталитетом [3].

Жизненное состояние растений *C. calceolus* определяли по 3-м показателям: высота, средняя ширина настоящих листьев и ширина 2-го настоящего листа. В качестве учетной использовали морфологическую единицу – фитомер (наземный побег). Побеги вида ранжированы нами по уровню виталитета путем отнесения их к одному из 6-ти классов. При этом ранжированный ряд в рамках определенного критерия делили на равные интервалы, синхронизируя их с показателями выделения возрастных групп и с поправкой на особенности каждого из 3-х возрастных периодов. Учитывая неравнозначную роль передгенеративных, генеративных и постгенеративных растений в обеспечении самоподдержания популяции, для каждого возрастного периода установили разные максимальные баллы жизненности: 4,5 (шаг интервала 0,75); 6,0 (1,0) и 3,0 (0,5) соответственно. Очевидно, что подобная методика позволяет учитывать при определении жизненности такие характеристики популяции, как количество и виталитет побегов, а также – возрастной состав (генеративные побеги получают более высокие баллы жизненности, чем перед-, а тем более, постгенеративные) [5].

Подсчитав среднеарифметическую сумму баллов жизненности всех побегов на СМП, получали показатель жизненности  $P$  по соответствующему критерию всей МзЭП. Он включает в себя показатели жизненности передгенеративного периода ( $P_{Пг}$ ), генеративного ( $P_g$ ) и постгенеративного ( $P_{п}$ ). Жизненность МзЭП рассчитывалась как сумма произведений средних баллов жизненности ( $F$ ) каждого возрастного периода на количество растений ( $n$ ) этого возрастного периода на СМП:

$$P = F_{Пг} * n_{Пг} + F_g * n_g + F_{п} * n_{п}.$$

Для расчёта относительной жизненности МзЭП применяли формулу:

$$P_{отн.} = P / P_{max},$$

где  $P_{max}$  – сумма произведений максимальных баллов жизненности побегов каждого возрастного периода на количество побегов этого периода на СМП. Относительную жизненность МзЭП также определяли по каждому из примененных критериев. Когда  $P_{отн.}$  превышало 0,85, жизненное состояние определяли как «очень высокое», а соответствующие экосистемы характеризовали как «относительно ненарушенные» (степень нарушенности экосистем оценивали баллом 1); при значениях  $P_{отн.}$  в интервале 0,71–0,85 – «высокое», экосистемы относили к категории «слабо нарушенные» (балл 2); 0,56–0,70 – «среднее» – «средненарушенные» экосистемы (балл 3); 0,40–0,55 – «низкое» – «сильно нарушенные» экосистемы (балл 4) и менее 0,40 – «очень низкое» – «чрезмерно нарушенные» экосистемы (балл 5).

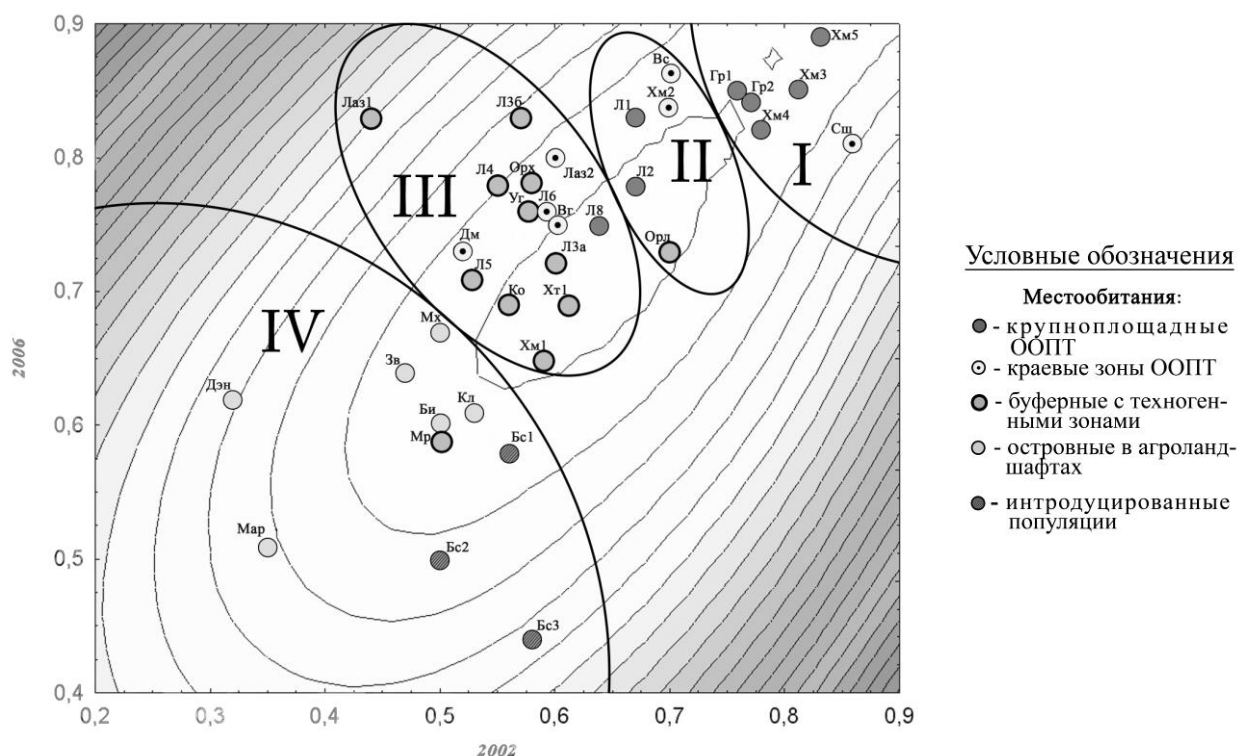
### Результаты и обсуждение

Сравнительный анализ уровней относительной жизненности МзЭП *C. calceolus* показал, что наиболее оптимальные условия для развития вида в изучаемых местообитаниях сложились в 2006 г., а самым неблагоприятным в 8-летнем цикле исследований оказался 2002 г. Результаты определения  $P_{отн.}$  и ее вариабельности в соответствующие периоды отражены на рисунке 1.

Установлено, что по рассматриваемым показателям совокупность исследованных МзЭП можно разделить на четыре группы:

1) *эталонные* популяции, местообитания которых расположены в глубинных зонах особо охраняемых природных территорий (ООПТ), в составе зрелых умброфитных сообществ, развивающихся в спонтанном режиме вне ареалов техногенных воздействий (МзЭП Гр1, Гр2, Хм3 – Хм5, Сш); уровень их относительной жизненности стабильно высокий ( $P_{отн.} > 0,76$ ) и мало зависит от погодноклиматических условий конкретного вегетационного периода. Изучение основных параметров популяций данной группы дает возможность получения «нулевого отсчета»

(к примеру, определение базового спектра возрастных состояний), исходных характеристик для сравнительного анализа материалов, полученных на антропогенно трансформированных территориях.



популяции: I – эталонные, II – равновесно-буферные, III – буферные, IV – импактные

**Рисунок 1 – Дифференциация МзЭП *C. calceolus* по уровням и вариабельности относительной жизненности**

Соответствующие экосистемы чаще всего относятся к категории слабо нарушенных (балл 2), реже – относительно ненарушенных (таблица 1).

2) *равновесно-буферные* популяции развиваются в ценозах, находящихся в зонах влияния мелиоративных систем (Вс, Хм2, Орл), а также в составе сообществ ООПТ (Л1, Л2); при этом даже в годы с неблагоприятным гидротермическим режимом демонстрируют уровень относительной жизненности выше среднего ( $P_{отн.} > 0,65$ ). Вариабельность данного показателя по годам наблюдений является незначительной. И хотя преобладающее количество экосистем относится к группе среденарушенных (балл 3), они, по-видимому, прошли этап стрессового постмелиоративного развития или вернулись в равновесное состояние после умеренного антропогенного воздействия (например, после рубок главного пользования вблизи МзЭП Л1, Л2, проведенных в 1986 г. до момента образования заказника «Луково»).

3) *буферные* популяции – приурочены к контактным с агроландшафтами экосистемам (Орх, Уг, Хм1, Хт1) или находятся в периферических зонах ООПТ под воздействием мелиоративных систем (Вг, Дм, Лаз2), а также в составе сукцессионных сообществ ООПТ (Ко, Лаз1, Л3 – Л6). Характерной отличительной чертой данной группы МзЭП является существенное колебание показателей  $P_{отн.}$  по годам наблюдений. Так, в 2002 г. значения  $P_{отн.}$  для МзЭП Лаз1 и Л3б оказались равными соответственно 0,44 и 0,57, а в 2006 г. – 0,83 и 0,78, т.е в годы оптимума приближались к показателям, свойственным эталонным популяциям. Следовательно, соответствующие экосистемы не утратили способности к самовосстановлению и в

случае прекращения или смягчения негативного воздействия могут эффективно обеспечивать развитие исследуемых МзЭП в режиме, близком к оптимальному.

Таблица 1 – Относительная жизненность МзЭП *S. calceolus* и степень антропогенной трансформации экосистем ДК-комплексов

| МзЭП | Р <sub>отн.</sub> |        | А          | Б   | МзЭП | Р <sub>отн.</sub> |        | А          | Б   |
|------|-------------------|--------|------------|-----|------|-------------------|--------|------------|-----|
|      | 2002г.            | 2006г. |            |     |      | 2002г.            | 2006г. |            |     |
| Хм3  | 0,81              | 0,86   | вс./оч.вс. | 1/2 | Уг   | 0,58              | 0,76   | ср./вс.    | 2/3 |
| Хм5  | 0,83              | 0,88   | вс.        | 2   | Л4   | 0,55              | 0,78   | ср./вс.    | 2/3 |
| Гр1  | 0,76              | 0,85   | вс.        | 2   | Хт1  | 0,62              | 0,69   | ср.        | 3   |
| Гр2  | 0,77              | 0,83   | вс.        | 2   | Хм1  | 0,59              | 0,66   | ср.        | 3   |
| Сш   | 0,86              | 0,82   | вс.        | 2   | Ко   | 0,56              | 0,69   | ср.        | 3   |
| Хм4  | 0,78              | 0,81   | вс.        | 2   | Л5   | 0,53              | 0,71   | нз./вс.    | 2/4 |
| Вс   | 0,70              | 0,85   | ср./вс.    | 2/3 | Дм   | 0,53              | 0,73   | нз./вс.    | 2/4 |
| Хм2  | 0,69              | 0,83   | ср./вс.    | 2/3 | Лаз1 | 0,44              | 0,83   | нз./вс.    | 2/4 |
| Орл  | 0,70              | 0,72   | ср./вс.    | 2/3 | Мх   | 0,50              | 0,67   | нз./ср.    | 3/4 |
| Л1   | 0,67              | 0,81   | ср.        | 3   | Кл   | 0,54              | 0,61   | нз./ср.    | 3/4 |
| Л2   | 0,68              | 0,75   | ср.        | 3   | Би   | 0,50              | 0,61   | нз./ср.    | 3/4 |
| Л8   | 0,65              | 0,74   | ср./вс.    | 2/3 | Мр   | 0,50              | 0,59   | нз./ср.    | 3/4 |
| Вг   | 0,60              | 0,75   | ср./вс.    | 2/3 | Зв   | 0,64              | 0,55   | нз./ср.    | 3/4 |
| Л3б  | 0,57              | 0,80   | ср./вс.    | 2/3 | Дэн  | 0,32              | 0,62   | оч.нз./ср. | 3/5 |
| Л6   | 0,59              | 0,77   | ср./вс.    | 2/3 | Мар  | 0,35              | 0,51   | оч.нз./нз. | 4/5 |
| Орх  | 0,58              | 0,78   | ср./вс.    | 2/3 | Бс1  | 0,56              | 0,57   | ср.        | 3   |
| Лаз2 | 0,60              | 0,80   | ср./вс.    | 2/3 | Бс3  | 0,57              | 0,44   | нз./ср.    | 3/4 |
| Л3а  | 0,60              | 0,72   | ср./вс.    | 2/3 | Бс2  | 0,50              | 0,50   | нз.        | 4   |

Примечание: А – жизненное состояние МзЭП *S. calceolus*: оч. вс. – очень высокое, вс. – высокое, ср. – среднее, нз. – низкое, оч.нз. – очень низкое. Б – степень нарушенности экосистем, балл

4) *импактные* популяции испытывают наиболее сильное влияние хозяйственной деятельности человека и в подавляющем большинстве случаев расположены в островных агроландшафтных местообитаниях (Би, Дэн, Зв, Кл, Мар, Мх); характерны наиболее низкие показатели Р<sub>отн.</sub> Так, если усредненное значение относительной жизненности эталонных и равновесно-буферных популяций в период 2000–2007 гг. составило  $0,75 + 0,05$ , то для всех «агроландшафтных» МзЭП –  $0,62 + 0,11$ . Для типично островных популяций Мар и Дэн оно не превышало 0,50 при весьма значительной вариабельности по годам исследований. Особенно низким значение Р<sub>отн.</sub> этих двух популяций, отличающихся положением в открытых (осветленных) сообществах, оказалось в экстремальном по погодным условиям 2002 г. (длительный засушливый период) – соответственно 0,32 и 0,35. При этом даже в годы оптимума уровень их Р<sub>отн.</sub> оказывался низким или ниже среднего (0,51 – 0,62). Очевиден факт утраты некоторыми островными экосистемами, относящимися к категории сильно и чрезмерно нарушенных (баллы 4 и 5), свойств устойчивости и способности поддерживать близкий к оптимальному режим внутренней среды даже в благоприятные по гидро-климатическим условиям периоды.

Особую группу составляют интродуцированные популяции. Так, в 1997 г. из зон пирогенного влияния биологического заказника «Дивин–Великий Лес» были изъяты 188 побегов *S. calceolus* и в слабо нарушенных сообществах грабовых дубрав

биологического заказника «Бусловка» сформированы три искусственные популяции – Бс1, Бс2, Бс3. Все они демонстрируют уровни  $P_{отн.}$  ниже среднего с тенденцией перехода к низкому жизненному состоянию в условиях относительной стабильности вмещающих фитоценозов. Такое положение может являться следствием локального воздействия на растения копытных животных, а также развитием популяций вне карбонатных эдафотопов – эволюционно закрепленных местообитаний. В любом случае, пропагандируемые мероприятия по перемещению узко специализированных видов из уязвимых экотопов должны сопровождаться тщательным подбором новых местообитаний в соответствии с эколого-биологическими особенностями вида.

Таким образом, мезоэкотопические популяции *S. calceolus* обнаруживают отчетливую дифференциацию по показателю относительной жизненности в зависимости от степени нарушенности вмещающих экосистем. Данный показатель может быть использован для оценки состояния экосистем ДК-комплексов, находящихся в зонах техногенного влияния. При этом достигается своевременная регистрация популяционных откликов не только на увеличение, но и на снижение степени неблагоприятного воздействия. Такая возможность, являясь труднодостижимой во многих используемых подходах, имеет принципиальное значение для получения оперативной информации о появлении позитивных сдвигов в состоянии экосистем в ответ на предпринимаемые природоохранные усилия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Заугольнова, Л. Б. Типы функционирования популяций редких видов растений / Л. Б. Заугольнова, С. В. Никитина, Л. В. Денисова // Бюллетень МОИП. Отд. Биол. – 1992. – Т. 97. – Вып. 3. – С. 80–91.
2. Захаров, В. М. Биотест : интегральная оценка здоровья экосистем и отдельных видов / В. М. Захаров, Д. М. Кларк. – М., 1993. – 68 с.
3. Злобин, Ю. А. Принципы и методы изучения ценологических популяций растений / Ю. А. Злобин. – М., 2006. – 456 с.
4. Мееровский, А. С. Карбонатно-солончаковый почвообразовательный процесс / А. С. Мееровский // Мелиорация : энциклопедический справочник. – Мн., 1984. – С. 223.
5. Міхальчук, М. В. Венерин чаравічак сапраўдны ў Брэсцкім і Прыпяцкім Палессі / М. В. Міхальчук – Брэст, 2002. – 136 с.
6. Наше общее будущее : доклад международной комиссии по окружающей среде и развитию. – М., 1989. – 376 с.
7. Парфенов, В. И. Структурно-функциональная организация и мониторинг фитопопуляций / В. И. Парфенов [и др.] // Проблемы экспериментальной ботаники. – Минск, 1997. – С. 48–54.
8. Тишков, А. А. Биосферные функции природных экосистем России / А. А. Тишков. – М., 2005. – 309 с.
9. Tyfeca, D. Les orchidees des forets // Reserves natur. – 1984. – № 4. – S. 27–31.

***N.V. Mikhalchuk, I.V. Kovaliov, O.A. Galuc. Evalution of Anthropogenic Transformation of Ecosystems in Polesie Descending-Carbonate Landscape Complexes: Population-Indicating Aspect***

The article contains the main results of the evaluation of the level of anthropogenic transformations of ecosystems in descending-carbonate landscape complexes situated in the zones of

technogenic influence on the basis of the research of population-demographic peculiarities of *Cypripedium calceolus* L. indicating type.

УДК 551.4+551.24

***В.П. Сайгак***

## **ПРИЧИНЫ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЭПИГЕОСИНКЛИНАЛЬНОГО И ЭПИПЛАТФОРМЕННОГО ГОРООБРАЗОВАНИЯ**

В статье рассмотрены причины и закономерности эпигеосинклинального и эпиплатформенного горообразования, являющиеся результатом наложения и противодействия друг другу законов Архимеда, осевого вращения Земли и тяготения. Такое объяснение предложено впервые и обосновано обширным материалом по строению горных сооружений почти всех континентов Земли.

Формирование любого участка суши начиналось с исходной стадии геосинклинального развития, ибо геосинклиналь – главное звено в цепи эволюции земной коры, этап качественного скачка – структура перехода океанической земной коры в континентальную. Поэтому очень важно определить причины и механизмы формирования этого начального и последующих звеньев в цепи эволюции континентальной земной коры. Конечным результатом его является возникновение горных сооружений эпигеосинклинального типа, превращающихся впоследствии в равнинно-платформенные образования. Последние же могут быть снова преобразованы в горные сооружения, но уже эпиплатформенного типа. Причины и механизмы этих процессов относятся к одним из наиболее неясных и дискуссионных вопросов наук о Земле. Выявлению этих причин и посвящена данная работа.

Геосинклинальные зоны на начальной стадии их развития приурочены, как правило, к приконтинентальной периферии океанов или же занимают территорию средиземных бассейнов, т.е. относятся к зонам наиболее контрастного рельефа: ибо дно океанов наиболее опущено по их приконтинентальной периферии, наиболее приподнято в их срединных частях, а поверхность континентов, наоборот, наиболее приподнята по их окраинам и наиболее опущена в их центральных частях.

Массивы суши постоянно подвергаются непрерывному разрушению, материал которого попадает в океаны и моря. Осадочные толщи в альпийских горных системах достигают мощности 20 км и более. В современных морях и океанах таких глубин нет. Не могло быть их и в прошлом, когда контрасты макрорельефа были меньшими [11]. Подобные толщи осадков могли накопиться только в процессе постепенного изостатического погружения в астеносферу с момента, когда она начала течь под их тяжестью как вязкая жидкость. Выклинивание мощности осадков в сторону материков и центральных зон океанов способствует неравномерному распределению в глубинах давления сверху, что обуславливает прогибание осадочных слоев в синеклизоподобные структуры.

Накопление осадочных пород и их погружение в астеносферу продолжается десятки и сотни миллионов лет, вследствие чего осадочные толщи попадают на глубины в недрах Земли, где существуют высокие температуры и колоссальные давления. Они полуплавятся и приобретают свойства исключительно высокой пластичности. При достижении уровня, превышающего максимальную глубину погружения самых возвышенных и наиболее мощных зон континентов, расположенных впереди по направлению течения вещества астеносферы, под влиянием одностороннего бокового давления, обусловленного подкоровыми течениями вещества астеносферы вследствие осевого вращения Земли, слои осадочной толщи сминаются в складки. В зоне под формирующейся антиклинальной складкой образуется область низкого

давления, в результате чего вещество астеносферы, находящееся в условиях высоких температур и огромного давления сверху, мгновенно переходит из твердого состояния в жидкое магматическое и газообразное. Процесс разуплотнения вещества астеносферы распространяется в виде цепной реакции далеко вглубь, создавая условия для формирования корней будущих гор.

Магма, увеличиваясь в объеме, заполняет полость антиклинальной складки. Увеличение объема внедряющейся магмы происходит в направлении к вершине складки в результате наличия там пространства, не заполненного магмой. Концентрация энергии расширяющегося вещества астеносферы поддерживается дальнейшим смятием складки ротационными силами. В осевой зоне антиклинали образуется область низкого давления и наименьшего сопротивления силам распирающей магмы и в результате оттока вещества осадочных слоев вниз по падению, растяжения и разрушения слоев в сводовой части. Вследствие этого в зоне под антиклиналями продолжает сохраняться область низкого давления, в то время как под одновременно возникающими синклиналями давление все время возрастает. Все это способствует более полной дифференциации магмы с образованием кислых интрузий в зоне антиклиналей (ввиду постоянно поддерживаемого относительно низкого давления и очень медленного остывания магмы), в процессе которого она теряет окиси и закиси железа, окись магния, окись кальция, но обогащается кремнеземом. Так постепенно формируются сложные складчатые структуры типа антиклинориев и синклинориев.

Рано или поздно магма в цоколе антиклинория начнет остывать и кристаллизоваться в различные гранитоидные породы. В этой стадии вслед за складкообразованием исключительной интенсивности достигает интрузивный магматизм, продолжают процессы метаморфизации осадочных пород, поднятия положительных складчатых структур вследствие внедрения менее плотного материала гранитно-гнейсовых корней в более плотное вещество астеносферы, завершающиеся общим воздыманием всей горной системы, что влечет за собой полное или частичное прекращение накопления осадков, глубокий размыв пород и возникновение горного рельефа.

Складчатые системы отделяются от платформ предгорными прогибами, формирующимися в процессе смятия слоев в складки и накопления у подножия гор обломочного материала. Толщи его прогибают недра Земли и создают вокруг основания горных хребтов, образующих антиклинорий той или иной системы, барьер, препятствующий горизонтальному движению вещества астеносферы и обуславливающий сравнительно низкое давление в зоне под складчатой системой, дальнейшее разуплотнение вещества и заполнение базальтом. Дифференциация вещества здесь будет происходить не до конца, останавливаясь на стадии формирования базальтов.

Дальнейшее поднятие, всплывание горной системы, глубоко внедренной корнями в астеносферу, происходит вследствие инверсии плотностей в соответствии с законом Архимеда. Таков же механизм послеоплатформенной активизации, которая проявляется при близком соседстве с молодыми геосинклинальными системами, образующими своими корнями по ходу движения вещества астеносферы барьер за складчатыми сооружениями более древнего заложения, и в ряде других случаев. Действительно, если вместо оттока пластичного вещества астеносферы из-под горного сооружения будет наблюдаться его приток под основание, то горная система, не имея возможности вытеснить из-под себя вещество верхней мантии, должна всплывать, нарушая изостатическое равновесие и формируя при этом положительные аномалии силы тяжести. Причиной, препятствующей оттоку вещества астеносферы из-под тех или иных горных сооружений, приводящей к формированию над горными хребтами

положительных аномалий силы тяжести, могут быть ротационно обусловленные перемещения его от полюсов к экватору, в соответствии с нашими представлениями, на юго-восток в северном полушарии и на северо-восток в южном. При этом за горными хребтами по ходу движения вещества астеносферы при уменьшении мощности земной коры под платформами подток астеносферного вещества вверх будет затруднен и поэтому произойдет его разуплотнение с превращением в базальтовую магму, а сама кора будет обрушиваться, образуя впадины, часто с отрицательными аномалиями силы тяжести, с магматическими внедрениями и излияниями лавы (Средне-Сибирское плоскогорье за барьером гор Бырранга с его знаменитыми траппами, плато Декан за Гималаями и т.д.). Так, после землетрясений в пределах Корякского нагорья 7 февраля и 28 мая 2006 года прибрежные районы залива Корфу с поселком Корф и селом Тилички Камчатского автономного округа опустились на 1 м и сюда хлынула соленая вода Берингова моря. Аналогичное явление произошло на берегах Байкала в 1861 году. «Заканчивался последний день декабря. В деревне вблизи устья Селенги жители собрались сесть за стол, чтобы встретить Новый 1862 год, как вдруг услышали глухой подземный шум. А вскоре этот шум перерос в гул большой бури, сами собой зазвонили церковные колокола, распахнулись окна и двери домов, раскрылись ворота и калитки в заборах. А затем начали трещать стены, падать крыши. Земля закачалась и стала опускаться вниз. К двенадцати часам первого дня Нового 1862 года из трещин в земле вырвались фонтаны грязи и горячей воды. Срубы деревенских колодцев поднялись из земли и превратились в столбы – так низко просела земля. Вода из Байкала в трех местах прорвала берег и хлынула в низину. Люди с трудом успели погрузиться в лодки. А весь скот, домашняя утварь и птица погибли под ледяными волнами озера. Вот так прямо на глазах очевидцев почти двести квадратных километров превратились в залив Провал десятиметровой глубины» [3]. Интересно, что после пятибалльного землетрясения 21 сентября 2004 года в Калининградской области и в Белостоке (Польша) спустя 9 дней, т.е. 30 сентября, в одном из колодцев на территории Литвы вода стала горячей, а 27 марта 2007 года в колодце в деревне вблизи Марьиной Горки Пуховичского района в одном из колодцев вода нагрелась до 60-80°C°.

И это не единственные примеры сравнительно недавних катастрофических погружений суши, не говоря уже о более древних свидетельствах таких погружений [5; 8; 9; 10]. Так, 7 июня 1692 года после трех сильных подземных толчков город Порт-Ройал в Центральной Америке внезапно погрузился под воду. Также образовался залив Кач к югу от дельты р. Инд. Примеров таких погружений достаточно много.

Так можно объяснить и явление послеплатформенной активизации, отмеченное для многих регионов Земли, но не имеющее до настоящего времени более или менее непротиворечивого объяснения. Такое объяснение нами предложено в 1980 году в небольшой книге [8]. Однако ввиду малого объема книги это объяснение подтверждено ограниченным количеством примеров. В этой работе мы попытаемся обосновать его на более обширном материале.

Итак, если на пути потока вещества астеносферы возникнут молодые складчатые горы, то складчатые структуры более древнего заложения, расположенные перед ними и срезанные с поверхности экзогенными процессами, превращенные в пенеплен, своими корнями будут еще глубоко погружены в вещество астеносферы. Притекая со стороны полюсов и встречая преграду на своем пути в виде корней молодых складчатых систем, оно будет накапливаться перед ними, поднимать свой уровень, выталкивать корни складчатых структур более древнего заложения, приводить к возрождению их горного рельефа вследствие инверсии плотностей в соответствии с законом Архимеда, к так называемой послеплатформенной активизации. Это хорошо видно при анализе тектонической и геоморфологической карт Земли. За барьером же

высоких гор с глубоко уходящими в астеносферу корнями более тонкая кора платформ будет обрушиваться, произойдут магматические внедрения и излияния лавы, что можно проследить на примере Евразии, Африки, Северной и Южной Америк, Австралии и Антарктиды. Да и формирование базальтового ложа морских и океанических впадин также связано с этими же процессами.

В процессе денудации (разрушения) гор, они, как бы высоки ни были первоначально вследствие их тектонического поднятия, будут понижаться. Ибо в противоборстве тектонических движений (поднятий), экзогенного разрушения (денудации) и переноса материала денудации в моря и океаны перевес рано или поздно перейдет к процессам экзогенного разрушения. Последние снивелируют, срежут горные хребты и заполнят межгорные котловины продуктами разрушения до состояния пенеплена или «почти равнины» (пример – Казахский мелкосопочник). Дальнейшая судьба пенеплена может быть различна. Иногда он взламывается глубинными разломами на отдельные блоки, которые могут подниматься в виде горстов или опускаться в виде грабенов. При этом горсты обычно соответствуют бывшим антиклинориям (или хребтам складчатых гор), а грабены – синклинориям (или межгорным впадинам бывших складчатых гор), хотя полное совпадение наблюдается не всегда. И тогда на месте пенеплена возрождаются снова горы. Но это уже не складчатые горы, а глыбово-складчатые или возрожденные, или регенерированные, или эпиплатформенные, надплатформенные, т.е. возникшие на месте бывших уже равнинно-платформенных территорий.

Таким образом, в пределах континентов наряду с остаточными древними горами и пенепленами (максимальные высоты которых обычно не выходят за пределы 1300–2000 м, а в пределах пенепленов понижены до первых сотен и десятков метров) встречаются горы, характеризующиеся высотой в 3–4–5 и до 7–8 км и более (Каракорум с вершиной Чогори – 8611 м), а также высокой тектонической активностью и сейсмичностью, а в некоторых случаях – современным вулканизмом. Анализ геологического строения таких гор показывает, что сложены они, как правило, древними кристаллическими породами, испытывшими складчатость и консолидацию в докембрии или же позже, во время байкальского, каледонского, герцинского или мезозойского орогенезов. Они имели когда-то платформенную структуру и равнинную форму, но в последующем тектонически активизировались.

К горам, возникшим на платформенной основе, относятся высочайшие горы Центральной Азии – Тянь-Шань и Куньлунь (на каледонско-герцинской структуре), в Восточной Сибири – Алтай (на герцинской основе и частично каледонской), Саяны и Байкальская горная система (на каледонской, байкальской и докембрийской структурах), горы Восточной Африки и прилегающей к Красному морю части полуострова Аравия (на докембрийских структурах), Северной (на основе мезозойских структур) и в меньшей степени Южной Америк, Австралии и др.

Амплитуда тектонических деформаций в горах этого типа за время альпийского орогенеза во время их синхронного с альпийским горообразованием возрождения составила от 5 до 15 км. В.Е. Хаин такие горные системы назвал «возрожденными горами» [12], другие известные российские ученые, такие как С.С. Шульц и др. [13], называют «областями молодого горообразования», В.В. Белоусов [1] – «активизированными платформами», М.В. Муратов [2] – областями эпиплатформенного орогенеза. Последний термин, на наш взгляд, более удачен, чем вышеприведенные, т.к. образован с участием приставки «эпи», как и горы эпигеосинклинальные.

Рельеф эпиплатформенных горных поясов отличается большим разнообразием, которое для разных горных стран определяется характером и возрастом исходных

структур, степени тектонической активности во время их кайнозойского возрождения, как правило, совпадающего с альпийским орогенезом, и последующего экзогенного преобразования. В то же время мегарельефу гор эпиплатформенного типа свойственны несколько общих черт: образование их в результате разрывной тектоники, более крутостенное строение, воздымание над прилегающими равнинами, иное соотношение в составе слагающих их гранитных и базальтовых слоев, включение в них высокоподнятых равнин в виде плоскогорий, плато, нагорий как следствие их былого выравнивания. Среди эпиплатформенных горных поясов географически и морфологически довольно четко выделяются три: Восточно-Африканский, Азиатский и горный пояс Кордильер Северной Америки.

Выявленные нами закономерности эпиплатформенного горообразования также очень хорошо выражены в Европе в виде возрожденных гор на палеозойском структурном основании, менее четко – в Южной Америке, в Австралии. Относительно происхождения таких гор более или менее непротиворечивого объяснения не существует. Нами такое объяснение было приведено ранее. Здесь же попытаемся обосновать его более детально фактическим материалом. Начнем с Восточно-Африканского эпиплатформенного горного пояса, возникшего на месте докембрийской платформы, которая, однако, различается в разных своих частях по возрасту складчатости от архейского до нижне- и среднепротерозойского, и местами территория образована верхнепротерозойскими выступами складчатого фундамента. На севере Африки Атласские горы образованы мезозойскими и альпийскими, на юго-западе от Атласских гор Анти-Атлас – герцинскими, на юге Африки, Капские горы – герцинскими структурами.

Восточно-Африканский пояс протягивается от р. Замбези на юге до Красного моря на севере. В целом это обширное нагорье, осложненное рифтовыми впадинами, часть из которых занята озерами (Рудольф, Мобуту-Сесе-Секо, Киву, Танганьика, Ньяса, Натрон и др.). При этом более молодые нижне- и среднепротерозойские, а местами и верхнепротерозойские структуры приурочены к восточной части этого пояса. А к западу и на стыке более древних архейских и более молодых нижне- и средне-, а местами и верхнепротерозойских структур были подняты наиболее высокие глыбовые горстовые хребты. К востоку же и к северо-востоку в южном полушарии и к югу-востоку в северном возникли грабены или рифты, занятые озерами, а также зоны излияния лав, образующие местами совместно с протерозойскими структурами сложнопостроенные нагорья типа Эфиопского. Так, в центре Африки в зоне Африканских рифтов, к востоку от глыбовых гор Митумба с положительной аномалией силы тяжести располагается зона отрицательных аномалий силы тяжести, приуроченная к рифтам, занятым озерами Киву, Кьога, Мобуту-Сесе-Секо, Танганьика, Виктория и др. К зоне с отрицательными аномалиями приурочено высокорослое население Африки, называемое нилотами.

Существенное влияние на формирование рельефа Восточно-Африканского пояса оказали процессы интрузивного и, особенно, эффузивного магматизма в виде ряда действующих (Меру, Карисимби и др.) и потухших вулканов центрального типа (Килиманджаро), приуроченных к глубинным разломам меридионального направления на стыке разновозрастных архейских и протерозойских структур, испытывающих разный знак тектонических движений. К востоку от нижне- и средне-, а местами и верхнепротерозойских структур произошли опускания, в частности, к югу и к востоку от Эфиопского нагорья, а также в виде впадин озер Виктория, Танганьика, Ньяса, Рудольф, и др., и проявился трещинно-площадной вулканизм, подобный базальтовым покровам Колумбийского плато Северной Америки или же траппам Тунгусского бассейна Восточной Сибири, плоскогорья Декан на Индостане и т.д. Т.е. здесь

проявляется выявленная нами закономерность [8: 9; 10], суть которой в том, что за барьером молодых структур более древние погружаются в разуплотненную до магматического базальтового состояния мантию. Она по разломам поднимается наверх и изливается в виде лавовых покровов. А перед молодыми структурами по ходу движения вещества астеносферы структуры более древнего заложения поднимаются ввиду того, что уровень астеносферного вещества здесь повышается, и в соответствии с законом Архимеда происходит возрождение горного рельефа.

Рифты Восточной Африки продолжают на север впадиной Красного моря, ограниченной с западной стороны асимметричными сбросово-глыбовыми хребтами ниже- и среднепротерозойского возраста, а с востока – байкальского возраста, а также впадинами залива Акаба и Мертвого моря. На севере рифты залива Акаба и Мертвого моря продолжают разломами, которые пересекают в районе Центрального Кавказа (на меридиане вулкана Эльбрус) Альпийско-Гималайский внутриматериковый эпигеосинклинальный пояс гор. Они продолжают дальше на север в виде целой серии разломов через Кавказские минеральные воды. К ним приурочены лакколиты Пятигорья. К продолжению одного из этих разломов, возможно, приурочена долина Волги от г. Волгограда до г. Саратов. Правда, сам разлом в рельефе здесь не выражен, но высокий обрывистый и крутой берег Волги предопределен разломом, относительно которого долина реки Волги вследствие действия сил Кориолиса, абразии каспийских трансгрессий и по другим причинам перемещена на запад [8]. На северо-востоке эпиплатформенная горсто-грабеновая или рифтовая зона Восточной Африки через Аденский залив смыкается с рифтовой зоной Аравийско-Индийского срединно-океанического хребта.

Не в меньшей степени выявленные нами закономерности в соотношении возраста структур с характером их новейших тектонических движений в виде поднятий или опусканий выражены в центральных и западных районах Африки. Так, к востоку и юго-востоку от верхнепротерозойских байкальских выступов и ниже- и среднепротерозойских структур располагается впадина, в центре которой находится озеро Чад, а в южном полушарии к северо-востоку от выступа байкалид находится впадина бассейна р. Конго.

Не менее показателен в отношении выявленных нами закономерностей Азиатский эпиплатформенный горный пояс. Взять хотя бы вышеупомянутые горы Бырранга на Таймырском полуострове, сложенные с севера байкальскими структурами, поднятыми в виде горстов, ибо с юга они обрамлены более молодыми герцинскими структурами, за которыми по ходу движения вещества астеносферы произошли опускания участков Сибирской платформы в разуплотнившееся вещество мантии с образованием триасовых трапповых покровов Тунгусского бассейна. Такую же картину можно наблюдать к югу от Гималаев, где произошло формирование траппов плоскогорья Декан, или же в зоне кайнозойского вулканизма за барьером мезозойских структур на северо-востоке Сибири и т.д.

Азиатский эпиплатформенный горный пояс сформировался на структурах разного возраста – от докембрийских (Алданское нагорье, Становой хребет и т.д.), байкальских (Прибайкалье, Забайкалье и т.д.), каледонских, герцинских и до мезозойских включительно (горы Северо-Восточной Сибири, Дальнего Востока, Южного Тибета, Индокитая). Азиатский горный пояс испытал наиболее интенсивную тектоническую активизацию, что нашло отражение в рельефе: к нему приурочены высочайшие горные хребты земного шара – Тянь-Шань с вершиной пик Победы (7439 м) в массиве Хан-Тенгри, Кунылунь с горой Улугмузтаг (7723 м), Каракорум с вершиной Чогори (8611 м).

Анализ рельефа Азии с наших позиций чрезвычайно интересен и показателен, особенно ее центральной части (южная часть Сибири, Средняя и Центральная Азия), восточной (Китайская Республика), южной и юго-восточной (Индостан и Индокитай) частей. Именно здесь, на последних этапах геотектонического развития всего континента имели место весьма важные тектонические явления, резко отразившиеся на современном рельефе – процесс «тектонической активизации» отдельных частей платформ, возникших на разной тектонической основе. Этой новой формой тектонического развития земной коры в связи с дроблением жестких платформенных участков с пенепленизированной поверхностью на блоки и резкой дифференциацией их вертикальных движений было создано несколько мощных систем глыбово-складчатых эпиплатформенных гор с многочисленными внутренними межгорными впадинами, входящими в так называемый Азиатский горный пояс. Неслучайно именно в процессе исследований Азии возникло учение о неотектоническом этапе в развитии земной коры, об эпиплатформенном орогенезе (работы В.А. Обручева, Н.И. Николаева, С.С. Шульца и др.).

Здесь бóльший размах относительных высот между соседними вершинами горных хребтов и коренным ложем разделяющих их впадин. Если в пределах Восточно-Африканского горного пояса амплитуды относительных высот между вершинами хребтов и ложем впадин не выходят за пределы 7–8 км при сравнительно небольших различиях в возрасте их образующих структур (архей, нижний, средний и верхний протерозой), то в Азиатском поясе они достигают 12 км (при различии в возрасте структур от докембрийских – архейско-протерозойских до мезозойских и альпийских). Различия в соотношении исходных тектонических разновозрастных структур, асинхронность во времени и пространстве неотектонических движений в Азии явились причиной различия высот и морфологических черт рельефа в разных частях Азиатского пояса. Однако, несмотря на все эти различия, в современном мегарельефе Азиатский эпиплатформенный пояс предстает как единый со свойственной ему внутренней структурой – чередованием сравнительно узких, линейно вытянутых хребтов и впадин перед более молодыми горными хребтами эпигеосинклинального (складчатого) происхождения по ходу движения вещества астеносферы. Пожалуй, выявленные нами причины эпиплатформенного орогенеза наиболее четко подтверждаются именно на примере Азиатского пояса, да еще, может быть, Кордильерского пояса Северной Америки. Некоторые впадины Азии по морфологическому облику близки к рифтам Восточной Африки (сравните впадины озер Байкала, Хубсугула и Ньяса, Танганьики). Для этого пояса, как и для Африканского пояса, характерны нагорья, плоскогорья, плато как свидетельство бывшего выравнивания бывших эпигеосинклинальных, эпиплатформенных ныне гор до состояния пенеплена. Это высокие равнины Тибета, Северо-Байкальское, Алданское, Патомское, Колымское и другие нагорья, сырты Тянь-Шаня, плато Гоби, Алашань и многие другие.

О продолжающихся в пределах описываемого пояса интенсивных тектонических движениях показывает его высокая сейсмичность, а в недавнем прошлом – и вулканизм, о чем свидетельствуют горные породы и поствулканические процессы, как, например, гейзеры на Тибете и фумаролы в восточной части Куньлуня и т.д.

Огромные пространства, занимаемые Азиатским эпиплатформенным горным поясом, а также значительные абсолютные и относительные высоты в его пределах обусловили разнообразие экзогенных процессов и ими созданных скульптурных форм, начиная от аридно-денудационных внизу до нивально-гляциальных вверху.

Горы Азиатского эпиплатформенного пояса, как правило, более резко, крутостенно, почти отвесно поднимаются над прилегающими равнинами, ибо имеют уже дизъюнктивную или глыбовую природу, т.е. подняты по разломам в виде горстов или опущены в виде грабенов. Этим и еще целым рядом других особенностей они отличаются от гор складчатых или эпигеосинклинальных. Складчатые горы в соответствии с их строением, структурой должны характеризоваться более пологими, выпуклыми формами склонов, характерными, например, для Карпат, кроме тех, что поднимаются или поднимались выше снеговой линии и преобразованы на тех высотах каровыми ледниками в вогнутые склоны, переходящие выше в острые пикообразные вершины – карлинги.

Промежуточное положение между складчатыми горами и возрожденными эпиплатформенными занимают горы мезозойского орогенеза, такие, как горный пояс Кордильер в Северной Америке, горы Северо-Восточной Сибири (Верхоянский, Черский, Момский, Колымский и другие хребты), горы Дальнего Востока, горы, лежащие в основе Тибетского нагорья, Индокитая. Складчатые структуры этих гор, как, например, Каракорумов, возникших в киммерийскую складчатость, не были еще сnivelированы до основания, но были в той или иной степени выровнены, а затем значительно и неравномерно подняты неотектоническими движениями на еще большую высоту, глубоко расчленены эрозией и неравномерно денудированы. Поэтому для них также характерны высоко поднятые равнины в виде плато, плоскогорий и нагорий. На этом и на ряде других оснований их уже можно отнести к эпиплатформенным горам, возникшим на месте более молодого складчатого основания – мезозойского, хотя такие горы в виде срединных массивов могут включать и структуры более древнего складчатого основания, начиная от палеозоя и вплоть до докембрия.

Наиболее ярким примером эпиплатформенных гор, возникших на основе структур мезозойского и более древних возрастов, является Тибетское нагорье, представленное высокоподнятой равниной, в основе которой в восточной и южной частях лежат мезозойские структуры, в западной-северо-западной – высокоподнятый срединный массив докембрийского возраста в виде щита, а с севера эта высокая равнина (4000-5000 м над у. м.) обрамлена каледонско-герцинской дугой Кунь-Луня, а еще севернее, через каледонский срединный массив – байкалидами и каледонидами хребтов Алтынтаг и Нань-Шань. С юга же Тибетское нагорье обрамлено высоко поднятыми кайнозойскими Гималаями. Именно перед ними, т.е. перед более молодыми структурами, накапливается вещество астеносферы, перемещающееся от полюсов к экватору на юго-восток в северном полушарии и на северо-восток в южном, и выталкивает корни мезозойских выровненных гор, срединного докембрийского массива и севернее расположенных герцинид, каледонид и байкалид. Именно такое последовательное при движении с юга на север изменение возраста складчатых структур от более молодых альпийско-мезозойских до более древних байкальских и архейско-протерозойских обусловило столь мощный и обширный по площади эпиплатформенный орогенез Центральной Азии в целом, Тибетского нагорья в частности.

Очень много таких же нагорий и плоскогорий, связанных с мезозойскими горами Кордильер, подняты перед более молодыми структурами и опущены по разломам за ними, т.е. за более молодыми в пределах Северной Америки. Это еще одно из подтверждений нами предложенного объяснения причин и механизма формирования эпиплатформенных гор. Эпиплатформенный горный пояс Кордильер возник на мезозойском, а местами на более древнем, докембрийском складчатом основании. С востока и северо-востока он ограничен системой хребтов – хребет Брукса, горы

Маккензи, Скалистые горы с наиболее высокой точкой горой Элберт (4399 м), с запада и северо-запада эпиплатформенные горы ограждены складчатыми хребтами альпийского орогенеза. Это Алеутский, Аляскинский хребты, Береговые, Каскадные хребты, Сьерра-Невада, западная Сьерра-Мадре, Восточная Сьерра-Мадре. Складчатые структуры гор значительно и неравномерно подняты, местами, наоборот, опущены неотектоническими движениями, глубоко расчленены и неравномерно денудированы. Так, к востоку, юго-востоку от молодых береговых хребтов мезозойские структуры опущены. Здесь расположены области проявления современного площадного вулканизма (плато Фрейзер, Колумбийское, впадина Большого Бассейна).

Мегаформы современного рельефа в значительной мере наследуют первичную (уже частично выровненную платформенную) структуру. Этим горный пояс Кордильер отличается от эпиплатформенных горных поясов Восточной Африки и Азии, где такого полного соответствия иногда не наблюдается. Накапливаясь перед основаниями горных систем более молодого возраста вещество астеносферы поднимало свой уровень и выталкивало в соответствии с законом Архимеда корни гор более древнего заложения, уже выровненных с поверхности, что приводило к возрождению их горного рельефа. Так, к северу от альпийских хребтов Алеутского и Аляскинского располагаются системы высоко поднятых плато, плоскогорий и нагорий: плоскогорье Юкон.

Плоскогорье Юкон – это система неравномерно перемещенных глыб, образующих ряд плосковершинных хребтов и плато и разделяющих их впадин, возникших перед молодыми альпийскими хребтами Аляски по ходу движения вещества астеносферы.

Рельеф центральной части Северо-Американского эпиплатформенного горного пояса характеризуется большим разнообразием. Общая черта ее морфоструктуры – большая тектоническая раздробленность, обусловившая в одних случаях, как правило, с восточной стороны горных мезозойских и кайнозойских структур, площадные излияния эффузивов и образование базальтовых плато (плато Фрейзер, Колумбийское, часть плато Колорадо), в других – образование системы глыбовых гор и разделяющих их сбросовых межгорных впадин (Большой бассейн).

Между Скалистыми горами и горами Бигхорн расположено Центральное плато с его Йеллоустонским национальным парком, с магматическим бассейном, уходящим на большую глубину, с его гейзерами и другими явлениями, а также следами колоссального извержения-взрыва, создавшего громадную воронку размером 50 × 70 км.

Сложным рельефом характеризуется Мексиканское нагорье, ограниченное с запада и востока горами Западная Сьерра-Мадре и Восточная Сьерра-Мадре альпийского орогенеза. Существенная роль в формировании рельефа этого региона эпиплатформенного горного пояса принадлежит эффузивному магматизму, приуроченному к зоне опускания, расположенной между двумя альпийскими по возрасту хребтами Сьерра-Мадре. Крупные вулканы функционируют здесь и сейчас: Попокатепетль, Орисаба и др. Приурочены они к глубинным разломам на стыке разновозрастных структур, испытывающих разный знак движений.

Эпиплатформенный горный пояс Кордильер ограничен с запада складчатыми горами альпийского орогенеза, возникшими на месте геосинклинальной зоны и являющимися поэтому эпигеосинклинальными. Последние характеризуются, как правило, прямым отражением геологических структур в рельефе, интенсивной сейсмичностью, а местами и современным вулканизмом. Именно альпийские сооружения обусловили такое строение Кордильер, в том числе большую тектоническую раздробленность, большую площадную изливаемость эффузивов с образованием базальтовых плато (аналогичных трапповым покровам Восточной

Сибири к югу от гор Бырранга и к востоку от байкалид Приенисейя, плоскогорья Декан к югу от гималайских хребтов, Армянского вулканического нагорья к югу от хребтов Малого Кавказа, траппам бассейна реки Параны к востоку от Анд и т.д.).

Значительная протяженность Кордильер по меридиану, широкое развитие внутренних плато, плоскогорий и нагорий, ограниченных с востока и запада высоко приподнятыми хребтами, обуславливают разнообразие современных геоморфологических процессов и связанных с ними различных форм рельефа: флювиальных, гляциальных (на севере) и аридно-денудационных (в центральной части и на юге). Именно Кордильеры как нельзя лучше демонстрируют правильность, реальность, истинность предложенных нами объяснений причин и механизма образования возрожденных, регенерированных или эпиплатформенных гор.

Глыбово-складчатые или эпиплатформенные горы будут иметь уже меньшую мощность континентальной коры (где-то порядка 50–60 км), чем горы складчатые. При этом корни их гор уже не будут уходить на глубину в 75–80 км. Да и устроены они будут уже чуть по-иному. Гранитный слой у них будет существенно уступать по мощности базальтовому, ибо граниты на большую глубину были срезаны еще в то время, когда эти горы были эпигеосинклинальными. Последние в свое время были разрушены до состояния почти равнины или пенеплена типа современного Казахского мелкосопочника. Именно поэтому возродившиеся или эпиплатформенные горы имеют в основном базальтовые корни. Базальтовые корни наращивались в период выравнивания бывшей горной страны в пенеплен и в последующее время всплывания, выталкивания остатков их «гранитных» корней во время регенерации, восстановления, в соответствии с законом Архимеда, возрождения их в виде эпиплатформенных гор.

При этом эпиплатформенные горы включают в себя бывшие выровненные пространства в виде обширных, очень высоких равнин, окруженных горными хребтами. Так, между хребтами Терской Алатау на севере и хребтами Южного Тянь-Шаня расположены на высотах более 3000 м знаменитые тянь-шанские сырты. Еще выше подняты равнины на Памирском и Тибетском нагорьях. Очень высоко подняты равнины в пределах Эфиопского нагорья, равнины в пределах Восточно-Африканского нагорья. Так или иначе с вышеизложенными процессами эпигеосинклинального и эпиплатформенного горообразования связано происхождение Иранского нагорья, Бразильского нагорья, Гвианского нагорья, Мексиканского нагорья, Анатолийского нагорья, Тувинского нагорья, Армянского вулканического нагорья, Витимского плоскогорья, Алданского нагорья, Корякского, Юкагирского плоскогорья, Чукотского нагорья.

Иногда же пенеплены погружаются ниже уровня моря, затапливаются морскими водами и постепенно перекрываются горизонтально залегающими пластами глин, песков, известняков, превращаясь в плиты платформ. Такая же участь ждет и возрожденные или эпиплатформенные горы. Они будут еще раз снижены, срезаны до состояния пенеплена, а пенеплен рано или поздно опустится ниже уровня океана, моря, далее будет перекрыт пластами известняков, глин, песков и других осадочных пород. Сам же он будет представлен в теле платформы ее кристаллическим складчатым основанием с небольшой мощностью гранитного слоя (не более 5 км). Платформа же, просуществовав десятки миллионов, а иногда и сотни миллионов лет, тоже опустится рано или поздно ниже уровня океана и превратится в морское дно, но уже с океаническим типом земной коры.

Нарисовав такой последовательный эволюционный ряд превращений океанической коры в континентальную кору горных сооружений, а последней – в равнинно-платформенные территории, перейдем далее к характеристике морфологии равнинно-платформенных территорий. Мощность коры равнинно-платформенных

территорий не превышает 30–35 км, местами же у древних докембрийских платформ она уменьшается до 20–15 км и менее. При этом на «гранитный» слой приходится не более 5 км, остальная толща сложена базальтами, подстилающими граниты, и осадочным чехлом, лежащим на гранитах. Платформам соответствует равнинный рельеф. При этом равнинный рельеф характеризует не только поверхность платформ, но и их основание, т.е. раздел Мохоровичича. Правда, в районе щитов, территорий, продолжающихся подниматься и в настоящее время, мощность гранитно-гнейсового слоя повышена и, как показали результаты бурения на Кольской сверхглубокой скважине, могут достигать 12262 м и более. Щиты являются промежуточной стадией перехода бывшей горной страны в платформу, в ее плиту. Что интересно, то с глубиной горные породы не становятся более плотными и менее водопроницаемыми и водонасыщенными. Начиная с глубины в 9 км, толщи оказались очень пористыми и буквально напичканы трещинами, по которым циркулировали водные растворы. На глубине оказалось гораздо жарче, чем рассчитывали. На отметке 7 км температура в забое скважины была 120°C, а на 12 км – достигала уже 230°C. Это как раз и подтверждает наши выводы о том, что блоки земной коры в районе платформ испытывают не только вертикальные поднятия и опускания по разломам, но и наклоны то в одну, то в другую стороны [4–9], что приводит к дроблению горных пород на отдельные, делает их трещиноватыми. Причины наклонов блоков нами объяснены инерционными силами, связанными с периодическими изменениями скорости осевого вращения Земли. Блоки земной коры погружены в вещество верхней мантии. При изменении скорости вращения Земли блоки коры и вещество мантии реагируют, вследствие разной инерции, по-разному.

Таким образом, исходя из всего сказанного выше, можно заключить, что накладываясь друг на друга, противодействуя друг другу, подобно лебедю, раку и щуке из басни И.А. Крылова, законы Архимеда, тяготения, осевого вращения Земли и приводят к формированию всего того разнообразия крупных форм рельефа, которое мы наблюдаем на Земле.

Как видно, природа устроена просто, но чтобы разобраться в простоте ее устройства, уходят годы, десятилетия. Иногда не хватает на это и целой жизни. И дело, начатое одним ученым, продолжает другой. Но когда разберешься, то возникает вопрос, что же здесь сложного и почему ученые так долго не могли решить эту проблему.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов, В. В. Основы геотектоники / В. В. Белоусов. – М. : Недра, 1975. – 264 с.
2. Муратов, М. В. Происхождение материков и океанических впадин / М. В. Муратов. – М. : Наука, 1975. – 176 с.
3. Разумов, Г. А. Тонущие города / Г. А. Разумов, М. Ф. Хасин. – М. : Стройиздат, 1991. – 256 с.
4. Сайгак, В. П. О причинах и закономерностях изменения структурных форм в разрезе осадочного чехла юго-востока Русской платформы // В. П. Сайгак. – Геологический журнал. – 1967. – Т. 27, вып. 6. – С. 54–64.
5. Сайгак, В. П. Неравномерность вращения Земли и геотектонические циклы. Проблемы планетарной геологии / В. П. Сайгак. – Астрахань: Изд-во Астраханского госпединститута, 1968. – 21 с.
6. Сайгак, В. П. О механизме формирования и периодического обращения в вертикальном разрезе осадочного чехла асимметричных локальных платформенных

структур (в связи с поисками нефти и газа) // В. П. Сайгак // Известия высших учебных заведений. Серия Нефть и газ. – 1978. – № 4. – С. 7–12.

7. Сайгак, В. П. Космические истоки изменчивости природы Земли / В. П. Сайгак // Известия Всесоюзного Географического общества. – 1978. – № 5. – С. 442–446.

8. Сайгак, В. П. Макроформы рельефа и вращение Земли / В. П. Сайгак. – Минск : Изд-во БГУ. – 1980. – 76 с.

9. Сайгак, В. П. Катастрофы пракоинтinentов: взгляд в прошлое и будущее / В. П. Сайгак // Адукацыя і выхаванне. – 1995. – № 2. – С. 105–111.

10. Сайгак, В. П. Происхождение крупных форм рельефа и структур земной коры, их асимметрии, надвигов, шарьяжей, аномалии силы тяжести / В. П. Сайгак. – Вестник Брестского университета. – 2001. – № 6. – С. 89–93.

11. Страхов, Н. М. Основы теории литогенеза, т. I–III / Н. М. Страхов. – М. : Изд-во АН СССР. – 1960. – С. 212, 574, 550.

12. Хаин, В. Е. Общая геотектоника / В. Е. Хаин. – М. : Недра, 1973. – 510 с.

13. Шульц, С. С. Тектоника земной коры / С. С. Шульц. – Л. : Недра, 1979. – 272 с.

**V.P. Saigak. The Reasons for and the Laws of Folded and Regenerated Mountains Formation**

This article deals with the reasons for and the laws of epigeosynclinal and epiplatformal orogenesis which are the result of putting on and counteraction between the laws of axial rotation of the Earth, terrestrial gravity and the laws of Archimede. This explanation is proposed for the first time and it is based on special materials about construction of rocks on all the continents of the Earth. This explanation has an important theoretical and practical meaning.

УДК 549.892.2

*С.Н. Шанина, М.А. Богдасаров*

## АМИНОКИСЛОТНЫЙ АНАЛИЗ ЯНТАРЕЙ И ЯНТАРЕПОДОБНЫХ СМОЛ ЕВРАЗИИ

В работе изложены первые результаты изучения аминокислотного состава янтарей и янтареподобных ископаемых смол различных проявлений Евразии.

### Объекты

Для исследований были отобраны пробы вязких и хрупких ископаемых смол из 15 различных проявлений и точек находок северной части Евразии, а также 2 пробы живицы современных хвойных (таблица 1).

Таблица 1 – Анализируемые пробы янтареподобных ископаемых смол Евразии

| Шифр   | Проявление              | Возраст           | Вид смол                       |
|--------|-------------------------|-------------------|--------------------------------|
| АБ-054 | Янтарный (Калининград)  | Pg <sub>2</sub>   | Сукцинит                       |
| МБ-011 | Клесов (Украина)        | Pg <sub>2-3</sub> | Гедано-сукцинит                |
| НЮ-001 | Песчаная р. (Пай-Хой)   | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| СШ-013 | Войты оз. (Пай-Хой)     | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| СШ-012 | Войты оз. (Пай-Хой)     | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-019 | Уголяк (Хатанга)        | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-021 | Янтардах (Хатанга)      | K <sub>2</sub>    | Геданит                        |
| МБ-010 | Н.Агапа (Усть-Енисейск) | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-013 | Романиха (Хатанга)      | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-023 | Найба (Сахалин)         | Pg <sub>1</sub>   | Румэнит                        |
| МБ-022 | Страдубское (Сахалин)   | Pg <sub>2</sub>   | Ретинит                        |
| МБ-018 | Тиммердых-Хая (Якутия)  | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-002 | Артем (Приморье)        | Pg <sub>2</sub>   | Ретинит                        |
| АБ-057 | Мал. Хинган (Д. Восток) | Pg <sub>2</sub>   | Ретинит                        |
| МБ-003 | Ани (Азербайджан)       | K <sub>2</sub>    | Ретинит                        |
| МБ-039 | —                       | —                 | Живица <i>Picea ajanensis</i>  |
| А-43   | —                       | —                 | Живица <i>Pinus silvestris</i> |

### Методика

Все образцы предварительно растирались в порошок и обрабатывались различными растворителями для удаления поверхностных загрязнений и свободных аминокислот. Для извлечения связанных аминокислот образцы подвергались кислотному гидролизу в 6М HCl при температуре 105°C в течение 12 часов. Полученные гидролизаты фильтровались, отгонялись на роторном испарителе при температуре 45°C и перерастворялись в 0,05М HCl. Полученный раствор очищался от

солей металлов 0,01М HCl. Очистка проводилась на колонке, заполненной сорбентом Dowex 50W X8. Извлечение аминокислот осуществляли с помощью 2,5М NH<sub>4</sub>OH. Полученный раствор отгоняли на ротаторном испарителе при температуре 45°C до полного удаления жидкости, перерастворяли в 0,1М HCl, замораживали и высушивали. Затем образцы этерифицировались пентафторпропионовым (PFP) ангидридом. Полученные N-PFP изопропиловые эфиры аминокислот растворяли в дихлорметане и переносили в вials для хроматографии. Анализы выполнялись на газовом хроматографе GC-17A (Shimadzu) с пламенно-ионизационным детектором. Для разделения энантиомеров полученных эфиров аминокислот использовалась колонка Chirasil-Val (длина 50 м, внутренний диаметр 0,25 мм). В качестве газа-носителя применялся гелий. Температура испарителя – 250°C, температура пламенно-ионизационного детектора – 275°C. Анализ проводился при следующих условиях программирования температуры термостата колонок: 4 мин в изотермическом режиме при температуре 90°C, затем подъем температуры до 210°C со скоростью 4°C/мин. Время анализа – 70 минут [1].

### Результаты исследований

Аминокислоты найдены во всех исследованных образцах. Содержание аминокислот изменяется от 0,05 до 0,4 мг/г в образцах (таблица 2). Максимальные концентрации аминокислот характерны для смолы современной сосны, янтара Прибалтики и Украины, а также ископаемой смолы Дальнего Востока (Малый Хинган). В данных образцах содержания аминокислот в 3–5 раз выше, чем в ретинитах Пай-Хоя, Хатанги, Сахалина и Якутии. Самое низкое содержание аминокислот установлено в ретините Южного Приморья (Артем). Не отмечено каких-либо изменений в содержании аминокислот в зависимости от возраста объектов. В ряде образцов содержание аминокислот было пересчитано с учетом содержания в них азота. Установлено, что среди ископаемых смол лучше всего сохранились аминокислоты в сукцините, где при низком содержании азота (0,17%) выявлено максимальное количество аминокислот (рисунок 1). В ретинитах Пай-Хоя, Сибири и Сахалина концентрации аминокислот значительно ниже, при довольно высоких содержаниях азота в образцах (около 1%).

Во всех исследуемых образцах преобладают аминокислоты, содержащие алифатические группы, несколько меньше содержится гидроксильных и кислых аминокислот (таблица 2, рисунок 2). По распределению гетероциклических, ароматических и основных групп четких различий в исследуемых образцах не выявлено. По групповому и индивидуальному составу значительно отличаются образцы желтой смолы оз. Войты (Пай-Хой) и темно-желтого ретинита Артема (Приморье). Для них же характерны и самые низкие содержания аминокислот. Живица характеризуется повышенными содержаниями кислых аминокислот (глутаминовой и аспарагиновой). В ископаемых смолах содержание кислых аминокислот (особенно аспарагиновой кислоты) уменьшается, возрастает роль алифатических аминокислот (рисунки 2–5). Практически во всех ископаемых смолах, по сравнению с живицей, возрастает доля глицина.

Наиболее отличается от всех изученных ископаемых смол сукцинит Прибалтики. Для него характерно преобладание алифатических аминокислот и приблизительно одинаковое содержание аминокислот с гидроксильными и кислыми группами (рисунок 2). Среди индивидуальных аминокислот преобладают глицин, серин и глутаминовая кислота (рисунки 3, 5). В гедано-сукцините, а также в геданите и румэните индивидуальный и групповой составы аминокислот похожи. В отличие от

сукцинита в них практически в два раза уменьшается доля аминокислот с гидроксильными группами (рисунок 2). Среди индивидуальных аминокислот преобладают глутамин, глицин и серин (рисунки 3, 5). В образцах установлено присутствие метионина. Еще одна особенность геданита и гедано-сукцинита – наиболее низкие значения отношения аспарагиновой кислоты к глутаминовой.

[illegible][illegible]

**Продолжение таблицы 2 – Содержание аминокислот в янтарях и янтареподобных ископаемых смолах Евразии, мкг/г образца**

| Аминокислота | АБ-054       | МБ-011       | НЮ-001      | СП-013      | СП-012       | МБ-019      | МБ-021       | МБ-010       | МБ-013       | МБ-023       | МБ-022       | МБ-018       | МБ-002      | АБ-057       | МБ-003      | МБ-039       | А-43         |
|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|
| D-Asp        | –            | –            | –           | –           | –            | –           | –            | –            | –            | –            | –            | –            | –           | –            | –           | –            | –            |
| L-Asp        | 22,4         | 21,2         | 1,2         | 0,9         | 5,0          | 3,3         | 9,6          | 18,2         | 17,1         | 16,3         | 4,0          | 15,2         | 4,1         | 22,6         | 8,1         | 16,1         | 54,3         |
| D-Glu        | 1,8          | –            | –           | –           | –            | –           | –            | –            | –            | –            | 0,3          | 0,2          | –           | –            | 0,4         | –            | –            |
| L-Glu        | 26,5         | 56,3         | 2,4         | 1,5         | 6,1          | 7,0         | 25,0         | 26,7         | 19,4         | 22,7         | 8,3          | 28,5         | 7,4         | 18,3         | 15,1        | 20,9         | 66,4         |
| D-Phe        | –            | –            | –           | –           | –            | –           | –            | –            | –            | –            | –            | –            | –           | –            | –           | –            | –            |
| L-Phe        | 12,1         | 14,7         | 2,7         | 1,4         | 5,9          | 2,1         | 6,4          | 12,0         | 17,4         | 8,1          | 4,4          | 9,0          | 2,2         | 13,3         | 4,5         | 7,4          | 28,1         |
| D-Tyr        | 1,2          | –            | 1,2         | 0,6         | 0,9          | –           | –            | –            | –            | –            | –            | –            | –           | –            | –           | –            | –            |
| L-Tyr        | 2,7          | 6,6          | 0,6         | 1,2         | 2,2          | 1,6         | 4,1          | 4,5          | 3,9          | 4,4          | 2,1          | 2,4          | 0,7         | 30,5         | 1,6         | 3,1          | 12,4         |
| D-Lys        | –            | –            | –           | –           | –            | –           | –            | –            | –            | –            | –            | –            | –           | –            | –           | –            | 3,2          |
| L-Lys        | 8,7          | 15,4         | 5,2         | 1,5         | 5,9          | 3,0         | 13,0         | 6,7          | –            | 8,5          | 3,1          | 6,1          | 0,2         | –            | 0,4         | 5,2          | 21,1         |
| <b>Сумма</b> | <b>240,4</b> | <b>331,1</b> | <b>65,5</b> | <b>47,0</b> | <b>107,9</b> | <b>58,8</b> | <b>124,2</b> | <b>189,7</b> | <b>201,3</b> | <b>144,2</b> | <b>109,5</b> | <b>146,4</b> | <b>47,4</b> | <b>424,5</b> | <b>94,6</b> | <b>124,0</b> | <b>418,6</b> |
| Сумма D      | 10,7         | 9,5          | 2,0         | 0,6         | 1,9          | 2,4         | 5,4          | 4,4          | 4,4          | 4,4          | 7,5          | 5,3          | 1,3         | 30,1         | 2,1         | 5,7          | 3,6          |
| Сумма L      | 229,7        | 321,6        | 63,5        | 46,4        | 106,1        | 56,4        | 118,8        | 185,3        | 197,0        | 139,7        | 102,0        | 141,1        | 46,1        | 394,4        | 92,5        | 118,2        | 415,0        |
| β-Ala        | 5,4          | –            | –           | –           | 0,8          | 0,6         | 0,8          | 1,8          | –            | 1,1          | 1,7          | 6,2          | –           | 7,1          | 3,0         | 1,8          | –            |
| δ-AVA        | –            | –            | –           | –           | 7,3          | 1,3         | 7,7          | –            | –            | –            | –            | 1,0          | 9,7         | –            | 10,2        | 2,7          | –            |
| γ-ABA        | –            | –            | –           | –           | –            | 1,6         | 1,4          | 2,7          | –            | –            | –            | 14,8         | 8,5         | –            | –           | –            | –            |

Примечания: – аминокислота не обнаружена; Ala – аланин, Thr – треонин, Val – валин, Alloile – аллоизолейцин, Ile – изолейцин, Ser – серин, Leu – лейцин, Pro – пролин, Met – метионин, Asp – аспарагиновая кислота, Glu – глутаминовая кислота, Phe – фенилаланин, Tyr – тирозин, Lys – лизин, β-Ala – β-аланин, δ-AVA – δ-аминовалериановая кислота, γ-ABA – γ-аминомасляная кислота.

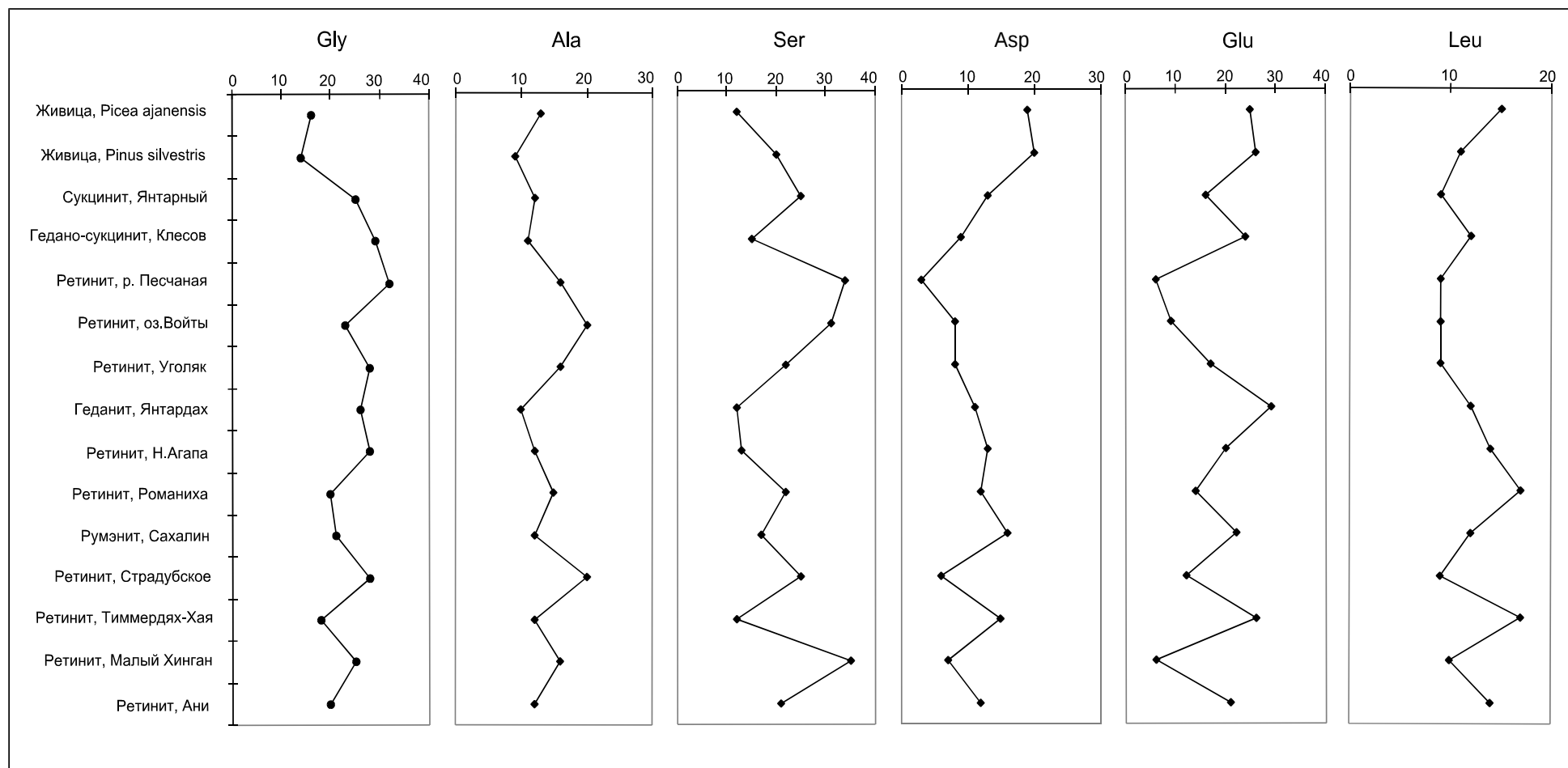
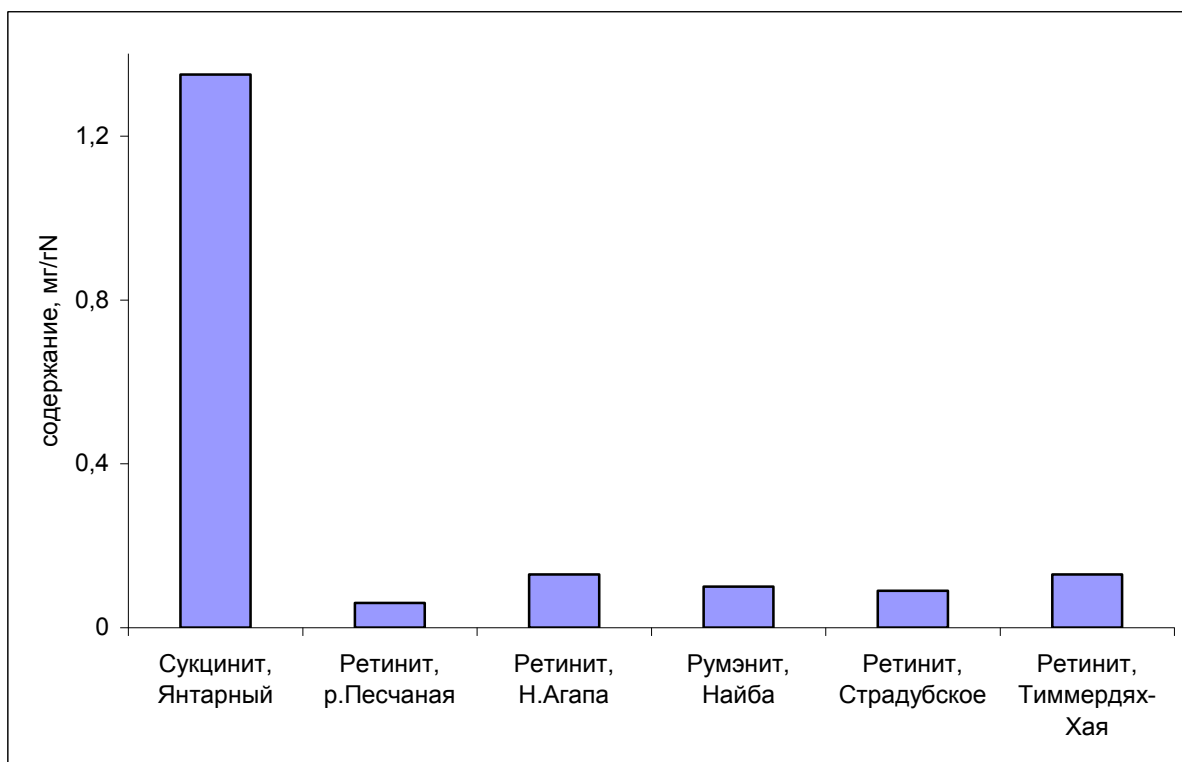
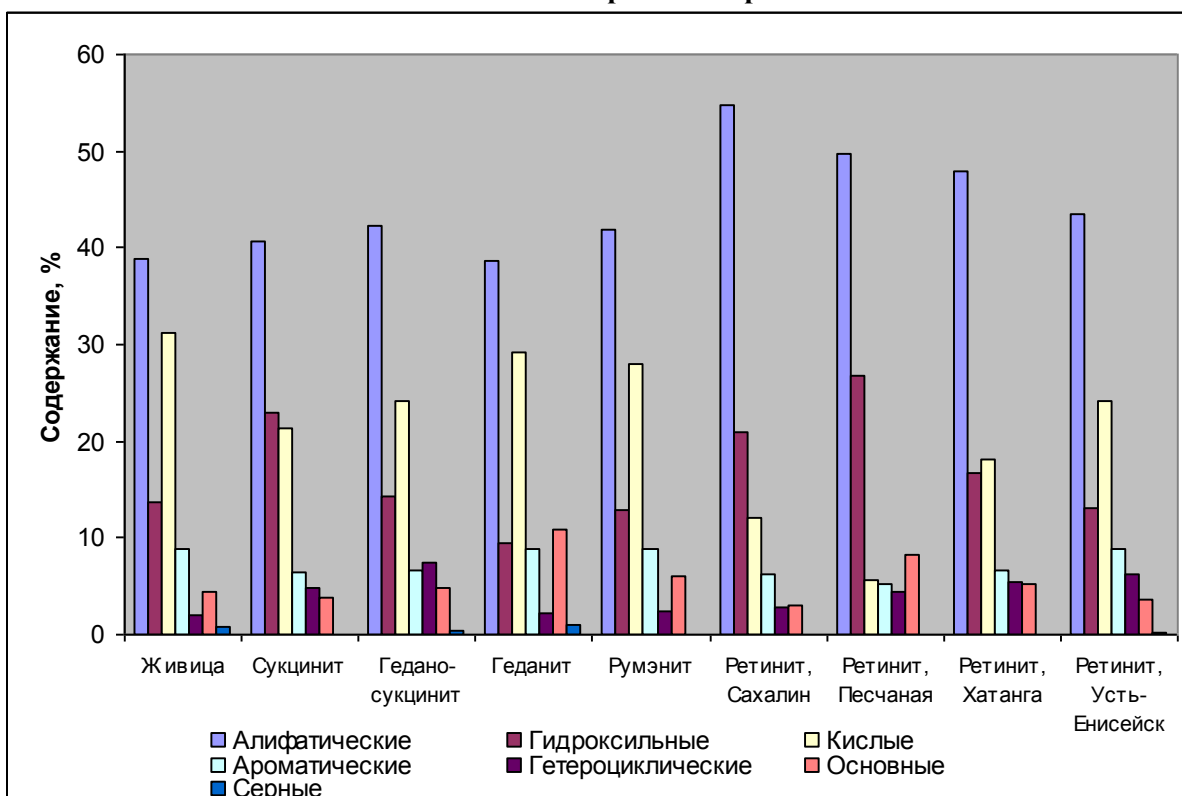


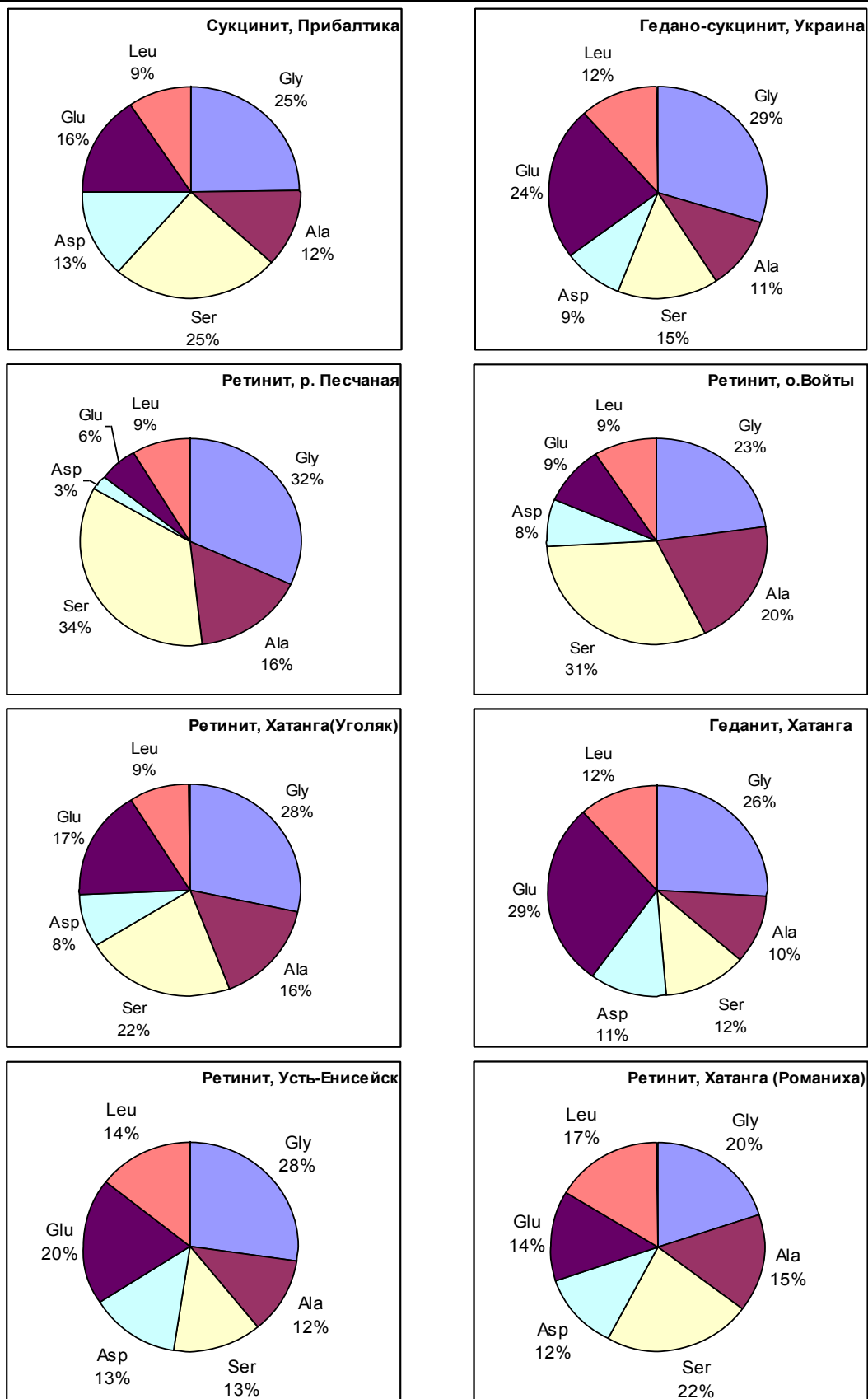
Рисунок 5 – Распределение некоторых аминокислот в янтарях, янтареподобных ископаемых смолах и живицах Евразии



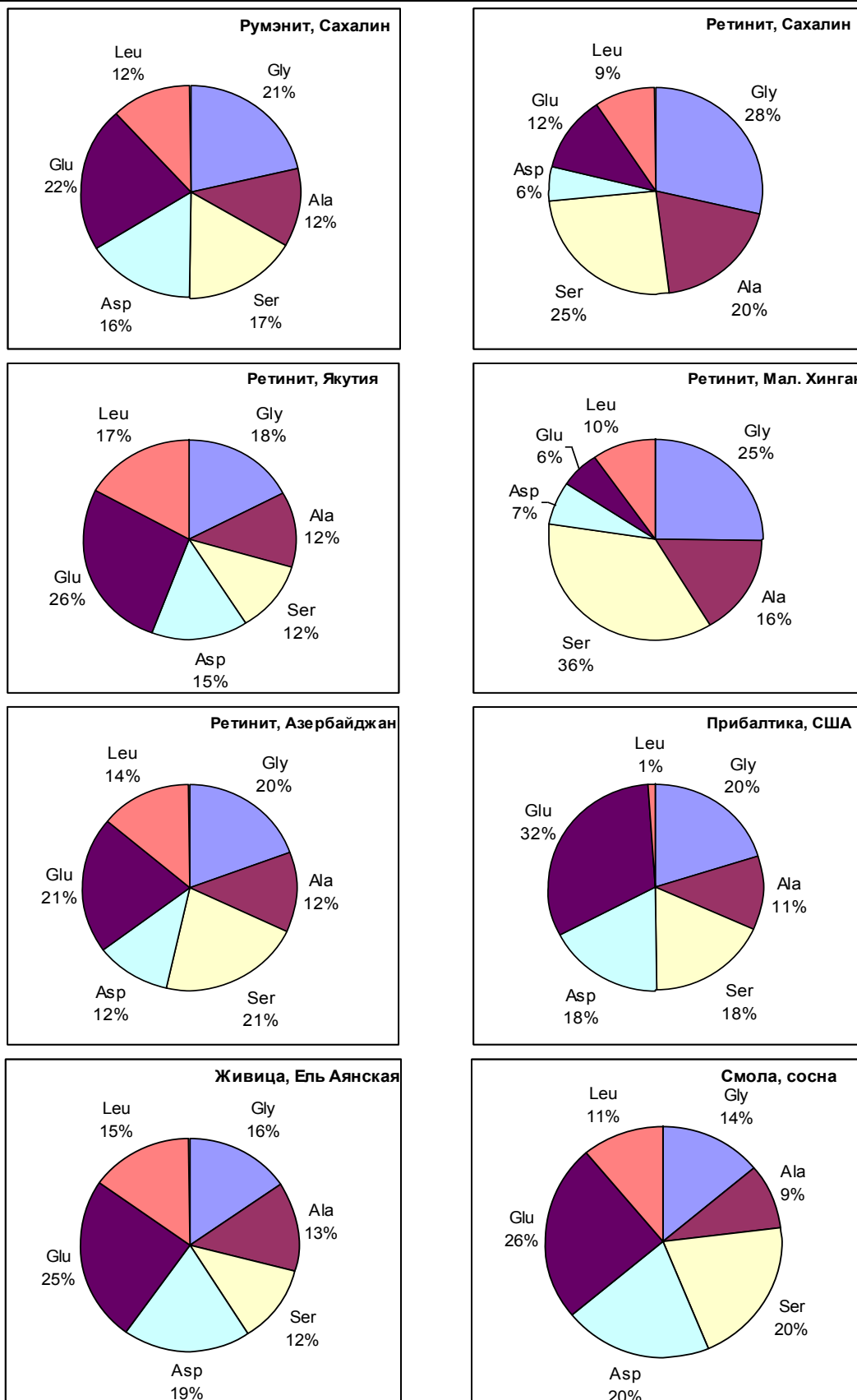
**Рисунок 1 – Содержание аминокислот в янтарях и янтареподобных ископаемых смолах Евразии в пересчете на азот**



**Рисунок 2 – Групповое распределение аминокислот в янтарях, янтареподобных ископаемых смолах и живицах Евразии**



**Рисунок 3 – Распределение индивидуальных аминокислот в янтарях и янтареподобных ископаемых смолах Евразии**



**Рисунок 4 – Распределение индивидуальных аминокислот в янтареподобных ископаемых смолах и живицах Евразии**

Значительные вариации в составе аминокислот характерны для ретинитов. Основные особенности изученных ретинитов – высокие содержания алифатических аминокислот (обычно более 40%) и отсутствие в них серосодержащей аминокислоты –

метионина (рисунок 2). В оранжево-красных и коричневых ретинитах доля кислых групп значительно ниже, чем в желтых, что вероятнее всего связано с их более высокой окисленностью. Среди индивидуальных аминокислот доминируют глицин, аланин, серин, лейцин и глутаминовая кислота (таблица 2, рисунки 3–5). Самыми низкими содержаниями кислых аминокислот отличаются ретиниты Пай-Хоя. Кроме того, здесь хорошо заметно изменение роли двух аминокислот: лейцина и изолейцина. Вместо обычного распределения, в котором лейцин обычно больше, чем изолейцин, здесь наблюдается противоположная картина. Особенно сильно это проявилось в образце светло-желтого сукцинита с оз. Войты (обр. СШ-13) для которого характерно резкое увеличение содержания изолейцина при резком понижении концентраций лейцина.

Довольно значительные отличия в составе аминокислот характерны и для ретинита Малого Хингана. Образец характеризуется резким преобладанием серина над треонином (0,02) при среднем значении показателя Thr/Ser 0,1–0,2. Кроме того, это единственный образец в котором среди ароматических аминокислот тирозин преобладает над фенилаланином.

Изменения аминокислотного состава, скорее всего, начинают происходить при попадании смолы в почву и/или на этапе размыва и переноса смолы. Они связаны с процессами разрушения исходных белковых соединений и дальнейшим вхождением отдельных аминокислот в состав высокомолекулярных и высококонденсированных органических структур фоссилизированного органического вещества, что и способствовало их сохранению. Значительные же вариации в составе аминокислот ископаемых смол вероятнее всего связаны с разнообразными условиями формирования и сохранности залежей ископаемых смол Северной Евразии, а также несомненным влиянием вечной мерзлоты на сохранность образцов Пай-Хоя, Сахалина и Сибири.

Результаты исследований свидетельствуют, что в живицах современных хвойных (ели и сосны) в основном преобладают гидрофильные аминокислоты (глутаминовая и аспарагиновая кислоты, глицин, серин, аланин, пролин, лизин, треонин) и содержится значительно меньше гидрофобных аминокислот (лейцин, изолейцин, валин, метионин, фенилаланин и тирозин). Известно, что полярные гидрофильные аминокислоты обеспечивают эластичность химических соединений [2]. В ископаемых смолах и, особенно в ретинитах, содержание гидрофильных аминокислот уменьшается. Этот факт может служить объяснением хрупкости ретинитов по сравнению с вязкими смолами, поскольку содержания аспарагиновой и глутаминовой кислот в них значительно ниже.

Практически во всех образцах даже в свежей смоле (живице) хвойных установлено присутствие D-аланина и значительных количеств глицина, которые часто входят в состав стенок микроорганизмов. Этот факт может служить одним из подтверждений о возможности присутствия внутри смол остатков различных микроорганизмов. То есть аминокислоты в ископаемых смолах, вероятно, имеют два основных источника происхождения: собственно клетки растений и микроорганизмы, попадавшие в древнюю живицу на ранних стадиях ее превращения в смолу.

Для всех образцов установлено резкое преобладание L-форм аминокислот (таблица 2). Следовательно, в изученных смолах практически не идут процессы рацемизации аминокислот (переход L- в D-форму), которые возможны в ходе диагенетических преобразований. Это подтверждает результаты, полученные ранее [3], где отсутствие рацемизации в ископаемых смолах связывают с «безводными свойствами янтарной матрицы». В гидрофобных образованиях, к которым относятся и ископаемые смолы, процессы рацемизации замедляются или подавляются, в связи с чем, заключенные в них аминокислоты сохраняют свою стереометрию.

Во многих образцах ископаемых смол и живиц найдены в небольших концентрациях  $\beta$ -аланин,  $\delta$ -аминовалериановая кислота и  $\gamma$ -аминомасляная кислота, которые могут образовываться в процессе диагенеза за счет реакций декарбоксилирования аспарагиновой и глутаминовой кислот.

## Выводы

Аминокислоты найдены во всех исследованных образцах ископаемых смолах и живиц Северной Евразии, их содержание изменяется от 0,05 до 0,4 мг/г образца. Источником аминокислот, помимо стенок растений могут быть и различные микроорганизмы, заключенные внутри смолы. Для всех ископаемых смол характерно замедление процессов рацемизации аминокислот. В вязких смолах видно значительное преобладание полярных гидрофильных аминокислот, что и обеспечивает их большую пластичность. Аминокислотный состав ископаемых смол Северной Евразии отражает не столько особенности родового и видового состава древней растительности, сколько связан с условиями фоссилизации самих ископаемых смол.

*Работа выполнялась в рамках совместного проекта БРФФИ № X06P-042 и РФФИ № 06-05-81007 «Ископаемые смолы Северной Евразии».*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шанина, С. Н. Определение энантиомеров аминокислот в природных органических соединениях / С. Н. Шанина, Д. А. Бушнев // Органическая минералогия : тез. докл. конф. – Петрозаводск, 2005. – С. 63–64.
2. Дроздова, Т. В. Геохимия аминокислот / Т. В. Дроздова. – М. : Наука, 1977. – 200 с.
3. Wang, X. S. Amino Acids in the Amber Matrix and in Entombed Insects // Amber, Resinite and Fossil Resins / K. B. Anderson, J. C. Crelling (Ed.). – Washington, DC : American Chemical Society Symposium Series, 1994. – P. 255–262.

**S.N. Shanina, M.A. Bogdasarov. Amino-Acids Analysis of Ambers and Amber-Like Fossil Resins of Eurasia**

The first results of studying of amino-acids structure of amber and amber-like fossil resins of various displays of Eurasia are stated in the article.

## ЗВЕСТКІ АБ АЎТАРАХ

**Абрамава І.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры геаграфіі Беларусі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Андрусевіч П.П.** – магістрант кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Багдасараў М.А.** – кандыдат геолога-мінералагічных навук, дацэнт, старшы навуковы супрацоўнік лабараторыі геадынамікі і палеаграфіі Інстытута праблем выкарыстання прыродных рэсурсаў і экалогіі НАН Беларусі.

**Барычэўскі А.І.** – асістэнт кафедры хіміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Булавін Л.А.** – доктар сельскагаспадарчых навук, вядучы навуковы супрацоўнік лабараторыі апрацоўкі глебы навукова-практычнага цэнтру па земляробству НАН Беларусі.

**Варатніцкая Т.І.** – асістэнт кафедры тэорыі імавернасцей і матэматычнай статыстыкі БДУ.

**Васіленка Ж.В.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт кафедры тэхналогіі праграміравання факультэта прыкладной матэматыкі і інфарматыкі БДУ.

**Волчак А.А.** – доктар геаграфічных навук, дацэнт, намеснік дырэктара па навуковай працы Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Галуц В.А.** – малодшы навуковы супрацоўнік лабараторыі аптымізацыі экасістэм Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Голуб Н.М.** – кандыдат хімічных навук, дацэнт кафедры хіміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Грачанік М.Ф.** – старшы выкладчык кафедры геаграфіі Беларусі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Гурская А.Я.** – студэнтка матэматычнага факультэта БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Дзямідчык А.У.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, старшы выкладчык кафедры агульнай фізікі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Дунай В.І.** – кандыдат біялагічных навук, загадчык кафедры псіхафізіялогіі гуманітарнага факультэта БДУ.

**Кавалёў І.В.** – малодшы навуковы супрацоўнік лабараторыі аптымізацыі экасістэм Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Левыкіна Л.А.** – студэнтка біялагічнага факультэта БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Матысік А.В.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры алгебры і геаметрыі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Михальчук М.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт, дырэктар Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Мірская А.І.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры інфарматыкі і прыкладной матэматыкі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Пілецкі І.В.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт ВДУ імя П.М. Машэрава.

**Плецюхоў У.А.** – доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Праліска Я.Я.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт кафедры матэматычнага мадэлявання БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Саванеўскі М.К.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры анатоміі і фізіялогіі чалавека і жывёл БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Саўчук В.Ф.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры інфарматыкі і прыкладной матэматыкі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Серы А.І.** – асістэнт кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Фяцісава С.А.** – аспірантка кафедры матэматычнага аналізу і дыферэнцыяльных ураўненняў БрДУ імя А.С. Пушкіна.

---

**Хоміч Г.Я.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры анатоміі і фізіялогіі чалавека і жывёл БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Шаніна С.М.** – кандыдат геолога-мінералагічных навук, навуковы супрацоўнік Інстытута геалогіі Комі НЦ УрА РАН (г. Сыктывкар).

**Шпендзік Н.М.** – **навуковы супрацоўнік Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.**

**Шык А.С.** – кандыдат сельскагаспадарчых навук, дацэнт, загадчык лабараторыі аграбіялогіі Палескага аграрна-экалагічнага інстытута НАН Беларусі.

**Шымалаў У.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры прыродазнаўча-матэматычных дысцыплін БрДУ імя А.С. Пушкіна.

**Юдаў А.А.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт кафедры алгебры і геаметрыі БрДУ імя А.С. Пушкіна.