УДК 539.12:530.145

**В.А. Плетюхов**
*д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. общей и теоретической физики Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина*

# ТЕОРИЯ РВУ И СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ

*Даны тензорная и матрично-дифференциальная формулировки релятивистского волнового уравнения, описывающего массивно-безмассовое скалярно-векторное поле с четырьмя типами векторных квантов: одним безмассовым и тремя массивными. Рассмотрены два варианта теории: с одним и двумя скалярными бозонами. Векторная составляющая этого поля может быть интерпретирована как электрослабое поле, а скалярная – как линейный аналог (аналоги) бозона Хиггса.*

## Введение

В работе [1] установлена принципиальная возможность построения релятивистского волнового уравнения (РВУ), описывающего массивно-безмассовое векторное поле с четырьмя типами носителей: тремя с ненулевой массой и одним безмассовым. При этом в качестве составной части такого поля в теории возникает скалярная частица с ненулевой массой. Необходимость появления последней диктуется одним из основных положений теории РВУ, согласно которому единый физический объект должен описываться не распадающимся в релятивистски-инвариантном смысле уравнением. Другими словами, с точки зрения теории РВУ скалярный бозон Хиггса представляет собой не просто «побочный продукт» принятого в Стандартной модели механизма генерации массы, но является необходимой составной частью электрослабого поля, если это поле трактовать как единый физический объект.

Однако в [1] предложен лишь один вариант теории массивно-безмассового скалярно-векторного поля, причём не самый общий. Учитывая важность данного вопроса, в настоящей работе мы дадим его всестороннее исследование, в том числе рассмотрим модель с двумя скалярными бозонами.

## Массивно-безмассовое векторное поле с одним скалярным бозоном. Тензорная формулировка

Сначала, как и в [1], будем исходить из волновой функции

$$\Psi = \psi_\mu, \tilde{\psi}_\mu, \psi_{\mu\nu}, \varphi_\mu, \tilde{\varphi}_\mu, \varphi_{\mu\nu}, \psi_0 \ , \tag{1}$$

где $\psi_0$ – скаляр; $\psi_\mu, \varphi_\mu$ – четырехмерные векторы; $\psi_{\mu\nu}$ , $\varphi_{\mu\nu}$ – антисимметричные тензоры второго ранга; $\tilde{\psi}_\mu, \tilde{\varphi}_\mu$ – псевдовекторы, дуально сопряженные тензорам третьего ранга

$$\tilde{\psi}_\mu = \frac{1}{3!}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\psi_{\nu\alpha\beta}\,, \quad \tilde{\varphi}_\mu = \frac{1}{3!}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\varphi_{\nu\alpha\beta} \tag{2}$$

($\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ – тензор Леви – Чивита, $\varepsilon_{1234} = -i$).

Из набора лоренцевских ковариантов, фигурирующих в (1), можно построить следующую релятивистски-инвариантную систему линейных уравнений первого порядка:

$$\partial_\nu \psi_{\mu\nu} = 0\,, \tag{3}$$

$$\alpha\,\partial_\nu \tilde{\psi}_{\mu\nu} + \beta\,\partial_\mu \psi_0 + m\tilde{\psi}_\mu = 0\,, \tag{4}$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \alpha^* \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \tilde{\psi}_\beta + m\psi_{\mu\nu} = 0, \tag{5}$$

$$\rho \partial_\nu \varphi_{\mu\nu} + \gamma \partial_\mu \psi_0 + m\varphi_\mu = 0, \tag{6}$$

$$\delta \partial_\nu \tilde{\varphi}_{\mu\nu} + \sigma \partial_\mu \psi_0 + m\tilde{\varphi} = 0, \tag{7}$$

$$\rho^* \; -\partial_\mu \varphi_\nu + \partial_\nu \varphi_\mu \; + \delta^* \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \tilde{\psi}_\beta + m\varphi_{\mu\nu} = 0, \tag{8}$$

$$\beta^* \partial_\mu \tilde{\psi}_\mu - \gamma^* \partial_\mu \varphi_\mu + \sigma^* \partial_\mu \tilde{\varphi}_\mu + m\psi_0 = 0. \tag{9}$$

Здесь $\alpha, \beta, \gamma, \rho, \delta, \sigma$ – произвольные комплексные параметры, $m$ – вещественный массовый параметр и для удобства записи использованы обозначения

$$\tilde{\psi}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \psi_{\alpha\beta}, \quad \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varphi_{\alpha\beta}. \tag{10}$$

Для установления физического смысла системы (3) – (9) найдём эквивалентные ей уравнения второго порядка.

Сначала подействуем на уравнение (5) оператором $\partial_\nu$

$$\Box \psi_\mu - \partial_\mu \partial_\nu \psi_\nu = 0. \tag{11}$$

Используя калибровочное преобразование

$$\psi_\nu \to \psi_\nu + \partial_\nu \Lambda, \tag{12}$$

на потенциал $\psi_\nu$ можно наложить условие калибровки Лоренца и привести уравнение (11) к виду

$$\Box \psi_\mu = 0, \quad \partial_\mu \psi_\mu = 0. \tag{13}$$

Теперь перепишем уравнение (5) в форме

$$-\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \psi_\beta + \alpha^* \; -\partial_\mu \tilde{\psi}_\nu + \partial_\nu \tilde{\psi}_\mu \; + m\tilde{\psi}_{\mu\nu} = 0 \tag{14}$$

и снова подействуем на него оператором $\partial_\nu$. Имеем

$$\alpha^* \; -\partial_\mu \partial_\nu \tilde{\psi}_\nu + \Box \tilde{\psi}_\mu \; + m\partial_\nu \tilde{\psi}_{\mu\nu} = 0. \tag{15}$$

Применяя к (4) оператор $\partial_\mu$, получим

$$\Box \partial_\mu \tilde{\psi}_\mu = -\frac{\beta}{m} \Box \psi_0. \tag{16}$$

Комбинация уравнений (4), (15) и (16) даёт соотношение

$$\Box \tilde{\psi}_\mu - \frac{m^2}{|\alpha|^2} \tilde{\psi}_\mu + \frac{\beta}{m} \partial_\mu \Box \psi_0 - \frac{\beta m}{|\alpha|^2} \partial_\mu \psi_0 = 0. \tag{17}$$

Отсюда с помощью подстановки

$$\tilde{\Psi}_\mu = \tilde{\psi}_\mu + \frac{\beta}{m} \partial_\mu \psi_0 \tag{18}$$

получим уравнение

$$\Box \tilde{\Psi}_\mu - \frac{m^2}{|\alpha|^2} \tilde{\Psi}_\mu = 0. \tag{19}$$

Кроме того, как следует из (16), (18), для $\tilde{\Psi}_\mu$ выполняется условие

$$\partial_\mu \tilde{\Psi}_\mu = 0. \tag{20}$$

Подействуем на (8) оператором $\partial_\nu$. Это даёт

$$-\rho^* \partial_\mu \partial_\nu \varphi_\nu + \rho^* \Box \varphi_\mu + m \partial_\nu \varphi_{\mu\nu} = 0 . \tag{21}$$

Из (16) вытекают равенства

$$\partial_\nu \varphi_{\mu\nu} = \frac{\gamma}{\rho} \partial_\mu \psi_0 - \frac{m}{\rho} \varphi_\mu , \tag{22}$$

$$\partial_\nu \varphi_\nu = -\frac{\gamma}{m} \Box \psi_0 , \tag{23}$$

Подставляя (2) и (23) в (21), приходим к уравнению

$$\Box \varphi_\mu - \frac{m^2}{|\rho|^2} \varphi_\mu + \frac{\gamma}{m} \Box \partial_\mu \psi_0 - \frac{\gamma m}{|\rho|^2} \partial_\mu \psi_0 = 0 . \tag{24}$$

Если ввести в рассмотрение вектор

$$\Phi_\mu = \varphi_\mu + \frac{\gamma}{m} \partial_\mu \psi_0 , \tag{25}$$

(24) принимает вид

$$\Box \Phi_\mu - \frac{m^2}{|\rho|^2} \Phi_\mu = 0. \tag{26}$$

При этом вектор $\Phi_\mu$ удовлетворяет аналогичному (20) условию

$$\partial_\mu \Phi_\mu = 0 . \tag{27}$$

Далее, сворачивая уравнение (8) с тензором Леви – Чивита, приведём его к виду

$$-\rho^* \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \varphi_\beta + \delta^* \; -\partial_\mu \tilde{\varphi}_\nu + \partial_\nu \tilde{\varphi}_\mu \; + m \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = 0 . \tag{28}$$

Из (28) следует уравнение второго порядка

$$\delta^* \Box \tilde{\varphi}_\mu - \delta^* \partial_\mu \partial_\nu \tilde{\varphi}_\nu + m \, \partial_\nu \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = 0 . \tag{29}$$

Подставляя в (29) вытекающие из (7) соотношения

$$\partial_\nu \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = -\frac{\sigma}{\delta} \partial_\mu \psi_0 - \frac{m}{\delta} \tilde{\varphi}_\mu , \tag{30}$$

$$\partial_\nu \tilde{\varphi}_\nu = -\frac{\sigma}{m} \Box \psi_0 , \tag{31}$$

Приходим к уравнению

$$\Box \tilde{\varphi}_\mu - \frac{m^2}{|\delta|^2} \tilde{\varphi}_\mu + \frac{\sigma}{m} \Box \partial_\mu \psi_0 - \frac{\sigma m}{|\delta|^2} \partial_\mu \psi_0 = 0 . \tag{32}$$

Опять, совершая замену

$$\tilde{\Phi}_\mu = \tilde{\varphi}_\mu + \frac{\sigma}{m} \partial_\mu \psi_0 = 0, \tag{33}$$

отсюда находим

$$\Box \tilde{\Phi}_\mu - \frac{m^2}{|\delta|^2} \tilde{\Phi}_\mu = 0 . \tag{34}$$

Из (31), кроме того, следует

$$\partial_\mu \tilde{\Phi}_\mu = 0 . \tag{35}$$

Возьмём, наконец, уравнение (9). Комбинируя его с соотношениями (16), (23), (31), получим уравнение второго порядка для скалярной функции $\psi_0$:

$$\Box\,\psi_0 - \frac{m^2}{|\beta|^2 - |\gamma|^2 + |\sigma|^2}\,\psi_0 = 0. \tag{36}$$

Уравнения (13), (19), (20), (26), (27), (34) – (36) показывают, что не распадающаяся в лоренц-инвариантном смысле система уравнений первого порядка (3) – (9) описывает полевую систему, которой сопоставляются четыре типа векторных (в смысле собственной группы Лоренца) частиц и одна скалярная. Одна из векторных частиц имеет нулевую массу, три другие имеют массы

$$m_1 = \frac{m}{|\alpha|}, \quad m_2 = \frac{m}{|\rho|}, \quad m_3 = \frac{m}{|\delta|}. \tag{37}$$

Скалярный бозон характеризуется массой

$$m_0 = \frac{m}{\sqrt{|\beta|^2 - |\gamma|^2 + |\sigma|^2}}. \tag{38}$$

Данная полевая система по всем признакам может быть идентифицирована как электрослабое поле. При этом существенным обстоятельством является то, что полевые величины $\tilde{\Psi}_\mu$, $\Phi_\mu$, $\tilde{\Phi}_\mu$, сопоставляемые массивным векторным бозонам, содержат в качестве составной части слагаемое $\partial_\mu \psi_0$. Тем самым, роль скалярного бозона в предлагаемой модели заключается в обеспечении единства указанных векторных бозонов. Что касается безмассового векторного поля с потенциалом $\psi_\mu$, то его «зацепление» (смешивание) с бозоном $\tilde{\Psi}_\mu$ осуществляется посредством уравнения (5). Таким образом, с точки зрения теории РВУ, использующей при описании элементарных микрообъектов только симметрии пространственно-временного происхождения, электрослабое поле как единый физический объект может существовать только совместно со скалярным бозоном. Последний, таким образом, является неотъемлемой компонентой этого поля.

**Матрично-дифференциальная формулировка**

Тензорная система (3) – (9) может быть записана в матрично-дифференциальной форме

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + m\Gamma_0)\,\Psi = 0, \tag{39}$$

где $\Gamma_\mu$ – четвёрка квадратных матриц, $\Gamma_0$ – особенная (проективная) матрица, имеющая в базисе (1) вид

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} 0_4 & \\ & I_{25} \end{pmatrix}. \tag{40}$$

Соответствующая системе (3) – (9) схема зацеплений неприводимых представлений группы Лоренца такова:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & 0,1 & & & & 0,1 & & \\ & \diagup & & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & \\ \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) & & & & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' - 0,0 - \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' & & & & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right). \\ & \diagdown & & \diagup & & \diagdown & & \diagup & \\ & & 1,0 & & & & 1,0 & & \end{array} \qquad (41)$$

Найдём вид матрицы $\Gamma_4$, играющей основную роль для РВУ (39) – (41), в базисе Гельфанда – Яглома [2].

Для удобства введём нумерацию представлений, содержащихся в схеме (41):

$$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) \sim 1\ \psi_\mu\ ;\quad \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' \sim 2\ \tilde{\psi}_\mu\ ;\quad 0,1\ ,\ 1,0\ \sim 3,4\ \psi_{\mu\nu}\ ;$$
$$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) \sim 5\ \varphi_\mu\ ;\quad \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' \sim 6\ \tilde{\varphi}_\mu\ ;\quad 0,1\ ,\ 1,0\ \sim 7,8\ \varphi_{\mu\nu}\ ; \qquad (42)$$
$$0,0\ \sim 9\ \psi_0\ .$$

Тогда для матрицы $\Gamma_4$

$$\Gamma_4 = \begin{pmatrix} C^0 & \\ & C^1 \otimes I_3 \end{pmatrix} \qquad (43)$$

и её спиновых блоков $C^0$, $C^1$ получим общие выражения

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & c^0_{19} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^0_{29} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^0_{59} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c^0_{69} \\ c^0_{91} & c^0_{92} & c^0_{95} & c^0_{96} & 0 \end{pmatrix},\qquad C^1 = \begin{pmatrix} C^{1\,\prime} & \\ & C^{1\,\prime\prime} \end{pmatrix}, \qquad (44)$$

$$C^{1\,\prime} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c^1_{13} & c^1_{14} \\ 0 & 0 & c^1_{23} & c^1_{24} \\ c^1_{31} & c^1_{32} & 0 & 0 \\ c^1_{41} & c^1_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix},\qquad C^{1\,\prime\prime} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & c^1_{57} & c^1_{58} \\ 0 & 0 & c^1_{67} & c^1_{68} \\ c^1_{75} & c^1_{76} & 0 & 0 \\ c^1_{85} & c^1_{86} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (45)$$

Инвариантность обсуждаемого РВУ относительно преобразований собственной группы Лоренца в данном случае каких-либо ограничений на элементы $c^0_{ij}$, $c^1_{ij}$ не накладывает.

Требование Р-инвариантности по отношению к электрослабому полю не является обязательным. Поэтому остаётся наложить условие возможности лагранжевой формулировки теории

$$c^s_{\tau\tau'}\,\eta^s_{\tau'\dot{\tau}'} = c^{s\ \ *}_{\dot{\tau}'\dot{\tau}}\ \eta^s_{\tau\dot{\tau}}\ , \qquad (46)$$

в результате чего приходим к соотношениям

$$c_{91}^0 = f\; c_{19}^{0\,*}, \quad c_{92}^0 = g\; c_{29}^{0\,*}, \quad c_{95}^0 = h\; c_{59}^{0\,*}, \quad c_{96}^0 = e\; c_{69}^{0\,*},$$
$$c_{31}^1 = p\; c_{14}^{1\,*}, \quad c_{41}^1 = p\; c_{13}^{1\,*}, \quad c_{32}^1 = q\; c_{24}^{1\,*}, \quad c_{42}^1 = q\; c_{23}^{1\,*}, \tag{47}$$
$$c_{75}^1 = r\; c_{58}^{1\,*}, \quad c_{85}^1 = r\; c_{57}^{1\,*}, \quad c_{76}^1 = s\; c_{68}^{1\,*}, \quad c_{86}^1 = s\; c_{68}^{1\,*},$$

где использованы обозначения

$$f = \eta_{11}^0/\eta_{99}^0, \quad g = \eta_{22}^0/\eta_{99}^0, \quad h = \eta_{55}^0/\eta_{99}^0, \quad e = \eta_{66}^0/\eta_{99}^0,$$
$$p = \eta_{34}^1/\eta_{11}^1, \quad q = \eta_{34}^1/\eta_{22}^1, \quad r = \eta_{78}^1/\eta_{55}^1, \quad s = \eta_{78}^1/\eta_{66}^1. \tag{48}$$

Элементы $\eta_{\tau\dot{\tau}}^s$ матрицы лоренц-инвариантной билинейной формы выберем следующим образом:

$$-\eta_{11}^0 = \eta_{22}^0 = -\eta_{55}^0 = \eta_{66}^0 = \eta_{11}^1 = -\eta_{22}^1 = \eta_{55}^1 = -\eta_{66}^1 = \eta_{34}^1 = \eta_{78}^1 = \eta_{99}^0 = 1. \tag{49}$$

РВУ, эквивалентное тензорной системе (3)–(9), получится, если в блоках $C^0$ (44), $C^{1\,\prime}$, $C^{1\,\prime\prime}$ (45) положить

$$c_{19}^0 = 0, \quad c_{29}^0 = \beta, \quad c_{59}^0 = \gamma, \quad c_{69}^0 = \sigma;$$
$$c_{13}^1 = c_{14}^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c_{23}^1 = -c_{24}^1 = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}, \quad c_{57}^1 = c_{58}^1 = \frac{\delta}{\sqrt{2}}, \quad c_{67}^1 = -c_{68}^1 = \frac{\rho}{\sqrt{2}}. \tag{50}$$

При этом, с учётом соотношений (47)–(49), для спиновых блоков $C^0$, $C^1$ будут иметь место выражения

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma \\ 0 & \beta^* & -\gamma^* & \sigma^* & 0 \end{pmatrix} \tag{51}$$

$$C^{1\,\prime} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \\ 1 & \alpha^* & 0 & 0 \\ 1 & -\alpha^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad C^{1\,\prime\prime} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \delta & \delta \\ 0 & 0 & \rho & -\rho \\ \delta^* & \rho^* & 0 & 0 \\ \delta^* & -\rho^* & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{52}$$

Блок $C^0$ (51) имеет ненулевые корни $\pm\sqrt{|\beta|^2 - |\gamma|^2 + |\sigma|^2}$, что соответствует массе (38) скалярного бозона. Блок $C^{1\,\prime}$ (52) имеет корни $\pm 1$, $\pm|\alpha|$.

Первый из них в силу особенности матрицы $\Gamma_0$ описывает безмассовое векторное поле, второй – векторную частицу с массой $m/|\alpha|$.

Корни $\pm|\delta|$, $\pm|\rho|$ спинового блока $C^{1\,\prime\prime}$ соответствуют состояниям векторных бозонов с массами $m/|\delta|$ и $m/|\rho|$.

**Теория массивно-безмассового векторного поля с двумя скалярными бознами**

Рассмотренный выше вариант теории свободного электрослабого поля предполагает существование одного лишь скалярного бозона как компоненты, объединяющей все векторные и псевдовекторные составляющие этого поля. С этой точки зрения предложенная модель обладает явной асимметрией, обусловленной отсутствием в ней псевдоскалярной компоненты. Здесь в качестве аргумента можно сослаться на уравнение Дирака – Кэлера [3]. Широкие возможности этого уравнения не в последнюю очередь связаны с тем, что его волновая функция содержит полный набор антисимметричных тензорных полей в пространстве размерности $d=4$, в том числе антисимметричный тензор 4-го ранга, т.е. псевдоскаляр. Другими словами, естественно напрашивается расширение вышеприведённой математической модели за счёт включения в неё псевдоскалярной компоненты $\tilde{\psi}_0$.

Итак, будем исходить из схемы зацеплений в которой представление $0,0\,'$ соответствует псевдоскаляру $\tilde{\psi}_0$, а зацепления между представлениями $0,0$, $0,0\,'$ и $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ изначально предполагаются «разорванными».

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & 0,1 & & & & 0,0\,' & & & & 0,1 & & \\ & / & & \backslash & & / & & \backslash & & / & & \backslash & \\ \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) & & & & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' & & & & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)' & & & & \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right). \\ & \backslash & & / & & \backslash & & / & & \backslash & & / & \\ & & 1,0 & & & & 0,0 & & & & 1,0 & & \end{array} \qquad (53)$$

Схеме зацеплений сопоставляется следующая система тензорных уравнений:

$$\partial_\nu \psi_{\mu\nu} = 0\,, \qquad (54)$$

$$\alpha\,\partial_\nu \tilde{\psi}_{\mu\nu} + \beta\,\partial_\mu \psi_0 + \gamma\,\partial_\mu \tilde{\psi}_0 + m\tilde{\psi}_\mu = 0\,, \qquad (55)$$

$$-\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \alpha\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\alpha \tilde{\psi}_\beta + m\psi_{\mu\nu} = 0, \qquad (56)$$

$$\rho\,\partial_\nu \varphi_{\mu\nu} + m\varphi_\mu = 0, \qquad (57)$$

$$\delta\,\partial_\nu \tilde{\varphi}_{\mu\nu} + \sigma\,\partial_\mu \psi_0 + \chi\,\partial_\mu \tilde{\psi}_0 + m\tilde{\varphi}_\mu = 0, \qquad (58)$$

$$\rho^* \; -\partial_\mu \varphi_\nu + \partial_\nu \varphi_\mu \; + \delta^*\,\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\,\partial_\alpha \tilde{\varphi}_\beta + m\varphi_{\mu\nu} = 0\,, \qquad (59)$$

$$\beta^* \partial_\mu \tilde{\psi}_\mu - \sigma^*\,\partial_\mu \tilde{\varphi}_\mu + m\psi_0 = 0, \qquad (60)$$

$$\gamma^* \partial_\mu \tilde{\psi}_\mu + \chi^*\,\partial_\mu \tilde{\varphi}_\mu + m\tilde{\psi}_0 = 0. \qquad (61)$$

Опять находим вытекающие из (54)–(61) уравнения второго порядка.

Для вектор-потенциала $\psi_\mu$, очевидно, имеют место уравнения (13).

Из уравнения (56) получаем уравнение (15). Действуя на (55) оператором $\partial_\mu$, придём к соотношению

$$\partial_\mu \tilde{\psi}_\mu = -\frac{\beta}{m}\Box\psi_0 - \frac{\gamma}{m}\Box\tilde{\psi}_0\,. \qquad (62)$$

Кроме того, из (55) имеем

$$\partial_\mu \tilde{\psi}_{\mu\nu} = -\frac{\beta}{\alpha}\partial_\mu \psi_0 - \frac{\gamma}{\alpha}\partial_\mu \tilde{\psi}_0 - \frac{m}{\alpha}\tilde{\psi}_\mu . \tag{63}$$

Подставляя (62), (63) в (15), получаем уравнение второго порядка вида (19), в котором

$$\tilde{\Psi}_\mu = \psi_\mu + \frac{\beta}{m}\partial_\mu \psi_0 + \frac{\gamma}{m}\partial_\mu \tilde{\psi}_0 . \tag{64}$$

Как следует из (62), для $\tilde{\Psi}_\mu$ (64) имеет также место условие типа (20).

Так как уравнение (59) совпадает с (8), из него аналогичным способом можно получить уравнение (29). Подставляя в (29) вытекающие из (58) формулы

$$\partial_\nu \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = -\frac{\sigma}{\delta}\partial_\mu \psi_0 - \frac{\chi}{\delta}\partial_\mu \tilde{\psi}_0 - \frac{m}{\delta}\tilde{\varphi}_\mu , \tag{65}$$

$$\partial_\mu \tilde{\varphi}_\mu = -\frac{\sigma}{m}\Box \psi_0 - \frac{\chi}{m}\Box \tilde{\psi}_0 , \tag{66}$$

получим

$$\Box \tilde{\varphi}_\mu + \frac{\sigma}{m}\Box \partial_\mu \psi_0 + \frac{\chi}{m}\Box \partial_\mu \tilde{\psi}_0 - \frac{m^2}{|\delta|^2}\tilde{\varphi}_\mu - \frac{m\sigma}{|\delta|^2}\partial_\mu \psi_0 - \frac{m\chi}{|\delta|^2}\partial_\mu \tilde{\psi}_0 = 0 . \tag{67}$$

Подстановка

$$\tilde{\Phi}_\mu = \tilde{\varphi}_\mu + \frac{\sigma}{m}\partial_\mu \psi_0 + \frac{\chi}{m}\partial_\mu \tilde{\psi}_0 \tag{68}$$

приводит уравнение (67) к виду (34) и, соответственно, (66) к виду (35).

Применяя к уравнениям (57), (59) оператор $\partial_\mu$, получим

$$\Box \varphi_\mu + \frac{m^2}{|\rho|^2}\varphi_\mu = 0 , \tag{69}$$

$$\partial_\mu \varphi_\mu = 0 . \tag{70}$$

Для установления уравнений второго порядка для скалярных полей $\psi_0$ и $\tilde{\psi}_0$ подставим формулы (62), (66) в (60) и (61). Соответственно будем иметь

$$|\beta|^2 + |\sigma|^2 \; \Box \psi_0 + \; \beta^* \gamma + \sigma^* \chi \; \Box \tilde{\psi}_0 - m^2 \psi_0 = 0 , \tag{71}$$

$$|\gamma|^2 + |\chi|^2 \; \Box \tilde{\psi}_0 + \; \beta \gamma^* + \sigma \chi^* \; \Box \psi_0 - m^2 \tilde{\psi}_0 = 0 . \tag{72}$$

Налагая на произвольные параметры $\beta$, $\sigma$, $\gamma$, $\chi$ условие

$$\beta^* \gamma + \sigma^* \chi = 0, \tag{73}$$

получим уравнения

$$\Box \psi_0 - \frac{m^2}{|\beta|^2 + |\sigma|^2}\psi_0 = 0 , \tag{74}$$

$$\Box \tilde{\psi}_0 - \frac{m^2}{|\gamma|^2 + |\chi|^2}\tilde{\psi}_0 = 0 . \tag{75}$$

Массы скалярных бозонов в соответствии с (74), (75) равны

$$\frac{m}{\sqrt{|\beta|^2 + |\sigma|^2}}, \quad \frac{m}{\sqrt{|\gamma|^2 + |\chi|^2}} . \tag{76}$$

Матрично-дифференциальная формулировка теории электрослабого поля с двумя скалярными бозонами отличается от рассмотренной в п. 3 теории этого поля с одним скалярным бозоном видом спинового блока $C^0$. Нумеруя дополнительное псевдоскалярное представление $0,0' \square 10\ \tilde{\psi}_0$, будем иметь для блока $C^0$ в базисе Гельфанда общее выражение

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{29}^0 & c_{2,10}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{59}^0 & c_{5,10}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{69}^0 & c_{6,10}^0 \\ 0 & c_{92}^0 & c_{95}^0 & c_{96}^0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{10,2}^0 & c_{10,5}^0 & c_{10,6}^0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (77)$$

Для приведения блока $C^0$ (77) в соответствие с тензорной системой (54) – (61) надо положить

$$c_{59}^0 = c_{5,10}^0 = c_{95}^0 = c_{10,5}^0 = 0. \qquad (78)$$

Кроме того, выбирая, без уменьшения общности, матричный элемент $\eta_{10,10}^0$ матрицы билинейной формы $\eta$, равным

$$\eta_{10,10}^0 = \pm 1, \qquad (79)$$

с учётом условия (46), получим

$$C^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{29}^0 & c_{2,10}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{69}^0 & c_{6,10}^0 \\ 0 & c_{29}^{0\,*} & 0 & c_{69}^{0\,*} & 0 & 0 \\ 0 & \pm\, c_{2,10}^{0\,*} & 0 & \pm\, c_{6,10}^{0\,*} & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (80)$$

Спиновый блок $C^0$ (80) приводит к значениям масс (76) скалярных бозонов при следующих соотношениях между произвольными параметрами тензорной и матрично-дифференциальной формулировок:

$$\left|c_{29}^0\right|^2 \pm \left|c_{2,10}^0\right|^2 + \left|c_{69}^0\right|^2 \pm \left|c_{6,10}^0\right|^2 = |\beta|^2 + |\sigma|^2 + |\gamma|^2 + |\chi|^2, \qquad (81)$$

$$\pm |a|^2 |d|^2 \pm |b|^2 |c|^2 \mp a\, d\, b^* c^* \mp a^* d^* b\, c = |\beta|^2 |\gamma|^2 + |\beta|^2 |\chi|^2 + |\sigma|^2 |\gamma|^2 + |\sigma|^2 |\chi|^2. \qquad (82)$$

**Заключение**

Таким образом, схема зацеплений (53) позволяет построить релятивистское волновое уравнение, описывающее электрослабое поле с двумя типами бозонов Хиггса – скалярным и псевдоскалярным. Полученное РВУ, как и уравнение Дирака – Кэлера, содержит полный набор антисимметричных тензорных полей в пространстве размерности $d = 4$. Поэтому с точки зрения принятого в теории РВУ способа пространственно-временного описания всей степеней свободы исследуемых микрообъектов предложенное уравнение обладает очевидным преимуществом по сравнению с моделью с одним бозоном Хиггса.

Отметим, что возможность существования различных типов хиггсовских бозонов и ранее обсуждалась в литературе, хотя и с других позиций.

Предпринимаются также попытки экспериментального обнаружения второго скалярного бозона, что в случае успеха потребует внесения определенных изменений в существующую Стандартную модель и, возможно, поможет разрешить некоторые имеющиеся в этой модели трудности.

Настоящая работа может рассматриваться как дополнительное обоснование актуальности исследований в указанном направлении с точки зрения теории РВУ.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плетюхов, В. А. Об интерпретации электрослабого поля в теории релятивистских волновых уравнений / В. А. Плетюхов // Методы неевклидовой геометрии в физике и математике : материалы Междунар. конф., Минск, 27–30 окт. 2015 г. / НАН Беларуси, Ин-т физики им. Б. И. Степанова. – Минск, 2016. – С. 387–395.
2. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М. : Физматгиз, 1958. – 368 с.
3. Стражев, В. И. Уравнение Дирака – Кэлера. Классическое поле / В. И. Стражев, И. А. Сатиков, В. А. Ционенко. – Минск : БГУ, 2007. – 195 с.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 10.10.2016

***Pletyukhov V.A.*** **The Theory of RWE and Standard Model**

*In this paper, we give a tensor and a matrix-differential formulations of the relativistic wave equation which describes a massive-massless scalar-vector field with four types of quanta – one massless quantum and three massive quanta. We give considerations to two variants of the theory, either with a single scalar boson or with two scalar bosons. A vector component of this field can be interpreted as the electroweak field, while a scalar one (ones) can be interpreted as a linear analogue (analogies) of the Higgs boson.*