Вучоныя запіскі 2012 • Вып. 8
Ч. 2 • Прыродазнаўчыя навукі

УДК 519.6+517.983.54

О.В. Матысик, В.Ф. Савчук

О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИБЛИЖЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ ЯВНЫМ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ

В гильбертовом пространстве предлагается явный метод итераций решения операторных уравнений I рода с неотрицательным самосопряженным и несамосопряженным ограниченным оператором. Доказана сходимость метода в случае априорного выбора числа итераций в исходной норме гильбертова пространства, в предположении, что погрешности имеются не только в правой части уравнения, но и в операторе. Получены оценки погрешности и априорный момент останова.

В статье предлагается итерационный метод явного типа решения некорректных задач. Случай приближенной правой части уравнения и точного оператора для рассматриваемого метода изучен в работе [1]. Там исследован априорный и апостериорный выбор параметра регуляризации, изучен случай неединственного решения задачи, доказана сходимость метода в энергетической норме. Сравнение предлагаемого метода с хорошо известным методом простой итерации $x_{n+1} = x_n + \alpha(y - Ax_n)$, $x_0 = 0$ [2–4] показывает, что по мажорантным оценкам погрешности эти методы одинаковы. Однако предлагаемый метод имеет преимущество по сравнению с методом простой итерации в следующем: выполнение здесь одного шага итераций равносильно выполнению двух шагов по методу простой итерации.

В данной статье продолжено изучение предлагаемого метода: доказана его сходимость в случае априорного выбора числа итераций и получены априорные оценки погрешности в предположении, что оператор задан приближенно.

1. Постановка задачи

Пусть H и F – гильбертовы пространства и $A \in \mathcal{L}(H, F)$, т.е. A – линейный непрерывный оператор, действующий из H в F. Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора A, но не является его собственным значением. Решается уравнение

$$Ax = y. \tag{1}$$

Задача отыскания элемента $x \in H$ по элементу $y \in F$ является некорректной, так как сколь угодно малые возмущения в правой части y могут вызывать сколь угодно большие возмущения решения.

Предположим, что точное решение $x^* \in H$ уравнения (1) существует и является единственным. Будем искать его с помощью итерационного процесса

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^2 x_n + 2\alpha y - \alpha^2 Ay, \quad x_0 = 0, \tag{2}$$

где E – тождественный оператор.

Считаем, что оператор A и правая часть y уравнения (1) заданы приближённо, т.е. вместо y известно приближение y_δ, $\|y - y_\delta\| \le \delta$, а вместо оператора A известен оператор A_η, $\|A-A_\eta\|\le\eta$. Предполагаем, что $0\in Sp(A_\eta)$, $Sp(A_\eta)\subseteq[0,M]$. Тогда метод (2) примет вид

$$x_{n+1}=(E-\alpha A_\eta)^2x_n+2\alpha y_\delta-\alpha^2A_\eta y_\delta,\quad x_0=0. \tag{3}$$

Докажем сходимость метода (3) в случае априорного выбора параметра регуляризации при решении уравнения $A_\eta x=y_\delta$ с приближенным оператором A_η и приближённой правой частью y_δ, получим априорные оценки погрешности. Подобные вопросы изучались в [3], но только для других методов.

2. Случай самосопряжённых неотрицательных операторов

Пусть $H=F$, $A=A^*\ge0$, $A_\eta=A_\eta^*\ge0$, $Sp(A_\eta)\subseteq[0,M]$, $0<\eta\le\eta_0$. Итерационный метод (3) запишем в виде:

$$x_n=g_n(A_\eta)y_\delta, \tag{3^1}$$

где $g_n(\lambda)=\lambda^{-1}\left[1-(1-\alpha\lambda)^{2n}\right]$. В [1] получены условия для функций $g_n(\lambda)$:

$$\sup_{0\le\lambda\le M}|g_n(\lambda)|\le\gamma n,\quad \gamma=2\alpha,\quad 0<\alpha<\frac{2}{M},\quad n>0; \tag{4}$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M}\lambda^s|1-\lambda g_n(\lambda)|\le\gamma_s n^{-s},\ (n>0),\ 0<s<\infty,\quad \gamma_s=\left(\frac{s}{2\alpha e}\right)^s,\quad 0<\alpha\le\frac{5}{4M}, \tag{5}$$

(здесь s – степень истокопредставимости точного решения $x^*=A^sz$, $s>0$, $\|z\|\le\rho$);

$$\sup_{0\le\lambda\le M}|1-\lambda g_n(\lambda)|\le\gamma_0,\quad \gamma_0=1,\quad 0<\alpha<\frac{2}{M},\quad n>0; \tag{6}$$

$$\sup_{0\le\lambda\le M}\lambda|1-\lambda g_n(\lambda)|\to0,\quad n\to\infty,\ 0<\alpha<\frac{2}{M}. \tag{7}$$

Справедлива

Лемма 1. *Пусть* $A=A^*\ge0$, $A_\eta=A_\eta^*\ge0$, $\|A_\eta-A\|\le\eta$, $Sp(A_\eta)\subseteq[0,M]$, $(0<\eta\le\eta_0)$, $0<\alpha<\dfrac{2}{M}$ *и выполнены условия* (6), (7). *Тогда* $\|G_{n\eta}v\|\to0$ *при* $n\to\infty$, $\eta\to0$ $\forall v\in N(A)^\perp=\overline{R(A)}$, *где* $N(A)=\{x\in H\,|\,Ax=0\}$ *и* $G_{n\eta}=E-A_\eta g_n(A_\eta)$.

Доказательство.

В силу (6) $\|G_{n\eta}\|=\|E-A_\eta g_n(A_\eta)\|\le\gamma_0$, $(n>0,\quad 0<\eta\le\eta_0)$. Для элементов вида $v=Aw$, образующих в $\overline{R(A)}$ плотное подмножество, на основании (7) имеем

$$\|G_{n\eta}v\|=\|G_{n\eta}Aw\|\le\|G_{n\eta}(A-A_\eta)w\|+\|G_{n\eta}A_\eta w\|\le\left(\gamma_0\eta+\sup_{0\le\lambda\le M}\lambda|1-\lambda g_n(\lambda)|\right)\|w\|\to0$$

при $n\to\infty$, $\eta\to0$. Лемма 1 доказана.

Условие сходимости для метода (3) дает

Теорема 1. *Пусть* $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $\|A_\eta - A\| \leq \eta$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ *и выполнены условия* (4), (6), (7). *Выберем параметр* $n = n(\delta, \eta)$ *в приближении* (3) *так, чтобы* $(\delta + \eta) n(\delta, \eta) \to 0$ *при* $n(\delta, \eta) \to \infty$, $\delta \to 0$, $\eta \to 0$. *Тогда* $x_{n(\delta,\eta)} \to x^*$ *при* $\delta \to 0, \eta \to 0$.

Доказательство.

Из (3^1) имеем $x_n = g_n(A_\eta) y_\delta$. Тогда

$$x_n - x^* = g_n(A_\eta) y_\delta - x^* = -G_{n\eta} x^* + G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta) y_\delta - x^* =$$
$$= -G_{n\eta} x^* + (E - A_\eta g_n(A_\eta)) x^* + g_n(A_\eta) y_\delta - x^* = -G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*).$$

Следовательно, $x_n - x^* = -G_{n\eta} x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)$.

Так как по условию (4) $\|g_n(A_\eta)\| \leq \sup\limits_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma n$, то

$$\|y_\delta - A_\eta x^*\| \leq \|y_\delta - y\| + \|y - A_\eta x^*\| = \|y_\delta - y\| + \|Ax^* - A_\eta x^*\| \leq \delta + \|A - A_\eta\| \|x^*\| \leq \delta + \eta \|x^*\|.$$

Следовательно, $\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \leq \|G_{n\eta} x^*\| + \|g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)\| \leq \|G_{n\eta} x^*\| + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|)$.

Из леммы 1 следует, что $\|G_{n\eta} x^*\| \to 0$ при $n \to \infty$, $\eta \to 0$, а по условию теоремы 1 $n(\delta + \eta) \to 0$ при $\delta \to 0$, $\eta \to 0$. Таким образом, $\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \to 0$, $\delta \to 0, \eta \to 0$. Теорема 1 доказана.

Теорема 2. *Пусть* $A = A^* \geq 0$, $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$, $\|A_\eta - A\| \leq \eta$, $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$, $(0 < \eta \leq \eta_0)$, $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y_\delta - y\| \leq \delta$ *и выполнены условия* (4), (5). *Если точное решение истокопредставимо, т.е.* $x^* = A^s z$, $s > 0$, $\|z\| \leq \rho$, *то справедлива оценка погрешности*

$$\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|),\ 0 < s < \infty.$$

Доказательство.

Имеем, используя истокопредставимость точного решения,

$$\|G_{n\eta} x^*\| = \|G_{n\eta} A^s z\| \leq \|G_{n\eta}(A^s - A_\eta^s) z\| + \|G_{n\eta} A_\eta^s z\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho,$$

так как по лемме 1.1 [3, с. 91] $\|A_\eta^s - A^s\| \leq c_s \eta^{\min(1,s)}$, $c_s = \mathrm{const}$, ($c_s \leq 2$ для $0 < s \leq 1$). Тогда

$$\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1,s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|), 0 < s < \infty. \qquad (8)$$

Теорема 2 доказана.

Если минимизировать правую часть оценки (8) по n, то получим значение априорного момента останова:

$$n_{\text{опт}} = \left[\frac{s\gamma_s\rho}{\gamma\left(\delta+\|x^*\|\eta\right)}\right]^{1/(s+1)} = d_s\rho^{1/(s+1)}\left[\delta+\eta\|x^*\|\right]^{-1/(s+1)},$$

где $d_s = \left(\dfrac{s\gamma_s}{\gamma}\right)^{1/(s+1)}$. Отсюда $n_{\text{опт}} = s(2\alpha)^{-1}e^{-s/(s+1)}\rho^{1/(s+1)}\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{-1/(s+1)}$. Подставим $n_{\text{опт}}$ в оценку (8), получим

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_s\rho\left(d_s\rho^{1/(s+1)}\right)^{-s}\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{s/(s+1)} +$$
$$+\gamma\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)d_s\rho^{1/(s+1)}\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{-1/(s+1)} =$$
$$= \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{s/(s+1)}\left(d_s^{-s}\gamma_s\rho^{1/(s+1)} + \gamma d_s\rho^{1/(s+1)}\right) =$$
$$= \gamma_0 c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + \rho^{1/(s+1)}c_s'\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{s/(s+1)},$$

где $c_s' = d_s^{-s}\gamma_s + \gamma d_s = \left(s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)}\right)\gamma^{s/(s+1)}\gamma_s^{1/(s+1)} = (1+s)e^{-s/(s+1)}$. Отсюда

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le c_s\eta^{\min(1,s)}\rho + (1+s)e^{-s/(s+1)}\rho^{1/(s+1)}\left(\delta+\eta\|x^*\|\right)^{s/(s+1)}.$$

Замечание. *Оптимальная оценка погрешности не зависит от* α, *но* $n_{опт}$ *зависит от* α. *Следовательно, для уменьшения объёма вычислительной работы следует брать* α *возможно большим из условия* $0<\alpha\le\dfrac{5}{4M}$ *и таким, чтобы* $n_{опт}$ *было целым.*

3. Случай несамосопряжённых операторов

В случае несамосопряжённой задачи итерационный метод (3) примет вид

$$x_{n+1} = (E-\alpha A_\eta^* A_\eta)^2 x_n + 2\alpha A_\eta^* y_\delta - \alpha^2 (A_\eta^* A_\eta)A_\eta^* y_\delta,\ x_0 = 0. \tag{9}$$

Его можно записать так

$$x_n = g_n(A_\eta^* A_\eta)A_\eta^* y_\delta. \tag{10}$$

Из леммы 1 следует

Лемма 2. *Пусть* $A, A_\eta \in \mathcal{L}(H, F)$, $\|A_\eta - A\|\le\eta$, $\|A_\eta\|^2\le M$, $0<\alpha<\dfrac{2}{M}$ *и выполнены условия* (6), (7). *Тогда*

$$\left\|K_{n\eta}v\right\|\to 0 \textit{ при } n\to\infty,\quad \eta\to 0,\ \forall v\in N(A)^{\perp}=\overline{R(A^{*})}, \tag{11}$$

$$\left\|\widetilde{K}_{n\eta}z\right\|\to 0 \textit{ при } n\to\infty,\quad \eta\to 0,\ \forall z\in N\left(A^{*}\right)^{\perp}=\overline{R(A)}, \tag{12}$$

где $K_{n\eta}=E-A_{\eta}^{*}A_{\eta}g_{n}\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)$, $\widetilde{K}_{n\eta}=E-A_{\eta}A_{\eta}^{*}g_{n}\left(A_{\eta}A_{\eta}^{*}\right)$.

Используем лемму 2 для доказательства следующей теоремы.

Теорема 3. *Пусть* $A, A_{\eta}\in\mathcal{L}(H,F)$, $\left\|A-A_{\eta}\right\|\le\eta$, $\left\|A_{\eta}\right\|^{2}\le M$, $(0<\eta\le\eta_{0})$, $0<\alpha\le\dfrac{5}{4M}$, $y\in R(A)$, $\left\|y_{\delta}-y\right\|\le\delta$ *и выполнены условия* (4), (6), (7). *Выберем параметр* $n=n(\delta,\eta)$ *так, чтобы*

$$(\delta+\eta)^{2}n(\delta,\eta)\to 0 \text{ при } n(\delta,\eta)\to\infty, \delta\to 0,\ \eta\to 0. \tag{13}$$

Тогда $x_{n(\delta,\eta)}\to x^{*}$ *при* $\delta\to 0$, $\eta\to 0$.

Доказательство.

Для погрешности приближения $x_{n(\delta,\eta)}$ имеем

$$x_{n(\delta,\eta)}-x^{*}=-K_{n\eta}x^{*}+g_{n}(A_{\eta}^{*}A_{\eta})A_{\eta}^{*}\left(y_{\delta}-A_{\eta}x^{*}\right). \tag{14}$$

Здесь $\left\|g_{n}\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)A_{\eta}^{*}\right\|=\left\|g_{n}\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)^{1/2}\right\|\le\gamma_{*}n^{1/2}$, где

$$\gamma_{*}=\sup_{n>0}\left(n^{-1/2}\sup_{0\le\lambda\le M}\lambda^{1/2}\left|g_{n}(\lambda)\right|\right)\le\left(\frac{35}{27}\alpha\right)^{1/2} [1].$$

Поскольку

$$\left\|y_{\delta}-A_{\eta}x^{*}\right\|\le\left\|y_{\delta}-y\right\|+\left\|y-A_{\eta}x^{*}\right\|=\left\|y_{\delta}-y\right\|+\left\|Ax^{*}-A_{\eta}x^{*}\right\|\le\delta+\eta\left\|x^{*}\right\|,$$

то $\left\|g_{n}\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)A_{\eta}^{*}\left(y_{\delta}-A_{\eta}x^{*}\right)\right\|\le\left(\dfrac{35}{27}\alpha\right)^{1/2}n^{1/2}\left(\delta+\left\|x^{*}\right\|\eta\right)$. Поэтому

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)}-x^{*}\right\|\le\left\|K_{n\eta}x^{*}\right\|+\left\|g_{n}\left(A_{\eta}^{*}A_{\eta}\right)A_{\eta}^{*}\left(y_{\delta}-A_{\eta}x^{*}\right)\right\|\le\left\|K_{n\eta}(x^{*})\right\|+\left(\frac{35}{27}\alpha\right)^{1/2}n^{1/2}\left(\delta+\eta\left\|x^{*}\right\|\right).$$

Из леммы 2 следует, что $\left\|K_{n\eta}x^{*}\right\|\to 0$ при $n\to\infty$, $\eta\to 0$, а из условия (13) $n(\delta+\eta)^{2}\to 0$ *при* $n\to\infty$, $\delta\to 0$, $\eta\to 0$. Отсюда $\left(\dfrac{35}{27}\alpha\right)^{1/2}n^{1/2}\left(\delta+\eta\left\|x^{*}\right\|\right)\to 0$, $n\to\infty$, $\delta\to 0$, $\eta\to 0$. Таким образом, $\left\|x_{n(\delta,\eta)}-x^{*}\right\|\to 0$, $n\to\infty$, $\delta\to 0$, $\eta\to 0$. Теорема 3 доказана.

Справедлива

Теорема 4. *Пусть* $A, A_\eta \in \mathcal{L}(H, F)$, $\|A - A_\eta\| \le \eta$, $\|A_\eta\|^2 \le M$, $(0 < \eta \le \eta_0)$, $0 < \alpha \le \frac{5}{4M}$, $y \in R(A)$, $\|y_\delta - y\| \le \delta$. *Если точное решение представимо в виде* $x^* = |A|^s z$, $s > 0$, $\|z\| \le \rho$, $|A| = (A^* A)^{1/2}$ *и выполнены условия* (4), (5), *то справедлива оценка погрешности*

$$\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \le \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho + \left(\frac{35}{27}\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \|x^*\|\eta\right),\ 0 < s < \infty.$$

Доказательство.

В случае истокообразно представимого точного решения $x^* = |A|^s z = (A^* A)^{s/2} z$ из (5) получим $\sup\limits_{0 \le \lambda \le M} \lambda^{s/2} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \le \gamma_{s/2} n^{-s/2}$, где $\gamma_{s/2} = \left(\frac{s}{4\alpha e}\right)^{s/2}$. Тогда

$$\|K_{n\eta} |A_\eta|^s z\| = \left\| |A_\eta|^s \left[E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)\right] z \right\| = \left\| (A_\eta^* A_\eta)^{s/2} \left[E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)\right] z \right\| \le \gamma_{s/2} n^{-s/2} \rho.$$

Отсюда

$$\|K_{n\eta} x^*\| = \|K_{n\eta} |A|^s z\| = \left\|K_{n\eta}\left(|A_\eta|^s - |A|^s\right) z\right\| + \|K_{n\eta} |A_\eta|^s z\| \le \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho,$$

так как из [3, с. 92] имеем $\left| |A_\eta|^s - |A|^s \right| \le c_s (1 + |\ln \eta|)\eta^{\min(1,s)}$, $c_s = \mathrm{const}$, ($c_s \le 2$ для $0 < s \le 1$). Из (14)

$$\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\| \le \|K_{n\eta} x^*\| + \gamma_* n^{1/2}\left(\delta + \|x^*\|\eta\right) = \|K_{n\eta} x^*\| + \left(\frac{35}{27}\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \|x^*\|\eta\right) \le$$
$$\le \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|)\eta^{\min(1,s)}\rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2}\rho + \left(\frac{35}{27}\alpha\right)^{1/2} n^{1/2}\left(\delta + \|x^*\|\eta\right),\ 0 < s < \infty. \quad (15)$$

Теорема 4 доказана.

Минимизируя правую часть (15) по n, получим значение априорного момента останова:

$$n_{\text{опт}} = \left(\frac{s\gamma_{s/2}}{\gamma_*}\right)^{2/(s+1)} \rho^{2/(s+1)} \left(\delta + \|x^*\|\eta\right)^{-2/(s+1)} =$$
$$= \left(\frac{35}{27}\right)^{-1/(s+1)} s^{(2+s)/(s+1)} (4e)^{-s/(s+1)} \alpha^{-1} \rho^{2/(s+1)} \left(\delta + \|x^*\|\eta\right)^{-2/(s+1)}.$$

Подставив $n_{\text{опт}}$ в оценку (15), получим оптимальную оценку погрешности для метода итераций (9)

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le \gamma_0 c_s \left(1+\left|\ln\eta\right|\right)\eta^{\min(1,s)}\rho + c_s''\rho^{1/(s+1)}\left(\delta + \left\|x^*\right\|\eta\right)^{s/(s+1)}, \; 0 < s < \infty,$$

где $c_s'' = \left(s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)}\right)\gamma_*^{s/(s+1)}\gamma_{s/2}^{1/(s+1)} = \left(\dfrac{35}{27s}\right)^{s/(2(s+1))}(s+1)(4e)^{-s/(2(s+1))}$.

Таким образом,

$$\left\|x_{n(\delta,\eta)} - x^*\right\|_{\text{опт}} \le c_s\left(1+\left|\ln\eta\right|\right)\eta^{\min(1,s)}\rho +$$
$$+\left(\frac{35}{27s}\right)^{s/(2(s+1))}(s+1)(4e)^{-s/(2(s+1))}\rho^{1/(s+1)}\left(\delta+\left\|x^*\right\|\eta\right)^{s/(s+1)}, \; 0 < s < \infty.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савчук, В.Ф. Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В.Ф. Савчук, О.В. Матысик. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 195 с.
2. Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М.М. Лаврентьев. – Новосибирск : Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
3. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М. : Наука, 1986. – 178 с.
4. Самарский, А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.

***O.V. Matysik, V.F. Savchuk.* About Regularization of Incorrect Problems with Approximately Operator on a Explicit Iteration Method**

The explicit iteration method for solution of the first–kind operator equations with a self–conjugated and non self–conjugated non negative bounded operator in the Hilbert space is proposed. Convergence of a method is proved in case of an apriori choice of number of iterations in ussual norm of Hilbert space, supposing that not only the right part of the equation but the operator as well have errors. The estimations of an error and apriori moment of stop are received.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 14.09.2012