



Серыя "У дапамогу педагогу"  
заснавана ў 1995 годзе па  
ініцыятыве У. П. Пархоменкі

Штоквартальны  
навукова-метадычны часопіс  
Выдаецца з IV квартала 1995 года  
Рэгістрацыйны № 439

Заснавальнік і выдавец —  
Установа «Выдавецтва  
«Адукацыя і выхаванне»»

1(42) • 2006

# МАТЭМАТЫКА

## П Р А Б Л Е М Ы В Ы К Л А Д А Н Н Я

### Рэдакцыйная калегія

Галоўны рэдактар

С. А. МАЗАНІК,

*доктар фізіка-матэматычных навук*

Нам. галоўнага рэдактара

Н. П. ГАРАВАЯ

У. У. ШЫКАЎ,

*доктар педагагічных навук*

Аскадны сакратар

А. У. ПАЛЯНСКАЯ

А. І. АБРАМОВІЧ

К. А. АНАНЧАНКА,

*доктар педагагічных навук*

В. І. БЕРНІК,

*доктар фізіка-матэматычных навук*

С. А. ГУЦАНОВІЧ,

*доктар педагагічных навук*

І. І. ВАРАНОВІЧ,

*кандыдат фізіка-матэматычных навук*

В. У. КАЗАКОЎ

І. А. НОВІК,

*доктар педагагічных навук*

Ю. М. ШАСТАКОЎ,

*кандыдат педагагічных навук*

220004, г. Мінск,  
вул. Караля, 16;

тэл.: 200-21-18 (адк. сакратар),

200-10-73 (аддзел маркетынгу)

факс: 200-54-10

e-mail: aiv@aiv.by

1/2006

БИБЛИОТЕКА  
ІІІУ ім. А.С.Пушкіна

# ЗМЕСТ

## Праблемы, меркаванні, прапановы

**3** *Галиулин Р. В.*  
Каким должен быть современный учебник геометрии для школьников

**5** *Золотухин Ю. П.*  
О статье Р. В. Галиулина «Каким должен быть современный учебник геометрии для школьников»

**7** *Ализарчик Л. Л.*  
Использование компьютерных средств при обучении математике

**10** *Даненкова И. В.*  
Применение компьютерных технологий на уроках математики

## Праграмы і падручнікі

**12** *Гринько Е. П.*  
Примерное планирование учебного материала и контрольные работы по математике, X—XI классы (повышенный уровень)

## Сакрэты майстэрства

**21** *Бычковский О. А.*  
Решение тригонометрических неравенств

**31** *Новик А. Н.*  
Организация заключительного повторения планиметрии за курс базовой школы

## Алімпіяды, турніры, інтэлектуальныя спаборніцтвы

**49** *Воронович И. И., Мазаник С. А.*  
46-я Международная математическая олимпиада

## Рыхтуемца да экзаменаў

**55** *Амелькин В. В., Юрчук Н. И.*  
Вступительные экзамены по математике в БГУ в 2005 году

**59** *Азаров А. И., Булатов В. И., Жук А. И., Романчик В. С., Шибут А. С.*  
«Математика. Пособие для подготовки к экзамену и централизованному тестированию за курс средней школы» (продолжение)

## Што? Дзе? Калі?

**63** *Савицкая О. А.*  
О работе семинара «Матэматычная адукацыя» в 2004/2005 учебном году

Е. П. Гринько, методист Брестского государственного института повышения квалификации и переподготовки руководящих работников и специалистов образования, кандидат педагогических наук

## Примерное планирование учебного материала и контрольные работы по математике, X—XI классы (повышенный уровень)

Учебники: А. Н. Колмогоров, А. М. Абрамов, Ю. П. Дудницын, Б. М. Ивлев, С. И. Шварцбурд. «Алгебра и начала анализа, 10—11», В. В. Шлыков. «Геометрия, 10», «Геометрия, 11».

### X класс

#### Примерное планирование учебного материала по алгебре и началам анализа (4 ч в неделю, всего 144 урока)

Номер урока	Содержание учебного материала	Количество часов
1	2	3
<b>Тригонометрические функции (30 ч)</b>		
1—5	Синус, косинус, тангенс и котангенс (повторение). Радианная мера угла. Основные формулы тригонометрии. Тожественные преобразования тригонометрических выражений	5
6—9	Тригонометрические функции и их графики	4
10—14	Функции и их графики. Числовая функция. График функции. Преобразование графиков	5
15—18	Чётные и нечётные функции. Периодичность тригонометрических функций	4
19—21	Возрастание и убывание функций. Экстремумы	3
22—25	Исследование функций. Построение графиков функций. Схема исследования функций	4
26—29	Свойства тригонометрических функций. Гармонические колебания	4
30	Контрольная работа по теме «Тригонометрические функции»	1
<b>Тригонометрические уравнения (30 ч)</b>		
31—34	Арксинус, арккосинус и арктангенс	4

1	2	3
35—38	Решение простейших тригонометрических уравнений	4
39—41	Решение простейших тригонометрических неравенств	3
42—59	Примеры решения тригонометрических уравнений и систем	18
60	<i>Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения»</i>	1
<b>Производная (30 ч)</b>		
61—62	Приращение функции	2
63—64	Понятие о производной	2
65—68	Понятие о непрерывности функции	4
69—74	Правила вычисления производных	6
75—82	Производная сложной функции	8
83—89	Производные тригонометрических функций	7
90	<i>Контрольная работа по теме «Производная»</i>	1
<b>Применение производной (44 ч)</b>		
91—96	Применения непрерывности. Метод интервалов	6
97—102	Касательная к графику функции	6
103—104	Приближённые вычисления	2
105—109	Производная в физике и технике	5
110—115	Признак возрастания (убывания) функции	6
116—121	Критические точки функции, максимумы и минимумы	6
122—127	Примеры применения производной к исследованию функции	6
128—133	Наибольшее и наименьшее значения функции	6
134	<i>Контрольная работа по теме «Применение производной»</i>	1
135—144	<b>Итоговое повторение. Итоговая контрольная работа</b>	<b>10</b>

**Примерное планирование учебного материала  
по алгебре и началам анализа  
(3 ч в неделю, всего 102 урока)**

Номер урока	Содержание учебного материала	Количество часов
1	2	3
<b>Тригонометрические функции (18 ч)</b>		
1—3	Синус, косинус, тангенс и котангенс (повторение). Радианная мера угла. Основные формулы тригонометрии. Тожественные преобразования тригонометрических выражений	3
4—5	Тригонометрические функции и их графики	2
6—7	Функции и их графики. Числовая функция. График функции. Преобразование графиков	2
8—9	Чётные и нечётные функции. Периодичность тригонометрических функций	2
10—11	Возрастание и убывание функций. Экстремумы	2
12—14	Исследование функций. Построение графиков функций. Схема исследования функций	3
15—17	Свойства тригонометрических функций. Гармонические колебания	3
18	<i>Контрольная работа по теме «Тригонометрические функции»</i>	1

1	2	3
<b>Тригонометрические уравнения (18 ч)</b>		
19—21	Арксинус, арккосинус и арктангенс	3
22—24	Решение простейших тригонометрических уравнений	3
25—27	Решение простейших тригонометрических неравенств	3
28—35	Примеры решения тригонометрических уравнений и систем	8
36	Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения»	1
<b>Производная (20 ч)</b>		
37—38	Приращение функции	2
39—40	Понятие о производной	2
41—43	Понятие о непрерывности функции	3
44—47	Правила вычисления производных	4
48—51	Производная сложной функции	4
52—55	Производные тригонометрических функций	4
56	Контрольная работа по теме «Производная»	1
<b>Применение производной (30 ч)</b>		
57—60	Применения непрерывности. Метод интервалов	4
61—64	Касательная к графику функции	4
65—66	Приближённые вычисления	2
67—70	Производная в физике и технике	4
71—74	Признак возрастания (убывания) функции	4
75—78	Критические точки функции, максимумы и минимумы	4
79—81	Примеры применения производной к исследованию функции	3
82—85	Наибольшее и наименьшее значения функции	4
86	Контрольная работа по теме «Применение производной»	1
87—102	Итоговое повторение. Итоговая контрольная работа	16

**Контрольная работа по теме «Тригонометрические функции»**

**Вариант 1**

1. Какое из равенств не является тождеством? Исправьте неверную запись.

а)  $\sin x = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ ;

б)  $\cos 3x = \cos^2 1,5x - \sin^2 1,5x$ ;

в)  $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$ ;

г)  $\cos 2x = 1 - \sin^2 x$ .

2. Назовите для функции синус, определённой на множестве  $R$ , её основные свойства.

3. Известно, что  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$  и  $\pi/2 < \alpha < \pi$ . Найдите значения трёх других тригонометрических функций угла.

4. Докажите тождество

$$\frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{\sin(x+y) - \sin(x-y)} = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} y.$$

**Вариант 2**

1. Какое из равенств не является тождеством? Исправьте неверную запись.

а)  $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ;

б)  $-\cos x = \cos^2 0,5x - \sin^2 0,5x$ ;

в)  $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$ ;

г)  $\cos 2x = (1 - 2\sin^2 x)/2$ .

2. Назовите для функции косинус, определённой на множестве  $R$ , её основные свойства.

3. Известно, что  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}$  и  $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$ . Найдите значения трёх других тригонометрических функций угла.

4. Докажите тождество

$$\frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{\cos(x-y) - \cos(x+y)} = \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y.$$

5. Изобразите на промежутке  $(-2\pi; 2\pi)$  график функции  $y = \operatorname{tg}|x|$ .

5. Изобразите на промежутке  $(-2\pi; 2\pi)$  график функции  $y = \operatorname{tg}(-2x) \cdot \operatorname{ctg} 2x$ .

**Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения»**

**Вариант 1**

1. Какое из равенств не является тождеством? Исправьте неверную запись.
  - а)  $\arcsin 0 = 0$ ;
  - б)  $\arccos 0 = \pi/2$ ;
  - в)  $\arcsin \pi/2 = 1$ ;
  - г)  $\arccos 1 = 0$ .
2. Всегда ли имеет решение уравнение  $\sin x = a$ ? Почему?
3. Решите уравнение
  - а)  $\cos x = \pi/2$ ;
  - б)  $(\sin x + 1)(\cos x - 1)\operatorname{tg} x = 0$ ;
  - в)  $4\cos^2 x + 4\sin x = 1$ .
4. Найдите значение выражения
  - а)  $\operatorname{tg}(90^\circ + \operatorname{arctg} \sqrt{3})$ ;
  - б)  $\sin(\operatorname{arctg}(-3) + \arccos(-1/3))$ .
5. При каких значениях  $a$  уравнение  $\sin^2 x - (a + 3) \cdot \sin x + 3a = 0$  не имеет решений?

**Вариант 2**

1. Какое из равенств не является тождеством? Исправьте неверную запись.
  - а)  $\arcsin 1 = \pi/2$ ;
  - б)  $\arccos 1 = 0$ ;
  - в)  $\arcsin \sqrt{2}/2 = 0,25\pi$ ;
  - г)  $\arccos \pi = -1$ .
2. Всегда ли имеет решение уравнение  $\cos x = a$ ? Почему?
3. Решите уравнение
  - а)  $\sin x = \pi/2$ ;
  - б)  $(\sin x - 1)(\cos x + 1)\operatorname{ctg} x = 0$ ;
  - в)  $4\sin^2 x - 4\cos x = 1$ .
4. Найдите значение выражения
  - а)  $\operatorname{tg}(\pi + \arcsin(-0,5))$ ;
  - б)  $\cos(\arcsin(-0,1) + \operatorname{arctg}(-4))$ .
5. При каких значениях  $b$  уравнение  $\cos^2 x + (b - 3) \cdot \cos x - 3b = 0$  не имеет решений?

**Контрольная работа по теме «Производная»**

**Вариант 1**

1. Производная функции  $y = \cos 2x$  равна:
  - а)  $-\sin 2x$ ;
  - б)  $\sin 2x$ ;
  - в)  $-2 \sin 2x$ ;
  - г)  $-0,5 \sin 2x$ .
2. Докажите, что  $\operatorname{tg}'x = 1/\cos^2 x$ .
3. Найдите производную функции  $y = \frac{\cos x + 1}{1 - \cos x}$  в точке  $x_0 = \pi/4$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = 5t + 6t^2 - t^3$  ( $x$  — в метрах,  $t$  — в секундах). Определите скорость точки в момент, когда её ускорение равно нулю.
5. Найдите точку пересечения касательных, проведённых к графику функции  $y = x^2 - |5x + 9|$  в точках с абсциссами  $x_1 = -4$  и  $x_2 = 4$ .

**Вариант 2**

1. Производная функции  $y = \sin 2x$  равна:
  - а)  $-\cos 2x$ ;
  - б)  $\cos 2x$ ;
  - в)  $2 \cos 2x$ ;
  - г)  $\frac{1}{2} \cos 2x$ .
2. Докажите, что  $\operatorname{ctg}'x = -1/\sin^2 x$ .
3. Найдите производную функции  $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$  в точке  $x_0 = \pi/4$ .
4. Материальная точка движется по закону  $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t - 4$  ( $x$  — в метрах,  $t$  — в секундах). Определите скорость точки в момент, когда её ускорение равно нулю.
5. Найдите точку пересечения касательных, проведённых к графику функции  $y = x^2 + |7 - 4x|$  в точках с абсциссами  $x_1 = -3$  и  $x_2 = 3$ .



Контрольная работа по теме «Применение производной»

Вариант 1

1. Укажите точку минимума функции  $y = x^2 + 4x$ :

а) -4; б) -2; в) 2; г) 0 и -4.

2. Объясните, почему функция  $y = \operatorname{ctg} x$  не имеет точек экстремума.

3. Исследуйте функцию и постройте её график

$$y = x^3 - 3x^2.$$

4. Представьте число 42 в виде суммы трёх положительных слагаемых так, чтобы два из них были пропорциональны числам 2 и 3, а произведение всех слагаемых было наибольшим.

5. Найдите область значений функции  $y = (x + 4) / (x^2 + 9)$ .

Вариант 2

1. Укажите точку максимума функции  $y = -x^2 + 4x$ :

а) -4; б) -2; в) 2; г) 0 и -4.

2. Объясните, почему функция  $y = \operatorname{tg} 4x$  не имеет точек экстремума.

3. Исследуйте функцию и постройте её график

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x.$$

4. Представьте число 72 в виде суммы трёх положительных слагаемых так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 3, а произведение всех слагаемых было наибольшим.

5. Найдите область значений функции  $y = x / (x - 1)^2$ .

Итоговая контрольная работа (2 ч)

Вариант 1

1. Если площадь поверхности куба равна 24, то его ребро равно

а) 4; б) 2; в) 12; г) 6.

2. Продолжите запись формулы:  $\sin(x + y) =$

3. Решите неравенство:

$$\frac{25}{x^2 - 4x} > x^2 - 4x.$$

4. Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равны между собой. Точка  $O$  лежит на прямой  $AD$  так, что  $AD = DO$ , а точки  $F$  и  $K$  — середины рёбер  $SD$  и  $SA$  соответственно. Чему равна градусная мера угла между прямыми  $CO$  и  $KF$ ?

5. Найдите координаты точки пересечения двух касательных, проведённых к графику функции  $y = \sin 3x$ : первая в точке с абсциссой  $x = \pi/18$ , а вторая в точке с абсциссой  $x = 5\pi/18$ .

Вариант 2

1. Если диагональ куба равна 9, то площадь его поверхности равна

а) 180; б) 162; в) 81; г) 36.

2. Продолжите запись формулы:  $\cos(x + y) =$

3. Решите неравенство:

$$\frac{16}{x^2 - 2x} > x^2 - 2x.$$

4.  $SABCD$  — правильная четырёхугольная пирамида, все рёбра которой равны между собой. Точка  $F$  лежит на продолжении ребра  $DC$  так, что  $DC = DF$ , а точки  $O$  и  $K$  — середины рёбер  $SB$  и  $BC$  соответственно. Верно ли, что угол между прямыми  $AF$  и  $OK$  равен  $60^\circ$ ?

5. Найдите координаты точки пересечения двух касательных, проведённых к графику функции  $y = \cos \pi x$ : первая в точке с абсциссой  $x = 1/6$ , а вторая в точке с абсциссой  $x = 7/6$ .

## X класс

## Примерное планирование учебного материала по геометрии

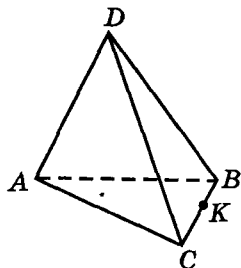
Номер урока	Содержание учебного материала	Количество часов
1	2	3
1—2	<b>Повторение. Решение треугольников</b>	2
<b>Введение в стереометрию (18 ч)</b>		
3—6	Основные фигуры стереометрии и правила их изображения на плоскости. Куб. Параллелепипед. Призма. Пирамида. Решение задач	4
7—11	Аксиомы стереометрии. Решение задач	5
12—15	Следствия из аксиом. Способы задания плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей. Решение задач	4
16—19	Секущая плоскость, основные правила построения сечений. Построение сечений многогранников плоскостью. Решение задач	4
20	<i>Контрольная работа по теме «Введение в стереометрию»</i>	1
<b>Параллельность прямых и плоскостей (20 ч)</b>		
21—24	Параллельные прямые в пространстве. Признак параллельности прямых. Свойство диагоналей параллелепипеда. Решение задач	4
25—27	Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Решение задач	3
28—31	Скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых. Решение задач	4
32—34	Угол между прямыми	3
35—39	Параллельность плоскостей. Признак параллельности плоскостей. Свойства параллельных плоскостей. Решение задач	5
40	<i>Контрольная работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей»</i>	1
<b>Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикулярность плоскостей (23 ч)</b>		
41—47	Перпендикулярность прямой и плоскости. Теоремы о взаимосвязи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теоремы существования и единственности плоскости, перпендикулярной к прямой, и прямой, перпендикулярной к плоскости. Свойства диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Решение задач	7
48—53	Перпендикуляр и наклонная. Теорема о трех перпендикулярах. Зависимость длин наклонных, проведенных из одной точки, от длин их проекций. Расстояние от точки до плоскости. Решение задач	6
54—56	Угол между прямой и плоскостью	3
57—62	Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей. Признак перпендикулярности плоскостей. Решение задач	6
63	<i>Контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикулярность плоскостей»</i>	1
64—68	Повторение курса геометрии X класса	5



Контрольная работа по теме «Введение в стереометрию»

Вариант 1

1. Каким плоскостям принадлежит точка  $K$ ?



- а)  $CBD$ ;
- б)  $ABC$ ;
- в)  $ADC$ ;
- г)  $ADB$ .

2. Укажите верные утверждения:
- а) любые три точки лежат в одной плоскости;
  - б) любые четыре точки лежат в одной плоскости;
  - в) любые три точки не лежат в одной плоскости;
  - г) через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

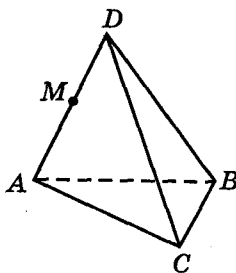
3.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. Точка  $O$  — середина ребра  $DD_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $OC_1$  с плоскостью  $ABC$ .

4. Найдите площадь сечения правильного тетраэдра плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 18 см, и точку, делящую апофему смежной боковой грани тетраэдра в отношении 2:1, считая от вершины.

5. Основание прямой призмы — квадрат. Радиус окружности, вписанной в основание, в 2 раза меньше радиуса окружности, описанной около боковой грани призмы. Вычислите площадь полной поверхности призмы, если площадь её боковой грани равна  $4\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>.

Вариант 2

1. Вне каких плоскостей лежит точка  $M$ ?



- а)  $ABC$ ;
- б)  $ADB$ ;
- в)  $BCD$ ;
- г)  $ACD$ .

2. Укажите верные утверждения:
- а) прямая и плоскость могут иметь только одну общую точку;
  - б) прямая и плоскость могут иметь только две общие точки;
  - в) через точку пересечения двух прямых можно провести третью прямую, не лежащую с ними в одной плоскости;
  - г) через прямую и точку, не лежащую на ней, можно провести две различные плоскости.

3.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. Точка  $F$  — середина ребра  $AA_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $FD_1$  с плоскостью  $ABD$ .

4. Найдите площадь сечения правильной четырёхугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания, равную 8 см, и середину апофемы противоположной грани. Длина апофемы равна 8 см.

5. Основание прямоугольного параллелепипеда — квадрат, площадь которого в два раза меньше площади боковой грани параллелепипеда. Вычислите площадь полной поверхности параллелепипеда, если длина диагонали боковой грани равна 5 см.

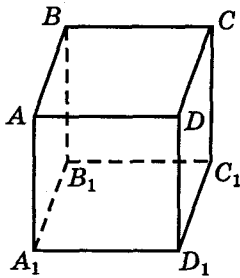
Контрольная работа по теме «Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб. По какой прямой пересекаются плоскости  $A_1 D_1 B$  и  $ACD$ ?

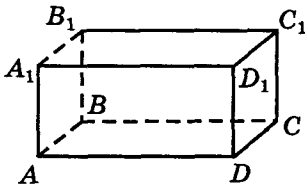
Вариант 2

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. По какой прямой пересекаются плоскости  $D_1 BC$  и  $A_1 B_1 C_1$ ?



- а)  $BD$ ;
- б)  $BC$ ;
- в)  $A_1D_1$ ;
- г)  $A_1B$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — параллелепипед. Укажите верные утверждения:

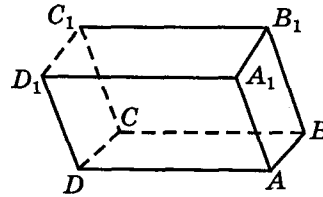


- а) прямые  $A_1D_1$  и  $BC$  — параллельны;
- б) прямые  $AD$  и  $B_1C_1$  — скрещивающиеся;
- в) прямые  $C_1D_1$  и  $CC_1$  — пересекаются;
- г) прямые  $AD$  и  $AC_1$  — скрещивающиеся.

3. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны  $PQ$  и  $QR$  треугольника  $PQR$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно, причем  $PR \parallel \alpha$ . Найдите  $AB$ , если  $QA:AP = 3:4$  и  $PR = 21$  см.

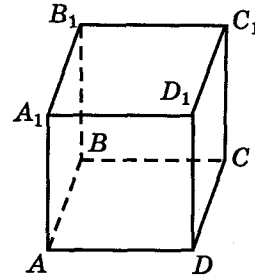
4.  $SABCD$  — правильная четырёхугольная пирамида. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через вершину  $S$ , середину ребра  $CD$  и параллельной диагонали  $AC$ .

5.  $SABCD$  — правильная четырёхугольная пирамида, все рёбра которой равны между собой. Точка  $F$  — середина ребра  $SC$ , а точка  $O$  — точка пересечения диагоналей основания. Вычислите косинус угла между прямыми  $SO$  и  $DF$ .



- а)  $BC$ ;
- б)  $A_1D_1$ ;
- в)  $D_1B$ ;
- г)  $B_1C_1$ .

2.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб. Укажите верные утверждения:



- а) прямые  $AA_1$  и  $CC_1$  — скрещивающиеся;
- б) прямые  $A_1D_1$  и  $BC$  — скрещивающиеся;
- в) прямые  $BB_1$  и  $D_1D$  — параллельны;
- г) прямые  $AD$  и  $BC_1$  — пересекаются.

3. Плоскость  $\alpha$  пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, причем  $AC \parallel \alpha$ . Найдите  $AC$ , если  $BM:MA = 2:3$  и  $MN = 6$  см.

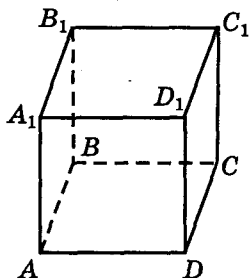
4. Точка  $O$  — середина ребра  $BB_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ . Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через прямую  $CO$  и параллельной прямой  $AB$ .

5. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  длина бокового ребра в 2 раза больше длины стороны основания. Точка  $F$  — середина отрезка  $SB$ . Вычислите косинус угла между прямыми  $SD$  и  $AF$ .

Контрольная работа по теме «Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикулярность плоскостей»

Вариант 1

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб. Какие из отрезков являются наклонными к плоскости  $ABB_1$ ?



- а)  $A_1 D_1$ ;
- б)  $C_1 B$ ;
- в)  $DB$ ;
- г)  $A_1 B$ .

2. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

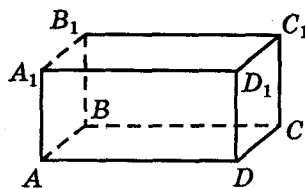
3. Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости  $\beta$ . Точка  $K$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Отрезок  $KK_1$  — перпендикуляр к плоскости  $\beta$ , точка  $M$  принадлежит плоскости  $\beta$  и  $MM_1$  — перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ . Чему равна длина отрезка  $K_1 M_1$ , если  $KK_1 = 6$  см,  $MM_1 = 10$  см,  $KM = 12$  см.

4. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  основание  $ABCD$  — квадрат. Точка  $E$  делит отрезок  $AC$  в отношении 1:4, считая от вершины  $A$ . Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $E$  и перпендикулярной плоскостям  $ABC$  и  $A_1 B_1 C_1$ .

5. Отношение площади диагонального сечения правильной четырёхугольной пирамиды  $TABCD$  к площади её основания равно  $\sqrt{3}$ . Найдите меру двугранного угла  $KBDC$ , где точка  $K$  — середина ребра  $TC$ .

Вариант 2

1.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — прямоугольный параллелепипед. Какие из отрезков являются перпендикулярами к плоскости  $D_1 DC$ ?



- а)  $DD_1$ ;
- б)  $A_1 D_1$ ;
- в)  $BC$ ;
- г)  $AC$ .

2. Сформулируйте теоремы, устанавливающие связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.

3. Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна плоскости  $\beta$ . Точка  $A$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Отрезок  $AA_1$  — перпендикуляр к плоскости  $\beta$ , точка  $B$  принадлежит плоскости  $\beta$  и  $BB_1$  — перпендикуляр к плоскости  $\alpha$ . Чему равна длина отрезка  $AB_1$ , если  $AA_1 = 6$  см,  $BB_1 = 10$  см,  $A_1 B_1 = 4$  см.

4.  $SABCD$  — правильная четырёхугольная пирамида, точка  $E$  — середина бокового ребра  $SA$ . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $DE$  и перпендикулярной плоскости  $SBD$ .

5. Найдите меру двугранного угла между боковыми гранями правильной треугольной пирамиды, если двугранный угол, образуемый боковой гранью и основанием, равен  $\alpha$ .

(Продолжение следует.)

