Разрешимые группы с ограниченным числом делителей порядков собственных подгрупп

И. Л. Сохор

Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины, Гомель

Рассматриваются только конечные группы. Группа, порядок которой делится на простое число p, называется pd-группой. Полупрямое произведение с нормальной подгруппой A обозначается через $A \rtimes X$. Множество всех простых делителей порядка группы G обозначается через $\pi(G)$, а $|\pi(G)|$ — их число. Если $|\pi(G)| = k$, то группу G называем k-примарной, при $|\pi(G)| \leq k$ — не более чем k-примарной.

Группу G будем называть квази-k-примарной, если $|\pi(G)| > k$ и для каждой максимальной подгруппы M из G выполнено $|\pi(M)| \leq k$.

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Зафиксируем натуральное число k и простое число p. В разрешимой pd-группе G каждая собственная pd-подгруппа не более чем k-примарна тогда и только тогда, когда либо G не более чем k-примарна, либо $G = N \rtimes M$, где N — минимальная нормальная и силовская q-подгруппа для некоторого $q \in \pi(G)$, M — максимальная и k-примарная подгруппа, каждая собственная подгруппа которой не более чем $(k-1)$-примарна.*

Следствие 1. *Разрешимая группа G квази-k-примарна тогда и только тогда, когда $G = N \rtimes M$, где N — минимальная нормальная и силовская p-подгруппа для некоторого $p \in \pi(G)$, а подгруппа M — максимальная и квази-$(k-1)$-примарная.*

С. С. Левищенко [1] исследовал группы при условии, что все собственные подгруппы примарны или бипримарны. Строение таких разрешимых групп следует из теоремы 1 при $k = 2$.

Список литературы

1. С. С. Левищенко. Конечные квазибипримарные группы // Группы, определяемые свойствами системы подгрупп: сб. Ин-та матем. АН УССР. Киев, 1979. С. 83–97.