

ГРУППЫ С ФОРМАЦИОННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА СИЛОВСКИЕ ПОДГРУППЫ

© Монахов В.С.¹, Сохор И.Л.²

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины (Беларусь, Гомель)

¹e-mail: viktor.monakhov@gmail.com, ²e-mail: irina.sokhor@gmail.com

Рассматриваются только конечные группы. Формации всех абелевых, нильпотентных, сверхразрешимых и разрешимых групп обозначаются через \mathfrak{A} , \mathfrak{N} , \mathfrak{U} и \mathfrak{S} соответственно. Закрепим также следующие обозначения: \mathfrak{A}_1 — формация всех абелевых групп с элементарными абелевыми силовскими подгруппами; \mathfrak{A} — формация всех разрешимых групп с абелевыми силовскими подгруппами.

Обобщением теоретико-групповых понятий субнормальности и абнормальности являются \mathfrak{F} -субнормальность и \mathfrak{F} -абнормальность, где \mathfrak{F} — формация [1, IV.5.12, IV.5.6]. Эти формационные понятия являются альтернативными для собственных подгрупп.

Т.И. Васильева и А.Ф. Васильев [2] предложили обозначение $w\mathfrak{F}$ для класса всех групп, в которых каждая силовская подгруппа \mathfrak{F} -субнормальна, и описали его свойства. Несложно проверить, что в любой разрешимой группе каждая силовская подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$ -субнормальна, поэтому $\mathfrak{S} \subseteq w\mathfrak{F}$ для любой формации \mathfrak{F} , содержащей $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$. Следовательно, в универсуме всех разрешимых групп изучать класс групп, в которых каждая силовская подгруппа \mathfrak{F} -субнормальна или \mathfrak{F} -абнормальна, следует для формаций, не содержащих $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$.

Теорема. *В группе G каждая силовская подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$ -субнормальна или $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$ -абнормальна класса нильпотентности не больше 2 тогда и только тогда, когда либо $G \in \mathfrak{NA}$, либо $G = G^{\mathfrak{N}} \rtimes P$, где P — неабелева $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$ -абнормальная силовская p -подгруппа для некоторого $p \in \pi(G)$, являющаяся подгруппой Картера и Гашюца, $P' \leq Z(P)$ и $G^{\mathfrak{N}} = G^{\mathfrak{A}} \in \mathfrak{NA}$.*

Литература

1. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.
2. Васильев А.Ф., Васильева Т.И. О конечных группах с обобщенно субнормальными силовскими подгруппами // ПФМТ. 2011. № 4 (9). С. 86-91.