

Конечные группы с полунормальными или абнормальными силовскими подгруппами

В. С. Монахов, И. Л. Сохор

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1].

Подгруппа A называется *полунормальной* в группе G , если существует подгруппа B такая, что $G = AB$ и AB_1 — собственная в G подгруппа для каждой собственной подгруппы B_1 из B . Группы с некоторыми полунормальными подгруппами исследовались, например, в работах [2]–[7].

Подгруппа H группы G называется *абнормальной*, если $x \in \langle H, H^x \rangle$ для любого $x \in G$. В симметрической группе степени 4 силовская 2-подгруппа одновременно полунормальна и абнормальна.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть в группе G каждая силовская подгруппа полунормальна или абнормальна. Тогда группа G сверхразрешима или $G = G_{r'} \rtimes G_r$ для некоторого $r \in \pi(G)$, подгруппа $G_{r'}$ сверхразрешима, а $G_r = N_G(G_r)$.

Здесь $G_{r'} \rtimes G_r$ — полупрямое произведение нормальной r' -холловой подгруппы $G_{r'}$ и силовской r -подгруппы G_r группы G .

Следствие. Если в группе G каждая силовская подгруппа полунормальна или абнормальна, то G имеет силовскую башню и нильпотентная длина группы G не превышает 3.

Силовская башня у группы из следствия может быть любого типа. Подтверждением служат неабелева группа порядка 6 и знакопеременная группа порядка 12.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1992.
- [2] Xiongying Su. On semi-normal subgroups of finite group // Math.J. (Wuhan). 1988. Vol. 8(1). P. 7–9.
- [3] Wang P. Some sufficient conditions of a nilpotent group // Algebra. J. 1992. Vol. 148. P. 289–295.
- [4] Подгорная В. В. Полунормальные подгруппы и сверхразрешимость конечных групп // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэ. навук. 2000. N 4. С. 22–25.
- [5] Монахов В. С. Конечные группы с полунормальной холловой подгруппой // Матем. зам. 2006. Том 80, N 4. С. 573–581.
- [6] Княгина В. Н., Монахов В. С. Конечные группы с полунормальными подгруппами Шмидта // Алгебра и логика. 2007. Том 46, N 4. С. 448–458.
- [7] Guo Wen Bin. Finite groups with seminormal Sylow subgroups // Acta Mathematica Sinica. 2008. Vol. 24, N 10. P. 1751–1758.

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель (Беларусь)

E-mail: victor.monakhov@gmail.com

Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест (Беларусь)

E-mail: irina.sokhor@gmail.com