e-mail: v.mikaelian@gmail.com

В. С. Монахов (Гомель), **И. Л. Сохор** (Брест)

О группах с альтернативными системами подгрупп

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология и обозначения соответствуют [1], [2].

Одно из направлений исследований современной теории групп связано с изучением групп с альтернативными свойствами нетривиальных подгрупп. Из работ текущего десятилетия отметим, например, статью [3], в которой изучены группы, каждая максимальная подгруппа которых простая или сверхразрешимая (в частности, нильпотентная).

Пусть $\mathfrak{F}$ — формация, G — группа. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-абнормальной, если $L/K_L \notin \mathfrak{F}$ для всех подгрупп K и L таких, что $H \leq K < \cdot\ L \leq G$. Здесь запись $K < \cdot\ L$ означает, что K — максимальная подгруппа группы L, а K_L — ядро подгруппы K в группе L. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-субнормальной в G, если существует такая цепочка подгрупп

$$H = H_0 < \cdot\ H_1 < \cdot\ \ldots < \cdot\ H_n = G,$$

что $H_i/(H_{i-1})_{H_i} \in \mathfrak{F}$ для всех i. В любой группе G каждая собственная подгруппа не может быть одновременно $\mathfrak{F}$-субнормальной и $\mathfrak{F}$-абнормальной, т. е. эти понятия альтернативные.

Группы, в которых некоторые подгруппы $\mathfrak{F}$-субнормальны или $\mathfrak{F}$-абнормальны, изучались в работах многих авторов, см. литературу в [4]. В этом направлении доказана следующая

Теорема. Пусть $\mathfrak{F}$ — формация, $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}\mathcal{A}$. Предположим, что в группе G каждая силовская подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна или $\mathfrak{F}$-абнормальна. Тогда либо $G \in \mathfrak{N}\mathcal{A}$, либо справедливы следующие утверждения:

(1) только одна из силовских подгрупп группы G $\mathfrak{F}$-абнормальна, пусть это будет силовская p-подгруппа P группы G;

(2) группа G разрешима, P является неабелевой подгруппой Картера и Гашюца;

(3) $G_{p'} \leq G^{\mathfrak{N}} = G^{\mathfrak{U}}$ и каждая примарная подгруппа в $G_{p'}$ $\mathfrak{F}$-субнормальна.

Здесь $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{N}$ — классы всех абелевых и нильпотентных групп соответственно; $\mathfrak{A}_1$ — класс всех абелевых групп с элементарными абелевыми силовскими подгруппами; $\mathcal{A}$ — класс всех разрешимых групп с абелевыми силовскими подгруппами; $G^{\mathfrak{F}}$ и $G_{p'}$ — $\mathfrak{F}$-корадикал и p'-холлова подгруппа группы G соответственно.

Литература. [1] В. С. Монахов. Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа, 2006. [2] Л. А. Шеметков. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978. [3] В. С. Монахов, В. Н. Тютянов. О конечных группах с заданными максимальными подгруппами. Сиб. матем. журн., 55 (2014), 553–561. [4] В. С. Монахов, И. Л. Сохор. Конечные группы с формационно субнормальными примарными подгруппами. Сиб. матем. журн., 58 (2017), 851–863.

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина

e-mail: irina.sokhor@gmail.com

В. И. Мурашко (Гомель)

О характеризациях $\mathfrak{F}$-гиперцентра конечных групп

Рассматриваются только конечные группы. Понятие гиперцентра естественно возникает в связи с определением нильпотентной группы через центральные ряды. Первые характеризации гиперцентра, как пересечения системы заданных подгрупп, возникли в работах Ф. Холла [1] и Р. Бэра [2]. Так, Р. Бэр [2] показал, что, с одной стороны, гиперцентр совпадает с пересечением всех максимальных нильпотентных подгрупп, а с другой стороны — с пересечением нормализаторов всех силовских подгрупп.

Б. Хупперт и Л.А. Шеметков (см., [3, §7]) стали изучать формационные обобщения гиперцентра, вводя его с помощью понятия экрана. Определение $\mathfrak{F}$-гиперцентра для более широкого класса групп, не использующее понятие экрана, было предложено в [4].

Пусть $\mathfrak{X}$ — класс групп. Напомним [4, с. 127–128], что главный фактор H/K группы G называется $\mathfrak{X}$-*центральным*, если $H/K \rtimes G/C_G(H/K) \in \mathfrak{X}$, в противном случае он называется $\mathfrak{X}$-*эксцентральным*. $\mathfrak{X}$-*гиперцентром* группы G называется наибольшая нормальная подгруппа G, все G-главные факторы ниже которой $\mathfrak{X}$-центральны в G. Обозначается $\mathrm{Z}_{\mathfrak{X}}(G)$. Напомним (см., например, [5]), что подгруппа U группы G называется $\mathfrak{X}$-*максимальной* в G, если (a) $U \in \mathfrak{X}$, и (b) из $U \leq V \leq G$ и $V \in \mathfrak{X}$ следует, что $U = V$. Пересечение всех $\mathfrak{X}$-максимальных подгрупп группы G обозначается через $\mathrm{Int}_{\mathfrak{X}}(G)$.

В 1995 году на Гомельском алгебраическом семинаре Л. А. Шеметков задал вопрос: «Для каких нормально наследственных разрешимо насыщенных формация $\mathfrak{F}$ равенство $\mathrm{Int}_{\mathfrak{F}}(G) = \mathrm{Z}_{\mathfrak{F}}(G)$ верно