О ФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВА РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Сохор И.Л.
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина
irina.sokhor@gmail.com

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Используемая терминология и обозначения соответствуют [1]- [2].

Пусть $\mathfrak{F}$ — формация, G — группа. Подгруппа H группы G называется $\mathfrak{F}$-субнормальной в G, если существует такая цепочка подгрупп

$$H = H_0 <\cdot\ H_1 <\cdot\ \ldots <\cdot\ H_n = G,$$

что $H_i^{\mathfrak{F}} \leq H_{i-1}$. Здесь $H_i^{\mathfrak{F}}$ — $\mathfrak{F}$-корадикал подгруппы H_i, а запись $H_i <\cdot\ H_{i+1}$ означает, что H_i — максимальная подгруппа в H_{i+1}.

Теория $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп представлена в монографиях [2, II.8], [3, IV.5], [4, 3.10], [5, глава 6]. В текущем десятилетии группы с $\mathfrak{F}$-субнормальными примарными подгруппами изучались в работах А. Ф. Васильева, Т. И. Васильевой, В. Н. Княгиной, В. И. Мурашко, В. С. Монахова, В. Н. Семенчука, А. Н. Скибы, И. Л. Сохор и др., см. работу [6] и литературу в ней. В частности, в [6] установлено, что в любой разрешимой группе каждая примарная подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{N}$-субнормальна, а каждая примарная циклическая подгруппа $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$-субнормальна [6, теорема 2.3]. Эти результаты получили развитие в следующей теореме.

Теорема. *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная насыщенная формация такая, что $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{N}\mathcal{A}$, G — разрешимая группа порядка $p^n m$, p не делит m. Если для каждого $q \neq p$ силовская q-подгруппа группы G циклическая, то в G каждая примарная подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна и $G \in \mathfrak{N}\mathcal{A}$.*

Здесь $\mathfrak{A}$ и $\mathfrak{N}$ — формации всех абелевых и нильпотентных групп соответственно; $\mathfrak{A}_1$ — формация всех абелевых групп с элементарными абелевыми силовскими подгруппами; $\mathcal{A}$ — формация всех разрешимых групп с абелевыми силовскими подгруппами.

Пример. Пусть E_{3^2} — элементарная абелева группа порядка 3^2. Ее группой автоморфизмов является полная линейная группа $\mathrm{GL}(2,3)$, которая содержит диэдральную подгруппу D порядка 8, неприводимо действующую на E_{3^2}. Пусть $G = E_{3^2} \leftthreetimes D$ — группа из голоморфа E_{3^2}, она имеет номер 40 среди групп порядка 72 в библиотеке SmallGroup системы GAP [7]. В группе G силовская 2-подгруппа D $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}$-абнормальна. Следовательно, при $p = 2$ в теореме условие цикличности силовских подгрупп нечетного порядка нельзя заменить на абелевость.

Список литературы

[1] В. С. Монахов, Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск, Вышэйшая школа, 2006.

[2] Л. А. Шеметков, Формации конечных групп. М., Наука, 1978.

[3] K. Doerk, Finite soluble groups. Berlin, New York, Walter de Gruyter, 1992.

[4] W. Guo, The theory of classes of groups. Dordrecht, Boston, London, Kluwer Academic Publishers, 2000.

[5] A. Ballester-Bolinches, L. M. Ezquerro, Classes of finite groups. Dordrecht, Springer, 2006.

[6] В. С. Монахов, И. Л. Сохор, Конечные группы с формационно субнормальными примарными подгруппами. *Сибир. матем. журн.* **58** (2017) 851–863.

[7] A system for computational discrete algebra GAP 4.8.7 *https://www.gap-system.org.*