## Конечные группы с некоторыми формационно субнормальными подгруппами

М. Н. Коновалова, И. Л. Сохор

Пусть $\mathfrak{F}$ — формация, $G$ — конечная группа, $H$ — подгруппа группы $G$. Подгруппа $H$ называется $\mathfrak{F}$-субнормальной подгруппой группы $G$, если либо $H = G$, либо существует цепочка подгрупп $H = H_0 \lessdot H_1 \lessdot \ldots \lessdot H_n = G$ такая, что $H_i^{\mathfrak{F}} \leq (H_{i-1})_{H_i}$ для всех $i$. Здесь запись $H_{i-1} \lessdot H_i$ означает, что $H_{i-1}$ — максимальная подгруппа группы $H_i$, $Y_X = \bigcap_{x \in X} Y^x$ — ядро подгруппы $Y$ в группе $X$, а $X^{\mathfrak{F}}$ — $\mathfrak{F}$-корадикал группы $X$, т. е. наименьшая нормальная в $X$ подгруппа, фактор-группа по которой принадлежит $\mathfrak{F}$. Подгруппа Фраттини группы $X$ обозначается через $\Phi(X)$.

Для наследственной формации $\mathfrak{F}$ известно [**1**, лемма 7], что если в конечной группе $G$ каждая максимальная подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна, то $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$. Если же в конечной группе $G$ каждая 2-максимальная подгруппа $\mathfrak{F}$-субнормальна, то все собственные подгруппы в $G$ имеют нильпотентные $\mathfrak{F}$-корадикалы [**1**, теорема 1]. Конечные группы, у которых все 2-максимальные подгруппы $\mathfrak{U}$-субнормальны, $\mathfrak{U}$ — формация всех сверхразрешимых групп, исследованы в [**2**].

Формация $\mathfrak{F}$ называется решеточной, если в любой конечной группе множество всех ее $\mathfrak{F}$-субнормальных подгрупп образует подрешетку решетки всех подгрупп. Решеточные формации описаны в работе [**3**]. Доказана следующая теорема.

**Теорема.** *Пусть $\mathfrak{F}$ — наследственная насыщенная решеточная формация, содержащая все нильпотентные группы. Предположим, что в конечной группе $G$ существует максимальная подгруппа $M$, которая обладает следующими свойствами:*

(1) *$M$ не $\mathfrak{F}$-субнормальна в $G$;*

(2) *каждая максимальная подгруппа из $M$ $\mathfrak{F}$-субнормальна в $G$.*

*Тогда $G$ — бипримарная минимальная не $\mathfrak{F}$-группа, $G^{\mathfrak{F}}$ — силовская подгруппа группы $G$ и $\Phi(G^{\mathfrak{F}}) = 1$.*

### Список литературы

[1] Монахов В. С. О группах с формационно субнормальными 2-максимальными подгруппами // Матем. заметки. 2019. Т. 105. С. 269–277.

[2] Монахов В. С. Конечные группы с абнормальными и $\mathfrak{U}$-субнормальными подгруппами // Сиб. матем. журн. 2016. Т. 57, N 2. С. 447–462.

[3] Васильев А. Ф., Каморников С. Ф., Семенчук В. Н. О решетках подгрупп конечных групп // Бесконечные группы и примыкающие алгебраические структуры : сб. науч. ст. Киев : Ин-т матем. АН Украины, 1993. С. 27–54.

*Брянский филиал РАНХиГС, Брянск*
*E-mail:* msafe83@mail.ru
*Брестский государственный университет им. А. С. Пушкина, Брест (Беларусь)*
*E-mail:* irina.sokhor@gmail.com