Определение 1. Пусть Θ-семейство подгрупп группы G. Подгруппа H группы G называется ө-перестановочной, если H перестановочна со всеми подгруппами $A\in G$.

Если Θ=Syl(G) является семейством всех силовских подгрупп группы G, то ө-перестановочные подгруппы группы G называется S-перестановочными подгруппами.

Свойства перестановочности и S-перестановочности применяются для описания некоторых важных классов групп.

Теорема 1. Для подгруппы H группы G, следующие утверждения эквивалентны:

1. Подгруппа H субнормальна в G.
2. Подгруппа H субнормальна в ‹H,Hg› для всех $g\in H$.
3. Подгруппа H субнормальна в ‹H,Hg› для всех $g\in H$.

Теорема 2. Пусть G группа. Тогда:

1. Если H является S-перестановочной подгруппой группы G, тогда фактор $\langle H^G,H_G\rangle$ нильпотентен. В частности H/H_G содержится в подгруппе Фиттинга $F(G/H_G)$ [2].

2. Если X подгруппа группы G и H перестановочная (S-перестановочная) подгруппа группы G, тогда пересечение $H\cap X$ перестановочная (S-перестановочная) подгруппа группы X.

Литература

1 Ore, O. Contributions in the theory of groups of finite order / O. Ore. – Duke: Math. J. – 1939. – Vol. 5. – P. 431 – 460.

2 Asaad, M. On permutable subgroups of finite groups / M. Asaad, A. A. Heliel // Archiv der Mathematik. – 2003. – Vol. 80, № 2. – P. 113 –118.

А. А. Трофимук, Е. В. Зубей
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

КОМПОЗИЦИОННЫЕ ФАКТОРЫ ГРУППЫ, В КОТОРОЙ СИЛОВСКАЯ ПОДГРУППА ПЕРЕСТАНОВОЧНА С ПОДГРУППАМИ ШМИДТА

Рассматриваются только конечные группы. Группой Шмидта называют ненильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны.

В работах [1, 2] исследовались группы, у которых силовская подгруппа перестановочна с подгруппами Шмидта четного порядка.

В. Н. Тютянов и П. В. Бычков [3] установили, что неабелевы композиционные факторы группы, у которой нет подгрупп Шмидта нечетного порядка, принадлежат множеству

$$\Omega = \{\mathrm{PSL}(2, 2^n), \mathrm{n} \geq 2; \mathrm{PSL}(2, \mathrm{q}), \mathrm{q} = 2^k + 1; \mathrm{PSU}(4, 2) \simeq \mathrm{PSp}(4, 3);$$

$$\mathrm{PSp}(4, 2^n), \mathrm{n} \geq 2; \mathrm{Sz}(2^{2n+1}), \mathrm{n} \geq 1\}.$$

Доказана следующая

Теорема. Если некоторая силовская p-подгруппа группы G перестановочна со всеми подгруппами Шмидта нечетного порядка из G, то неабелевы композиционные факторы группы G изоморфны $PSL(2,7)$ или группам из множества Ω.

Литература

1 Монахов, В. С. О композиционных факторах конечной группы с OS-полунормальной силовской подгруппой / В. С. Монахов, Е. В. Зубей // Труды института математики НАН Беларуси. – 2018. – Т. 26:1. – С. 90–94.

2 Монахов, В. С. О перестановочности силовских подгрупп с подгруппами Шмидта из некоторого ее добавления / В. С. Монахов, Е. В. Зубей // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 145–154.

3 Тютянов, В. Н. Конечные группы с нильпотентными подгруппами нечетного порядка / В. Н. Тютянов, П. В. Бычков // Проблемы физики, математики и техники. – 2018. – № 3 (36). – С. 84–86.

А. В. Токтоналиева

(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

О РАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С ПОЛУНОРМАЛЬНЫМИ СИЛОВСКИМИ ПОДГРУППАМИ ИЗ 2-МАКСИМАЛЬНОЙ ПОДГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Используемая терминология соответствует [1]. Запись $Y \leq X$ означает, что Y подгруппа