

УДК 539.171.11

А.И. Серый

К ВОПРОСУ О ЗАВИСМОСТИ АМПЛИТУД НУКЛОН- НУКЛОННОГО РАССЕЯНИЯ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Для низких и умеренных температур получены зависимости действительных и мнимых частей амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния от температуры, концентрации и степени спиновой поляризации нуклонов в рамках теории эффективного радиуса. На основе полученных результатов выведены аналогичные зависимости среднего ядерного псевдомагнитного поля, среднего сечения нуклон-нуклонного рассеяния и вероятности переворота спина при столкновениях. Показано, что степень поляризации и концентрация оказывают более существенное влияние на поведение амплитуд по сравнению с температурой; что ядерное псевдомагнитное поле зависит от степени поляризации нелинейно; что действительная часть триплетной амплитуды рассеяния может менять знак.

Работа базируется на идеях В.Г. Барышевского и В.В. Тихомирова. Запишем выражение для ядерного псевдомагнитного поля (далее – ЯПМП), действующего на нуклон сорта j со стороны нуклонов сорта i [1, с. 54; 4, с. 34]:

$$\mathbf{V}_{ji}^{\text{эф}} = \frac{\pi \hbar^2 n_i \operatorname{Re} \beta_{ji}}{m_{ji}^* |\mu_j|} \operatorname{sign}(T_{3i} T_{3j}) \mathbf{q}_{0i}, \quad (1)$$

где T_{3i} , T_{3j} – соответствующие проекции изоспина, m_{ji}^* – приведенная масса 2 нуклонов, μ_j – собственный магнитный момент, n_i – концентрация, \mathbf{q}_{0i} – вектор поляризации собственных магнитных моментов нуклонов сорта « i ». Величина β_{ji} зависит от амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния. Пренебрегаем тепловым расширением и считаем, что n_i от температуры не зависит. Если отвлекаться от рассмотрения каких-либо равновесных ситуаций и считать \mathbf{q}_{0i} свободным параметром, то зависимость $\mathbf{V}_{ji}^{\text{эф}}$ (T) должна проявляться только в зависимости $\beta_{ji}(T)$. Запишем выражение для β_{ji} на основе [1, с. 48]:

$$\beta_{np} = \beta_{pn} = (f_t - f_s)/2, \quad \beta_{jj} = -f_j/2, \quad (2)$$

где под « t , s » понимаются, соответственно, триплетное и синглетное состояние; выражения для амплитуд рассеяния в теории эффективного радиуса имеют вид [2, с. 20, 30–31] (k_{ij} – модуль волнового вектора относительного движения 2 нуклонов):

$$f_t = (-1/a_t + 0,5r_{0t}k_{ij}^2 + ik_{ij})^{-1} = \frac{-\frac{1}{a_t} + 0,5r_{0t}k_{ij}^2 - ik_{ij}}{(-\frac{1}{a_t} + 0,5r_{0t}k_{ij}^2)^2 + k_{ij}^2} \quad (3a)$$

$$f_s = (-1/a_s + 0,5r_{0s}k_{ij}^2 + ik_{ij})^{-1}, \quad (3б)$$

$$f_j = (-1/a_j + 0,5r_{0j}k_{ij}^2 + ik_{ij})^{-1}, \quad (3в)$$

где (в 10^{-13} см) $a_t = 5,42$, $a_s = -23,71$ (длины рассеяния), $r_{0t} = 1,76$, $r_{0s} = 2,70$ (эффективные радиусы), для 2 нейтронов или протонов в синглетном состоянии $a_p = -7,83$, $a_n = -17,2$, $r_{0p} = r_{0n} = 2,8$ [2, с. 20, 30–31], в триплетном полагаем всё равным нулю. $\hbar \mathbf{k}_{ij} = \mathbf{p}_{ij} = |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|$ – импульс относительного движения нуклонов. Энергия отдельного нуклона и химический потенциал нуклонов сорта « i » в ЯПМП имеют, соответственно, вид:

$$\varepsilon_i^* = \frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_i} - \boldsymbol{\mu}_i \cdot (\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}} + \mathbf{B}_{ii}^{\text{эф}}), \quad \chi_i^{\pm*} = \frac{\hbar^2 (6\pi^2 n_i^{\pm})^{2/3}}{2m_i} - (\pm) |\boldsymbol{\mu}_i| |\mathbf{B}_{ji}^{\text{эф}} + \mathbf{B}_{ii}^{\text{эф}}|, \quad (4)$$

где

$$n_i^{\pm} = n_i (1 \pm q_{0i}) / 2 \quad (5)$$

– концентрации нуклонов, у которых собственные магнитные моменты направлены, соответственно, по и против вектора \mathbf{q}_{0i} . Отсюда видно, что в разности $\varepsilon_i^* - \chi_i^{\pm*}$ ЯПМП выпадает, что позволяет в распределении Ферми–Дирака (k – постоянная Больцмана)

$$F(\varepsilon_i^*, \chi_i^{\pm*}, T) = (\exp\{(\varepsilon_i^* - \chi_i^{\pm*}) / (kT)\} + 1)^{-1} \quad (6)$$

под ε_i^* , $\chi_i^{\pm*}$ понимать, соответственно, выражения

$$\varepsilon_i^* \rightarrow \varepsilon_i = \hbar^2 k_i^2 / (2m_i), \quad \chi_i^{\pm*} \rightarrow \chi_i^{\pm} = \frac{\hbar^2 (6\pi^2 n_i^{\pm})^{2/3}}{2m_i}. \quad (7)$$

Если в (1), помимо $\text{Re}\beta_{ji}$, учесть еще и $\text{Im}\beta_{ji}$, то, вводя в (4) комплексную энергию $\varepsilon_i^* - i\Gamma/2$, с учетом (1), (4) запишем для ширины уровня Γ :

$$\Gamma = 2|\mathbf{q}_{0j}| \pi \hbar^2 n_j |\text{Im}\beta_{ji}| / m_{ji}^*, \quad (8)$$

что, например, при $\text{Im}\beta_{ji} \sim 10^{-15}$ см и $n_j \sim 10^{30}$ см $^{-3}$ дает $\tau = \hbar/\Gamma \sim 10^{-14}$ с, а при $\text{Im}\beta_{ji} \sim 10^{-13}$ см и $n_j \sim 10^{38}$ см $^{-3}$ $\tau \sim 10^{-22}$ с, т. е. получается весьма быстрое затухание нуклонной волны за счет поглощения и рассеяния в нуклонной среде.

Запишем выражение для волнового вектора относительного движения:

$$k_{ij}^2 = k_j^2 + k_i^2 + 2k_j k_i \cos\theta = 2m_j \varepsilon_j / \hbar^2 + 2m_i \varepsilon_i / \hbar^2 + 4\cos\theta (m_j m_i)^{1/2} (\varepsilon_j \varepsilon_i)^{1/2} / \hbar^2, \quad (9)$$

где θ – угол между \mathbf{k}_j и \mathbf{k}_i . Пусть надо усреднить одну из амплитуд (3а) – (3в) для данного нуклона сорта «i» по всем нуклонам сорта «j» с определенным направлением $\boldsymbol{\mu}_j$, подчиняющимся распределению Ферми–Дирака при конечной температуре (6). На примере f_t и нуклонов с положительным направлением $\boldsymbol{\mu}_j$ покажем, как это делается:

$$\langle f_t \rangle_{j+} = \frac{2\pi (2m_j)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3 n_j^+} \int_0^{+\infty} \int_0^\pi f_t \varepsilon_j^{1/2} F(\varepsilon_j, \chi_j^+, T) \sin\theta d\varepsilon_j d\theta. \quad (10a)$$

При подстановке в (10а) выражений (3а) с учетом (8), а также (6) с учетом замены (7) видно (на примере f_t), что прямое усреднение затруднительно, поскольку уже после усреднения одной только действительной части по углам получается следующее выражение, интегрирование которого по импульсам весьма проблематично.

$$\langle \text{Ref}_t \rangle_{\theta} = \frac{1}{4r_{0t} k_i k_j} \left(\ln \left| \frac{1 + \eta_1 + \eta_2}{1 - \eta_1 + \eta_2} \right| - \frac{1}{\sqrt{1 - r_{0t}/a_t}} \ln \left| \frac{\eta_1^2 - ((\eta_1^2 - 4\eta_2)^{1/2} - 2)^2}{\eta_1^2 - ((\eta_1^2 - 4\eta_2)^{1/2} + 2)^2} \right| \right), \quad (10б)$$

$$\eta_1 = k_j/k_i + k_i/k_j - 2(r_{0t} k_i k_j)^{-1} (1/r_{0t} - 1/a_t). \quad (10в)$$

$$\eta_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left(\left(\frac{k_j}{k_i} \right)^2 + \left(\frac{k_i}{k_j} \right)^2 \right) + \frac{1}{r_{0t}^2} \left(\frac{1}{(a_t k_i k_j)^2} + \frac{1}{k_i^2} + \frac{1}{k_j^2} \right) - \frac{1}{a_t r_{0t}} \left(\frac{1}{k_i^2} + \frac{1}{k_j^2} \right). \quad (10\Gamma)$$

Аналогичен и результат прямого усреднения по углам формул (3б) и (3в). Можно показать, что при начальном усреднении по импульсам будут трудности при дальнейшем интегрировании по углам. Поэтому обойдем эту проблему по-иному.

В дальнейшем понадобятся интегралы [3, с. 595–597]:

$$L_q = \int_0^{+\infty} x^q (e^x + 1)^{-1} dx = (1 - 2^{-q}) \Gamma(q + 1) \zeta(q + 1), \quad (11)$$

где Γ и ζ – гамма- и дзета-функция соответственно. Вводя обозначения

$$x = (\varepsilon_i - \chi_i^\pm)/(kT) \Rightarrow \{(5)\} \Rightarrow F(x) = (e^x + 1)^{-1}, \quad \varepsilon_i = xkT + \chi_i^\pm, \quad (12)$$

запишем интегралы, выражаемые, в конечном итоге, через (11):

$$\begin{aligned} J(\alpha, \beta, n) &= \int_{\alpha}^{\beta} x^n (dF/dx) dx; \quad J(0, +\infty, 1) = -\ln 2, \quad J(0, +\infty, 2) = -\pi^2/6, \\ J(0, +\infty, 3) &= -(9/4)\Gamma(3)\zeta(3), \quad J(-\infty, +\infty, 1) = 0, \quad J(-\infty, +\infty, 2) = -\pi^2/3, \\ J(0, -\chi/kT, 1) &= -(\chi/kT) \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} + \ln((\exp(\chi/kT) + 1)/2), \\ J(0, -\chi/kT, 2) &= (\chi/kT)^2 \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} - 2(\chi/kT) \ln \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \} + 2\chi/kT + \\ &+ \frac{\pi^2}{6} + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j^2} e^{-j\chi/kT}, \quad J(0, -\chi/kT, 3) = \left(\frac{\chi}{kT} \right)^3 \frac{1}{e^{\chi/kT} + 1} + 3 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} (j^2 e^{-j\chi/kT} (\chi/kT)^2 + \\ &+ 2(\chi/kT) j e^{-j\chi/kT} + 2(e^{-j\chi/kT} - 1))/j^3. \end{aligned} \quad (13)$$

При усреднении (3а) – (3в) как при высоких температурах или малых химических потенциалах, так и при низких температурах, понадобятся интегралы

$$\begin{aligned} I_\lambda(a, b, c, d) &= \int_c^d \frac{t^\lambda dt}{(t^2 + a^2)^2 - b^2}; \quad I_2(a, b, c, d) = \frac{1}{2b} ((a^2 + b)^{1/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 + b}}) - \\ &- (a^2 - b)^{1/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 - b}}))|_c^d, \quad a^2 > b; \quad I_4(a, b, c, d) = d - c + \frac{1}{2b} ((a^2 - b)^{3/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 - b}}) - \\ &- (a^2 + b)^{3/2} \arctg(\frac{t}{\sqrt{a^2 + b}}))|_c^d, \quad a^2 > b; \quad I_6(a, b, c, d) = \frac{1}{3} (d^3 - c^3) + (b^2 - a^4) I_2(a, b, c, d) - \\ &- 2a^2 I_4(a, b, c, d). \end{aligned} \quad (14)$$

В определенном спиновом состоянии 2 нуклонов усредненное по нуклонам сорта «i» парциальное сечение рассеяния нуклона сорта «j» на нуклонах сорта «i» выражается через соответствующую амплитуду рассеяния следующим образом [2, с. 16]:

$$\sigma_\alpha(\varepsilon_i, T) = 4\pi f_\alpha^2(\varepsilon_i, T), \quad \alpha = t, s, p, n \quad (15)$$

При этом в отсутствие поляризации усредненное по всевозможным проекциям спинов 2 нуклонов сечение рассеяния дается выражением [2, с. 15]:

$$\sigma_{np}(\varepsilon_i, T) = (3/4)\sigma_t(\varepsilon_i, T) + (1/4)\sigma_s(\varepsilon_i, T), \sigma_{ii}(\varepsilon_i, T) = (1/4)\sigma_i(\varepsilon_i, T), i = n, p \quad (16)$$

При наличии поляризации надо помнить, что, к примеру, синглетные состояния для данного протона со спином « \uparrow » с любым нейтроном со спином « \downarrow » при усреднении, вообще говоря, не равносильны (при наличии спиновой поляризации нейтронов) синглетным состояниям для данного протона со спином « \downarrow » с любым нейтроном со спином « \uparrow », поскольку в соответствующих формулах фигурируют разные n_p .

Таблица 1 – Триплетные состояния систем 2 нуклонов

D_1 D_2		проекция собственного магнитного момента/спина и обозначение соответствующей концентрации			
		+/-; n_n^+	-/+; n_n^-	+/+; n_p^+	-/-; n_p^-
проекция (и ее вероятность) собственного магнитного момента/ спина и обозначение соответствующей концентрации	+/+; n_p^+ ; n_p^+/n_p	а) да; б) $n_n^+/2n_n$; в) 0; г) $f_t(p_+, <n_+>)$; д) $f_t(<p_+>, <n_+>)$	а) да; б) n_n^-/n_n ; в) 1; г) $f_t(p_+, <n_>)$; д) $f_t(<p_+>, <n_>)$	а) нет; б) А	а) нет; б) S(0)
	-/-; n_p^- ; n_p^-/n_p	а) да; б) n_n^+/n_n ; в) -1; г) $f_t(p_-, <n_+>)$; д) $f_t(<p_>, <n_+>)$	а) да; б) $n_n^-/2n_n$; в) 0; г) $f_t(p_-, <n_>)$; д) $f_t(<p_>, <n_>)$	а) нет; б) S(0)	а) нет; б) А
	+/-; n_n^+ ; n_n^+/n_n	а) нет; б) А	а) нет; б) S(0)	а) да; б) $n_p^+/2n_p$; в) 0; г) $f_t(n_+, <p_+>)$; д) $f_t(<n_+>, <p_+>)$	а) да; б) n_p^-/n_p ; в) -1; г) $f_t(n_+, <p_>)$; д) $f_t(<n_+>, <p_>)$
	-/+; n_n^- ; n_n^-/n_n	а) нет; б) S(0)	а) нет; б) А	а) да; б) n_p^+/n_p ; в) 1; г) $f_t(n_-, <p_+>)$; д) $f_t(<n_>, <p_+>)$	а) да; б) $n_p^-/2n_p$; в) 0; г) $f_t(n_-, <p_>)$; д) $f_t(<n_>, <p_>)$

Рассмотрим возможные случаи при столкновении 2 нуклонов в виде таблиц 1 и 2 по пунктам: а) возможность реализации такого состояния для заданного отдельно взятого нуклона сорта « j »; б) вероятность такой реализации для заданного отдельно взятого нуклона сорта « j » при встрече с одним из нуклонов сорта « i » в случае возможности, или причина невозможности (А – противоречие принципу Паули, S(s) – в таком состоянии суммарный спин может быть равен только s) в случае невозможности (в последнем случае пункты в) – д) не заполняются); в) проекция суммарного спина системы 2 нуклонов; г) обозначение однократно усредненной амплитуды по нуклонам сорта « i »; д) обозначение вторично усредненной амплитуды по состояниям нуклонов сорта « j » с той же проекцией спина, что и у заданного нуклона (усреднение проводится в предположении, что температуры подсистем нуклонов разных сортов и проекций

спина одинаковы). D_1 – нуклонная среда (сорт «i»); D_2 – отдельно взятый нуклон сорта «j».

Задача о вероятности переворота спинов низкоэнергетических нуклонов (т. е. в пренебрежении зависимостью от k_{ij} в (3а) – (3в)) при s-рассеянии без поляризации рассмотрена, к примеру, в [2, с. 71–73]. Результаты этой задачи запишем в виде таблицы 3 двумя способами ($\alpha = t, s$; $\xi_{i,j} = \pm$ – знаки проекций собственных магнитных моментов нуклонов): 1) принимая $f_\alpha = -a_\alpha$ [2, с. 71–73] (при $q_{0i,j} = 0$); 2) $q_{0i,j} \neq 0$, полагая $f_\alpha = f_\alpha(j\pm, \langle i\pm \rangle)$ (при $q_{0i,j} \neq 0$) для нашего случая. При этом сечения рассеяния нуклона сорта «j» на нуклонах противоположного сорта «i»: а) полные $\sigma_{\text{полн}}$, $\sigma_{\text{полн}}(j\pm, \langle i\pm \rangle)$; б) с переворотом спина $\sigma', \sigma'(j\pm, \langle i\pm \rangle)$; в) без переворота спина $\sigma, \sigma(j\pm, \langle i\pm \rangle)$.

Таблица 2 – Синглетные состояния систем 2 нуклонов

D_1 D_2		проекция собственного магнитного момента/спина и обозначение соответствующей концентрации			
		+/-; n_n^+	-/+; n_n^-	+/+; n_p^+	-/-; n_p^-
проекция (и ее вероятность) собственного магнитного момента/с пина и обозначение соответствующей концентрации	+/+; n_p^+ ; n_p^+/n_p	а) да; б) $n_n^+/2n_n$; в) 0; г) $f_s(p_+, \langle n_+ \rangle)$; д) $f_s(\langle p_+ \rangle, \langle n_+ \rangle)$	а) нет; б) S(1)	а) нет; б) A, S(1)	а) да; б) $n_p^-/2n_p$; в) 0; г) $f_p(p_+, \langle p_- \rangle)$; д) $f_p(\langle p_+ \rangle, \langle p_- \rangle)$
	-/-; n_p^- ; n_p^-/n_p	а) нет; б) S(1)	а) да; б) $n_n^-/2n_n$; в) 0; г) $f_s(p_-, \langle n_- \rangle)$; д) $f_s(\langle p_- \rangle, \langle n_- \rangle)$	а) да; б) $n_p^+/2n_p$; в) 0; г) $f_p(p_-, \langle p_+ \rangle)$; д) $f_p(\langle p_- \rangle, \langle p_+ \rangle)$	а) нет; б) A, S(1)
	+/-; n_n^+ ; n_n^+/n_n	а) нет; б) A, S(1)	а) да; б) $n_n^-/2n_n$; в) 0; г) $f_n(n_+, \langle n_- \rangle)$; д) $f_n(\langle n_+ \rangle, \langle n_- \rangle)$	а) да; б) $n_p^+/2n_p$; в) 0; г) $f_s(n_+, \langle p_+ \rangle)$; д) $f_s(\langle n_+ \rangle, \langle p_+ \rangle)$	а) нет; б) B S(1)
	-/+; n_n^- ; n_n^-/n_n	а) да; б) $n_n^+/2n_n$; в) 0; г) $f_n(n_-, \langle n_+ \rangle)$; д) $f_n(\langle n_- \rangle, \langle n_+ \rangle)$	а) нет; б) A, S(1)	а) нет; б) S(1)	а) да; б) $n_p^-/2n_p$; в) 0; г) $f_s(n_-, \langle p_- \rangle)$; д) $f_s(\langle n_- \rangle, \langle p_- \rangle)$

При этом статистические веса соответствующих состояний:

$$w(j\pm, i\pm) = (n_j^\pm/n_j)(n_i^\pm/n_i) = (1 \pm q_{0j})(1 \pm q_{0i})/4. \quad (17)$$

При вторичном усреднении по нуклонам сорта «j» в обозначениях амплитуд и сечений производится замена $j\pm \rightarrow \langle j\pm \rangle$. Как и в вышеупомянутой задаче, получим (с учетом (17) и данных таблицы 3) формулу для температурной зависимости

вероятности переворота спина нейтрона и протона при столкновении в поляризованной среде

$$w(\langle j \rangle, \langle i \rangle) = \left(\sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma'(\langle j\xi_j \rangle, \langle i\xi_i \rangle) \right) / \left(\sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(\langle j\xi_j \rangle, \langle i\xi_i \rangle) \right) = ((1 + q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma'(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle) + (1 - q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma'(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle)) / ((1 + q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle) + (1 + q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle) + (1 - q_{0j})(1 + q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle) + (1 - q_{0j})(1 - q_{0i}) \sigma_{\text{полн}}(\langle j \rightarrow \rangle, \langle i \rightarrow \rangle)), \quad (18)$$

а также усредненного сечения пр-рассеяния [2, с. 15]

$$\sigma_{\text{пр}}(j, \langle i \rangle) = \sum_{i,j} \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle), \quad (19a)$$

$$\sigma_{\text{пр}}(\langle j \rangle, \langle i \rangle) = \sum_{i,j} \sum_{\xi_i \xi_j} w(j\xi_j, i\xi_i) \sigma_{\text{полн}}(\langle j\xi_j \rangle, \langle i\xi_i \rangle) \quad (19б)$$

Таблица 3 – Сечения нейтрон-протонного рассеяния

	$\xi_i \xi_j = +1$	$\xi_i \xi_j = -1$
1)	а) $2\pi(a_t^2 + a_s^2)$; б) $\pi(a_t - a_s)^2$; в) $\pi(a_t + a_s)^2$	а) $4\pi a_t^2$; б) 0; в) $4\pi a_t^2$
2)	а) $2\pi(f_t^2(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle) + f_s^2(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle))$; б) $\pi(f_t(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle) - f_s(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle))^2$; в) $\pi(f_t(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle) + f_s(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle))^2$	а) $4\pi f_t^2(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle)$; б) 0; в) $4\pi f_t^2(j\xi_j, \langle i\xi_i \rangle)$

Эти формулы получены без учета возможной занятости конечных состояний в случае сильного вырождения, в результате чего рассеяния с переворотом спина не произойдет. Для учета этого фактора нужно в числителе (18) домножить $w(j\xi_j, i\xi_i)$ (из (17)) на $(kT/\chi_i^\pm)^{3/2}(kT/\chi_j^\pm)^{3/2} = (kT)^3/(\chi_i^\pm \chi_j^\pm)^{3/2}$, т.к. $\chi_{i,j}^\pm \sim (n_{i,j}^\pm)^{2/3}$ (см. (7)). Для численных расчетов амплитуды можно из (29) (при усреднении по нуклонам только одного сорта) или (37), (40) (либо (41а), (41б)) при вторичном усреднении. Численные расчеты (без учета вырождения) показывают, что для заданного нейтрона при $n_p = n_n = 10^{30} \text{ см}^{-3}$ (т.е. при плотностях, характерных для белых карликов) вероятность переворота спина слабо зависит от энергии нуклона и близка к значению 0,65, полученному в [2, с. 73]. При $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$, $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$ она близка к 0,1 и также слабо зависит от энергии нейтрона. Численные расчеты дважды усредненной вероятности не приведены в силу затруднений при усреднении мнимой части, о чем сказано ниже.

В литературе, например, [3, с. 596–597]) доказывається, что при низких температурах или больших химических потенциалах, т. е. при

$$\chi_i^\pm / (kT) \gg 1, \quad (20)$$

имеет место приближенная формула (более высокие степени kT/χ_i^\pm не требуются)

$$M_q(\chi_i^\pm) = \int_0^{+\infty} \varepsilon_i^q F(\varepsilon_i, \chi_i^\pm, T) d\varepsilon_i \approx (\chi_i^\pm)^{q+1} (q+1)^{-1} (1 + (q(q+1)\pi^2/6)(kT/\chi_i^\pm)^2). \quad (21a)$$

В общем случае при замене ε_i^q на любую функцию $\varphi(\varepsilon_i)$, возрастающую при $\varepsilon_i \rightarrow +\infty$ не быстрее, чем $\exp(\varepsilon_i/(kT))$ при выполнении (20) применима формула

$$M(\chi) = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon_i) F(\varepsilon_i, \chi, T) d\varepsilon_i \approx \int_0^{\chi} \varphi(\varepsilon_i) d\varepsilon_i + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i = \chi}. \quad (21б)$$

Усредним амплитуды (3а) – (3в) проще, хотя и менее корректно по сравнению с (10а) – (10в): сначала усредним, как сказано выше, по углам и энергиям k_{ij}^2 :

$$\begin{aligned} \langle k_{ij}^2 \rangle_{i\pm} &= \frac{1}{n_i^{\pm}} \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} k_{ij}^2 d n_i^{\pm} = \{(8)\} = \frac{\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} \int_0^{+\infty} \int_0^{\pi} (2m_j \varepsilon_j + 2m_i \varepsilon_i + \\ &+ 4(m_j m_i)^{1/2} (\varepsilon_j \varepsilon_i)^{1/2} \cos\theta) \sin\theta d\theta \varepsilon_i^{1/2} F(\varepsilon_i, \chi_i^{\pm}, T) d\varepsilon_i = \{(21а), (21б)\} = \frac{2\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} \times \\ &\times (2m_j \varepsilon_j M_{1/2}(\chi_i^{\pm}) + 2m_i M_{3/2}(\chi_i^{\pm})) \approx A(j, i\pm) \varepsilon_j + Q(j, i\pm), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$A(j, i\pm) = \frac{8\pi(2m_i)^{3/2}}{3\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} m_j (\chi_i^{\pm})^{3/2} (1 + (\pi^2/8)(kT/\chi_i^{\pm})^2), \quad (23а)$$

$$Q(j, i\pm) = \frac{8\pi(2m_i)^{3/2}}{5\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^{\pm}} m_i (\chi_i^{\pm})^{5/2} (1 + (5\pi^2/8)(kT/\chi_i^{\pm})^2), \quad (23б)$$

$$\begin{aligned} A(j, i\pm) \varepsilon_j + Q(j, i\pm) &= \{(23а), (23б), (5), (7)\} = k_j^2/6 + n_i^{2/3} (1 \pm q_{0i})^{2/3} (3\pi^2)^{5/3} / (10\pi^2) \\ &+ (3\pi^2)^{1/3} (kT)^2 m_i^2 / (8 n_i^{2/3} (1 \pm q_{0i})^{2/3} \hbar^4). \end{aligned} \quad (23в)$$

Если же имеет место соотношение

$$\chi_i^{\pm} / (kT) \geq 1, \quad (24)$$

то, вводя обозначение

$$\Phi(\varepsilon_i) = \int_0^{\varepsilon_i} \varphi(\varepsilon_i) d\varepsilon_i, = \{(12)\} = \Phi(xkT + \chi_i^{\pm}) \quad (25)$$

и разлагая Φ в ряд по степеням x до, к примеру, x^3 включительно, вместо (21б) получаем:

$$M(\chi) = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon_i) F(\varepsilon_i, \chi, T) d\varepsilon_i \approx Z(-\chi/kT) - Z(+\infty), \quad (26а)$$

$$Z(\beta) = \int_0^{\beta} \{ \Phi(\chi) + kT \Phi'(\chi) x + (kT)^2 \Phi''(\chi) x^2 / 2 + (kT)^3 \Phi'''(\chi) x^3 / 6 \} (dF/dx) dx. \quad (26б)$$

Распишем интегралы подробнее с учетом (13), (25):

$$\begin{aligned} Z(-\chi/kT) &= \Phi(\chi) \{ \exp(-\chi/kT) + 1 \}^{-1} - 1/2 + kT \varphi(\chi) J(0, -\chi/kT, 1) + \\ &+ (1/2)(kT)^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i = \chi} J(0, -\chi/kT, 2) + (1/6)(kT)^3 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i^2} \right)_{\varepsilon_i = \chi} J(0, -\chi/kT, 3), \end{aligned} \quad (27а)$$

$$- Z(+\infty) = \frac{\hat{O}(\chi)}{2} + kT\varphi(\chi)\ln 2 + \frac{(\pi kT)^2}{12} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} \right)_{\varepsilon_i=\chi} + \frac{3}{8} \Gamma(3)\zeta(3)(kT)^3 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i^2} \right)_{\varepsilon_i=\chi}. \quad (276)$$

(22) по своему виду не изменится, однако вместо (23а) – (23в) получим:

$$\begin{aligned} A(j, i\pm) &= \frac{4\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^\pm} m_j \left(\frac{-(\chi_i^\pm)^{3/2}}{8(\exp(-\chi_i^\pm/kT) + 1)} + \frac{kT(\chi_i^\pm)^{1/2}}{2} (\ln\{\exp(\frac{\chi_i^\pm}{kT}) + 1\} + 1) + \right. \\ &+ 1 + \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} \left. \right) + \frac{(kT)^2}{(\chi_i^\pm)^{1/2}} \left(\pi^2/12 + \frac{3}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} \right) - \\ &- \frac{(kT)^3}{24(\chi_i^\pm)^{3/2}} \left(\frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3) + 6 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{e^{-j\chi/kT} - 1}{j^3} \right), \end{aligned} \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} Q(j, i\pm) &= \frac{4\pi(2m_i)^{3/2}}{\hbar^2(2\pi\hbar)^3 n_i^\pm} m_i \left(\frac{11(\chi_i^\pm)^{5/2}}{40(\exp(-\chi_i^\pm/kT) + 1)} + \frac{kT(\chi_i^\pm)^{3/2}}{2} (3 + \right. \\ &+ \frac{3}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2} - \ln\{\exp(\frac{\chi_i^\pm}{kT}) + 1\} + (kT)^2(\chi_i^\pm)^{1/2}(\pi^2/4 + \frac{9}{4} \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j \frac{e^{-j\chi/kT}}{j^2}) + \\ &+ \left. \frac{(kT)^3}{8(\chi_i^\pm)^{1/2}} \left(\frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3) + 6 \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^{j+1} \frac{e^{-j\chi/kT} - 1}{j^3} \right) \right), \end{aligned} \quad (28б)$$

Теперь можно подставить (22) (как с учетом (23а), (23б) для низких температур, так и с учетом (28а), (28б) для умеренных) в (3а) – (3в) и получить:

$$f_\alpha(j, \langle i\pm \rangle) = (-1/a_\alpha + 0.5r_{0\alpha}(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)) - i(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm))^{1/2}) / ((-1/a_\alpha + 0.5r_{0\alpha}(A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)))^2 + A(j, i\pm)\varepsilon_j + Q(j, i\pm)), \quad (29)$$

где $\alpha = t, s, p$ или n . Формула выражает зависимость амплитуды нуклон-нуклонного рассеяния не от энергии относительного движения 2 нуклонов, как в (3а) – (3в), а от одночастичной энергии нуклона сорта « j ». Зависимость также от температуры есть результат усреднения по нуклонам сорта « i »; (29) верно и при $i = j$.

Для устранения зависимости ЯПМП и сечений нуклон-нуклонного рассеяния от энергии нуклонов сорта « j » усредним вторично по этим нуклонам формулу (29):

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = \frac{1}{n_i^\pm} \int_0^{+\infty} f_\alpha(j, \langle i\pm \rangle) (\partial n_j^\pm / \partial \varepsilon_j) d\varepsilon_j, \quad (30)$$

где

$$\partial n_j^\pm / \partial \varepsilon_j = 2\pi(2m_j)^{3/2}(2\pi\hbar)^{-3} \varepsilon_j^{1/2} \{ \exp\{(\varepsilon_j - \chi_j^\pm)/(kT)\} + 1 \}^{-1}. \quad (31)$$

Подставляя (29) в (30) и используя (21б), получим для низких температур:

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = C_j^\pm \left(\int_0^{+\infty} \varphi_1^\alpha F(\varepsilon_j, \chi_j^\pm, T) d\varepsilon_j - i \int_0^{+\infty} \varphi_2^\alpha F(\varepsilon_j, \chi_j^\pm, T) d\varepsilon_j \right). \quad (32)$$

Используя (21б), для низких температур получим:

$$f_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) \approx C_j^\pm \int_0^{\chi_j^\pm} \varphi_1^\alpha d\varepsilon_j + C_j^\pm \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{\partial \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} - i C_j^\pm \int_0^{\chi_j^\pm} \varphi_2^\alpha d\varepsilon_j -$$

$$-iC_j^\pm \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{\partial \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j = \chi_j^\pm} = \text{Ref}_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) + i\text{Imf}_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle), \quad (33)$$

где

$$\varphi_1^\alpha(\varepsilon_j) = (E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j^{3/2} + D_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j^{1/2}) / ((E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2), \quad (34a)$$

$$\varphi_2^\alpha(\varepsilon_j) = Q^{1/2}(j, i\pm)(1 + A(j, i\pm)\varepsilon_j/Q(j, i\pm))^{1/2}\varepsilon_j^{1/2} / ((E_\alpha(j, i\pm)\varepsilon_j + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2), \quad (34b)$$

$$C_j^\pm = 2\pi(2m_j)^{3/2} / (n_j^\pm (2\pi\hbar)^3), \quad (35)$$

$$E_\alpha(j, i\pm) = (1/2)r_{0\alpha}A(j, i\pm), \quad D_\alpha(j, i\pm) = G_\alpha(j, i\pm) - 1/r_{0\alpha} = (1/2)r_{0\alpha}Q(j, i\pm) - 1/a_\alpha, \\ H_\alpha^2 = (1/r_{0\alpha})(1/r_{0\alpha} - 1/a_\alpha), \quad G_\alpha(j, i\pm) = (1/2)r_{0\alpha}Q(j, i\pm) + 1/r_{0\alpha} - 1/a_\alpha. \quad (36)$$

Численно (данные см. выше) убеждаемся, что $H_\alpha^2 > 0$, $\forall \alpha = t, s, p, n$. Подставив (34a), (35), (36) в (33) с заменой $\varepsilon_j = t^2$, с учетом (14) для $\text{Ref}_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle)$ получим:

$$\text{Ref}_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = C_j^\pm \left(\frac{2I_4}{E_\alpha(j, i\pm)} + \frac{2D_\alpha(j, i\pm)I_2}{E_\alpha^2(j, i\pm)} + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{3}{2} E_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{1/2} + \right. \right. \\ \left. \left. + (1/2)D_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{-1/2} \right) ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2) - 2E_\alpha(j, i\pm)(E_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{3/2} + \right. \\ \left. + D_\alpha(j, i\pm)(\chi_j^\pm)^{1/2})(E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm)) / ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2)^2 \right). \quad (37)$$

При этом в интегралах $I_\lambda(a, b, c, d)$ (см. (14))

$$a = (G_\alpha(j, i\pm)/E_\alpha(j, i\pm))^{1/2}, \quad b = H_\alpha/E_\alpha(j, i\pm), \quad c = 0, \quad d = (\chi_j^\pm)^{1/2}. \quad (38)$$

Из (23a), (23б) следует, что $A(j, i\pm)\chi_j^\pm/Q(j, i\pm) = (5\chi_j^\pm/(3\chi_i^\pm))(1 + (\pi^2/8)(kT/\chi_i^\pm)^2)/(1 + (5\pi^2/8)(kT/\chi_i^\pm)^2) = (\chi_j^\pm/\chi_i^\pm)Y(y) = (\chi_j^\pm/\chi_i^\pm)(5/3)(1 + (\pi^2/8)y^2)/(1 + (5\pi^2/8)y^2)$, $y = kT/\chi_i^\pm$. Функция $Y(y)$ плавно убывает от 5/3 до 1/3 при изменении y от 0 до $+\infty$. Если $0 < A(j, i\pm)\chi_j^\pm/Q(j, i\pm) < 1$, то для интегрирования φ_2^α в (34б) сначала с заменой $\varepsilon_j = t^2$ можно осуществить с точностью до t^2 приближенное разложение:

$$(1 + A(j, i\pm)t^2/Q(j, i\pm))^{1/2} \approx 1 + t^2 A(j, i\pm)/(2Q(j, i\pm)). \quad (39)$$

Подставив (34б) в (33), с учетом (14), (38) и (39) получим:

$$\text{Imf}_\alpha(\langle j\pm \rangle, \langle i\pm \rangle) = -C_j^\pm \left(\frac{Q^{1/2}(j, i\pm)(2I_2 + A(j, i\pm)I_4)}{E_\alpha^2(j, i\pm)} + \frac{(\pi kT)^2}{6} \left(\frac{A(j, i\pm)}{2} \left(\left(1 + \frac{Q(j, i\pm)}{A(j, i\pm)\chi_j^\pm} \right)^{1/2} + \left(1 + \frac{Q(j, i\pm)}{A(j, i\pm)\chi_j^\pm} \right)^{-1/2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2) - 2E_\alpha(j, i\pm) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (A(j, i\pm)\chi_j^\pm + Q(j, i\pm))^{1/2} (\chi_j^\pm)^{1/2} (E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm)) / ((E_\alpha(j, i\pm)\chi_j^\pm + G_\alpha(j, i\pm))^2 - H_\alpha^2)^2 \right) \right) \quad (40)$$

Из таблицы 4 на примере Ref видно, что степень поляризации и концентрация нуклонов являются более существенными по сравнению с температурой факторами, влияющими на поведение амплитуд рассеяния. Концентрация – доминирующий

фактор. При этом максимальные температуры брались такими, при которых (37) еще применимо. Значения длин рассеяния см. для сравнения после (3в). Также видно, что Ref_t меняет знак при плотностях, характерных для нейтронных звезд. Заметим, что Imf по порядку величины для низких температур сильно не отличаются от Ref . На примере $Ref_t(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$ (I) и $Ref_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$ (II) при $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$, $q_{0p} = 0,5$ на рисунке 1 (слева) приведены графики зависимости $n_n(q_{0n})$, при которых это происходит

Таблица 4 – Некоторые значения $Re_\alpha(\langle n\xi_n\rangle, \langle p\xi_p\rangle)$ (в 10^{-14} см)

α, ξ_n, ξ_p		$t, +, +$	$t, +, -$	$t, -, +$	$t, -, -$	$s, +, +$	$s, -, -$	
I	А	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	-54,180	-54,185	-54,185	-54,190	235,00	236,09
		$T \sim 10^5 \text{ К}$	-54,253	-54,258	-54,503	-54,508	235,31	237,44
	Б	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	-54,180	-54,190	-54,181	-54,191	235,01	236,18
		$T \sim 10^5 \text{ К}$	-54,291	-54,300	-54,326	-54,336	235,49	236,72
II	А	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	-3,9351	-8,3515	-7,4944	-14,417	11,796	15,489
		$T \sim 10^9 \text{ К}$	-3,8693	-8,1271	-7,3847	-14,067	11,785	15,420
	Б	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	-3,8434	-15,225	-4,4219	-16,893	11,776	16,850
		$T \sim 10^9 \text{ К}$	-3,7832	-13,817	-4,3549	-15,390	11,775	16,172
III	А	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	3,6722	3,6217	4,1435	3,9170	3,7797	5,9313
		$T \sim 10^9 \text{ К}$	3,6710	3,6172	4,1459	3,9278	3,7752	5,9065
	Б	$T \rightarrow 0 \text{ К}$	3,9143	3,7359	4,0346	3,8006	4,2434	4,8987
		$T \sim 10^9 \text{ К}$	3,9138	3,7143	4,0345	3,7965	4,2396	4,7417

Примечание: I. $n_n = n_p = 10^{30} \text{ см}^{-3}$. II. $n_n = n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$. III. $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$, $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$.

А. $q_{0n} = q_{0p} = 0,5$. Б. $q_{0n} = 0,1$, $q_{0p} = 0,9$

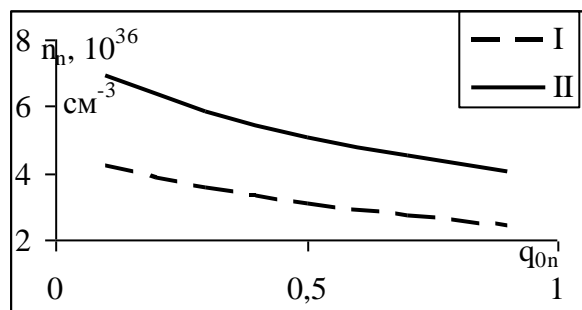


Рисунок 1 – Условие перемены знака для некоторых Ref (обозначения см. выше)

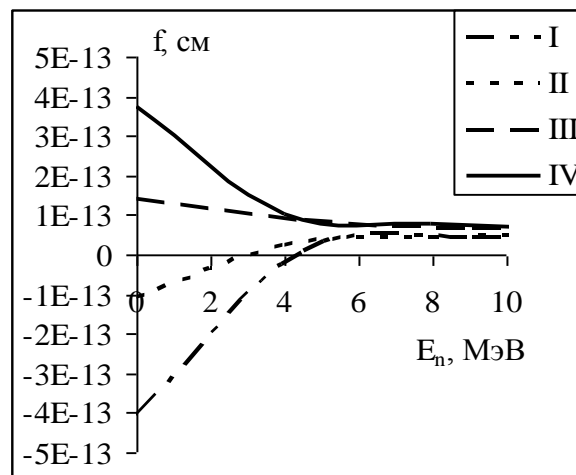


Рисунок 2 – Поведение действительных частей амплитуд рассеяния при указанных ниже условиях. I. $f_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$. II. $f_t(\langle n-\rangle, \langle p+\rangle)$. III. $f_s(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$. IV. $f_s(\langle n-\rangle, \langle p-\rangle)$

На рисунке 2 приведены зависимости Ref_t , Ref_s от кинетической энергии нейтрона при усреднении по всем протонам при $n_n = 10^{38} \text{ см}^{-3}$, $n_p = 10^{36} \text{ см}^{-3}$, $q_{0p} = 0,9$, $q_{0n} = 0,1$, $T \rightarrow 0 \text{ К}$ (повышение температуры к заметным изменениям не приводит). Кроме того, график для $f_t(\langle n+\rangle, \langle p+\rangle)$ практически совпадает с $f_t(\langle n+\rangle, \langle p-\rangle)$, а график $f_t(\langle n-\rangle, \langle p-\rangle)$ – с $f_t(\langle n-\rangle, \langle p+\rangle)$. Как видно, действительные части всех амплитуд с ростом энергии почти сливаются друг с другом, приобретая положительные значения

и постепенно уменьшаясь по абсолютной величине. Триpletные амплитуды при некоторой энергии меняют знак.

В случае умеренных температур из (32) вместо (33) получим с учетом (13), (26a)–(27b), (34a)–(36) (при этом $A(j, i\pm)$, $Q(j, i\pm)$ берутся не из (23a), (23b), а из (28a), (28b)):

$$\begin{aligned} \text{Ref}_\alpha(\langle j\pm\rangle, \langle i\pm\rangle) &= C_j^\pm \left(\frac{2I_4}{E_\alpha(j, i\pm)} + \frac{2D_\alpha(j, i\pm)I_2}{E_\alpha^2(j, i\pm)} \right) \{ \exp(-\chi_j^\pm/kT) + 1 \}^{-1} + \\ &+ kT\varphi_1^\alpha(\chi_j^\pm)(J(0, -\chi_j^\pm/kT, 1) + \ln 2) + (1/2)(kT)^2 \left(\frac{\partial \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 2) + \pi^2/6) + \\ &+ (1/6)(kT)^3 \left(\frac{\partial^2 \varphi_1^\alpha}{\partial \varepsilon_j^2} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 3) + \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3)), \end{aligned} \quad (41a)$$

$$\begin{aligned} \text{Imf}_\alpha(\langle j\pm\rangle, \langle i\pm\rangle) &= -C_j^\pm \left(\frac{Q^{1/2}(j, i\pm)(2I_2 + A(j, i\pm)I_4)}{E_\alpha^2(j, i\pm)} \right) \{ \exp(-\chi_j^\pm/kT) + 1 \}^{-1} + \\ &+ kT\varphi_2^\alpha(\chi_j^\pm)(J(0, -\chi_j^\pm/kT, 1) + \ln 2) + (1/2)(kT)^2 \left(\frac{\partial \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 2) + \pi^2/6) + \\ &+ (1/6)(kT)^3 \left(\frac{\partial^2 \varphi_2^\alpha}{\partial \varepsilon_j^2} \right)_{\varepsilon_j=\chi_j^\pm} (J(0, -\chi_j^\pm/kT, 3) + \frac{9}{4} \Gamma(3)\zeta(3)), \end{aligned} \quad (41b)$$

Взятие производных от (34a), (34b) не представляет принципиального труда, однако из-за громоздкости получающихся выражений последние в явном виде не приведены. При этом взятие интеграла в (41b) возможно при выполнении (39), где $A(j, i\pm)$, $Q(j, i\pm)$ берутся не из (23a), (23b), а из (28a), (28b). Из (36), (39), а также из (41a), (41b) можно убедиться, что $f_\alpha(\langle n\pm\rangle, \langle p\pm\rangle) \neq f_\alpha(\langle p\pm\rangle, \langle n\pm\rangle)$. Численные расчеты для умеренных температур не проводились.

В силу замечания, сделанного перед таблицей 1, а также полученных выражений для амплитуд рассеяния, выписать в явном виде (подобно формуле (1)) общее выражение для ядерного псевдомагнитного поля представляется затруднительным. Удобнее привести примеры. Пусть, к примеру, нейтрон с проекцией магнитного момента, направленной по вектору общей намагниченности в данной области нуклонной среды, движется среди протонов (взаимодействие с другими нейтронами пока не рассматриваем). Тогда с учетом (5) и того обстоятельства, что состояние с противоположными проекциями магнитных моментов нейтрона и протона – триpletное, а в противном случае это суперпозиция синглетного и триpletного состояний, энергия нейтрона запишется в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon(n+, \langle p\rangle) &= \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \left(\frac{1+q_{0p}}{2} \right) \frac{f_t(n, \langle p+\rangle) + f_s(n, \langle p+\rangle)}{2} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \times \\ &\times \left(\frac{1-q_{0p}}{2} \right) f_t(n, \langle p-\rangle) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \frac{f_t(n, \langle p+\rangle) + f_s(n, \langle p+\rangle) + 2f_t(n, \langle p-\rangle)}{4} - \\ &- \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p q_{0p} \frac{f_t(n, \langle p+\rangle) + f_s(n, \langle p+\rangle) - 2f_t(n, \langle p-\rangle)}{4}. \end{aligned} \quad (42)$$

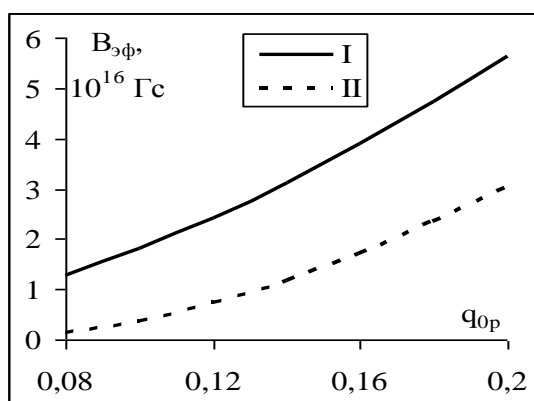
Сравнивая с (4) и учитывая, что в данном случае $\mu_n \cdot \mathbf{V}_{np}^{\dot{y}\delta} > 0$, делаем вывод, что ядерное псевдомагнитное поле, действующее на нейтрон, дается выражением

$$\mathbf{V}_{np}^{\dot{y}\delta} = \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^* |\mu_n|} n_p \left(\frac{f_t(n, \langle p+ \rangle) + f_s(n, \langle p+ \rangle) - 2f_t(n, \langle p- \rangle)}{4} \right) \mathbf{q}_{0p}. \quad (43)$$

Поскольку все амплитуды, входящие в (43), сами зависят от поляризации протонов, то приходим к выводу, что ядерное псевдомагнитное поле зависит от степени поляризации нуклонов, строго говоря, уже нелинейным образом. Слагаемое, входящее в выражение для энергии и не зависящее явно от k_n , q_{0p} , на самом деле теперь также зависит от них (в пределе медленных нуклонов при аппроксимации амплитуд только длинами рассеяния считалось, что оно зависит только от концентрации нуклонов среды), хотя и не столь сильно, как ядерное псевдомагнитное поле. В пределе низких энергий и концентраций, когда стирается различие между $f_t(n, \langle p+ \rangle)$ и $f_t(n, \langle p- \rangle)$, (43) переходит в (1) с учетом (2). При рассмотрении нейтрона с противоположной проекцией собственного магнитного момента вместо (42) получаем:

$$\begin{aligned} \varepsilon(n, \langle p \rangle) &= \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \left(\frac{1 - q_{0p}}{2} \right) \frac{f_t(n, \langle p- \rangle) + f_s(n, \langle p- \rangle)}{2} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \times \\ &\times \left(\frac{1 + q_{0p}}{2} \right) f_t(n, \langle p+ \rangle) = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m_n} - \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p \frac{f_t(n, \langle p- \rangle) + f_s(n, \langle p- \rangle) + 2f_t(n, \langle p+ \rangle)}{4} + \\ &+ \frac{2\pi\hbar^2}{m_{np}^*} n_p q_{0p} \frac{f_t(n, \langle p- \rangle) + f_s(n, \langle p- \rangle) - 2f_t(n, \langle p+ \rangle)}{4}. \end{aligned} \quad (44)$$

Сравнивая с (4) и учитывая, что в данном случае $\mu_n \cdot \mathbf{V}_{np}^{\dot{y}\delta} < 0$, делаем вывод, что ядерное псевдомагнитное поле, действующее на нейтрон, дается выражением, аналогичным (43) с заменой $p+$ на $p-$ и наоборот. Величина псевдомагнитного поля зависит от импульса нейтрона (что видно из (29)), однако при использовании вторично усредненных амплитуд типа (30) можно получить ядерное псевдомагнитное поле, в среднем действующее на отдельно взятый нейтрон с заданной проекцией собственного магнитного момента со стороны всех протонов. При аналогичном рассмотрении протона, движущегося среди нейтронов, формулы (42)–(44) повторяются с заменой $p \leftrightarrow n$. Исходя из данных таблицы 4, делаем вывод, что зависимость поля от температуры в случае низких температур будет слабой. Зависимость вторично усредненной индукции поля от степени поляризации среды покажем на примере (43), (44) при $n_n = 10^{36} \text{ см}^{-3}$, $n_p = 10^{38} \text{ см}^{-3}$ («изоспиновая трансформация» ядра нейтронной звезды), $q_{0n} = 0,5$ в зависимости от q_{0p} . Графики представлены на рисунке 3. Нелинейность ядерного псевдомагнитного поля по поляризации хорошо видна, хотя она и не



весьма сильная.

Рисунок 3 – Зависимость ядерного псевдомагнитного поля, действующего на нейтроны, от степени поляризации протонов при указанных выше условиях.

I. В_{np}^{úò} (<n+>,<p>). II. В_{np}^{úò} (<n->,<p>)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барышевский, В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред / В. Г. Барышевский. – М. : Энергоатомиздат, 1995. – 320 с.
2. Ситенко, А. Г. Лекции по теории ядра / А. Г. Ситенко, В. К. Тартаковский. – М. : Атомиздат, 1972. – 351 с.
3. Румер, Ю. Б. Термодинамика, статистическая физика и кинетика : учеб. пособие / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск : Изд-во Новосиб. ун-та, 2000. – 608 с.
4. Серый, А. И. Об эффектах ядерного псевдомagnetизма в вырожденной нуклонной среде / А. И. Серый // Веснік Брэсцкага універсітэта. Сер. прыродазнаўчых навук. – 2006. – № 2(26). – С. 33–43.

A.I. Sery. On Temperature Dependence of Nucleon-Nucleon Scattering Amplitudes

For low and moderate temperatures the temperature, concentration and nucleon spin polarization degree dependences of real and imaginary parts of nucleon-nucleon scattering amplitudes have been obtained within effective radius theory. On the basis of the results obtained similar dependences of the average nuclear pseudomagnetic field, nucleon-nucleon scattering cross sections and spin-flip probabilities at collisions have been worked out. It has been shown, that polarization degree and concentration affect the behavior of the amplitudes more essentially in comparison with temperature; that nuclear pseudomagnetic field depends on polarization degree in a nonlinear way; that the real part of the triplet scattering amplitude can change its sign.