УДК 527.925

И.Н. Мельникова[1], В.В. Швайко[2]

[1]*канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. математического анализа,*
дифференциальных уравнений и их приложений
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина
[2]*магистрант физико-математического факультета*
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина
e-mail: hightmath@brsu.brest.by

О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ С БЕСКОНЕЧНЫМИ ПРЕДЕЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ КОМПОНЕНТ У СИСТЕМЫ ТРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Изучены условия существования решений с определенными свойствами и условия алгеброидности особых точек этих решений для частного вида системы трех дифференциальных уравнений. Для получения достаточных условий существования этих решений был применен метод, основанный на голоморфности правых частей преобразованных систем.

Рассмотрим систему трех дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx_i}{dz}=\frac{P_i(x_1,x_2,x_3,z)}{Q_i(x_1,x_2,x_3,z)},\quad (i=1,2,3), \tag{1}$$

которая не имеет решений

$$x_i=f_i(z),\ (i=1,2,3) \tag{2}$$

с подвижными существенно особыми точками. Тогда, если $z_0\in D\setminus(D_{x_1}\cup D_{x_2}\cup D_{x_3})$, то решение системы (1) обладает *при* $z\to z_0$ одним из свойств:

$$f_1(z)\to\infty,\quad f_2(z)\to x_{20},\quad f_3(z)\to x_{30}\quad \text{при } z\to z_0 \tag{3}$$

$$f_1(z)\to\infty,\quad f_2(z)\to x_{20},\quad f_3\to x_{30}\quad \text{при } z\to z_0 \tag{4}$$

$$f_1(z)\to x_{10,}\quad f_2(z)\to\infty,\quad f_3\to x_{30}\quad \text{при } z\to z_0 \tag{5}$$

$$f_1(z)\to x_{10,}\quad f_2(z)\to x_{20},\quad f_3\to\infty\quad \text{при } z\to z_0 \tag{6}$$

$$f_1(z)\to\infty,\quad f_2(z)\to\infty,\quad f_3\to x_{30}\quad \text{при } z\to z_0 \tag{7}$$

$$f_1(z)\to\infty,\quad f_2(z)\to x_{20},\quad f_3\to\infty\quad \text{при } z\to z_0 \tag{8}$$

$$f_1(z)\to x_{10,}\quad f_2(z)\to\infty,\quad f_3\to\infty\quad \text{при } z\to z_0 \tag{9}$$

$$f_1(z)\to\infty,\quad f_2(z)\to\infty,\quad f_3\to\infty\quad \text{при } z\to z_0. \tag{10}$$

Применив метод, основанный на голоморфности правых частей преобразованной системы, изучим условия существования решений со свойством (10) и условия алгеброидности особых точек этих решений для частного вида системы (1), а именно для системы

$$\frac{dx_i}{dz}=\frac{p_i(z)x_1^{p_i1}x_2^{p_i2}x_3^{p_i3}+P_i^1(x_{1,}x_2,x_{3,}z)}{q_i(z)x_1^{q_i1}x_2^{q_i2}x_3^{q_i3}+Q_i^1(x_{1,}x_2,x_{3,}z)}=\frac{P_i(x_{1,}x_2,x_{3,}z)}{Q_i(x_{1,}x_2,x_{3,}z)}, \tag{11}$$

где $x_{1,}x_2,x_{3,}z$ – комплексные переменные, $P_i,Q_i\ (i=1,2,3)$ – полиномы относительно $x_{1,}x_2,x_3$, коэффициенты которых являются аналитическими функциями относительно z.

Через p_{ij} и q_{ij} $(i=1,2,3,\ j=1,2,3)$ обозначены степени многочленов P_i и Q_i $(i=1,2,3)$ по x_1, x_2, x_3, причем члены со старшей степенью многочленов одновременно по x_1, x_2, x_3 не содержатся в P_i^1 и Q_i^1 $(i=1,2,3)$.

Найдем условия, при выполнении которых система (11) имеет единственное решение с подвижными полярными особыми точками или вовсе не имеет решений с подвижной особой точкой, при приближении к которой хотя бы по некоторому пути все компоненты решения стремились бы к бесконечности.

С помощью замены $x_i=\dfrac{1}{u_i}(i=1,2,3)$ сведем систему (11) к следующему виду:

$$\begin{aligned}
\frac{du_1}{dz}&=-\frac{p_1(z)+(\cdots)}{q_1(z)+(\cdots)}u_1^{-r_{11}+2}u_2^{-r_{12}}u_3^{-r_{13}},\\
\frac{du_2}{dz}&=-\frac{p_2(z)+(\cdots)}{q_2(z)+(\cdots)}u_1^{-r_{21}}u_2^{-r_{22}+2}u_3^{-r_{23}},\\
\frac{du3}{dz}&=-\frac{p_3(z)+(\cdots)}{q_3(z)+(\cdots)}u_1^{-r_{31}}u_2^{-r_{32}}u_3^{-r_{33}+2},
\end{aligned}\tag{12}$$

где $r_{ij}=p_{ij}-q_{ij}$ $(i=1,2,3,\ j=1,2,3)$.

Наряду с системой (12) будем рассматривать и системы:

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{du_1}&=-\frac{q_1(z)+(\cdots)}{p_1(z)+(\cdots)}u_1^{r_{11}-2}u_2^{r_{12}}u_3^{r_{13}},\\
\frac{du_2}{du_1}&=\frac{p_2(z)q_1(z)+(\cdots)}{q_2(z)p_1(z)+(\cdots)}u_1^{r_{11}-r_{21}-2}u_2^{r_{12}-r_{22}+2}u_3^{r_{13}-r_{23}},\\
\frac{du_3}{du_1}&=\frac{p_3(z)q_1(z)+(\cdots)}{q_3(z)p_1(z)+(\cdots)}u_1^{r_{11}-r_{31}-2}u_2^{r_{12}-r_{32}}u_3^{r_{13}-r_{33}+2};
\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{du_2}&=-\frac{q_2(z)+(\cdots)}{p_2(z)+(\cdots)}u_1^{r_{21}}u_2^{r_{22}-2}u_3^{r_{23}},\\
\frac{du_1}{du_2}&=\frac{p_1(z)q_2(z)+(\cdots)}{q_1(z)p_2(z)+(\cdots)}u_1^{r_{21}-r_{11}+2}u_2^{r_{22}-r_{12}-2}u_3^{r_{23}-r_{12}},\\
\frac{du_3}{du_2}&=\frac{p_3(z)q_2(z)+(\cdots)}{q_3(z)p_2(z)+(\cdots)}u_1^{r_{21}-r_{31}}u_2^{r_{22}-r_{32}-2}u_3^{r_{23}-r_{33}+2};
\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dz}{du_3}&=-\frac{q_3(z)+(\cdots)}{p_3(z)+(\cdots)}u_1^{r_{31}}u_2^{r_{32}}u_3^{r_{33}-2},\\
\frac{du_1}{du_3}&=\frac{p_1(z)q_3(z)+(\cdots)}{q_1(z)p_3(z)+(\cdots)}u_1^{r_{31}-r_{11}+2}u_2^{r_{32}-r_{12}}u_3^{r_{33}-r_{13}-2},\\
\frac{du_2}{du_3}&=\frac{p_2(z)q_3(z)+(\cdots)}{q_2(z)p_3(z)+(\cdots)}u_1^{r_{31}-r_{21}}u_2^{r_{32}-r_{22}+2}u_3^{r_{33}-r_{23}-2}.
\end{aligned}\tag{15}$$

Через $(\cdots)$ обозначены функции, которые обращаются в ноль при любом из $u_i=0$ $(i=1,2,3)$.

Теорема 1. При выполнении условий

$$r_{11} = 2, r_{12} = 0, r_{13} = 0, r_{22} = 2, r_{21} = 0, r_{23} = 0, r_{31} \le 0, r_{32} \le 0, r_{33} = 2, \tag{16}$$

или

$$r_{11} = 2, r_{12} = 0, r_{13} = 0, r_{22} = 2, r_{21} \le 0, r_{23} \le 0, r_{31} = 0, r_{32} = 0, r_{33} = 2, \tag{17}$$

или

$$r_{11} = 2, r_{12} \le 0, r_{13} \le 0, r_{22} = 2, r_{21} = 0, r_{23} = 0, r_{31} = 0, r_{32} = 0, r_{33} = 2, \tag{18}$$

и любом конечном $z_0 \in D$, для которого

$$q_1(z_0)q_2(z_0)q_3(z_0) \ne 0, \tag{19}$$

система (12) имеет единственное решение (2) со свойством (10). Это решение имеет вид:

$$\begin{gathered} x_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i (z - z_0)^{-m+i} \ (\alpha_0 \ne 0, m > 0), \\ x_2 = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i (z - z_0)^{-n+i} \ (\beta_0 \ne 0, n > 0), \\ x_3 = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i (z - z_0)^{-l+i} \ (\gamma_0 \ne 0, l > 0). \end{gathered} \tag{20}$$

Точка z_0 для функций этого решения является полюсом.

Доказательство. При условиях (16) – (19) правые части системы (12) представляют собой однозначные аналитические функции относительно u_1, u_2, u_3 и z в окрестности точки $(0,0,0,z_0)$. Тогда, по теореме Коши, эта система имеет единственное голоморфное в окрестности точки z_0 решение $u_i(z)\ (i = 1,2,3)$, удовлетворяющее начальным условиям $u_i(z) = 0$. Это решение имеет вид:

$$\begin{gathered} u_1 = \sum_{\sigma=0}^{\infty} a_\sigma (z - z_0)^{m+\sigma} \ (a_0 \ne 0, m > 0), \\ u_2 = \sum_{\sigma=0}^{\infty} b_\sigma (z - z_0)^{n+\sigma} \ (b_0 \ne 0, n > 0), \\ u_3 = \sum_{\sigma=0}^{\infty} c_\sigma (z - z_0)^{l+\sigma} \ (c_0 \ne 0, l > 0). \end{gathered} \tag{21}$$

Возвращаясь от системы (12) к системе (11), получим для нее решение (2) со свойством (10) вида (19). Существование у системы (11) решения (2) со свойством (10) доказано.

Покажем единственность такого решения. Пусть $x_i = \varphi_i(z)\ (i = 1,2,3)$ – любое решение системы (11), обладающее свойством $\varphi_i(z) \to \infty\ (i = 1,2,3)$ *при* $z \to z_0$. Тогда решение системы (12)

$$u_i = \frac{1}{\phi_i(z)} \equiv \Phi_i(z)\ (i = 1,2,3) \tag{22}$$

будет обладать свойством $\Phi_i(z) \to 0\ (i = 1,2,3)$ *при* $z \to z_0$. По теореме Пенлеве, это означает, что решение (22) системы (12) совпадает в окрестности точки z_0 с голоморфным решением (21), полученным по теореме Коши. Тогда решение $x_i = \phi_i(z)\ (i = 1,2,3)$ системы (11) совпадает с решением (20). Что и доказывает единственность решения.

Теорема 2. При выполнении условий

$$r_{11} < 2, r_{12} \le 0, r_{13} \le 0, r_{22} \le 2, r_{21} \le 0, r_{23} \le 0, r_{31} \le 0, r_{32} \le 0, r_{33} \le 2, \tag{23}$$

или

$$r_{11} \le 2, r_{12} \le 0, r_{13} \le 0, r_{22} < 2, r_{21} \le 0, r_{23} \le 0, r_{31} \le 0, r_{32} \le 0, r_{33} \le 2, \tag{24}$$

или

$$r_{11} \le 2, r_{12} \le 0, r_{13} \le 0, r_{22} \le 2, r_{21} \le 0, r_{23} \le 0, r_{31} \le 0, r_{32} \le 0, r_{33} < 2, \tag{25}$$

или

$$r_{11} = 2, r_{12} < 0, r_{13} < 0, r_{22} = 2, r_{21} < 0, r_{23} < 0, r_{31} < 0, r_{32} < 0, r_{33} = 2, \tag{26}$$

и любом конечном $z_0 \in D$, для которого имеет место (19), система (11) не имеет решений, обладающих свойством (10) *при* $z \to z_0$ хотя бы по некоторому пути L.

Доказательство. Правые части системы (12) при выполнении условий (23) – (26) и (19) являются однозначными аналитическими функциями от $u_i(z)\,(i = 1,2,3)$ и z в окрестности точки $(0,0,0,z_0)$. Тогда, по теореме Коши, существует единственное решение $u_i(z)\,(i = 1,2,3)$ системы (12), голоморфное в окрестности точки z_0 и удовлетворяющее начальным условиям $u_i(z) = 0$. Очевидно, что хотя бы одна компонента этого решения будет тождественным нулем. Следовательно, система (11) не будет иметь решений (2), обладающих свойством (10).

Теорема 3. При выполнении условий

$$\begin{gathered} r_{11} \ge \max\{2, r_{21} + 2, r_{31} + 2\}, r_{12} \ge \max\{0, r_{32}\}, r_{13} \ge \max\{0, r_{23}\}, \\ r_{22} = r_{12} + 2, \quad r_{33} = r_{13} + 2 \end{gathered} \tag{27}$$

и любом конечном $z_0 \in D$, для которого имеет место

$$p_1(z_0) g_2(z_0) g_3(z_0) \ne 0\,, \tag{28}$$

система (11) имеет единственное решение (2) со свойством (10). Это решение имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1 &= \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i (z - z_0)^{\frac{(i-1)}{m}} \ (\alpha_0 \ne 0, m > 0), \\ x_2 &= \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i (z - z_0)^{\frac{(i-n)}{m}} \ (\beta_0 \ne 0, n > 0), \\ x_3 &= \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i (z - z_0)^{\frac{(i-l)}{m}} \ (\gamma_0 \ne 0, l > 0). \end{aligned} \tag{29}$$

Для всех функций этого решения точка z_0 является полюсом, как правило, критическим.

Доказательство. Правые части системы (13) при выполнении условий (27) и (28) представляют собой однозначные аналитические функции относительно u_1, u_2, u_3 и z в окрестности точки $(0,0,0,z_0)$. Следовательно, система (13) имеет, по теореме Коши, единственное решение $z(u_1), u_2(u_1), u_3(u_1)$, голоморфное относительно u_1 в окрестности точки $u_1 = 0$ и удовлетворяющее начальным условиям

$$z(0) = z_0, u_2(0), u_3(0) = 0. \tag{30}$$

Это решение имеет вид

$$
\begin{aligned}
&z(u_1) = z_0 + \sum_{\sigma=0}^{\infty} a_\sigma u_1^{\sigma+m} \ (a_0 \neq 0, m > 0),\\
&u_2(u_1) = \sum_{\sigma=0}^{\infty} b_\sigma u_1^{\sigma+n} \ (b_0 \neq 0, n > 0),\\
&u_3(u_1) = \sum_{\sigma=0}^{\infty} c_\sigma u_1^{\sigma+l} \ (c_0 \neq 0, l > 0).
\end{aligned} \tag{31}
$$

Возвращаясь от системы (13) к системе (11), получим для последней решение (2), обладающее свойством (10) и имеющее вид (29).

Покажем единственность этого решения.

Пусть $x_i = \varphi_i(z)\ (i = 1,2,3)$ – любое решение системы (11) со свойством $\varphi_i(z) \to \infty\ (i = 1,2,3)$ *при* $z \to z_0$. Очевидно, что решение (22) системы (12) при этом будет обладать свойством

$$\Phi_i(z) \to 0\ (i = 1,2,3)\ \textit{при}\ z \to z_0. \tag{32}$$

Тогда в плоскости переменной u_1 существует путь G, оканчивающийся в точке $u_1 = 0$, что решение

$$z = \Phi^{-1}{}_1(u_1) \equiv \psi(u_1),\ u_j = \Phi_j(\psi(u_1)) \equiv \tau_j(u_1)\ (j = 2,3) \tag{33}$$

системы (13) будет обладать свойством

$$\psi(u_1) \to z_0, \tau_j(u_1) \to 0\ (j = 2,3)\ \textit{при}\ u_1 \to 0 \tag{34}$$

вдоль пути G. По теореме Пенлеве, это означает, что решение (33) системы (13) совпадает в окрестности точки $u_1 = 0$ с голоморфным решением (31), полученным по теореме Коши и определяемым начальными условиями (30). В этом случае решение $\varphi_i(z)\ (i = 1,2,3)$ системы (11) совпадает с решением (29), что и требовалось доказать.

Теорема 4. При выполнении условий

$$
\begin{gathered}
r_{11} \geq \max\{2, r_{21} + 2, r_{31} + 2\}, r_{12} \geq \max\{0, r_{32}\}, r_{13} \geq \max\{0, r_{23}\},\\
r_{22} < r_{12} + 2, \quad r_{33} \leq r_{13} + 2
\end{gathered} \tag{35}
$$

или

$$
\begin{gathered}
r_{11} \geq \max\{2, r_{21} + 2, r_{31} + 2\}, r_{12} \geq \max\{0, r_{32}\}, r_{13} \geq \max\{0, r_{23}\},\\
r_{22} \leq r_{12} + 2, \quad r_{33} < r_{13} + 2
\end{gathered} \tag{36}
$$

и любом конечном $z_0 \in D$, для которого имеет место (28), система (11) не имеет решений (2), обладающих свойством (10) *при* $z \to z_0$ хотя бы по некоторому пути L.

Доказательство. Правые части системы (13) при выполнении любого из условий (35), (36) и условия (28) представляют собой однозначные аналитические функции относительно u_1, u_2, u_3 и z окрестности точки $(0,0,0,z_0)$. Следовательно, система (13) имеет единственное решение $z(u_1), u_2(u_1), u_3(u_1)$, голоморфное относительно u_1 в окрестности точки $u_1 = 0$ и удовлетворяющее начальным условиям (30). У этого решения, очевидно, функция $u_2(u_1) \equiv 0$, или $u_2(u_1) \equiv 0$, или обе функции одновременно представляют собой тождественный ноль. Отсюда и получается заключение теоремы.

Теорема 5. При выполнении условий

$$\begin{gathered} r_{22} \geq \max\{2, r_{12}+2, r_{32}+2\},\ r_{21} \geq \max\{0, r_{31}\},\ r_{23} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} = r_{21}+2, \quad r_{33} = r_{23}+2 \end{gathered} \tag{37}$$

система (11) имеет единственное решение (2) со свойством (10). Это решение имеет вид

$$\begin{gathered} x_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i (z-z_0)^{\frac{(i-m)}{n}} \ (\alpha_0 \neq 0, m>0), \\ x_2 = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i (z-z_0)^{\frac{(i-1)}{n}} \ (\beta_0 \neq 0, n>0), \\ x_3 = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i (z-z_0)^{\frac{(i-l)}{n}} \ (\gamma_0 \neq 0, l>0). \end{gathered} \tag{39}$$

Для всех функций этого решения точка z_0 является полюсом, как правило, критическим.

Теорема 6. При выполнении условий

$$\begin{gathered} r_{22} \geq \max\{2, r_{12}+2, r_{32}+2\},\ r_{21} \geq \max\{0, r_{31}\},\ r_{23} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} < r_{21}+2, \quad r_{33} \leq r_{23}+2 \end{gathered} \tag{40}$$

или

$$\begin{gathered} r_{22} \geq \max\{2, r_{12}+2, r_{32}+2\},\ r_{21} \geq \max\{0, r_{31}\},\ r_{23} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} \leq r_{21}+2, \quad r_{33} < r_{23}+2 \end{gathered} \tag{41}$$

и любом конечном $z_0 \in D,$ для которого имеет место (38), система (13) не имеет решений (2), обладающих свойством (10) *при* $z \to z_0$ хотя бы по некоторому пути L.

Теорема 7. При выполнении условий

$$\begin{gathered} r_{33} \geq \max\{2, r_{13}+2, r_{23}+2\},\ r_{31} \geq \max\{0, r_{21}\},\ r_{32} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} = r_{31}+2, \quad r_{22} = r_{32}+2 \end{gathered} \tag{42}$$

и любом конечном $z_0 \in D,$ для которого имеет место

$$p_3(z_0)g_1(z_0)g_2(z_0) \neq 0\,, \tag{43}$$

система (11) имеет единственное решение (2) со свойством (10). Это решение имеет вид

$$\begin{gathered} x_1 = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i (z-z_0)^{\frac{(i-m)}{l}} \ (\alpha_0 \neq 0, m>0), \\ x_2 = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i (z-z_0)^{\frac{(i-n)}{l}} \ (\beta_0 \neq 0, n>0), \\ x_3 = \sum_{i=0}^{\infty} \gamma_i (z-z_0)^{\frac{(i-1)}{l}} \ (\gamma_0 \neq 0, l>0). \end{gathered} \tag{44}$$

Для всех функций этого решения точка z_0 является полюсом, как правило, критическим.

Теорема 8. При выполнении условий

$$\begin{gathered} r_{33} \geq \max\{2, r_{13}+2, r_{23}+2\},\ r_{31} \geq \max\{0, r_{21}\},\ r_{32} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} < r_{31}+2, \quad r_{22} \leq r_{32}+2 \end{gathered} \tag{45}$$

или

$$\begin{gathered} r_{33} \geq \max\{2, r_{13}+2, r_{23}+2\},\ r_{31} \geq \max\{0, r_{21}\},\ r_{32} \geq \max\{0, r_{12}\}, \\ r_{11} \leq r_{31}+2, \quad r_{22} < r_{32}+2 \end{gathered} \tag{46}$$

и любом конечном $z_0 \in D$, для которого имеет место (43), система (13) не имеет решений (2), обладающих свойством (10) *при* $z \to z_0$ хотя бы по некоторому пути L.

Доказательство теорем 5–8 основывается на голоморфности в окрестности $(0,0,0,z_0)$ правых частей систем (14) и (15) и проводится в полной аналогии с доказательствами теорем 3 и 4.

Точки $z_0 \in D$, в которых

1) $g_1(z_0)g_2(z_0)g_3(z_0) = 0$,

2) $p_1(z_0)g_2(z_0)g_3(z_0) = 0$,

3) $p_2(z_0)g_1(z_0)g_3(z_0) = 0$,

4) $p_3(z_0)g_1(z_0)g_2(z_0) = 0$,

отнесем к неподвижным точкам системы (11). Тогда из ранее изложенного следует, что при выполнении любого из условий (16) – (18), (27), (37), (42) система (11) имеет единственное решение (2), для всех функций которого точка z_0 является подвижным полюсом. А при выполнении любого из условий (23) – (26), (35), (36),(40), (41), (45), (46) система (11) вовсе не имеет решений (2) с подвижной особой точкой, при приближении к которой хотя бы по некоторому пути все функции решения стремились бы к бесконечности.

Таким образом, полученные условия выделяют классы систем вида (11), не имеющих решений (2) со свойством (10) *при* $z \to z_0$.

Данные исследования позволяют дать более полную характеристику аналитических свойств решений системы трех дифференциальных уравнений первого порядка с рациональными правыми частями.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айнс, Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Э. Л. Айнс. – Харьков : ГНТИУ, 1939. – 719 с.

2. Голубев, В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В. В. Голубев. – М. ; Л. : ГИТТЛ, 1950. – 436 с.

3. Еругин, Н. П. Аналитическая теория нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений / Н. П. Еругин // Прикладная математика и механика. – 1952. – Т. 16, вып. 4. – С. 465–486.

4. Еругин, Н. П. Теория подвижных особых точек уравнений второго порядка / Н. П. Еругин // Дифференц. уравнения. – 1976. – Т. 12, № 4. – С. 579–598.

5. Еругин, Н. П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений / Н. П. Еругин. – Минск : Наука и техника, 1979. – 744 с.

6. Кондратеня, С. Г. По поводу особенностей решений обыкновенного дифференциального уравнения / С. Г. Кондратеня // Дифференц. уравнения. – 1968. – Т. 4, № 12. – С. 2286–2289.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 12.04.2018

Melnikova I.N., Shvaiko V.V. **On The Existence of Solutions with Infinite Limiting Values of the Components of the System of Three Differential Equations**

In this paper we studied the conditions for the existence of solutions with certain properties and the conditions for the algebroidity of the singular points of these solutions for a particular form of a system of three differential equations. To obtain sufficient conditions for the existence of these solutions, a method based on the holomorphy of the right-hand sides of the transformed systems was applied.