

УДК 535.012

**Н.Н. Сендер**

канд. физ.-мат. наук, зав. каф. математического анализа,  
дифференциальных уравнений и их приложений  
Брестского государственного университета имени А.С. Пушкина

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПОГЛОЩАЮЩИХ КРИСТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ В РЯД КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ

*Предложен метод определения оптических постоянных поглощающих одноосных кристаллов и низкосимметричных кристаллов ромбической сингонии, основанный на разложении функций в ряд по малым величинам и дающий возможность получить приближенные соотношения, точность которых не превышает погрешностей эксперимента. Достоинствами метода является его простота, так как оптические постоянные рассчитываются подстановкой измеряемых эллипсометрических параметров в аналитические выражения, а не вычисляются сложными численными методами, а также возможность устранить трудности исследования, связанные как с увеличением числа параметров, подлежащих определению (в общем случае ориентации ромбических кристаллов число параметров, характеризующих кристалл девять, три параметра определяют ориентацию кристалла, остальные являются постоянными кристалла при фиксированной длине волны), так и со значительным усложнением соотношений, описывающих распространение света в этих кристаллах.*

Рассмотрим методику определения главных значений  $\varepsilon_0, \varepsilon_e$  тензора  $\varepsilon$  или главных показателей преломления  $N_0 = N'_0 - iN''_0 = \sqrt{\varepsilon_0}$  и  $N_e = N'_e - iN''_e = \sqrt{\varepsilon_e}$ . Малость анизотропии в видимом и ближнем ИК диапазонах частот позволяет воспользоваться приближёнными соотношениями для коэффициентов отражения с целью упрощения решения обратной задачи. Такие попытки предпринимались в [1], а для определения оптических постоянных ромбических кристаллов – в [2], эллипсометрическое исследование которых имеют свои особенности. Что касается одноосных кристаллов, то для них значения  $N_0$  и  $N_e$  довольно просто могут быть рассчитаны из приближённых соотношений и эллипсометрических измерений на одном срезе кристалла в широком интервале значений угла  $\theta$  (угол между нормалью  $\vec{q}$  к границе раздела и направлением оптической оси  $\vec{c}$ ). Эффективность использования приближённых соотношений обусловлена, вообще говоря, не только малостью анизотропии кристаллов, а также наличием переходного слоя на любой поверхности кристалла.

Получим исходные расчетные выражения. Для определения двух комплексных величин  $N_0$  и  $\Delta N = N_e - N_0$  воспользуемся измерением поляризационных углов  $\psi$  и  $\Delta$  в главной плоскости падения ( $\rho_{\parallel} = \text{tg} \psi_{\parallel} e^{i\Delta_{\parallel}}$ ) и в плоскости ортогональной к ней ( $\rho_{\perp} = \text{tg} \psi_{\perp} e^{i\Delta_{\perp}}$ ). Направление оптической оси  $\vec{c}$  считаем произвольным. Её положение можно найти, например, с помощью эллипсометрических измерений при двух азимутах падения.

Поскольку для изотропной среды  $\rho_{\parallel} = \rho_{\perp}$ , то величина  $\rho_{\parallel} - \rho_{\perp}$  или

$$A = 1 - \frac{\rho_{\parallel}}{\rho_{\perp}} \quad (1)$$

является мерой анизотропии кристалла:  $A = C \Delta N$ , где  $C$  зависит от ориентации оптической оси,  $N_0$  и угла падения. Систему уравнений, из которой находятся  $C$  и  $N_0$ , получим, раскладывая в ряд по степеням  $\Delta N$ , выражения для коэффициентов отражения

$r_p^{\parallel,\perp}$  и  $r_s^{\parallel,\perp}$  (индексы « $p$ » и « $s$ » соответствуют случаям, когда вектор электрического поля падающей волны лежит в плоскости падения или перпендикулярен ей). Получающиеся при этом выражения приведём с точностью до членов, пропорциональных  $\Delta N^2$  включительно. На основании общих соотношений [1; 3] имеем:

а) для главной плоскости падения

$$\rho_{\parallel} = \frac{r_p^{\parallel}}{r_s^{\parallel}} = \frac{r_p}{r_s} \{1 + \Delta N [B - (a + Bp)\Delta N]\},$$

$$a = \frac{BN_0 \cos^2 \theta}{2\eta_0^2}, \quad p = \frac{(\eta_0\eta + n^2 \cos^2 \theta)N_0}{(N_0^2\eta + n^2\eta_0)\eta_0},$$

$$B = \frac{2n^2N_0\eta(N_0^2 \sin^2 \theta - \xi^2)}{(N_0^4\eta^2 - n^4\eta_0^2)\eta_0},$$
(2)

где  $\eta_0 = \sqrt{\varepsilon_0 - \xi^2}$ ,  $\xi = n \sin \varphi$ ,  $\eta = n \cos \varphi$ ,  $\varphi$  – угол падения,  $n$  – показатель преломления среды, из которой падает волна,  $r_p$  и  $r_s$  – коэффициенты отражения для « $p$ » и « $s$ » составляющих волны от изотропной среды с показателем преломления  $N_0$

$$\frac{r_p}{r_s} = \frac{\xi^2 - \eta\eta_0}{\xi^2 + \eta\eta_0} = \rho_0;$$
(3)

б) для плоскости падения, перпендикулярной главной плоскости падения (здесь для компактности оставлены члены пропорциональные  $\Delta N^3$  и  $\Delta N^4$ ),

$$\frac{1}{\rho_{\perp}} = \frac{r_s^{\perp}}{r_p^{\perp}} = \frac{r_s}{r_p} [1 + D\delta(1 + b\delta)].$$
(4)

В этом выражении двулучепреломлению пропорциональна величина

$$\delta = \eta_e - \eta_0 = \frac{\eta_0}{N_0} (E + N_0 F \Delta N) \Delta N,$$

$$F = -\frac{2\eta_0^2 \cos^2 \theta + \xi^2}{2\eta_0^4} + \frac{3 \cos^4 \theta - \cos^2 \theta}{2N_0^2}, \quad E = -\cos^2 \theta + \frac{N_0^2}{\eta_0^2}.$$
(5)

В (4) коэффициенты  $D$  и  $b$  имеют вид:

$$D = \frac{2\eta N_0^2 [(\eta\xi \cos \theta - \eta\eta_0 \sin \theta)^2 - \xi^4 \sin^2 \theta]}{(N_0^4\eta^2 - n^4\eta_0^2)(N_0^2 \sin^2 \theta + \xi^2 \cos^2 \theta)},$$

$$b = \frac{N_0^2 (N_0^2\eta - n^2\eta_0) \sin \theta - n^2 (\eta + \eta_0) \xi^2 \cos^2 \theta + n\eta\xi N_0^2 \sin 2\theta}{(N_0^2 \sin^2 \theta + \xi^2 \cos^2 \theta)(\eta + \eta_0)(N_0^2\eta - n^2\eta_0)}.$$
(6)

Для многих кристаллов достаточным является учёт членов, пропорциональных  $\Delta N$ . Разберём процедуру расчёта величин  $N_0$  и  $\Delta N$  в этом приближении, когда выражения (2) и (4) значительно упрощаются. Подразумевая далее под  $N_0$  и  $\Delta N$  относительные параметры  $\frac{N_0}{n}$  и  $\frac{\Delta N}{n}$ , из (2) и (4) получаем систему двух уравнений, которая является основной для определения  $N_0$  и  $\Delta N$

$$\rho_{\parallel} = \rho_0 (1 + B\Delta N), \quad \Delta N = \frac{A}{C},$$
(7)

где  $C = -B - ED \frac{\eta_0}{N_0}$ .

Очевидно, что для нахождения  $\Delta N$  в принятом приближении при вычислении коэффициента  $C$  достаточно ограничиться нулевым приближением для комплексного показателя преломления  $N_0$ ; обозначим его  $N_0^{(0)}$ . Полагая в первом уравнении (7)  $\Delta N = 0$ , получаем

$$N_0^{(0)} = R \sin \varphi, \quad (8)$$

где  $R = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi \left( \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2}$ ,  $\rho = \rho_{\parallel}$ .

Затем, подставив во второе уравнение (7) вычисленное значение  $C = f(N_0^{(0)})$  и найденную из измерений величину  $A$ , определим  $\Delta N$ . Зная  $\Delta N$ , из первого уравнения (7) и уравнения (8) находим значение  $N_0$  в первом приближении (обозначим его  $N_0^{(1)}$ ) с учётом членов  $\sim \Delta N$ . При этом  $\rho$  вычисляется через  $\Delta N$  и  $B$  следующим образом:

$$\rho = \rho_{\parallel} (1 - B \Delta N), \quad B = B(N_0^{(0)}). \quad (9)$$

Следовательно, по измеренным эллипсометрическим параметрам на основании приближенных соотношений (7), (8) могут быть просто вычислены главные комплексные показатели преломления кристалла  $N_0$  и  $N_e = N_0 + \Delta N$ . Существенно, что при этом снимаются трудности, связанные с решением обратной эллипсометрической задачи. Необходимые для расчёта  $N_0^{(1)}$  и  $\Delta N$  величины  $C$  и  $B$  вычисляются через известные или измеряемые параметры по формулам ( $\eta_0 = \sin \varphi \sqrt{R^2 - 1}$ )

$$C = B + \frac{2R \cos \varphi \left[ \sin^2 \varphi \cdot \sin^2 \theta - \left( \cos \theta - \sqrt{R^2 - 1} \cos \varphi \cdot \sin^2 \theta \right) \right]^2}{\sqrt{R^2 - 1} (R^4 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi - R^2 + 1)}, \quad (10)$$

$$B = \frac{2R (1 - R^2 \sin^2 \theta) \cos \varphi}{\sqrt{R^2 - 1} (R^4 \sin^2 \varphi \cdot \cos^2 \varphi - R^2 + 1)}. \quad (11)$$

Заметим, что поскольку в соотношении  $\Delta N = \frac{A}{C}$  слева стоит константа кристалла, не зависящая от  $\varphi$  и  $\theta$ , то отношение величин  $A$  и  $C$  не может обращаться в нуль ни при каких значениях  $\varphi$  и  $\theta$ , т.е. изменять знак при изменении  $\varphi$  и  $\theta$ . В частности, для прозрачных кристаллов при  $\theta = \frac{\pi}{2}$  имеем  $C > 0$ . Откуда следует, что знак  $\Delta N$  (положительность и отрицательность кристалла) совпадает со знаком введенной величины  $A$  (1): при  $|\rho_{\parallel}| < |\rho_{\perp}|$  – кристалл оптически отрицателен, при  $|\rho_{\parallel}| > |\rho_{\perp}|$  – оптически положительный.

Это весьма простой способ эллипсометрического определения характера (оптически положительных или оптически отрицательных) прозрачных и слабопоглощающих кристаллов. Он даёт возможность определять отрицательность или положительность кристалла непосредственно на эллипсометре, при проведении измерений не привлекая других средств (в отличие, например, от [4]).

Исходя из общих выражений (2), (4), можно получить значения  $N_0$  и  $N_e$  с точностью до членов, пропорциональных  $\Delta N^2$  включительно. Процедура расчёта здесь точно такая же, как и при учёте членов, пропорциональных  $\Delta N$ . Отличие заключается в том, что коэффициенты  $C$  и  $B$  должны быть найдены через измеряемые величины в следующем (с точностью до  $\Delta N$ ) приближении. Обозначим значение  $\Delta N$ , вычисленное согласно (7), через  $\Delta N^{(0)}$ . Составляя с помощью (2), (4) разность  $1 - \frac{\rho_{\parallel}}{\rho_{\perp}}$ , вычисляем в нужном приближении коэффициент  $C$ . Его удобно представить в виде

$$C = C_1 + C_2 \Delta N^{(0)}. \quad (12)$$

Здесь через  $C_1$  обозначен коэффициент  $C$ , который находится по формуле (10). Теперь он должен быть вычислен не в нулевом приближении, как ранее, а в первом, что осуществляется очень просто. Для этого в (10) следует подставить значение  $R$  (8), рассчитанное для  $\rho$  (9). Коэффициент  $C_2$  имеет вид:

$$C_2 = \frac{\eta_0}{N_0} \left( bE^2 \frac{\eta_0}{N_0} - BE - N_0 F \right) D + a + Bp. \quad (13)$$

Поскольку  $C_2$  умножается на  $\Delta N^{(0)}$ , то входящие в (13) величины должны вычисляться в нулевом приближении, величины  $a$  и  $B$  находятся согласно (2), для остальных на основании (5), (6), (8) получаем:

$$E = -\cos^2 \theta + \frac{R^2}{R^2 - 1}, \quad F = \frac{2(1 - R^2) - 1}{2 \sin^2 \varphi (R^2 - 1)^2} + \frac{3 \cos^4 \theta - \cos^2 \theta}{2R^2 \sin^2 \varphi},$$

$$b = \frac{R^2 (R^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi - \eta_0) \sin^2 \theta - (\cos \varphi + \eta_0) \cos^2 \theta + 0.5R^2 \sin 2\theta \cdot \sin 2\varphi}{(R^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\cos \varphi + \eta_0)(R^2 \sin^2 \varphi \cdot \cos \varphi - \eta_0)}, \quad (14)$$

$$D = \frac{2 \cos \varphi \cdot R^2 \left[ (\sin \varphi \cdot \cos \theta - \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \eta_0)^2 - \sin^4 \varphi \cdot \sin^2 \theta \right]}{(1 - R^2 \sin^2 \varphi)(1 - R^2 \cos^2 \varphi)(R^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}.$$

Далее, аналогично тому, как это делалось при учёте членов  $\sim \Delta N$ , вычисляем  $N_0$  по формуле (8), но при

$$\rho = \rho_{\parallel} \left[ 1 - B \Delta N + \Delta N^2 (a + Bp + B^2) \right]. \quad (15)$$

Предложенный метод определения оптических постоянных поглощающих одноосных кристаллов, основанный на разложении функций в ряд по малым величинам, дает возможность получить приближенные соотношения, точность которых не превышает погрешностей эксперимента. Достоинством метода является его простота, так как оптические постоянные рассчитываются подстановкой измеряемых эллипсометрических параметров в аналитические выражения, а не вычисляются сложными численными методами.

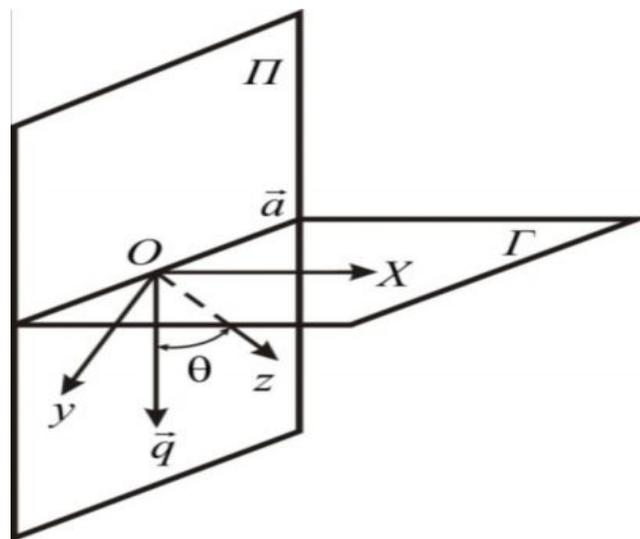
Поглощающие низкосимметричные кристаллы ромбической, моноклинной и триклинной сингонии характеризуются большим числом оптических постоянных. Трудности их исследования связаны как с увеличением числа параметров, подлежащих определению (в общем случае ориентации девять – в ромбических, десять – в моноклинных и двенадцать – в триклинных [1]), так и со значительным усложнением соотношений, описывающих распространение света в этих кристаллах. В ромбических кристаллах вещественная ( $\varepsilon'$ ) и мнимая ( $\varepsilon''$ ) части тензора диэлектрической проницаемости крис-

талла диагоналізуецца в кристаллофізічнай сістэме координат. Из общего числа параметров, характеризующих кристалл, три параметра определяют ориентацию кристалла, остальные являются постоянными кристалла (при фиксированной длине волны). Отметим, что если одна из главных осей ромбического кристалла перпендикулярна плоскости падения, то собственные волны в кристалле аналогичны обыкновенной и необыкновенной волнам в одноосном кристалле [1].

В случае ромбических кристаллов для определения трех главных комплексных значений тензора диэлектрической проницаемости необходимо как минимум три комплексных измерения. Получить их можно и на одной грани, но в этом случае следует использовать многоугловые измерения, применение которых малоэффективно. Поэтому, чтобы получить надежные результаты, необходимо использовать две грани кристалла.

В основу излагаемого здесь подхода положена малость величин  $\delta_x = (\varepsilon_x - \varepsilon_z) / 2\varepsilon_z$  и  $\delta_y = (\varepsilon_y - \varepsilon_z) / 2\varepsilon_z$ , ( $\delta_x$  и  $\delta_y$  – безразмерные параметры, характеризующие анизотропию кристалла), которые имеют значение не выше  $10^{-2}$ . Если вместо точных выражений воспользоваться приближенными и ограничиться первой степенью по малым параметрам  $\delta_x$  и  $\delta_y$ , то отброшенные члены, пропорциональные  $\delta_x^2$ ,  $\delta_y^2$ , порядка  $10^{-4}$ , т.е. превышают точность определения  $\varepsilon_{x,y,z}$ .

Рассмотрим частную ориентацию, которая реализуется для многих граней роста кристаллов, когда две оси тензора диэлектрической проницаемости лежат в плоскости границы, а третья (ось  $Z$ ) – параллельна нормали к плоскости границы,  $\theta = 0$  (рисунок). Коэффициенты отражения  $r_p$  и  $r_s$  для  $P$  и  $S$  составляющих падающей волны имеют вид [1; 3] («||» – означает, что ось  $Y$  параллельна плоскости падения):



Ось  $X$  лежит в плоскости  $\Gamma$ ,  
а оси  $Y$  и  $Z$  лежат в плоскости  $\Pi$ .

**Рисунок. – Ориентация кристаллографических осей ромбического кристалла относительно нормали  $\vec{q}$  к плоскости границы  $\Gamma$**

$$r_p^{\parallel} = \frac{\varepsilon_y \eta - \varepsilon \eta_2}{\varepsilon_y \eta + \varepsilon \eta_2}, \quad r_s^{\parallel} = \frac{\eta - \eta_x}{\eta + \eta_x}, \quad (16)$$

$$\eta_x = \sqrt{\varepsilon_x - \xi^2}, \quad \eta_2 = \sqrt{\varepsilon_y (1 - \xi^2 / \varepsilon_z)}, \quad (17)$$

где  $\xi = n \sin \varphi$ ,  $\eta = n \cos \varphi$ ,  $\varphi$  – угол падения,  $n = \sqrt{\varepsilon}$  – показатель преломления среды, из которой падает волна.

При повороте кристалла вокруг нормали на  $90^\circ$  коэффициенты отражения  $r_p^\perp$  и  $r_s^\perp$  (« $\perp$ » – означает, что ось  $Y$  перпендикулярна плоскости падения) имеют вид (16), (17) при замене  $\varepsilon_x$  на  $\varepsilon_y$ , а  $\varepsilon_y$  на  $\varepsilon_x$ . Таким образом мы можем получить два набора измеряемых параметров. Удобно представить  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  в виде:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_z (1 + 2\delta_x), \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z (1 + 2\delta_y). \quad (18)$$

Третий набор измеряемых параметров получим на второй грани. Пусть она ориентирована так, что одна из кристаллографических осей (для определенности ось  $X$ ) перпендикулярна плоскости падения. Если  $\theta$  – угол между осью  $Z$  и нормалью к плоскости среза (рисунок), то [3]

$$\rho = \operatorname{tg} \psi e^{i\alpha} = \frac{r_p}{r_s} \frac{(\eta \sqrt{\varepsilon_y \varepsilon_z} - \varepsilon \sqrt{A - \xi^2})(\eta + \eta_x)}{(\eta \sqrt{\varepsilon_y \varepsilon_z} + \varepsilon \sqrt{A - \xi^2})(\eta - \eta_x)}, \quad (19)$$

$$A = \varepsilon_z \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta, \quad (20)$$

где при  $\theta = 0$  (19) и (20) переходят в (16) и (17).

Как и для одноосных кристаллов, по положениям полного гашения и минимума в интенсивности света, прошедшего через скрещенные поляризатор и анализатор при вращении кристалла вокруг нормали к его границе, определяется положение главной плоскости  $ZY$ . Аналогичным образом на втором срезе кристалла может быть найдено положение второй главной плоскости падения  $ZX$  или  $XU$ . Пересечение этих плоскостей позволяет определить угол  $\theta$ .

Задачу определения  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  сведем к нахождению величин  $\varepsilon_z$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ , где  $\delta_x$ ,  $\delta_y$  – малые параметры. Учитывая их малость, получим из отношения  $r_p/r_s$ , ограничиваясь членами первого порядка малости, приближенное выражение для измеряемого параметра  $\rho$

$$\rho = \rho_o (1 + \tilde{\rho}), \quad \tilde{\rho} = a\delta_x + b\delta_y, \quad (21)$$

$$a = \frac{2\varepsilon_z \eta}{\eta_z (\varepsilon - \varepsilon_z)}, \quad \eta_z = \sqrt{\varepsilon_z - \xi^2}, \quad (22)$$

$$b = \frac{2\eta \varepsilon_z \varepsilon (\eta_z - \varepsilon_z \sin^2 \theta / \eta_z)}{\varepsilon_z^2 \eta^2 - \varepsilon^2 \eta_z^2}.$$

Здесь индексом « $o$ » отмечено отношение френелевских коэффициентов отражения от изотропной среды с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_z$ :

$$\rho_o = \frac{\xi^2 - \eta \eta_z}{\xi^2 + \eta \eta_z}. \quad (23)$$

При  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$  из (21), (22) следуют выражения для  $\rho$ , когда в плоскости границы лежат две кристаллографические оси  $X$  и  $Y$  или  $X$  и  $Z$ .

Для определения комплексных значений  $\varepsilon_{x,y,z}$  будем проводить измерения при фиксированном угле падения на первой грани в плоскости падения, перпендикулярной оси  $X$  (обозначим его  $\rho_x$ ), затем на второй грани – в плоскостях падения, перпендикулярных осям  $Y$  ( $\rho_y$ ) и  $Z$  ( $\rho_z$ ). Расчетные выражения для  $\rho_y$  и  $\rho_z$  получим из общих выражений (19) и (20). Положив в них  $\theta = \pi/2$ , производя замену индексов  $X \Leftrightarrow Y$  и раскладывая в ряд, найдем

$$\rho_y = \rho_o (1 + \tilde{\rho}_y),$$

$$\tilde{\rho}_y = c\delta_x + a\delta_y, \quad c = \frac{2\varepsilon\varepsilon_z\eta\eta_z}{(\varepsilon - \varepsilon_z)(\xi^4 - \eta^2\eta_z^2)}, \quad (24)$$

$a$  и  $\rho_o$  определены выражениями (22) и (23). Производя в (24) замену индексов  $Y \Leftrightarrow Z$ , что соответствует повороту кристалла вокруг нормали к грани на  $90^\circ$ , найдем выражение для  $\rho_z$ :  $\rho_z = a\delta_x + c\delta_y$ . Заметим, что если получать  $\rho_y$  и  $\rho_z$  из (21) – (23) соответствующей перестановкой индексов (при  $\theta = 0$  или  $\theta = \pi/2$ ), то переопределяется величина  $\rho_o$ , что усложнит дальнейшие выкладки.

Решая систему из трех уравнений, представляющих собой выражения для  $\rho_x$ ,  $\rho_y$ ,  $\rho_z$ , нетрудно получить

$$\delta_x = \frac{c(\rho_x - \rho_y) + b(\rho_y - \rho_z) + a(\rho_z - \rho_x)}{c(\rho_z b - \rho_x c) + a(\rho_y c - \rho_z a) + a(\rho_x a - \rho_y b)}, \quad (25)$$

$$\delta_y = \delta_x \frac{\rho_x c - \rho_y a}{\rho_y b - \rho_x a} + \frac{\rho_x - \rho_y}{\rho_y b - \rho_x a}. \quad (26)$$

Эти выражения для измеряемых параметров содержат коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , являющиеся функциями неизвестной величины  $\varepsilon_z$ . Однако из (25), (26) видно, что  $\delta_x$  и  $\delta_y$  пропорциональны разностям  $\rho_i - \rho_j$  ( $i, j = x, y, z$ ,  $i \neq j$ ), которые малы, поскольку обусловлены анизотропией кристалла. Поэтому в них с принятой выше точностью  $\varepsilon_z$  достаточно заменить нулевым по  $\delta_x$  и  $\delta_y$  приближением  $\varepsilon_z^{(0)}$ , которое может быть найдено из (23), как и для одноосных кристаллов, оно получается из (18) в [5] (при замене  $0 \rightarrow z$ )

$$\varepsilon_z^{(0)} = \xi^2 \left[ 1 + \left( \frac{1 - \rho_o}{1 + \rho_o} \right)^2 \operatorname{tg}^2 \varphi \right]. \quad (27)$$

Здесь вместо  $\rho_o$  можно подставить любое из  $\rho_i$ . Пусть  $\rho_i = \rho_y$ . Тогда, после того как по формулам (25), (26) будут рассчитаны  $\delta_x$  и  $\delta_y$ , постоянную  $\varepsilon_z$  можно найти с точностью до  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ . Для этого, подставляя в (9)  $a(\varepsilon_z^{(0)})$ ,  $c(\varepsilon_z^{(0)})$ ,  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ , находим величину  $\rho_y$ . С ее помощью уточняем  $\rho_o$ , исключив в  $\rho_y$  вклад анизотропии:  $\rho_o = \rho_y / (1 + \tilde{\rho}_y)$ . Вернувшись к формуле (27), рассчитываем по ней при новом  $\rho_o$  значение  $\varepsilon_z$  с принятой нами точностью. Затем находим  $\varepsilon_x = \varepsilon_z (1 + 2\delta_x)$  и  $\varepsilon_y = \varepsilon_z (1 + 2\delta_y)$ .

Итак, в нашем подходе определяются малые величины  $\delta_x$  и  $\delta_y$ , с помощью которых по определенным формулам вычисляются  $\varepsilon_z$  путем уточнения (с точностью до  $\delta_x$ ,  $\delta_y$ ) нулевого значения. Это существенный момент, отличающий наш подход от подхода, использованного в работе [2]. В ней вводилось три малых параметра, два из которых выражаются через третий (фактически наши  $\delta_x$  и  $\delta_y$ ), но  $\varepsilon_z$  оставалось неопределенным. Эта неопределенность в итоге не позволяла получить замкнутую систему уравнений, и автор вынужден был сузить применимость своего подхода значениями  $\varepsilon \geq 10$ , которое, естественно, весьма существенно ограничивает предложенный в [2] подход.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федоров, Ф. И. Оптика анизотропных сред / Ф. И. Федоров. – Минск : Изд-во АН БССР, 1958. – 456 с.
2. Aspnes, D. E. Approximate solution of ellipsometric equations for optically biaxial crystals / D. E. Aspnes // J. Opt. Soc. Am. – 1980. – V. 70, № 10. – P. 1275–1277.
3. Федоров, Ф. И. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами / Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. – Минск : Наука и техника, 1976. – 222 с.
4. Elshazlu-Zaghloul, M. Specieal-angle-ofincidem-ce ellipsometry for uniaxial crystals : Part 1. Negative crystals / M. Elshazlu-Zaghloul // Opt. Comm. – 1985. – V. 54, № 4. – P. 195–200.
5. Сендер, Н. Н. Определение показателей преломления и коэффициентов поглощения одноосных поглощающих кристаллов на основе разложения в ряд коэффициентов отражения / Сендер Н. Н. // Актуальные научные проблемы теоретической и экспериментальной физики, астрономии и космонавтики : Сб. материалов межвуз. науч. конф., посвященной 50-летию первого полета в космос, Брест, 11–12 апр. 2011 г. / Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина ; под общ. ред. В. С. Секержицкого. – Брест : БрГУ, 2011. – С. 81–85.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 31.03.2016

#### **Sender N.N. Determining the Optical Constants of Anisotropic Absorbing Crystals Based on Series Expansion of Coefficients of Reflection**

*The method for determining the optical constants of absorbing uniaxial crystals and low-symmetry crystals of the orthorhombic system, based on the expansion of functions in series in small quantities, which makes it possible to obtain approximate ratio, the accuracy of which does not exceed the experimental error is offered. The advantages of this method is its simplicity as the optical constants are calculated by substituting the measured ellipsometric parameters in the analytical expressions, and are not calculated by complex numerical methods, as well as the ability to avoid the difficulties of the research related to both the increase in the number of parameters to be determined (in general case the orientation of rhombic crystals the number of parameters characterizing the crystal-nine, three parameters define the orientation of the crystal, and the rest are permanent crystal at a fixed wavelength), and with a significant complication of relations describing the propagation of light in these crystals.*