$\Phi I3IKA$ 39

УДК 524.354.6-33

В.С. Секержицкий

О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПИОНИЗАЦИЮ ЯДЕР

Показано, что сильное магнитное поле препятствует пионизации тяжелых атомных ядер. В сверхплотном замагниченном веществе свободные нейтроны могут появиться при меньших значениях плотности, чем пионы в ядрах.

Согласно существующим представлениям [1; 2], в тяжелых ядрах возможно существование отрицательно заряженных пионов в качестве самостоятельного компонента. Проведем оценку ядерных параметров (массового A и зарядового Z чисел ядра), соответствующих порогу появления пионов. Будем исходить из полуэмпирической формулы Бете-Вайцзеккера, модифицированной для данной задачи в соответствии с [1; 2]. Масса ядра

$$\begin{split} Mc^2 &= N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 \frac{\left(N_p - N_\pi\right)^2}{A^{1/3}} + \\ &+ \frac{c_3}{A} \left(N_n - \left(N_p - N_\pi\right)\right)^2 + c_3' \frac{N_\pi^2}{A} + \frac{c_4}{A^3} \left(N_n - \left(N_p - N_\pi\right)\right)^4 + c_\pi N_\pi \,, \end{split} \tag{1}$$

где N_n, N_p, N_π — числа соответственно нейтронов, протонов и пионов в ядре; $c_0=15,75~\mathrm{MpB},\ c_1=17,8~\mathrm{MpB},\ c_2=0,71~\mathrm{MpB},\ c_3=23,7~\mathrm{MpB},\ c_3'\approx17,7~\mathrm{MpB},\ c_\pi\approx11,9~\mathrm{MpB}$ [1]; коэффициент c_4 различен в разных источниках: $c_4=0$ [3], $c_4\approx0,88~\mathrm{MpB}$ [4], $c_4\approx7,7~\mathrm{MpB}$ [1], $c_4\approx-3,5~\mathrm{MpB}$ [2].

Химические потенциалы компонентов ядра связаны соотношением:

$$\chi_n = \chi_p + \chi_\pi \,. \tag{2}$$

Учитывая, что $\chi_j = \frac{\partial Mc^2}{\partial N_j}$, находим:

$$\chi_n = m_n c^2 + \frac{2c_3}{A} \left(N_n - \left(N_p - N_\pi \right) \right) + \frac{4c_4}{A^3} \left(N_n - \left(N_p - N_\pi \right) \right)^3, \tag{3}$$

$$\chi_{p} = m_{p}c^{2} + 2c_{2}\frac{N_{p} - N_{\pi}}{A^{1/3}} - 2\frac{c_{3}}{A}\left(N_{n} - \left(N_{p} - N_{\pi}\right)\right) - \frac{4c_{4}}{A^{3}}\left(N_{n} - \left(N_{p} - N_{\pi}\right)\right)^{3},\tag{4}$$

$$\chi_{\pi} = -2c_{2} \frac{N_{p} - N_{\pi}}{A^{1/3}} + 2\frac{c_{3}}{A} \left(N_{n} - \left(N_{p} - N_{\pi}\right)\right) + \frac{4c_{4}}{A^{3}} \left(N_{n} - \left(N_{p} - N_{\pi}\right)\right)^{3} + 2c_{3}' \frac{N_{\pi}}{A} + c_{\pi}.$$
 (5)

Подставляя в (2) выражения для химических потенциалов с учетом того, что $A=N_n+N_p$, $Z=N_p$, получаем в простейшем случае (при $c_4=0$):

$$N_{\pi} = \frac{c_{\pi}' A}{2(c_3 - c_3')} - \frac{c_3 (A - 2Z)}{c_3 - c_3'},\tag{6}$$

где $c_{\pi}' = c_{\pi} + m_p c^2 - m_n c^2$. Заметим, что формула (3) существенно отличается от соответствующего выражения [2, с. 38], ошибка в котором связана с потерей знака при вычислении химического потенциала пионов.

У порога рождения пионов $N_{\pi}=0$ и

$$\frac{Z}{A} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_{\pi}'}{2c_3} \right) \approx 0.39 \,. \tag{7}$$

Таким образом, в земных условиях существование пионного конденсата возможно в тяжелых ядрах с A > 230 .

Результаты расчетов эффективного числа пионов в тяжелых ядрах с учетом поправки к энергии асимметрии в формуле Бете–Вайцзеккера при $c_4=-3,5\,$ МэВ представлены в таблице 1. Заметим, что влияние значения c_4 на результаты вычислений довольно существенное.

Таблица 1 — Эффективное число π^- -мезонов в ядрах с A > 200 при $c_4 = -3.5$ МэВ

4	7	λŢ	M [2]	4	7	λŢ	M [2]	4	7	λŢ	M [2]
A	Z	N_{π}	N_{π} [2]	A	Z	N_{π}	N_{π} [2]	A	Z	N_{π}	N_{π} [2]
254	102	49	2	242	98	60	1	230	93	54	1
	101	34	4		97	44	3		92	39	2
	100	25	4		96	32	3		91	27	3
	99	14	5		95	21	4		90	17	4
	98	5	6		93	1	6		89	7	7
251	102	70	1	239	97	64	1	227	92	58	1
	100	38	3		96	46	2		91	42	2
	99	26	4		94	22	4		90	29	3
	98	16	5		93	12	5		89	18	4
	97	6	6		92	2	6		88	8	5
248	100	54	2	236	96	69	1	224	91	62	1
	99	39	3		95	49	2		90	44	2
	98	28	3		94	35	2		89	31	3
	97	17	4		93	24	3		87	20	4
245	99	57	2	233	94	52	2	221	90	68	1
	98	42	3		93	37	3		89	46	2
	96	19	4		92	26	3		88	33	2
	95	9	5		91	15	4		86	21	3

Легко видеть, что ядра-изобары содержат тем больше пионов, чем больше число протонов. Данный вывод, сделанный нами на основании результатов численных расчетов, прямо противоположен результату [2], полученному, как отмечалось выше, вслед-

 $\Phi I3IKA$ 41

ствие элементарной ошибки при математических преобразованиях. В таблице 1 для сравнения представлены результаты, полученные нами, и результаты, приведенные в таблице 1 [2, с. 40]: расхождения не только количественные, но и качественные.

В магнитном поле с индукцией B в выражении (1) необходим учет еще двух слагаемых: $N_\pi\mu_\pi B$ и $c_5B^2\left(N_p-N_\pi\right)A^{2/3}$ [5, с. 164], где $\mu_\pi=2,1\cdot 10^{-17}\,{\rm MpB/\Gamma c}$ – магнетон, соответствующий пиону с массой m_π , $c_5\approx 6,9\cdot 10^{-38}\,{\rm MpB/\Gamma c}^2$. Первое добавочное слагаемое представляет собой кинетическую энергию пионов в квантующем магнитном поле (в приближении крайнего вырождения). Второе слагаемое связано с нарушением сферической симметрии ядра-капли магнитным полем и существенно при $B\sim 10^{18}\,{\rm Fc}$ и выше [6]. Пренебрегая этим слагаемым, получаем в магнитном поле с индукцией B у порога рождения пионов (при $c_4=0$)

$$\frac{Z}{A} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_{\pi}' + \mu_{\pi} B}{2c_3} \right). \tag{8}$$

Легко видеть, что сильное магнитное поле с индукцией $B \sim 10^{17} \, \Gamma c$ и выше заметно уменьшает пороговое значение отношения Z/A, т.е. пионы появляются в более тяжелых ядрах, чем в отсутствие поля.

Магнитные поля с индукцией, превышающей 10^{17} Гс, в земных условиях пока недостижимы. Однако, такие поля вполне возможны в веществе сверхплотных астрофизических объектов типа нейтронных звезд. При плотностях, превышающих 10^6 г/см³, реализуется электронно-ядерная фаза крайне вырожденного вещества [3]. Существенное повышение плотности приводит к нейтронизации ядер, в результате чего в электронно-ядерном веществе могли бы появиться свободные нейтроны в качестве стабильного компонента [3]. Но, согласно [2], пионизация тяжелых ядер подавляет их нейтронизацию, что препятствует переходу электронно-ядерной фазы вещества в электронно-нейтронно-ядерную фазу. Рассмотрим, какие коррективы в этот результат [2] вносит учет возможности существования в сверхплотном веществе сильного магнитного поля.

Получим соотношения, необходимые для вычисления равновесных параметров Aen-фазы замагниченного вещества с учетом размеров ядер и ядерного взаимодействия свободных нейтронов между собой. Частично эти вопросы обсуждались в [5], где имеются ссылки на соответствующие оригинальные работы. При численных расчетах и оценках не будет учитываться зависимость величины магнитного момента нейтрона от индукции магнитного поля (корректность данного приближения для задач, аналогичных рассматриваемой, обоснована в [5]); не будет учитываться также малая величина аномального магнитного момента электрона.

Численные оценки проведены нами для так называемого абсолютно устойчивого состояния вещества, при котором устанавливается термодинамическое равновесие по отношению к бета-процессам и пикноядерным реакциям [3]. Исходной при этом является формула для энергии среды [1; 5]:

$$E = E_A + E_n + E_e = N_A M c^2 + w_n \left(V - \frac{A N_A}{n_0} \right) + w_e V , \qquad (9)$$

где E_A , E_n , E_e — энергии атомных ядер, свободных нейтронов и электронов, V — объем рассматриваемой системы, N_A — число ядер в этом объеме, n_0 = $1,3\cdot 10^{38}$ см $^{-3}$ — концентрация нуклонов в ядре, w_n и w_e — плотности энергий свободных нейтронов и электронов. Энергию $E_A = N_A M c^2$ будем вычислять с помощью (1) с указанными выше дополнительными слагаемыми.

Энергия свободных нейтронов и их число в объеме V равны [1]

$$E_n = w_n \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right), \quad N_n^* = n_n \left(V - \frac{AN_A}{n_0} \right), \tag{10}$$

где (см., например, [5], где имеются ссылки на соответствующие оригинальные работы)

$$w_n = n_n \left(m_n c^2 + \zeta_n \right) - P_n, \tag{11}$$

$$n_{n} = \frac{\left(2m_{n}\right)^{3/2}}{6\pi^{2}\hbar^{3}} \left(\left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} + \sigma_{n}\mu_{\mathcal{A}}B\right)^{3/2} + \left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} - \sigma_{n}\mu_{\mathcal{A}}B\right)^{3/2} \right), \tag{12}$$

$$P_{n} = \frac{2}{5} n_{n} \frac{\left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} + \sigma_{n} \mu_{\mathcal{A}} B\right)^{5/2} + \left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} - \sigma_{n} \mu_{\mathcal{A}} B\right)^{5/2}}{\left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} + \sigma_{n} \mu_{\mathcal{A}} B\right)^{3/2} + \left(\zeta_{n} - \varepsilon_{\mathcal{A}} - \sigma_{n} \mu_{\mathcal{A}} B\right)^{3/2}},$$
(13)

$$\varepsilon_{\mathcal{A}} = -1,48 \cdot 10^{-38} n_n \frac{40,4 - 1,61 \cdot 10^{-38} n_n}{1 + 6,25 \cdot 10^{-13} n_n^{1/3}} \text{ M}_{9}B,$$
(14)

 n_n и P_n – концентрация и давление свободных нейтронов, $\chi_n = \zeta_n + m_n c^2$ – их химический потенциал, μ_g – ядерный магнетон, $\sigma_n = 1,913$.

Энергия ультрарелятивистского электронного газа в сверхсильном магнитном поле определяется следующим образом [2; 7]:

$$E_e = w_e V$$
, $w_e = \frac{\pi^2 \hbar^3 c n_e^2}{2m_e \mu_B B} = P_e = \frac{1}{2} \chi_e n_e$, (15)

где n_e, P_e, χ_e — концентрация, давление и химический потенциал электронов, m_e — масса электрона, μ_R — магнетон Бора.

Среда полагается электронейтральной, полное число нуклонов сохраняется:

$$n_{e}V = \left(N_{p} - N_{\pi}\right)N_{A}, \quad nV = AN_{A} + n_{n}\left(V - \frac{AN_{A}}{n_{0}}\right), \quad n = n_{n} + n_{e}\left(1 - \frac{n_{n}}{n_{0}}\right)\frac{A}{N_{p} - N_{\pi}}, \quad (16)$$

n — концентрация всех нуклонов.

Абсолютно устойчивому состоянию термодинамического равновесия соответствует минимум энергии среды E относительно независимых параметров $A,\ N_p$, N_π и N_A при фиксированных N=nV и B:

 $\Phi I3IKA$ 43

$$\frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial E}{\partial N_p} = \frac{\partial E}{\partial N_{\pi}} = \frac{\partial E}{\partial N_A} = 0. \tag{17}$$

Таким образом, получаем систему уравнений для вычисления равновесных параметров сверхплотного замагниченного вещества:

$$\frac{\partial \left(Mc^2\right)}{\partial A} + \left(\frac{\partial w_n}{\partial n_n} - \frac{w_n}{n_n}\right) \frac{n_n}{n_0} - \frac{\partial w_n}{\partial n_n} = 0,$$
(18)

$$\frac{\partial \left(Mc^2\right)}{\partial N_p} + \frac{\partial w_e}{\partial n_e} = 0, \tag{19}$$

$$\frac{\partial \left(Mc^2\right)}{\partial N_{\pi}} - \frac{\partial w_e}{\partial n_e} = 0, \qquad (20)$$

$$Mc^{2} + A \left(\left(\frac{\partial w_{n}}{\partial n_{n}} - \frac{w_{n}}{n_{n}} \right) \frac{n_{n}}{n_{0}} - \frac{\partial w_{n}}{\partial n_{n}} \right) + \left(N_{p} - N_{\pi} \right) \left(\frac{\partial w_{e}}{\partial n_{e}} \right) = 0,$$
(21)

откуда

$$\frac{\partial \left(Mc^2\right)}{\partial N_p} = -\frac{\partial \left(Mc^2\right)}{\partial N_{\pi}},\tag{22}$$

$$Mc^{2} - A \frac{\partial (Mc^{2})}{\partial A} - N_{p} \frac{\partial (Mc^{2})}{\partial N_{p}} - N_{\pi} \frac{\partial (Mc^{2})}{\partial N_{\pi}} = 0.$$
(23)

При этом имеет место однозначное соответствие между массовым числом A и разностью ($N_p - N_\pi$) для наиболее устойчивого ядра при заданном B:

$$N_p - N_\pi = \sqrt{\frac{c_1 A}{2c_2} + \frac{c_5^2 B^4 A^2}{4c_2^2} - \frac{c_5 B^2 A}{2c_2}}.$$
 (24)

Порог появления свободных нейтронов в электронно-ядерном веществе определяется в первом приближении ($c_4=0$ и малое при $B<10^{18}\,\Gamma c$ слагаемое $c_5 B^2 \left(N_p-N_\pi\right) A^{2/3}$ не учитывается) из соотношения:

$$c_3 - c_0 + c_1 A^{-1/3} - \frac{c_1}{2c_2 A} \left(4c_3 + c_2 A^{2/3} \right) = -\mu_n B, \qquad (25)$$

где $\mu_n = \sigma_n \mu_A = 6,0 \cdot 10^{-18} \,\mathrm{MpB/\Gamma c}$ – магнитный момент нейтрона. Пороговые значения массового числа уменьшаются с ростом индукции магнитного поля: $A = 122 \,\mathrm{при} \,B = 0$, $A = 105 \,\mathrm{при} \,B = 2 \cdot 10^{17} \,\mathrm{\Gamma c}$, $A = 91 \,\mathrm{прu} \,B = 4 \cdot 10^{17} \,\mathrm{\Gamma c}$.

Порог появления пионов в ядрах электронно-ядерного вещества определяется при том же приближении выражением

$$\frac{Z}{A} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{c_{\pi}' + \mu_{\pi} B}{2c_3} \right),\tag{26}$$

откуда с учетом (29) находим пороговые значения: A=83 при B=0, A=106 при $B=2\cdot 10^{17}\,\Gamma$ с, A=139 при $B=4\cdot 10^{17}\,\Gamma$ с. Легко видеть, что с ростом индукции магнитного поля значения массового числа наиболее устойчивых ядер, соответствующие порогу пионизации, увеличиваются. Заметим, что при заданной индукции магнитного поля массовое число наиболее устойчивого ядра однозначно зависит от плотности вещества.

Итак, если в отсутствие магнитного поля пионизация ядер может препятствовать появлению свободных нейтронов, то при $B > 2 \cdot 10^{17} \, \Gamma c$ свободные нейтроны появляются при повышении плотности раньше, чем пионы в ядрах, и существование электроннонейтронно-ядерной фазы в сильно замагниченном веществе вполне возможно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Саакян, Г.С. Явление пионизации вырожденного вещества / Г.С. Саакян, Л.Ш. Григорян // Астрофизика. 1977. Т. 13, вып. 2. С. 295–311.
- 2. Саакян, Г.С. Физика нейтронных звезд / Г.С. Саакян. Дубна : Изд-во ОИЯИ, 1995.-347 с.
- 3. Саакян, Г.С. Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс / Г.С. Саа-кян. М. : Наука, 1972. 344 с.
- 4. Вартанян, Ю.Л. Нейтронобогатые ядра в Ферми-газе / Ю.Л. Вартанян, Н.К. Овакимова // Астрон. журн. -1972. T. 49, вып. 2. C. 306–315.
- 5. Секержицкий, В.С. Равновесные системы фермионов и бозонов в магнитных полях / В.С. Секержицкий. Брест : Изд-во БрГУ, 2008. 198 с.
- 6. Леинсон, Л.Б. О делении ядер в сильном магнитном поле / Л.Б. Леинсон, В.Н. Ораевский // Ядерн. физ. -1978. -T. 27, вып. 6. -C. 1457–1463.
- 7. Шульман, Г.А. О свойствах холодного плотного вещества с вмороженным сверхсильным магнитным полем / Г.А. Шульман // Астрофизика. 1975. Т. 11, вып. 1. С. 89—95.

V.S. Sekerzhitsky. About Influence of Magnetic Field on Pionization of Nuclei

The strong magnetic field creating obstacles to pionization of heavy atomic nuclei is shown. In superdense magnetized matter the free neutrons may appear among lesser values of density than pions in nuclei.