

А. И. СЕРЫЙ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О ПОДХОДАХ К НАХОЖДЕНИЮ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОПРАВК К ЭНЕРГИИ АТОМА ВОДОРОДА

Присутствующая в курсах атомной физики и квантовой механики тема «Релятивистские поправки к энергии атома водорода и водородо-подобных ионов» довольно сложна для восприятия обучающимися. Различные подходы к ее изложению могут помочь решить дидактическую проблему при удачной форме подачи материала. В качестве примеров ниже предложены сравнительные таблицы, при составлении которых использованы сведения из [1, с. 291–299, 309–319]. Через n , l и j обозначены, соответственно, главное и орбитальное квантовые числа, а также квантовое число полного момента. Статья дополняет публикацию [2, с. 18–20], посвященную методике преподавания темы «Уровни энергии атома водорода».

В таблице 1 дана сравнительная характеристика двух подходов к нахождению упомянутых выше поправок к уровням энергии.

Таблица 1 – Подходы к нахождению релятивистских поправок к энергии

Данные	Нерелятивистский подход по теории возмущений (ТВ)	Релятивистский подход (точное решение уравнения Дирака)
Исходные уравнения	Система (63.2) в [1, с. 291]	Уравнение (68.1) в [1, с. 315]
Этапы решения	<ol style="list-style-type: none"> 1. Делаем поправки к энергии электрона в исходном уравнении. 2. После преобразований получаем поправки W_1, W_2 и W_3 к исходному гамильтониану \hat{H} (таблица 2). 3. Методом ТВ находим поправки к энергии [1, с. 291–299, 309–315] 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Решаем точно уравнение Дирака. 2. Разлагаем решения по степеням α. 3. Оставляем слагаемые с α^n ($n \leq 2$) и сравниваем с результатом, полученным в нерелятивистском подходе по ТВ [1, с. 315–319]

Продолжение таблицы 1

Свойства решения	Аналитическое, полиномиальное	Неаналитическое, неполиномиальное
Возможность поиска поправок	До α^2 включительно (α – постоянная тонкой структуры)	До любых четных степеней α при повышении точности разложения решения

Нерелятивистский подход подробнее рассматривается в таблице 2, где дана сравнительная характеристика трех добавок к гамильтониану в этом подходе.

Таблица 2 – Три поправки к уровням энергии в нерелятивистском подходе

Поправка	W_1	W_2	W_3
1.1. Общее выражение в ТВ	$\frac{\hbar^2 (\vec{\nabla})^2 V(r)}{8m_e^2 c^2}$	$-\frac{(E' - V(r))^2}{2m_e c^2},$ $E' = \varepsilon - m_e c^2$	$\frac{\hbar \vec{\sigma}}{4m_e^2 c^2} [\vec{\nabla} V(r), \hat{p}] =$ $= \frac{\partial V(r)/\partial r}{2m_e^2 c^2 r} (\hat{s} \cdot \hat{L})$
1.2. Обозначения	$V(r)$ – потенциал электростатического поля, $\vec{\nabla}$ – дифференциальный оператор, m_e – масса электрона, \hbar – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, ε – полная энергия электрона, r – расстояние от электрона до ядра, $\vec{\sigma}$ – тройка матриц Паули; \hat{p} , \hat{s} , \hat{L} – операторы импульса, спина и момента импульса соответственно		
2.1. Название	Оператор контактного взаимодействия	Поправка к оператору кинетической энергии	Оператор спин-орбитального взаимодействия
2.2. Объяснение	Дополнительная энергия взаимодействия электрона с ядром в s -состоянии	Зависимость от скорости – неквадратичная для кинетической энергии или нелинейная для импульса	В системе отсчета, где электрон покоится, движущееся ядро создает магнитное поле, которое действует на магнитный момент (а значит, и спин) электрона
3.1. Выражение для атома водорода и водородоподобного иона	$\frac{\pi^2 \hbar^2 e^2 Z}{2m_e^2 c^2} \delta(r)$	$-\frac{(E' + Ze^2/r)^2}{2m_e c^2}$	$\frac{Ze^2}{2m_e^2 c^2 r^3} (\hat{s} \cdot \hat{L}),$ $\hat{s} \cdot \hat{L} = \hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{s}^2$

Продолжение таблицы 2

3.2. Обозначения (новые)	e – элементарный заряд, Z – зарядовое число, $\delta(r)$ – дельта-функция, \hat{J} – оператор полного момента.		
4. Матричный элемент $\langle nl W_i nl\rangle$	$0, l \neq 0;$ $\frac{\alpha^2 Z^4}{2n^3}, l = 0$	$\frac{\alpha^2 Z^4}{2n^3} \left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{l+1/2} \right)$	$\frac{\alpha^2 Z^4}{2n^3(2l+1)(l+1)}, j = l+1/2;$ $\frac{-\alpha^2 Z^4}{2n^3(2l+1)l}, j = l-1/2$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдов, А. С. Квантовая механика : учебник / А. С. Давыдов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1973. – 704 с.
2. Серый, А.И. Об изучении темы «Лэмбовский сдвиг» в курсе физики / А. И. Серый // Актуальные вопросы современной науки и образования: сб. ст. XXXIV Междунар. науч.-практ. конф., Пенза, 20 дек. 2023 г. : в 2 ч. – Пенза : Наука и Просвещение, 2023. – Ч. 1. – С. 18–20.