

В нашей статье показаны результаты изучения дифференциальных уравнений на примерах физических задач. Мы нашли формулу критических скоростей тонкого вращающегося вала длиной l с радиусом поперечного сечения вала a , весом P и модулем упругости материала E .

УДК 372.853+530.121

В. А. ПЛЕТЮХОВ, А. М. КУЗЬМИЧ

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

О ВВЕДЕНИИ ПОНЯТИЯ ИМПУЛЬСА В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКЕ

В ньютоновской механике импульс частицы определяется как произведение некоторой инвариантной величины, называемой массой, на скорость частицы:

$$\vec{p} = m \vec{v}. \quad (1)$$

Определенный таким способом импульс сохраняется при соударениях (взаимодействиях) частиц малой энергии. Однако опыт показывает, что этот импульс не сохраняется при столкновении (взаимодействии) с большими энергиями. Таким образом, при переходе от классической механики к специальной теории относительности встает выбор – отказаться либо от ньютоновского определения импульса, либо от закона сохранения импульса. А поскольку закон сохранения импульса в физике весьма существенен, то выбор делается в его пользу.

Обычно импульс в СТО вводится следующим способом. Требование релятивистской инвариантности уравнения движения материальной точки приводит к виду этого уравнения [1]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}. \quad (2)$$

Если обозначить

$$\vec{p} = \frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (3)$$

то получаем уравнение движения

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad (4)$$

внешне сходное с классическим уравнением движения, в котором $\vec{p}$ имеет вид (1). На основании указанного сходства и определяют величину $\vec{p}$ (3) как релятивистский импульс.

Очевидно, что такой способ введения импульса в СТО является формальным, т. е. не связан напрямую с законом сохранения импульса. Мы в настоящей статье хотим предложить способ определения импульса как сохраняющейся векторной величины.

Поскольку импульс – величина векторная, следует прежде всего выяснить направление этого вектора для данной частицы и уже затем найти зависимость его модуля от ее скорости. В инерциальной системе отсчета (далее – ИСО) пространство изотропно. Если так, то единственным выделенным направлением, связанным с движением частицы, является направление, в котором происходит это движение. Все остальные направления будут равноправными, и ни одно из них нельзя будет предпочесть другому. Остается единственная возможность – вектор импульса частицы совпадает по направлению с ее скоростью.

На следующем этапе рассуждений определим абсолютную величину (модуль) этого вектора. Возьмем в качестве сталкивающихся объектов два одинаковых шара A и B и предположим, что между ними происходит упругое скользящее (нецентральное) соударение. Всегда можно найти ИСО, в которой скорости шаров до столкновения равны по модулю и противоположны по направлению. В этой системе отсчета полный импульс шаров равен нулю. После столкновения по закону сохранения импульса шары опять-таки должны двигаться во взаимно противоположных направлениях с равными скоростями. В результате эффект соударения сводится в рассматриваемой ИСО к простому повороту векторов скорости обеих частиц. Очевидно, что в этой ИСО можно выбрать

направления осей X и Y таким образом, что x -компоненты скоростей обеих частиц не изменятся при столкновении, тогда как их y -компоненты просто меняют знак.

Нас интересует анализ y -компоненты полного импульса и ее сохранение. Для этого удобно рассмотреть столкновение в системе отсчета, в которой один шар (B) движется только в направлении оси y (лабораторная ИСО). Мы можем подобрать такое столкновение, при котором частица-мишень (шар B) обладает сколь угодно малой скоростью как до, так и после соударения. Импульс частицы-мишени рассчитывается по ньютоновской формуле (1). Исходя из этого, легко определить изменение импульса медленной частицы в процессе соударения, что позволит найти изменение импульса и сам импульс быстрой частицы (шар A).

Переданный импульс составляет меньшую и известную сторону треугольника импульсов (рисунок 1). Две другие (равные) стороны этого треугольника являются большими и неизвестны нам. Но мы знаем, чему равны как длинные, так и короткие стороны подобного треугольника – треугольника перемещений (рисунок 2). Из пропорциональности соответствующих сторон при учете связи между собственным и лабораторным временем

$$dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (5)$$

получаем выражение для импульса быстро движущейся частицы

$$p_y = m \frac{dy}{d\tau}, \quad \vec{p} = m \frac{d\vec{r}}{d\tau}, \quad (6)$$

равносильное формуле (3).

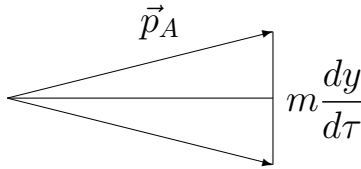


Рисунок 1

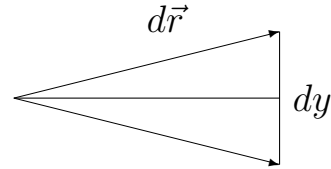


Рисунок 2

В данном примере величина m – это масса в классическом понимании, т. е. не зависит от скорости. Все различие между релятивист-

ской формулой для импульса и соответствующей ньютоновской формулой сводится к различию между собственным и лабораторным временем, а не к различию массы при этих двух описаниях природы. Этот факт сейчас получает все более широкое признание [2; 3].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Угаров, В. А. Специальная теория относительности / В. А. Угаров. – М. : Физматгиз, 1977. – 384 с.
2. Плетюхов, В. А. Второй закон Ньютона и релятивистская масса / В. А. Плетюхов // Физика. – 2018. – Т. 2. – С. 18–21.
3. Тейлор, Э. Ф. Физика пространства-времени / Э. Ф. Тейлор, Дж. А. Уилер. – М. : Мир, 1971. – 320 с.

УДК 378.147:51

Н. Н. СЕНДЕР, Я. В. СИМОНЧИК

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

РЕШЕНИЕ И АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Решение и анализ физических задач позволяют понять и запомнить основные законы и формулы физики, создают представление об их характерных особенностях и границах применения. Задачи развивают навык использования общих законов материального мира для решения конкретных вопросов, имеющих практическое и познавательное значение. Умение решать задачи – лучший критерий оценки глубины изучения программного материала и его усвоения. В основу каждой физической задачи положено то или иное частное проявление одного или нескольких фундаментальных законов природы и их следствий. Исходя из этого, прежде чем приступать к решению физических задач из какого-либо раздела курса физики, следует тщательно проработать теорию вопроса и внимательно разобрать иллюстрирующие ее примеры. Без твердого знания теории нельзя рассчитывать на успешное решение и анализ даже сравнительно простых задач, не говоря уже о более сложных.

В процессе решения физической задачи можно выделить три этапа: **физический, математический и анализ решения.**