

7. Мусафиров, Э. В. Допустимые возмущения модели Костицына «хищник-жертва» / Э. В. Мусафиров // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2015. – № 7-2 – С. 248–252.

8. Мусафиров, Э. В. Допустимые возмущения системы Лэнгфорда / Э. В. Мусафиров // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 3 – С. 47–51.

9. Мусафиров, Э. В. Допустимые возмущения обобщенной системы Носе – Гувера в одном случае / Э. В. Мусафиров // Ползуновский альманах. – 2020. – № 1 – С. 221–222.

УДК 519.7

А. Ю. ПЕРЕВАРЮХА

Россия, Санкт-Петербург, СПб ФИЦ РАН

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ ТРАНСФОРМАЦИЙ ГИБРИДНОЙ СТРУКТУРОЙ УРАВНЕНИЙ

Статья рассматривает проблематику моделирования эволюционных процессов в противоборствующем сообществе организмов и адаптации одной из компонент биофизической системы. Инвазионные процессы в биосистемах при вселении видов с высоким репродуктивным параметром в новый ареал запускают многообразные нелинейные процессы и некоторые из инвазионных вторжений развиваются стремительно в форме вспышки из одного пика.

В статье опишем формирование моделирующих структур с включенной логикой, задающей условия переопределения системы уравнений на основе отслеживания изменяющихся эволюционных характеристик и трансформирующихся параметров. Гибридная модель из набора выбираемых по заданным условиям переопределяемых функций активаций и демпфирования колебаний имитирует последствия событийной эволюции возбудителя. На основе алгоритмической реализации структуры переходов между режимами поведения в серии имитационных сценариев развития эпидемических волн в регионах в зависимости от факторов иммунизации и оценки действенности антиэпидемических мер. Получены

сценарии развития эпидемической ситуации при смене доминирующих штаммов коронавируса в пяти регионах.

Предложим модели с вероятностной компонентой при развитии ситуации инвазионного процесса в биосистеме с адаптивным сопротивлением. Представим несколько аспектов запаздывания. Частный случай инвазии с неопределенно запаздывающим ответом – это иммунный ответ на коронавирус, который может быть или сильным или медленно возникающим по целому ряду не полностью детерминированных факторов. Мы включим в модель возмущенного равномерно распределенной на $[0, 1]$ σ репродуктивного запаздывания $x(t - \tau \times \sigma)$ как способ разнообразить варианты поведения траектории, но не расширяя структуру. Вопрос определения связи величины τ с непосредственной популяционной характеристикой открыт. τ – это агрегированная характеристика процессов и сложенная из разных явлений.

Модификации моделей с запаздыванием представляют значимость для исследования редких сценариев популяционной динамики, которые относим к типу экстремальных [1]. В предложенной нами модели получен вариант разрушения колебаний без необходимости дальнейшего увеличения r , $H = 1/3K$:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N(t - \tau \times \sigma)}{\mathcal{K}} \right) (H - N(t - \gamma)), \gamma < \tau. \quad (1)$$

Модель была основана на нашей идее, что для механизмов контроля имеет значение переход $N(t - \gamma)$ через предкритический порог H . Величина H трактовалась как мягкое пороговое состояние «преднасыщения» среды, когда при $N(t) \rightarrow H + \epsilon$ популяция вселенца уже начинает разрушительно воздействовать на среду [2]. В сценарии на динамику инвазионного процесса оказывает влияние отклонение $[H - N(t - \gamma)]$, притом величина отклонения может быть как положительной, так и отрицательной. В иммунологической трактовке при такой вирусной нагрузке организм через небольшой интервал задержки сталкивается опасными симптомами. Модель описала вычислительный сценарий с выбросом траектории из окрестности цикла. После образования колебаний при превышении значения в момент $\max N_*(t_{max}; r\tau\gamma)$ предельного для экосистемы уровня траектория далее $N(t) \rightarrow \infty$ с остановкой расчетов. В модели релаксационный цикл оказывается переходным режимом существова-

ния, а образование неограниченной траектории оценено нами как катастрофическая динамика.

Используем в новой форме модели вместо квадратичной зависимости логарифмическую форму регуляции. В таком варианте уравнения с внешним воздействием биотической среды дополнение модели фактором противодействия с отдельным запаздыванием изменит качественный характер решения:

$$\frac{dN}{dt} = r \ln \left(\frac{\mathcal{K}}{N(t - \tau)} \right) - \mathcal{Q}N(t - \nu), \quad (2)$$

Определим такое запаздывание адаптационным ν и будем отличать его от феноменологического регуляционного τ из уравнений Хатчинсона или Николсона.

Для $f(N) = rN \ln(K/N)$ ордината точки перегиба N_p на кривой решения $\dot{N} = f(N)$ лежит ниже $K/2$, так как $f'(N_p) = 0$, $N_p = K/e$. В данной модификации мы используем обозначение $\mathcal{K}$, так как достижение уровня может быть кратковременным при больших r . В вычислительном сценарии наблюдается гибель популяции агрессивного вселенца после двух максимумов осцилляций. При уменьшении r траектория демонстрирует [2] обычные гармонические колебания $N_*(t; \tau r)$.

Усовершенствуем (1) с включением нелинейности

$$F(N) = -\mathcal{Q}N^k(t - \nu), \quad \tau \geq \nu,$$

что обосновано ситуацией, когда текущее воздействие может определяться предшествующим состоянием популяции.

Применение модели возможно для анализа эпидемических волн COVID. Рассмотрим пульсирующий эпидемический процесс, который свойственен быстро мутирующему коронавирусу. 12 волн заболеваемости образовалось в ходе эпидемии в Бельгии. В 2024 г. активность линии JN.1–KP.3 нарушила тренд затухания. При росте числа переболевших формируется популяционный иммунитет, но случайные мутации с неслучайным отбором ведут к образованию ветвей эволюции конкурирующих штаммов вируса. Момент активации нового штамма вероятно вариативен $[\tau_1, \tau_1 + \Delta]$. С учетом стохастического возмущения τ_1 случайной величиной γ в диапазоне $\gamma(\omega) \in [1, 2]$ опишем с возмущенным равномерной случайной величиной запаздыванием $(t - \tau_1\gamma)$ волн

эпидемии при смене доминирующего штамма:

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = R_2 Y(t) \exp(-\varsigma Y(t - \gamma\tau) - \varepsilon \sqrt{(J - N(t - \tau))^2}), \\ \frac{dN}{dt} = R_1 N(t) \ln \left(\frac{\mathcal{K}}{N(t - \tau\gamma)} \right) - \frac{\delta N^2(t - \tau_1\gamma)}{(J - Y(t))^2} - \varphi Y(t), \\ \delta > q, \gamma(\omega) \in [1, 2]. \end{cases} \quad (3)$$

В системе (3) учтен эффект борьбы штаммов при эволюции на уклонение от связывания с антителами. При $Y(0) < J < \mathcal{K}$ $N(t) \rightarrow 0 + \epsilon$ происходит смена характеристик осцилляционного режима. Положение экстремумов колебаний $N(t) \rightarrow N_*(t)$, $\max N_*(t) < J$, $\min N_*(t)$ зависит от возмущения запаздывания.

Исследование выполнено в рамках бюджетной темы СПБ ФИЦ РАН (руководитель А. С. Гейда).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Переварюха, А. Ю. Интерпретация поведения моделей динамики биоресурсов и моментальная хаотизация в новой модели / А. Ю. Переварюха // Нелинейный мир. – 2012. – Т. 10, № 4. – С. 255–262.
2. Переварюха, А. Ю. Хаотические режимы в моделях теории формирования пополнения популяций / А. Ю. Переварюха // Нелинейный мир. – 2009. – Т. 10, № 4. – С. 925–932.

УДК 517.53

И. И. СОРОКИН

Россия, Брянск, БГУ имени И. Г. Петровского

О НЕКОТОРЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ ТЕОРЕМ ЕДИНСТВЕННОСТИ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

В комплексном и гармоническом анализе важную роль играет представление функций, принадлежащих тому или иному классу на заданном множестве, в виде простых дробей с фиксированными полюсами. В данной работе рассмотрены некоторые случаи таких представлений, доказательство которых основано в том числе на использовании теоремы единственности в соответствующем классе.