

УДК 519.24

Е. И. МИРСКАЯ

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИСПЕРСИИ СГЛАЖЕННОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОКОН ПРОСМОТРА ДАННЫХ

В спектральном анализе временных рядов одной из проблем является построение оценок спектральных плотностей второго порядка стационарных случайных процессов, так как они дают важную информацию о структуре процесса.

Исследование статистических оценок спектральных плотностей является одной из классических задач анализа временных рядов. Это связано с широким применением анализа временных рядов к анализу данных, которые возникают в физике, технике, теории распознавания образов, экономике. Часто данные являются многомерными. Такая ситуация особенно характерна для экономических данных.

В данной работе в качестве оценки неизвестной взаимной спектральной плотности исследована статистика, построенная по методу Уэлча. Предложенная оценка использована для анализа многомерных временных рядов.

В данной работе с помощью метода Уэлча [1] проведен сравнительный анализ дисперсии оценки спектральной плотности в зависимости от окон просмотра данных для временного ряда, представляющего ежемесячные данные по геомагнитной активности (магнитные бури на Земле) с 1984 г. по 2024 г.

Пусть $X^r(t)$, $t \in Z$ – r -мерный действительный стационарный в широком смысле случайный процесс. Будем предполагать, что взаимная спектральная плотность $f_{ab}(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$, $a, b = \overline{1, r}$ случайного процесса неизвестна.

В работе исследована сглаженная оценка взаимной спектральной плотности вида

$$\tilde{f}_{ab}^{(T)}(\lambda) = \frac{2\pi}{T} \sum_{l=1}^T W_{ab} \left(\lambda - \frac{2\pi l}{T} \right) I_{ab}^T \left(\frac{2\pi l}{T} \right), \quad (1)$$

где $W_{ab}(x)$, $x \in \mathbb{R}$, $a, b = \overline{1, r}$ – спектральное окно, $I_{ab}^T(\lambda)$, $\lambda \in \Pi$ – расширенная периодограмма процесса $X^r(t)$, $t \in Z$, заданная соотношением

$$I_{ab}^T(\lambda) = d_a^N(\lambda) \overline{d_b^N(\lambda)}.$$

Показано, что оценка (1) является асимптотически несмещенной оценкой взаимной спектральной плотности процесса $X^r(t)$, $t \in Z$.

Проведен сравнительный анализ дисперсии оценки взаимной спектральной плотности, заданной соотношением (1), для различных окон просмотра данных. Уменьшение дисперсии оценок достигается за счет выбора функции окна просмотра данных.

Показано, что наименьшей дисперсией обладает оценка, построенная с использованием прямоугольного окна просмотра данных.

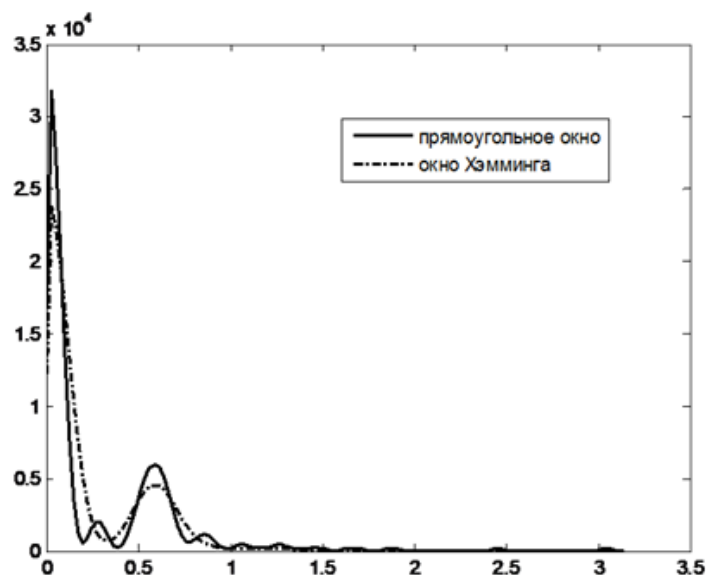


Рисунок – Графики оценки спектральной плотности, построенные для временного ряда с использованием окна Хэмминга и прямоугольного окна

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Welch, P. D. The use of FFT for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms / P. D. Welch // Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Audio and Electroacoustics. – 1967. – Vol. AU-15, № 2. – P. 70–73.