

Таким образом, с учетом вычислительной погрешности оценка погрешности неявного метода (1) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \|x - z_n\| \leq \|x - x_{n,\delta}\| + \|x_{n,\delta} - z_n\| \leq s^{s/2} (2n\alpha e)^{-s/2} \|z\| + \\ + 4n^{1/2}\alpha^{1/2}\delta + n\alpha\gamma, \quad n \geq 1. \end{aligned}$$

УДК 517.983.54

О. В. МАТЫСИК, С. С. ТКАЧ

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ЯВНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ В СЛУЧАЕ НЕЕДИНСТВЕННОГО РЕШЕНИЯ

В статье рассматривается некорректное уравнение первого рода

$$Ax = y \tag{1}$$

с действующим в гильбертовом пространстве H ограниченным положительным самосопряженным оператором $A : H \rightarrow H$. Для решения применим явный метод итераций

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^3 x_n + A^{-1}(E - (E - \alpha A)^3)y, \quad x_0 = 0. \tag{2}$$

Здесь E – единичный оператор, а оператор A^{-1} , фигурирующий в (2), не означает, что для рассматриваемой схемы (2) необходимо его знать. Нужно заметить, что после раскрытия скобок во втором слагаемом он сокращается и весь оператор в квадратных скобках является полиномом от оператора A .

Покажем, что метод (2) пригоден и тогда, когда $\lambda = 0$ – собственное значение оператора (случай неединственного решения уравнения (1)). Обозначим через $N(A) = \{x \in H \mid Ax = 0\}$ ядро оператора A , $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H . Пусть $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, а $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Доказана

Теорема. Пусть $A \geq 0$, $y \in H$, $0 < \alpha < \frac{2}{\|A\|}$. Тогда для итерационного процесса (2) верны следующие утверждения:

$$a) Ax_n \rightarrow \Pi(A)y, \|Ax_n - y\| \rightarrow I(A, y) = \inf_{x \in H} \|Ax - y\|$$

b) последовательность x_n сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax_n = \Pi(A)y$ разрешимо. В последнем случае

$$x_n \rightarrow P(A)x_0 + x^*,$$

где x^* – минимальное решение уравнения (1).

Замечание. В рассматриваемом случае $x_0 = 0$, поэтому $x_n \rightarrow x^*$, т. е. процесс (2) сходится к нормальному решению, т. е. к решению с минимальной нормой.

УДК 004.942:519.218

**П. А. МЕРКУШЕВИЧ, И. Ю. СВЕРБА, Л. П. МАХНИСТ,
Т. И. КАРИМОВА**

Беларусь, Брест, БрГТУ

ПРИМЕНЕНИЕ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ИЗ ЗАДАЧ ГИДРОЛОГИИ

Рассмотрим дифференциальное уравнение для описания колебаний речного стока, используемое в стохастической гидрологии (например, в [1] и [2]):

$$\frac{d^2\theta_1}{d\xi^2} - \xi \frac{d\theta_1}{d\xi} = -1, \quad \left. \frac{d\theta_1}{d\xi} \right|_{\xi=\infty} = 0, \quad \theta_1(\xi)|_{\xi=\xi_*} = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) при решении некоторых прикладных задач, интегрировалось различными методами, например, в [3], а в работах [4], [5] исследовалась сходимость решения таких уравнений. В работах [6] и [7] для решения уравнения (1) использовалась система компьютерной алгебры.

Приведем решение этого уравнения, используя степенные ряды.

Введем обозначение $\frac{d\theta_1}{d\xi} = f_1(\xi)$. Тогда, учитывая, что $\frac{d^2\theta_1}{d\xi^2} = \frac{df_1}{d\xi}$, приходим к линейному дифференциальному уравнению первого порядка $\frac{df_1}{d\xi} - \xi f_1 = -1$, с начальным условием $f_1(\xi)|_{\xi=\infty} = 0$.