СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения / В. С. Монахов // Труды Украинского матемематического конгресса 2001. – Киев : Ин-т математики. – 2002. – С. 81–90.

2. Зубей, Е. В. Конечные группы с OS-проперестановочными подгруппами / Е. В. Зубей // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22, № 3. – С. 457–463.

3. Zubei, E. V. On a finite group with OS-propermutable Sylow subgroup / E. V. Zubei // Acta Mathematica Hungarica. – 2024. – Vol. 174 (2). – P. 1–8. – DOI: 10.1007/s10474-024-01495-y.

УДК 512.542:51-37

Я. А. КУПЦОВА, В. И. МУРАШКО
Беларусь, Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕБИПРИМАРНОГО ГРАФА КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Изучение графов, определяемых с помощью классов групп, является довольно актуальным направлением исследований [1; 2]. Он позволяет изучать структуру группы по свойствам сопоставляемого ей графа. Среди таких графов выделяются коммутативные [3] и некоммутативные [4], нильпотентные [5] и ненильпотентные [6], разрешимые [7] и неразрешимые, сверхразрешимые [1] и несверхразрешимые, циклические [8] и нециклические [9], бипримарные и небипримарные [10] графы, а также их обобщения.

В данной работе мы подробней остановимся на изучении небипримарного графа. Для этого рассмотрим класс всех таких групп, порядки которых имеют не более двух различных простых делителей. Обозначим его через $\mathfrak{B}$.

Определение 1. Небипримарным графом конечной группы G называется простой граф, вершинами которого является множество $G \setminus \mathfrak{I}_{\mathfrak{B}}(G)$, где

$$\mathfrak{I}_{\mathfrak{B}}(G) = \{y \in G \mid \forall x \in G(\langle x, y\rangle \in \mathfrak{B})\}$$

и две вершины x и y соединены ребром $\Leftrightarrow$ $\langle x, y\rangle \notin \mathfrak{B}$.

Согласно [10], в общем случае $\mathfrak{I}_{\mathfrak{B}}(G)$ не является подгруппой G.

Анализируя литературу, нетрудно заметить, что о небипримарном графе известно довольно мало. В связи с этим для более подробного изучения данного графа на языке программирования GAP были написаны функции, позволяющие вычислять данный граф.

1. Функция Vertices(G) возвращает множество вершин небипримарного графа. Кроме того, с помощью данной функции можно найти количество вершин рассматриваемого нами графа.

2. Функция Edges(G) возвращает список ребер небипримарного графа. Кроме того, с помощью данной функции можно найти количество ребер рассматриваемого нами графа.

Для демонстрации практической применимости данных функций в таблице приведем результаты по времени их выполнения (в секундах). Все результаты, представленные в таблице, были получены с использованием GAP 4.13.1 на ноутбуке с процессором Intel(R) Core(TM) i7-4702MQ CPU @ 2.20GHz 2.20 GHz с 2 ГБ оперативной памяти.

Таблица – Результаты выполнения функций

Группа	Порядок	Функция Vertices	Число вершин	Функция Edges	Число ребер
$C_{49} : C_6$	$2 \cdot 3 \cdot 7^2$	0,219	293	4,531	28224
$C_{20} \times (C_7 : C_9)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	0,172	1260	104,469	780282
$C_{125} : C_{16}$	$2^4 \cdot 5^3$	0,00001	0	0,00001	0

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ-РНФ М, *проект* Ф23РНФМ-63).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Delizia, C. Finite groups in which some property of two-generator subgroups is transitive / C. Delizia, P. Moravec, C. Nicotera // Bulletin of the Australian Mathematical Society. – 2007. – Vol. 75, № 2. – P. 313-320.

2. Lucchini, A. The non-$\mathfrak{F}$ graph of a finite group / A. Lucchini, D. Nemmi // Mathematische Nachrichten. – 2021. – Vol. 294, № 10. – P. 1912–1921.

3. Brauer, R. On groups of even order / R. Brauer, K. A. Fowler // Annals of Mathematics. – 1955. – Vol. 62, № 3. – P. 565–583.

4. Abdollahi, A. Non-commuting graph of a group / A. Abdollahi, S. Akbari, H. R. Maimani // Journal of Algebra. – 2006. – Vol. 298, № 2. – P. 468–492.

5. Das, A. K. On the genus of the nilpotent graphs of finite groups / A. K. Das, D. Nongsiang // Communications in Algebra. – 2015. – Vol. 43, № 12. – P. 5282–5290.

6. Abdollahi, A. Non-nilpotent graph of a group / A. Abdollahi, M. Zarrin // Communications in Algebra. – 2010. – Vol. 38, № 12. – P. 4390–4403.

7. Burness, T. C. On the soluble graph of a finite group / T. C. Burness, A. Lucchini, D. Nemmi // Journal of Combinatorial Theory. Series A. – 2023. – Vol. 194. – 39 p. — DOI: 10.1016/j.jcta.2022.105708.

8. Imperatore, D. A condition in finite solvable groups related to cyclic subgroups / D. Imperatore, M. L. Lewis // Bulletin of the Australian Mathematical Society – 2011. – Vol. 83, № 2. – P. 267–272.

9. Abdollahi, A. Noncyclic graph of a group / A. Abdollahi, A. M. Hassanabadi // Communications in Algebra. – 2007. – Vol. 35., № 7. – P. 2057–2081.

10. Garatea-Zaballa, K. The non-two-primes graph of a finite group / K. Garatea-Zaballa, A. Lucchini // Transactions on Combinatorics. – 2025. – 9 p. – DOI: 10.22108/toc.2025.142373.2201.

УДК 512.542

С. И. ЛЕНДЕНКОВА
Беларусь, Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

О КОРАДИКАЛЕ ГРУППЫ, ФАКТОРИЗУЕМОЙ СЛАБО tcc-ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ ПОДГРУППАМИ

В работе рассматриваются только конечные группы. Все обозначения и терминология соответствуют [1].

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация и G – группа. Пересечение всех нормальных подгрупп группы G, фактор-группы по которым принадлежат $\mathfrak{F}$, обозначается через $G^{\mathfrak{F}}$ и называется $\mathfrak{F}$-корадикалом группы G. В случае, когда $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}$ или $\mathfrak{F} = \mathfrak{U}$, $\mathfrak{F}$-корадикал называют нильпотентным или сверхразрешимым соответственно. Напомним, что группа G метанильпотентна