СЕКЦИЯ 1
АЛГЕБРА, ГЕОМЕТРИЯ И ИХ СОВРЕМЕННЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

УДК 512.542

Е. В. ЗУБЕЙ
Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

РАЗРЕШИМОСТЬ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ С OS-ПРОПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ СИЛОВСКИМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы.

Подгруппа A группы G называется *OS-проперестановочной* в G, если существует подгруппа B такая, что $G = N_G(A)B$, AB является подгруппой группы G и подгруппа A перестановочна со всеми подгруппами Шмидта из B. Напомним, что группой Шмидта называется конечная ненильпотентная группа, у которой все собственные подгруппы нильпотентны. Подробный обзор результатов о свойствах групп Шмидта, существовании подгрупп Шмидта в конечных группах и их некоторых приложениях в теории классов конечных групп приведен в статье В. С. Монахова [1].

Понятие OS-проперестановочной подгруппы было введено в работе [2], там же указаны основные свойства этих подгрупп, и установлена для простого числа $p \geq 7$ p-разрешимость группы, в которой силовская p-подгруппа OS-проперестановочна.

В работе [3] для $p < 7$ перечислены все неабелевы композиционные факторы группы, в которой силовская p-подгруппа OS-проперестановочна. Из этой работы вытекает разрешимость группы с OS-проперестановочными силовскими 2- и 3-подгруппами.

Лемма 1. *Если в группе G силовские 2- и 3-подгруппы OS-проперестановочны, то группа G разрешима.*

Лемма 2. *Если в группе G силовские 2- и 7-подгруппы OS-проперестановочны, то группа G разрешима.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республика Беларусь (ГПНИ «Конвергенция-2025», номер государственной регистрации – 20211467).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монахов, В. С. Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения / В. С. Монахов // Труды Украинского matemematического конгресса 2001. – Киев : Ин-т математики. – 2002. – С. 81–90.

2. Зубей, Е. В. Конечные группы с OS-пропepестановочными подгруппами / Е. В. Зубей // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22, № 3. – С. 457–463.

3. Zubei, E. V. On a finite group with OS-propermutable Sylow subgroup / E. V. Zubei // Acta Mathematica Hungarica. – 2024. – Vol. 174 (2). – P. 1–8. – DOI: 10.1007/s10474-024-01495-y.

УДК 512.542:51-37

Я. А. КУПЦОВА, В. И. МУРАШКО
Беларусь, Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ВЫЧИСЛЕНИЕ НЕБИПРИМАРНОГО ГРАФА КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы. Изучение графов, определяемых с помощью классов групп, является довольно актуальным направлением исследований [1; 2]. Он позволяет изучать структуру группы по свойствам сопоставляемого ей графа. Среди таких графов выделяются коммутативные [3] и некоммутативные [4], нильпотентные [5] и ненильпотентные [6], разрешимые [7] и неразрешимые, сверхразрешимые [1] и несверхразрешимые, циклические [8] и нециклические [9], бипримарные и небипримарные [10] графы, а также их обобщения.

В данной работе мы подробней остановимся на изучении небипримарного графа. Для этого рассмотрим класс всех таких групп, порядки которых имеют не более двух различных простых делителей. Обозначим его через $\mathfrak{B}$.

Определение 1. Небипримарным графом конечной группы G называется простой граф, вершинами которого является множество $G \setminus \mathfrak{I}_{\mathfrak{B}}(G)$, где

$$\mathfrak{I}_{\mathfrak{B}}(G) = \{y \in G \mid \forall x \in G(\langle x, y\rangle \in \mathfrak{B})\}$$

и две вершины x и y соединены ребром $\Leftrightarrow$ $\langle x, y\rangle \notin \mathfrak{B}$.