

$\mathbb{P}$ всех простых чисел, понятие $\mathfrak{F}^\omega$ -субнормальной подгруппы совпадает с понятием $\mathfrak{F}$ -субнормальной подгруппы.

Группа G называется ω -примитивной, если в G существует максимальная подгруппа M такая, что $\text{Core}_G(M) \cap O_\omega(G) = 1$, при этом подгруппа M называется ω -примитиватором группы G [4]. Формация $\mathfrak{F}$ называется ω -насыщенной, если ей принадлежит всякая группа G , удовлетворяющая условию $G/L \in \mathfrak{F}$, где $L \subseteq \Phi(G) \cap O_\omega(G)$ [5].

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{F}$ – наследственная ω -насыщенная формация и G – разрешимая группа, $O_\omega(G) \neq 1$, $\Phi(G) \cap O_\omega(G) = 1$. Группа G является минимальной не $\mathfrak{F}$ -группой в том и только в том случае, когда G – ω -примитивная группа с $\mathfrak{F}^\omega$ -абнормальным ω -примитиватором M и любая собственная подгруппа из M является $\mathfrak{F}^\omega$ -субнормальной в G .

В случае, когда $\omega = \mathbb{P}$, из теоремы 1 вытекает теорема 2.2 из [2].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шеметков, Л. А. Формации конечных групп / Л. А. Шеметков. – М. : Наука, 1978. – 272 с.
2. Семенчук, В. Н. О конечных группах с обобщенно субнормальными подгруппами / В. Н. Семенчук, М. В. Селькин, В. М. Селькин // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 2 (31). – С. 66–68.

УДК 512.542

И. Л. СОХОР

Беларусь, Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С МОДУЛЯРНЫМИ CP-ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы.

Одним их обобщений нормальности является модулярность. Напомним, что подгруппа H группы G называется модулярной в G подгруппой [1], если H является модулярным элементом решетки подгрупп группы G , т. е.

- 1) $\langle X, H \rangle \cap Y = \langle X, H \cap Y \rangle$ для всех $X, Y \leq G$ таких, что $X \leq Y$;
- 2) $\langle H, X \rangle \cap Y = \langle H, X \cap Y \rangle$ для всех $X, Y \leq G$ таких, что $H \leq Y$.

Подгруппа, порожденная модулярными в группе G подгруппами, модулярна в G . Поэтому множество всех модулярных подгрупп группы G образует верхнюю полурешетку относительно частичного упорядочения включения. В то же время пересечение модулярных в группе G подгрупп может быть немодулярной в G подгруппой, например, группа $G = C_2^2 \rtimes C_8$ [2, SmallGroup(32,5)]. Поэтому множество модулярных подгрупп не образует решетку относительно частичного упорядочения включения. Модулярность не транзитивна. Так, например, подгруппа C_2 модулярна в подгруппе C_2^2 , которая в свою очередь модулярна в A_4 , но C_2 не модулярна в A_4 . Группы, в которых модулярность транзитивна, называют MT -группами. Разрешимая группа G является MT -группой тогда и только тогда, когда решетка подгрупп группы G модулярна [3]. В общем случае MT -группы и их обобщения описаны в работах [4], [5].

Понятно, что группа, в которой каждая CP -подгруппа модулярна, имеет модулярную решетку подгрупп, в частности, такая группа является MT -группой. Строение групп с модулярной решеткой подгрупп описано в работах [1], [6], [7]. Вполне естественно возникает задача исследования групп, в которых не все CP -подгруппы модулярны.

Доказана

Теорема. Пусть в группе G каждая CP -подгруппа модулярна или самонормализуема, тогда либо группа G имеет модулярную решетку подгрупп, либо $G = G' \rtimes \langle x \rangle$, где $\langle x \rangle$ – силовская подгруппа и подгруппа Картера группы G и коммутант G' группы G нильпотентен.

Заметим, что утверждение теоремы необратимо. Так, например, знакопеременная группа A_4 степени 4 представима в виде $A_4 = C_2^2 \rtimes C_3$, но при этом содержит немодулярную подгруппу C_2 .

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (ГПНИ «Конвергенция-2025», № государственной регистрации 20211467).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schmidt, R. Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt. – Berlin ; New York : De Gruyter, 1994. – 572 p.
2. A system for computational discrete algebra GAP 4.13.1. – URL: <https://www.gap-system.org> (date of access: 11.01.2025).
3. Zimmermann, I. Submodular subgroups in finite groups / I. Zimmermann // Mathematische Zeitschrift. – 1989. – Vol. 202. – P. 545–557.

4. Finite groups in which modularity is a transitive relation / A. M. Liu, W. Guo, I. N. Safonova, A. N. Skiba // Archiv der Mathematik. – 2023. – Vol. 121. – P. 111–121.

5. Finite groups in which σ -quasinormality is a transitive relation / A. M. Liu, W. Guo, V. G. Safonov, A. N. Skiba // Journal of Algebra. – 2024. – Vol. 658. – P. 869–887.

6. Iwasawa, K. Über die endlichen Gruppen und die Verbände ihrer Untergruppen / K. Iwasawa // Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo. Section I. – 1941. – Vol. 4. – P. 171–199.

7. A criterion for modularity of the subgroup lattice of a finite soluble group / A. M. Liu, S. Wang, V. G. Safonov, A. N. Skiba // Journal of Algebra and Its Applications. – 2024. – Vol. 23, No 3. – 23 p. – DOI: 10.1142/S0219498825503785.

УДК 517.977

О. Б. ЦЕХАН

Беларусь, Гродно, ГрГУ имени Янки Купалы

О ДЕКОМПОЗИЦИОННОМ ПОДХОДЕ К АНАЛИЗУ СТРУКТУРНЫХ СВОЙСТВ И УПРАВЛЕНИЮ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Введение. Сингулярно возмущенные системы (далее – СВС) являются *математическими моделями динамических систем*, в которых реализуются одновременно несколько взаимосвязанных подпроцессов с существенно различающимися темпами. Примерами являются электрические сети с очень маленькими индуктивностями или емкостями, химические реакции или биологические системы с очень разными скоростями процессов, механические системы с очень легкими или жесткими компонентами. Динамика многотемповых систем может быть описана в стандартной форме системами дифференциальных уравнений с малым параметром при части производных. Наличие запаздывания отражает инерционность процессов или пространственную распределенность в реальных системах и приводит к моделям, описываемым функционально-