

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

УДК 512.542

Е. Н. БАЖАНОВА

Россия, Москва, МГПУ, МИФИ

СТРОЕНИЕ σ_Ω -РАССЛОЕННОГО КЛАССА ФИТТИНГА T -ГРУПП

В 2001 году В. А. Ведерниковым и М. М. Сорокиной был предложен способ построения новых видов формаций и классов Фиттинга путем рассмотрения еще одной функции-направления. В работах [1], [2] ими были построены соответственно ω -веерные и Ω -расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп, включающиеся в себя известные ω -локальные и Ω -композиционные формации и классы Фиттинга. В дальнейшем В. А. Ведерников и Е. Н. Бажанова распространили идею расслоенных формаций и классов Фиттинга на класс мультиоператорных T -групп, обладающих конечными композиционными рядами [3; 4].

В 2015 году А. Н. Скиба разработал σ -теорию конечных групп, где σ – произвольное разбиение множества всех простых чисел, и применил ее методы к построению σ -локальных формаций [5], явившихся естественным обобщением локальных формаций. В дальнейшем на основе σ -методов были построены классы, обобщающие ω -веерные и Ω -расслоенные классы Фиттинга конечных групп [6; 7], ω -веерные и Ω -расслоенные формации конечных групп [8; 9]. Естественным продолжением исследований стало обобщение Ω -расслоенных классов Фиттинга мультиоператорных T -групп [10].

Аддитивная группа G с нулевым элементом 0 называется *мультиоператорной T -группой* с системой мультиоператоров T , если в G задана еще некоторая система n -арных алгебраических операций T при некоторых n , удовлетворяющих условию $n > 0$, причем для всех $t \in T$ выполняется условие $t(0, \dots, 0) = 0$, где слева элемент 0 записан n раз, если операция t n -арна [11].

Пусть $\mathfrak{C}$ – класс всех T -групп с конечными композиционными рядами, $\mathfrak{I}$ – класс всех простых T -групп. Все рассматриваемые T -группы принадлежат классу $\mathfrak{C}$. Для любого непустого подкласса Δ класса $\mathfrak{I}$ будем полагать: $\mathfrak{C}_\Delta = (G \in \mathfrak{C} \mid \mathfrak{K}(G) \subseteq \Delta)$ и $\mathfrak{C}_{\Delta'} = (G \in \mathfrak{C} \mid \mathfrak{K}(G) \cap \Delta = \emptyset)$,

где $\mathfrak{K}(G)$ — класс всех простых T -групп, изоморфных композиционным факторам T -группы G ; $O^\Delta(G)$ — $\mathfrak{C}_\Delta$ -корадикал T -группы G .

Класс T -групп, содержащийся в классе $\mathfrak{C}$, будем называть $\mathfrak{C}$ -классом. Пусть $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{Y}$ — $\mathfrak{C}$ -классы. Тогда $\mathfrak{X}\mathfrak{Y} = (G \in \mathfrak{C} \mid G \text{ имеет идеал } N \in \mathfrak{X} \text{ с } G/N \in \mathfrak{Y})$.

Далее Ω — непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$, σ_Ω — произвольное разбиение класса Ω , т. е. $\sigma_\Omega = \{\Omega_i \mid i \in I\}$, где Ω_i — непустой подкласс класса Ω для любого $i \in I$, $\Omega = \bigcup_{i \in I} \Omega_i$ и $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$ для любых $i, j \in I, i \neq j$. Для произвольной T -группы G и произвольного класса T -групп $\mathfrak{F}$ полагаем $\sigma_\Omega(G) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid \Omega_i \cap \mathfrak{K}(G) \neq \emptyset\}$; $\sigma_\Omega(\mathfrak{F}) = \bigcup_{G \in \mathfrak{F}} \sigma_\Omega(G)$.

Функция вида $f : \sigma_\Omega \cup \{\sigma_\Omega'\} \rightarrow \{\text{классы Фиттинга } T\text{-групп}\}$, где $f(\sigma_\Omega') \neq \emptyset$, называется $\sigma_\Omega R$ -функцией. Функция вида $\varphi : \sigma_\Omega \rightarrow \{\text{непустые формации Фиттинга } T\text{-групп}\}$, удовлетворяющая условию $\mathfrak{C}_{\Omega_i'} \subseteq \varphi(\Omega_i)$ для любого $\Omega_i \in \sigma_\Omega$, называется $\sigma_\Omega FR$ -функцией.

Пусть f и φ — некоторые $\sigma_\Omega R$ -функция и $\sigma_\Omega FR$ -функция соответственно. Класс Фиттинга T -групп вида $\mathfrak{F} = (G \in \mathfrak{C} \mid O^\Omega(G) \in f(\sigma_\Omega') \text{ и } G^{\varphi(\Omega_i)} \in f(\Omega_i) \text{ для любого } \Omega_i \in \sigma_\Omega(G))$ называется σ_Ω -расслоенным классом Фиттинга T -групп и обозначается $\mathfrak{F} = \sigma_\Omega R(f, \varphi)$. Функция f называется *спутником*, а функция φ — *направлением* σ_Ω -расслоенного класса Фиттинга $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{F} = \sigma_\Omega R(f, \varphi)$ — σ_Ω -расслоенный класс Фиттинга T -групп. Обозначим $\sigma_\Omega(f) = \{\Omega_i \in \sigma_\Omega \mid f(\Omega_i) \neq \emptyset\}$. Дадим описание строения класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ в зависимости от подмножества $\sigma_\Omega(f)$ множества σ_Ω .

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{F} = \sigma_\Omega R(f, \varphi) = (G \in \mathfrak{C} \mid O^\Omega(G) \in f(\sigma_\Omega') \text{ и } G^{\varphi(\Omega_i)} \in f(\Omega_i) \text{ для любого } \Omega_i \in \sigma_\Omega(G))$. Тогда

$$\mathfrak{F} = \begin{cases} f(\sigma_\Omega')\mathfrak{C}_\Omega \cap \left(\bigcap_{\Omega_i \in \sigma_\Omega(f)} f(\Omega_i)\varphi(\Omega_i) \right) \cap \left(\bigcap_{\Omega_j \in \sigma_\Omega \setminus \sigma_\Omega(f)} \mathfrak{C}_{\Omega_j'} \right), \\ \emptyset \neq \sigma_\Omega(f) \neq \sigma_\Omega, \\ f(\sigma_\Omega')\mathfrak{C}_\Omega \cap \left(\bigcap_{\Omega_i \in \sigma_\Omega} f(\Omega_i)\varphi(\Omega_i) \right), \sigma_\Omega(f) = \sigma_\Omega, \\ f(\sigma_\Omega')\mathfrak{C}_\Omega \cap \left(\bigcap_{\Omega_i \in \sigma_\Omega} \mathfrak{C}_{\Omega_i'} \right), \sigma_\Omega(f) = \emptyset. \end{cases}.$$

Следствие 1. Пусть $\mathfrak{F} = \sigma_\Omega R(f, \varphi)$ – σ_Ω -расслоенный класс Фиттинга T -групп со спутником f и направлением φ . Тогда $\mathfrak{F} \subseteq f(\sigma_\Omega')\mathfrak{C}_\Omega$ и $\mathfrak{F} \subseteq f(\Omega_i)\varphi(\Omega_i)$ для всех $\Omega_i \in \sigma_\Omega(f)$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ведерников, В. А. ω -веерные формации и классы Фиттинга конечных групп / В. А. Ведерников, М. М. Сорокина // Математические заметки. – 2002. – Т. 71, № 1. – С. 43–60.
2. Ведерников, В. А. Ω -расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп / В. А. Ведерников, М. М. Сорокина // Дискретная математика. – 2001. – Т. 13, № 3. – С. 125–144.
3. Ведерников, В. А. Ω -расслоенные формации мультиоператорных T -групп / В. А. Ведерников, Е. Н. Демина // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, № 5. – С. 990–1009.
4. Ведерников, В. А. Ω -расслоенные классы Фиттинга T -групп / В. А. Ведерников, Е. Н. Бажанова // Сибирские электронные математические известия. – 2017. – Т. 14. – С. 629–639.
5. Skiba, A. N. On one generalization of the local formations / A. N. Skiba // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2018. – Vol 1, № 34. – P. 79–82.
6. Камозина, О. В. $\omega\sigma$ -веерные классы Фиттинга / О. В. Камозина // Чебышевский сборник. – 2020. – Т. 21, № 4. – С. 107–116.
7. Камозина, О. В. $\Omega\zeta$ -расслоенные классы Фиттинга / О. В. Камозина // Известия Саратовского университета. Нов. сер. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2020. – Т. 20, № 4. – С. 424–433.
8. Сорокина, М. М. $\bar{\omega}$ -Веерные формации конечных групп / М. М. Сорокина, А. А. Горепекина // Чебышевский сборник. – 2021. – Т. 22, № 3. – С. 232–244.
9. Сорокина, М. М. Построение $\bar{\Omega}$ -расслоенных формаций конечных групп / М. М. Сорокина, А. С. Нестеров // Ученые записки Брянского государственного университета. – 2023. – Т. 2. – С. 7–12.
10. Бажанова, Е. Н. σ_Ω -расслоенные классы Фиттинга мультиоператорных T -групп и их спутники / Е. Н. Бажанова // Чебышевский сборник. – 2024. – Т. 25, № 5. – С. 2–17.
11. Общая алгебра : в 2 т. / В. А. Артамонов, Л. А. Скорняков, В. Н. Салий [и др.] ; под общ. ред. Л. А. Скорнякова. – М. : Наука, 1991. – Т. 1. – 480 с.