АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Дифференциальные уравнения, математический анализ и численные методы

О. В. Болтрушко
(*БрГУ имени А. С. Пушкина, Брест*)

ГОМОТОПИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Пусть заданы действительные числа a_1, a_2, b_1, b_2. Рассмотрим матричный дифференциальный оператор первого порядка $L(a_1,a_2,b_1,b_2,\partial)$ размера 4×4, определяемый формулой

$$LU=\frac{\partial U}{\partial x_1}+\begin{pmatrix} 0 & a_1 & b_1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 0 & -b_1 \\ -b_1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & b_1 & -a_1 & 0 \end{pmatrix}\frac{\partial U}{\partial x_2}+\begin{pmatrix} 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ -a_2 & 0 & 0 & -b_2 \\ -b_2 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & b_2 & -a_2 & 0 \end{pmatrix}\frac{\partial U}{\partial x_3}, \qquad (1)$$

где $U:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^4$ – непрерывно дифференцируемая четырехкомпонентная вектор-функция.

Нетрудно видеть, что оператор $L(a_1,a_2,b_1,b_2,\partial)$ является эллиптическим тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$a_1b_2-a_2b_1\neq 0. \qquad (2)$$

Два эллиптических оператора вида (1) назовем гомотопными, если их можно соединить друг с другом непрерывной деформацией коэффициентов в классе дифференциальных операторов вида (1) без нарушения условия эллиптичности (2). Введенное отношение гомотопии является отношением эквивалентности. Классы эквивалентности называются компонентами гомотопической связности.

Теорема 1 [1]. *Множество всех эллиптических операторов вида* (1) *имеет две компоненты гомотопической связности. Число* $a_1b_2 - a_2b_1$ *является гомотопическим инвариантом. Если* $a_1b_2 - a_2b_1 > 0$, *то оператор* $L(a_1, a_2, b_1, b_2, \partial)$ *гомотопен оператору* $L(1,0,0,1,\partial)$, *а если* $a_1b_2 - a_2b_1 < 0$, *то* – $L(1,0,0,-1,\partial)$.

Литература

1 Басик, А. И. Классификация регуляризуемых краевых задач Римана – Гильберта для одного класса эллиптических систем в трехмерном пространстве / А. И. Басик, Е. В. Грицук, О. В. Болтрушко // Веснік Брэсцкага універсітэта. Серыя 4. Фізіка. Матэматыка. – 2024. – № 2. – С. 100–111.

Е. И. Каландия
(*ГрГУ имени Янки Купалы, Гродно*)

О СИСТЕМЕ ТРЕХ НЕЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрена система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \int_a^t K_1(t,s,x(s),y(s),z(s))\,ds + x'(t) = f_1(t,x(t),y(t),z(t)), \\ \int_a^t K_2(t,s,x(s),y(s),z(s))\,ds + y'(t) = f_2(t,x(t),y(t),z(t)), \\ \int_a^t K_3(t,s,x(s),y(s),z(s))\,ds + z'(t) = f_3(t,x(t),y(t),z(t)), \end{cases}$$

где ядра $K_1(t,s,z_1,z_2,z_3), K_2(t,s,z_1,z_2,z_3), K_3(t,s,z_1,z_2,z_3)$ и функции $f_1(t,z_1,z_2,z_3)$, $f_2(t,z_1,z_2,z_3)$, $f_3(t,z_1,z_2,z_3)$ удовлетворяют следующим условиям: