

УДК 372.851+372.853

**А.И. СЕРЫЙ**

Брест, БрГУ

### **К ВОПРОСУ О КАНОНИЧНОСТИ В МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ**

Понятия «канонические преобразования», «канонический вид» встречаются, например, в теоретической механике [1, с. 186–191] и в других областях классической и квантовой физики [2, с. 236–237], а также высшей математики (хотя польза от них не всегда очевидна). На примерах из таблицы 1 покажем, насколько полезной иногда может быть аналогия.

Таблица 1 – Параллели между высшей математикой и физикой

№ п/п	раздел	аналитическая геометрия [3, с. 94–96]	задача многих тел [4, с. 13, 14, 16–19]
1	множество объектов	кривые 2-го порядка	системы многих ч-ц
2	пространство	евклидово	чисел заполнения
3	исходный объект (ИО)	эллипс с центром в начале координат, неповернутый	система невзаимодействующих ч-ц
4	исходная система координат (СК)	«нештрихованная»	«частичная»
5	математическое описание ИО	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$H = \sum_i \varepsilon_i a_i^+ a_i + h.c.$
6	вид	канонический	канонический (диагональн.)
7	новый объект в исходной СК	повернутый и смещенный эллипс	взаимодействующие частицы
8	математическое описание нового объекта	$c_{11}x^2 + 2c_{12}xy + c_{22}y^2 + 2c_1x + 2c_2y + c = 0$	$H = \sum_i (h_{ij}^{(1)} a_i^+ a_j + h_{ij}^{(2)} a_i a_j) + h.c.$
9	вид	неканонический	неканонический (недиаг.)
10	переход к новой СК	линейные преобразования $x' = f_1(x, y), y' = f_2(x, y)$ , зав. от $c_{11}, c_{12}, c_{22}, c_1, c_2, c$	канонич. преобразования $\tilde{a}_i = \sum_j (U_{ij} a_j + V_{ij} a_j^+)$
11	новая СК	«штрихованная»	«квазичастичная»
12	цель перехода – добиться того, чтобы	в новой системе координат эллипс был в начале координат и не повернут	ч-цы не взаимодействовали между собой; но они уже называются квазичастицами
13	математическое описание нового объекта в новой СК	$\frac{(x')^2}{a^2} + \frac{(y')^2}{b^2} = 1$	$H' = \sum_i \tilde{\varepsilon}_i \tilde{a}_i^+ \tilde{a}_i + \langle 0   H'   0 \rangle$
14	Отождествление пп. 5, 8, 13 означает, что	смещение и поворот незначительны	мы пренебрегли взаимодействием, считая его незначительным

Что касается п. 14, то в учебной и научной литературе при исследовании многочастичных систем нередко пренебрегают взаимодействием между частицами (которое зачастую отнюдь не мало); при этом в качестве оправдательного аргумента приводится математическая сложность соответствующей задачи (которая и в самом деле нередко оказывается нерешенной до конца даже на сегодняшний день). Но получается, что это аналогично утверждению: «Давайте будем пренебрегать смещением и поворотом эллипса, даже несмотря на то, что невооруженным глазом видно, что он сильно смещен и повернут относительно начала координат; ну и что, что результаты будут, мягко говоря, не совсем правильными – зато так математически проще».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособие для вузов: в 10 т. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. I: Механика. – 224 с.
2. Физическая энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров; редкол. Д.М. Алексеев [и др.]. – М. : Совет. энциклопедия, 1990 – Т. 2: Добротность – Магнитооптика. – 703 с.
3. Воднев, В.Т. Основные математические формулы: Справочник / В.Т. Воднев [и др.]; Под ред. Ю.С. Богданова. – Мн.: Выш. шк., 1995. – 380 с.
4. Левитов, Л.С. Функции Грина. Задачи и решения / Л.С. Левитов, А.В. Шитов // М. : Физматлит, 2003. – 392 с.