

УДК 519

**А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ**

Брест, БрГУ

**О РАЗНОВИДНОСТЯХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ МЕТОДОВ  
ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА**

В связи с тем, что студенты физико-математических специальностей изучают численные методы (в том числе для моделирования физических явлений и процессов), представляет интерес систематизация основных сведений по отдельным темам, относящимся к численным методам, для закрепления материала.

Далее в виде сравнительных таблиц 1–3 (которые могут быть использованы в образовательном процессе) отображены некоторые сведения по полиномиальным методам (ПМ). Важность составления таких таблиц обусловлена тем, что термин «ПМ» является многозначным, поскольку эти методы применяются для самых разных типов задач.

Таблица 1 – Полиномиальные методы в задачах различных типов

Исследуемая функция	уже задана каким-либо образом.	должна быть найдена путем решения уравнения.
Типы задач	аппроксимация, интерполяция.	для уравнений: а) обыкновенных дифференциальных (ОДУ); б) интегральных (ИУ); в) интегро-дифференциальных (ИДУ).
Подробнее	см. в таблице 3.	см. в таблице 2.
Примечания	Вместо степенного базиса можно выбрать тригонометрический, экспоненциальный и др.	а) Для решения указанных типов уравнений вместо полиномиальных методов возможны сеточные или вариационные; б) полиномиальные методы усложняются в случае перехода от линейных уравнений к нелинейным [1, с. 133–194].

Таблица 2 – Полиномиальные методы решения уравнений

Уравнения	В искомой функции	Примеры методов
ОДУ (краевая задача)	одна переменная.	Галеркина и моментов (для линейных ОДУ) [2, с. 207]; через фрешиан [1, с. 189] (для нелинейных ОДУ).
ИУ	одна переменная.	Галеркина (для линейных ИУ) [1, с. 112, 116].
ИДУ	одна или две переменных.	параметрический Ньютона [1, с. 148–152] (для нелинейных ИДУ [1, с. 191–194]).

Таблица 3 – Сравнительная характеристика аппроксимации и интерполяции как полиномиальных методов

Тип задач	Сущность	Разновидности
Аппроксимация	а) Приближенное представление функции, выражение для которой известно на каком-либо отрезке, в виде полинома с конечным числом слагаемых.	На равномерной сетке; на чебышевской сетке; непосредственное применение ряда Тейлора–Маклорена.
	б) Приближенное представление функции, значения которой известны в $n$ точках, в виде полинома наилучшего приближения (степени $k < n - 1$ ).	Линейная регрессия; квадратичная регрессия и т. д.
Интерполяция	Нахождение выражения для функции, значения которой известны в $n$ точках, в виде полинома степени $k = n - 1$ , проходящего через все указанные точки.	Интерполяционный полином Лагранжа, Ньютона, сплайны [2, с. 104, 110, 117], через матрицу Вандермонда.

Аппроксимация первого типа может применяться там, где использование вместо исходной функции ее приближенного выражения более удобно. В качестве примера можно привести метод Канторовича при численном нахождении значений несобственных интегралов с особой точкой (аддитивное выделение особенностей) [2, с. 163]. Кроме того, в случае численного нахождения определенных классов интегралов методы нахождения оптимальных узлов (но не сами методы интегрирования!) в квадратурных формулах типа Гаусса также можно отнести к полиномиальным, поскольку в этих формулах используются корни специальных полиномов.

Таким образом, полиномиальные методы занимают важное место среди разнообразных методов численного анализа, а монография [1] демонстрирует, что исследования в данном направлении продолжаются и в наше время. Вместе с тем более подробное сравнение полиномиальных методов с альтернативными им (прежде всего, сеточными) заслуживает отдельных публикаций. Примерами важнейших вопросов в этом случае являются следующие: а) условия сходимости; б) локальность; в) быстродействие (что влияет на необходимое количество итераций и требуемые ресурсы памяти компьютера).

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов, В. В. Полиномиальные методы прикладного анализа : монография / В. В. Морозов ; Брест. гос. ун-т имени А. С. Пушкина. – Брест : БрГУ, 2011. – 200 с.
2. Сборник задач по методам вычислений / под ред. П. И. Монастырного // Минск : Изд-во БГУ, 1983. – 287 с.