

А.И. СЕРЫЙ, З.Н. СЕРАЯ

УО «БрГУ имени А.С. Пушкина» (Брест, Беларусь)

К МЕТОДИКЕ ПРЕПОДАВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ВОПРОСОВ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

Студенты физико-математических специальностей встречаются с элементами векторного анализа как в рамках математических дисциплин, так и в курсе теоретической физики (в частности, электродинамики, где векторный анализ находит наиболее широкое применение). При этом они нередко испытывают трудности, связанные с вопросом о допустимости применения таких операций, как градиент, дивергенция и ротор, к скалярным и векторным аргументам.

Для систематизации соответствующей информации ниже предложены сравнительные таблицы 1, 2. В качестве примеров источников, использованных при их составлении, можно назвать [1, с. 252–253; 2, с. 306–309; 3, с. 205–206].

Таблица 1 – Операции, аргументы и результаты

Операция	Аргумент	Результат
$grad$	скаляр	вектор
div	вектор	скаляр
rot	вектор	вектор

Содержание таблицы 1 можно изложить и в иной форме (таблица 2).

Таблица 2 – Альтернативный вариант таблицы 1

Аргумент	Вектор \vec{a}	Скаляр φ
Результат – вектор	$rot\vec{a}$	$grad\varphi$
Результат – скаляр	$div\vec{a}$	такого сочетания нет, но из операций первого порядка можно в качестве примера привести $ grad\varphi $

Аргументами основных операций векторного анализа могут быть и более сложные сочетания скаляров и векторов. В качестве примеров рассмотрим произведения двух скаляров, двух векторов и скаляра на вектор. Систематизация основных сведений отражена в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты операций над более сложными аргументами

Операция	<i>grad</i>	<i>div</i>	<i>rot</i>
Аргумент – скаляр $\varphi\psi$	$\varphi grad \psi + \psi grad \varphi$	операция не определена, так как аргументом дивергенции должен быть вектор	операция не определена, так как аргументом ротора должен быть вектор
Аргумент – скаляр (\vec{a}, \vec{b})	$[\vec{a}, rot \vec{b}] + [\vec{b}, rot \vec{a}] + (\vec{a}, \vec{\nabla}) \vec{b} + (\vec{b}, \vec{\nabla}) \vec{a}$	операция не определена, так как аргументом дивергенции должен быть вектор	операция не определена, так как аргументом ротора должен быть вектор
Аргумент – вектор $\varphi \vec{a}$	операция не определена, так как аргументом градиента должен быть скаляр	$\varphi div \vec{a} + (\vec{a}, grad \varphi)$	$\varphi rot \vec{a} - [\vec{a}, grad \varphi]$
Аргумент – вектор $[\vec{a}, \vec{b}]$	операция не определена, так как аргументом градиента должен быть скаляр	$(\vec{b}, rot \vec{a}) - (\vec{a}, rot \vec{b})$	$\vec{a} div \vec{b} - \vec{b} div \vec{a} - (\vec{a}, \vec{\nabla}) \vec{b} + (\vec{b}, \vec{\nabla}) \vec{a}$

Предложенные таблицы можно непосредственно использовать на занятиях (по основам векторного и тензорного анализа, электродинамике и другим дисциплинам) либо применять при обобщении и закреплении материала. Можно также предложить студентам составлять такие таблицы самостоятельно в качестве упражнений с опорой на литературные источники.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Физическая энциклопедия : в 5 т. / гл. ред. А. М. Прохоров ; редкол.: Д. М. Алексеев [и др]. – М.: Совет. Энцикл., 1988. – Т. 1 : Аронова–Бома эффект – Длинные линии. – 704 с.
2. Воднев, В. Т. Основные математические формулы : справочник / В. Т. Воднев, А. Ф. Наумович, Н. Ф. Наумович ; под ред. Ю. С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1995. – 380 с.
3. Власов, В. Г. Конспект лекций по высшей математике / В. Г. Власов. – М. : Айрис, 1996. – 228 с.