

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кац, П. Б. Сравнение точности вариантов укороченного модифицированного метода LQZ $3a3d$ и $2a4d$ для вольфрама, золота, свинца, тория и урана / П. Б. Кац, А. В. Кудравец // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 окт. 2022 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С. И. Василец [и др.]. – Минск : БГПУ, 2022.

2. Кац, П. Б. Метод LQZ_S для олова, бария, лантана, церия, празеодима, неодима и прометия / П. Б. Кац, А. В. Кудравец // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 окт. 2022 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С. И. Василец [и др.]. – Минск : БГПУ, 2022.

УДК 539.171.016

П. Б. КАЦ, Н. И. КУЛИКОВИЧ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**ДВАЖДЫ МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД LQZ
ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ С $Z = 51–56$**

Самым эффективным методом аналитического приближения нормированного моттовского сечения рассеяния (НМС), по-видимому, является метод, предложенный в [1] и называемый нами LQZ. Выражение для НМС в этом методе:

$$R(\theta; Z, \beta) = \sum_{j=0}^4 a_j(Z, \beta)(1 - \cos \theta)^{j/2}, \quad a_j(Z, \beta) = \sum_{k=1}^6 d_z(j, k)(\beta - \bar{\beta})^{k-1},$$

$$\bar{\beta} = 0,7181287.$$

В [2] были предложены модификации метода. В дважды модифицированном методе LQZ (LQZ_{m2}) выражение для НМС:

$$R_{LQZ_{m2}}(\theta, Z, E) = 1 + \sum_{j=1}^5 a_j(Z, E)(1 - \cos \theta)^{j/2}, \quad a_j(Z, E) = \sum_{k=1}^6 d_z(j, k)(\beta - \bar{\beta})^{k-1},$$

$$\bar{\beta} = 0,668269.$$

В данной работе вычислены коэффициенты $d_z(j, k)$ для элементов с $Z = 51–56$. Результаты приведены в таблице.

Таблица – Коэффициенты $d_z(j, k)$ для метода LQZ_{m2}

| j/k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|
| Z = 51 | | | | | | |
| 1 | 0,184844 | 1,401891 | 0,024264 | -9,482941 | 9,632215 | 39,15779 |
| 2 | 1,223774 | -1,005892 | -5,614829 | 41,7444 | -16,99555 | -181,5813 |
| 3 | -1,799548 | -1,732968 | 14,05959 | -47,36984 | -25,94774 | 206,9750 |
| 4 | 0,736982 | 1,661993 | -13,26278 | 15,57349 | 52,64058 | -58,24960 |
| 5 | -0,134111 | -0,661491 | 4,105982 | 0,291385 | -20,74530 | -7,612690 |
| Z = 52 | | | | | | |
| 1 | 0,173546 | 1,389546 | 0,279721 | -9,366487 | 8,341443 | 37,97967 |
| 2 | 1,282739 | -0,640661 | -7,292691 | 38,39001 | -5,648229 | -163,2987 |
| 3 | -1,829134 | -2,490243 | 17,34358 | -37,58573 | -51,42088 | 156,0050 |
| 4 | 0,730900 | 2,252545 | -15,84317 | 6,296889 | 73,98198 | -9,994900 |
| 5 | -0,130592 | -0,832842 | 4,813923 | 3,122782 | -26,79862 | -2,42647 |
| Z = 53 | | | | | | |
| 1 | 0,161842 | 1,369058 | 0,563265 | -9,130499 | 6,812954 | 36,20609 |
| 2 | 1,339725 | -0,228790 | -9,103297 | 34,23008 | 7,054259 | -141,0731 |
| 3 | -1,851900 | -3,325601 | 20,84009 | -26,22104 | -79,30169 | 97,25079 |
| 4 | 0,719308 | 2,898051 | -18,56660 | -4,191024 | 97,04220 | 44,27878 |
| 5 | -0,125687 | -1,018669 | 5,556275 | 6,275701 | -33,28313 | -38,84990 |
| Z = 54 | | | | | | |
| 1 | 0,149803 | 1,340110 | 0,874198 | -8,769273 | 5,046288 | 33,81566 |
| 2 | 1,394221 | 0,230224 | -11,03837 | 29,24510 | 21,08186 | -114,8423 |
| 3 | -1,866941 | -4,238409 | 24,52919 | -13,26084 | -109,4901 | 30,69505 |
| 4 | 0,701591 | 3,597350 | -21,41567 | -15,88814 | 121,7202 | 104,5212 |
| 5 | -0,119249 | -1,218568 | 6,327928 | 9,746632 | -40,16657 | -56,85530 |
| Z = 55 | | | | | | |
| 1 | 0,137510 | 1,302434 | 1,211531 | -8,277871 | 3,043118 | 30,79125 |
| 2 | 1,445689 | 0,736547 | -13,08795 | 23,42119 | 36,39121 | -84,57376 |
| 3 | -1,873312 | -5,227349 | 28,38791 | 1,297799 | -141,86026 | -43,61752 |
| 4 | 0,677112 | 4,348750 | -24,37075 | -28,78254 | 147,8950 | 170,6318 |
| 5 | -0,111126 | -1,431994 | 7,123181 | 13,52931 | -47,41132 | -76,40096 |
| Z = 56 | | | | | | |
| 1 | 0,125048 | 1,255805 | 1,574000 | -7,652071 | 0,807126 | 27,11965 |
| 2 | 1,493566 | 1,290016 | -15,24053 | 16,74981 | 52,92642 | -50,26269 |
| 3 | -1,870043 | -6,290439 | 32,39044 | 17,44647 | -176,2622 | -125,5848 |
| 4 | 0,645223 | 5,150046 | -27,41012 | -42,85304 | 175,4270 | 242,4636 |
| 5 | -0,101164 | -1,658268 | 7,935799 | 17,61488 | -54,97477 | -97,43213 |

В [1] для характеристики точности метода введена относительная ошибка ER :

$$ER(Z, \beta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{36} [R_{LQZ}(\theta; Z, \beta) - R_M(\theta; Z, \beta)]^2}{\sum_{i=0}^{36} R_M(\theta; Z, \beta)^2}} \cdot 100\%.$$

На рисунке 1 для $Z = 52, 54$ и 56 приведена ER для LQZ и LQZ_{m2} в зависимости от β :

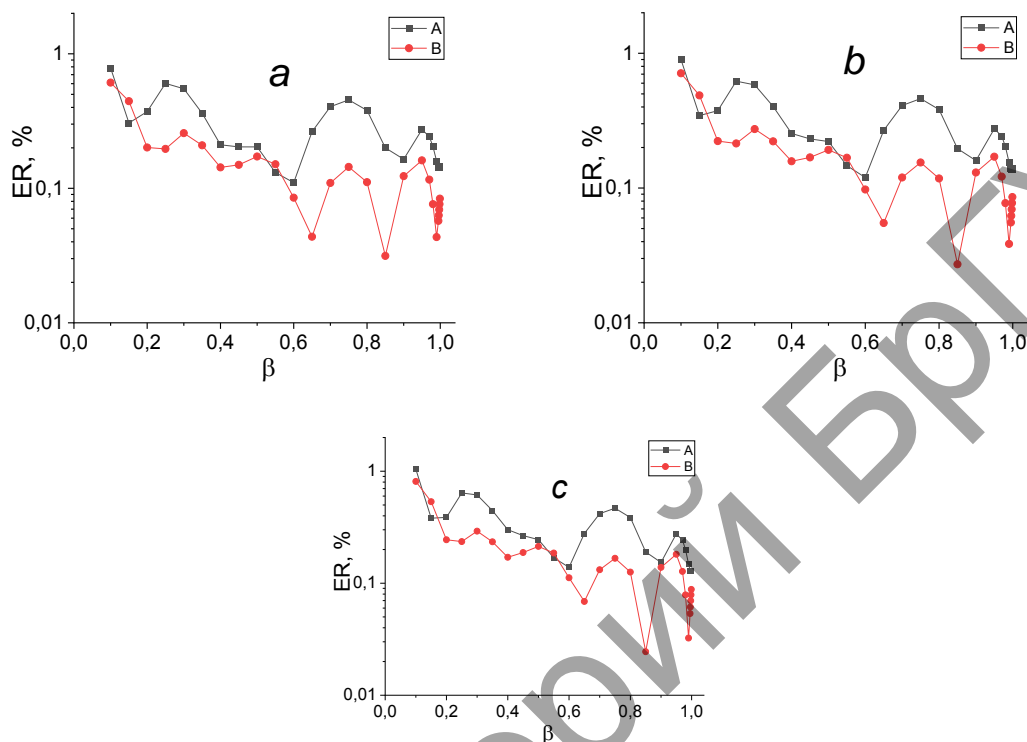


Рисунок 1 – Относительная ошибка ER как функция относительной скорости. А – ER_{LQZ} , В – $ER_{LQZ_{m2}}$ для $Z = 52$ (a), 54 (b), 56 (c)

Для расчета потерь энергии тяжелых ионов в веществе необходимо введение поправки Мотта в формулу Бете – Блоха. На рисунке 2 приводится относительная погрешность поправки Мотта, вычисленной с помощью методов LQZ и LQZ_{m2} для $Z = 56$.

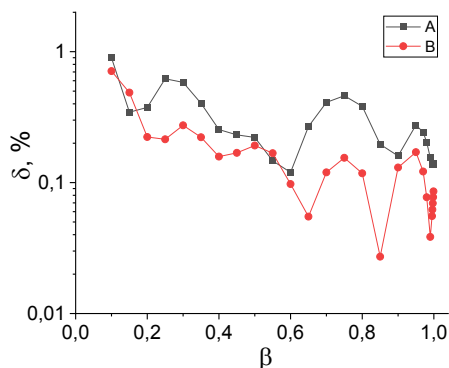


Рисунок 2 – Относительная погрешность поправки Мотта $Z = 56$:
А – LQZ , В – LQZ_{m2}

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lijian, T. Analitic Fitting to the Mott Cross Section of Electrons / T. Lijian, H. Qing, L. Zhengming // Radiat. Phys. Chem. – 1995. – Vol. 45, № 2. – P. 235–245.

2. Some approaches to the calculation of the normalized Mott cross section, displacement cross section, and the Mott correction to the Bethe formula / P. B. Kats [et al.] // Radiat. Phys. Chem. – 2022. – Vol. 192. – P. 109919.

3. Some approaches to the calculation of the normalized Mott cross section, displacement cross section, and the Mott correction to the Bethe formula / P. B. Kats [et al.] // Radiat. Phys. Chem. – 2022. – Vol. 192. – P. 109919–109926.

УДК 539.171.016

П. Б. КАЦ, Н. И. КУЛИКОВИЧ, А. С. РИМАШЕВСКАЯ

Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

**СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ ДВАЖДЫ И ТРИЖДЫ
МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДОВ LQZ
ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОТ ОЛОВА ДО БАРИЯ**

Ранее предложены модификации метода Лиджиана, Кинга и Женгминга LQZ [1]. Наиболее перспективными представляются вторая [2] и третья [3] модификации – LQZ_{m2} и LQZ_{m3}. Для ряда элементов было показано преимущество в точности LQZ_{m2} перед LQZ. Также показано [3], что для Z = 112–118 точность LQZ_{m3} выше LQZ_{m2}.

В предыдущем докладе одного из авторов показано, что для легких элементов точность LQZ_{m3} выше LQZ_{m2} до Z = 6, а при Z = 7–10 средние погрешности примерно равны.

Были вычислены коэффициенты для Z = 51–56 для методов LQZ_{m2} и LQZ_{m3}. Они приводятся в наших материалах выше. Здесь для сравнения точности приведем среднее по 26 скоростям (от 0,1 с до 0,999 с) значение

относительной ошибки $\langle ER \rangle$: $\langle ER \rangle(Z) = \sum_{i=1}^{26} ER(Z, \beta_i)$.

Таблица – Среднее арифметическое значение относительной ошибки

| Z | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\langle ER \rangle_{LQZ}, \%$ | 0,269 | 0,275 | 0,281 | 0,287 | 0,294 | 0,301 | 0,309 |
| $\langle ER \rangle_{LQZm2}, \%$ | 0,139 | 0,145 | 0,151 | 0,158 | 0,165 | 0,172 | 0,179 |
| $\langle ER \rangle_{LQZm3}, \%$ | 0,221 | 0,230 | 0,238 | 0,247 | 0,256 | 0,265 | 0,274 |