Как найти второе решение? Предположим, что $\beta_1 \neq \beta_2$, но $\beta_1 - \beta_2$ – малая величина. Тогда мы имеем два решения: $e^{-\beta_1 t}$ и $e^{-\beta_2 t}$. Их разность также является решением. Запишем это решение так: $e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} = e^{-\beta_2 t}\left[e^{(\beta_2-\beta_1)t} - 1\right]$.

Так как $\beta_2 - \beta_1$ мало, то (в ряде Тейлора можно взять только два члена) $e^{(\beta_2-\beta_1)t} \approx 1 + (\beta_2 - \beta_1)t$, откуда $e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} = e^{-\beta_2 t} t(\beta_2 - \beta_1)$.

Последнее выражение наводит на мысль, что в случае $\beta_2 = \beta_1 = \beta$ надо второе решение брать в виде $\varphi = Bte^{-\beta t}$. Подставляя это φ в уравнение (1) и учитывая, что $\beta = \dfrac{R}{2L}$, увидим, что уравнение действительно удовлетворяется. Итак, в случае $\beta_2 = \beta_1 = \beta$ надо брать φ в виде $\varphi = Ae^{-\beta t} + Bte^{-\beta t}$.

Такое φ (и соответствующее I) позволяет решить задачу с любыми начальными φ_0 и I_0.

УДК 539.171.016

П. Б. КАЦ, А. В. КУДРАВЕЦ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

МЕТОД LQZ_{S2a4d} ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ С Z = 80, 81, 83–89 и 91

В ряде предыдущих работ было показано, что для ряда элементов с Z > 58 погрешность метода LQZ_{S2a4d} для позитронов в среднем ниже погрешности метода LQZ_{S3a3d}. Нормированное моттовское сечение (НМС) при этом вычисляется по формулам:

$$R_{LQZ_S}(\theta; Z, \beta) = 1 + \sum_{j=1}^{3} a_j(Z,\beta)(1-\cos\theta)^{j/2},$$
$$a_j(Z,E) = \sum_{k=1}^{L} d_Z(j,k)(\beta - \bar{\beta})^{k-1}, \bar{\beta} = 0{,}668269. \quad (1)$$

В [1] показано на примере элементов с Z = 74, 79, 82, 90, 92, что LQZ_{S2a4d} приводит к уменьшению усредненной по энергиям и углам погрешности для Z = 74–90 и к росту при переходе к Z = 92. В [2] найден локальный максимум средней погрешности $\langle ER \rangle$ метода LQZ_{2a4d} для Z = 59.

В данной работе рассчитаны коэффициенты для LQZ_{2a4d} всех элементов с Z = 80, 81, 83–89, 91. Коэффициенты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты метода 2a4d

j/k	1	2	3	4
Ртуть Hg (Z = –80)				
1	−0,269997	−0,763686	0,291407	0,431720
2	0,013007	−0,110158	−0,614445	−0,689591
Таллий Tl (Z = –81)				
1	−0,270097	−0,765303	0,295439	0,429331
2	0,013545	−0,107983	−0,615857	−0,696589
Висмут Bi (Z = –83)				
1	−0,270256	−0,768231	−0,302948	0,424766
2	0,014573	−0,103852	−0,618930	−0,710595
Полоний Po (Z = –84)				
1	−0,270318	−0,769549	−0,306421	0,422611
2	0,015065	−0,101891	−0,620593	−0,717614
Астат At (Z = –85)				
1	−0,270368	−0,770774	−0,309702	0,420557
2	0,015543	−0,099997	−0,622342	−0,724651
Радон Rn (Z = –86)				
1	−0,270409	−0,77191	−0,312792	0,418611
2	0,016008	−0,098168	−0,624179	−0,731711
Франций Fr (Z = –87)				
1	−0,270439	−0,772960	−0,315689	0,416784
2	0,016460	−0,096402	−0,626104	−0,738799
Радий Ra (Z = 88)				
1	−0,270462	−0,773928	−0,318391	0,415084
2	0,016901	−0,094696	−0,628118	−0,745920
Актиний Ac (Z = 89)				
1	−0,270476	−0,774817	−0,320898	0,413521
2	0,017330	−0,093049	−0,630221	−0,753078
Протактиний Pa (Z = 91)				
1	−0,270484	−0,776371	−0,325324	0,410838
2	0,018157	−0,089921	−0,634699	−0,767529

В таблице 2 приведены значения усредненной по энергиям и углам относительной ошибки для элементов с Z = 79–92.

Таблица 2 – Усредненная по скоростям относительная ошибка

Элемент	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At
$\langle ER \rangle$,%	0,317	0,314	0,311	0,309	0,307	0,305	0,304
Элемент	Rn	Fr	Ra	Ac	Th	Pa	U
$\langle ER \rangle$,%	0,303	0,303	0,3024	0,3025	0,303	0,304	0,305

Наименьшая средняя погрешность для рассмотренного интервала получается для радия (Z = 88).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кац, П. Б. Сравнение точности вариантов укороченного модифицированного метода LQZ 3*a*3d и 2*a*4d для вольфрама, золота, свинца, тория и урана / П. Б. Кац, А. В. Кудравец // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 окт. 2022 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С. И. Василец [и др.]. – Минск : БГПУ, 2022.

2. Кац, П. Б. Метод LQZ_S для олова, бария, лантана, церия, празеодима, неодима и прометия / П. Б. Кац, А. В. Кудравец // Физико-математическое образование: цели, достижения и перспективы : материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 окт. 2022 г. / Белорус. гос. пед. ун-т им. М. Танка ; редкол. С. И. Василец [и др.]. – Минск : БГПУ, 2022.

УДК 539.171.016

П. Б. КАЦ, Н. И. КУЛИКОВИЧ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ДВАЖДЫ МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД LQZ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ С Z = 51–56

Самым эффективным методом аналитического приближения нормированного моттовского сечения рассеяния (НМС), по-видимому, является метод, предложенный в [1] и называемый нами LQZ. Выражение для НМС в этом методе:

$$R(\theta;Z,\beta)=\sum_{j=0}^{4}a_j(Z,\beta)(1-\cos\theta)^{j/2},\ a_j(Z,\beta)=\sum_{k=1}^{6}d_Z(j,k)(\beta-\bar{\beta})^{k-1},$$
$$\bar{\beta}=0,7181287.$$

В [2] были предложены модификации метода. В дважды модифицированном методе LQZ (LQZ_{m2}) выражение для НМС:

$$R_{LQZ\,m2}(\theta,Z,E)=1+\sum_{j=1}^{5}a_j(Z,E)(1-\cos\theta)^{j/2},\ a_j(Z,E)=\sum_{k=1}^{6}d_Z(j,k)(\beta-\bar{\beta})^{k-1},$$
$$\bar{\beta}=0,668269.$$

В данной работе вычислены коэффициенты $d_Z(j,k)$ для элементов с Z = 51–56. Результаты приведены в таблице.