и R_H соответствуют минимумы на кривой σ(x), что нетрудно объяснить различной зависимостью этих кинетических коэффициентов от концентрации носителей заряда.

На основе полученных значений σ, S и λ были рассчитаны значения ТЭ добротности. Из зависимости Z(x), полученной для комнатной температуры, видно, что в исследуемом интервале концентраций на кривой Z(x) наблюдаются четыре максимума, соответствующие составам x ≅ 0,01, 0,03, 0,1 и 0,16. Таким образом, максимальные значения Z отвечают составам x = 0,03 и x = 0,1 (Z = 1,05±0,05).

УДК 378.147:51

А. В. ЗАРЕЦКИЙ, Н. Н. СЕНДЕР
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

СЛУЧАЙ БОЛЬШОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЯХ

Решение уравнения

$$LC\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\varphi - RC\frac{d\varphi}{dt}, \tag{1}$$

справедливо лишь для не слишком больших *R*. Действительно, из $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ видно, что если $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, то ω смысла не имеет, так как под корнем получается отрицательное число. В этом случае уравнение (1) имеет решение другого вида. Будем искать решение в виде $\varphi = Ae^{-\beta t}$ (соответственно $I = -AC\beta e^{-\beta t}$). Подставляя в (1) выражения для φ и его производных и сокращая все члены на $Ae^{-\beta t}$, получим $LC\beta^2 = -1 + RC\beta$.

Это квадратное уравнение для β. Решая его, найдем:

$$\beta = \frac{R}{2C} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}. \tag{2}$$

Подкоренное выражение в (2) отличается знаком от подкоренного выражения в $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ для ω. Следовательно, как раз в тех случаях, когда нельзя найти ω, можно найти β. Формула (2) дает два различных значения β, поэтому можно составить два решения уравнения (1): $\varphi = Ae^{-\beta_1 t}$ и $\varphi = Be^{-\beta_2 t}$.

Решением будет и их сумма:

$$\varphi = Ae^{-\beta_1 t} + Be^{-\beta_2 t}. \tag{3}$$

Соответственно

$$I = -AC\beta_1 e^{-\beta_1 t} - BC\beta_2 e^{-\beta_2 t}. \tag{4}$$

Если при $t = 0$ $\varphi = \varphi_0$, $I = I_0$, то, полагая $t = 0$ в (3) и (4), получим: $A + B = \varphi_0$, $-AC\beta_1 - BC\beta_2 = I_0$.

Из этой системы уравнений можно найти *A* и *B*. Рассмотрим более подробно выражение для β.

Пусть $R >> 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$. Тогда $\sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2} - \dfrac{1}{LC}} = \dfrac{R}{2L}\sqrt{1 - \dfrac{4L}{R^2C}}$ можно разложить по формуле бинома Ньютона. Ограничимся двумя членами:

$$\frac{R}{2L}\sqrt{1 - \frac{4L}{R^2C}} = \frac{R}{2L}\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{4L}{R^2C}\right) = \frac{R}{2L} - \frac{1}{RC}.$$

Поэтому $\beta_1 = \dfrac{R}{2L} + \dfrac{R}{2L} - \dfrac{1}{RC} = \dfrac{R}{L} - \dfrac{1}{RC} \approx \dfrac{R}{L}$, так как R велико, $\beta_2 = \dfrac{R}{2L} - \dfrac{R}{2L} + \dfrac{1}{RC} = \dfrac{1}{RC}$. β_1 соответствует затуханию тока по закону $e^{-(R/L)t}$, т. е. как в цепи, составленной только из индуктивности и сопротивления. Второй корень β_2 соответствует затуханию тока по закону $e^{-t/(RC)}$, т. е. как в цепи, состоящей только из емкости и сопротивления.

Представляет математический интерес частный случай, когда подкоренное выражение в (2) точно равно нулю: $\dfrac{R^2}{4L^2} = \dfrac{1}{LC}$, так что оба корня β_1 и β_2 совпадают. Мы получаем только одно решение уравнения (1). Однако для того чтобы решить задачу с начальными условиями $\varphi = \varphi_0$, $I = I_0$ при $t = 0$, нам надо два решения.

Как найти второе решение? Предположим, что $\beta_1 \neq \beta_2$, но $\beta_1 - \beta_2$ – малая величина. Тогда мы имеем два решения: $e^{-\beta_1 t}$ и $e^{-\beta_2 t}$. Их разность также является решением. Запишем это решение так: $e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} = e^{-\beta_2 t}\left[e^{(\beta_2-\beta_1)t} - 1\right]$.

Так как $\beta_2 - \beta_1$ мало, то (в ряде Тейлора можно взять только два члена) $e^{(\beta_2-\beta_1)t} \approx 1 + (\beta_2 - \beta_1)t$, откуда $e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t} = e^{-\beta_2 t} t(\beta_2 - \beta_1)$.

Последнее выражение наводит на мысль, что в случае $\beta_2 = \beta_1 = \beta$ надо второе решение брать в виде $\varphi = Bte^{-\beta t}$. Подставляя это φ в уравнение (1) и учитывая, что $\beta = \dfrac{R}{2L}$, увидим, что уравнение действительно удовлетворяется. Итак, в случае $\beta_2 = \beta_1 = \beta$ надо брать φ в виде $\varphi = Ae^{-\beta t} + Bte^{-\beta t}$.

Такое φ (и соответствующее I) позволяет решить задачу с любыми начальными φ_0 и I_0.

УДК 539.171.016

П. Б. КАЦ, А. В. КУДРАВЕЦ
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

МЕТОД LQZ$_{\mathrm{S2}a\mathrm{4d}}$ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ С Z = 80, 81, 83–89 и 91

В ряде предыдущих работ было показано, что для ряда элементов с Z > 58 погрешность метода LQZ$_{\mathrm{S2}a\mathrm{4d}}$ для позитронов в среднем ниже погрешности метода LQZ$_{\mathrm{S3}a\mathrm{3d}}$. Нормированное моттовское сечение (НМС) при этом вычисляется по формулам:

$$
\begin{aligned}
&R_{LQZ_S}(\theta; Z, \beta) = 1 + \sum_{j=1}^{3} a_j(Z,\beta)(1-\cos\theta)^{j/2},\\
&a_j(Z,E) = \sum_{k=1}^{L} d_Z(j,k)(\beta - \bar{\beta})^{k-1}, \bar{\beta} = 0{,}668269.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В [1] показано на примере элементов с Z = 74, 79, 82, 90, 92, что LQZ$_{\mathrm{S2}a\mathrm{4d}}$ приводит к уменьшению усредненной по энергиям и углам погрешности для Z = 74–90 и к росту при переходе к Z = 92. В [2] найден локальный максимум средней погрешности $\langle ER \rangle$ метода LQZ$_{2a\mathrm{4d}}$ для Z = 59.

В данной работе рассчитаны коэффициенты для LQZ$_{2a\mathrm{4d}}$ всех элементов с Z = 80, 81, 83–89, 91. Коэффициенты приведены в таблице 1.