У сваёй дзейнасці выкарыстоўваю метад праектаў, бо ён дае магчымасць развіваць такія якасці асобы, як адкрытасць, нестандартнасць мыслення, уменне рэагаваць на зменлівыя ўмовы знешняга свету, вырашаць разнастайныя праблемы, цесна і прадуктыўна супрацоўнічаць з іншымі людзьмі, імкненне да самапазнання, самаўдасканалення і самарэалізацыі. У час падрыхтоўкі праекта вучні карыстаюцца інтэрнэтам, дадатковай літаратурай, табліцамі, што вельмі важна для развіцця самастойнай працы. Метад праектавання рыхтуе навучэнцаў да жыцця, фарміруе навыкі аналізу, сінтэзу, ацэнкі, зносін і супрацоўніцтва. Прэзентуючы свой праект, дзеці вучацца ясна і лагічна выкладаць свае думкі і выступаць перад аўдыторыяй.

Выкарыстанне даследчых метадаў у вучэбнай дзейнасці дапамагае выхоўваць па-сапраўднаму адукаваных, зацікаўленых школьнікаў, здольных самастойна прымаць рашэнні і супрацоўнічаць.

Безумоўна, самым важным фактарам для паспяховай даследчай дзейнасці з'яўляецца найперш зацікаўленасць школьнікаў. У наш час становіцца важным не толькі зацікавіць дзяцей даследчай дзейнасцю, але і навучыць прэзентаваць сваю работу, у тым ліку і дыстанцыйна. Зараз на першы план выходзяць вебінары, online-канферэнцыі. І трэба адзначыць, што ўменне дыстанцыйна прэзентаваць сваю работу, абараніць свой праект набывае ў сучасным грамадстве вялікае значэнне.

Аднак не толькі вучні, але і настаўнікі павінны валодаць адпаведнымі навыкамі, таму што дыстанцыйнае навучанне – гэта не даніна модзе, а патрабаванне сучаснага свету. Па сутнасці, гэта новая эфектыўная форма навучання з выкарыстаннем персанальных камп'ютараў, электронных падручнікаў і сеткі інтэрнэт. Думаю, што дыстанцыйнае навучанне – гэта новы від навучання, які пакуль не зусім звыклы для сучаснага настаўніка і вучня. Яго карысць – гэта пытанне будучага. Безумоўна, вучням, якія прапускаюць заняткі, альбо тым, хто выбіваецца з калектыву, каму трэба больш часу на засваенне тэмы, дыстанцыйнае форма дае магчымасць не адстаць у навучанні. Для моцных жа, таленавітых вучняў, якім школьнай праграмы недастаткова, такі рэсурс дазваляе пашырыць адукацыйную прастору праз зварот да розных інфармацыйных крыніц.

Т. А. ЯЦУК, А. И. БАСИК
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ (СЛУЧАЙ $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$)

Пусть $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$, $\Omega = \{(t;x) \in \mathbf{R}^2 \mid t > 0, x > 0\}$. Рассмотрим задачу отыскания решения $u \in C^2(\overline{\Omega})$ уравнения

$$u_{tt} + (\lambda_1 + \lambda_2)u_{xt} + \lambda_1\lambda_2 u_{xx} = 0 \quad ((t,x) \in \Omega), \tag{1}$$

удовлетворяющего начальным условиям

$$u\big|_{t=0}=\varphi(x),\quad u_t\big|_{t=0}=\psi(x)\quad (x\ge 0) \tag{2}$$

и граничному условию

$$u\big|_{x=0}=\alpha(t)\quad (t\ge 0). \tag{3}$$

Отметим, что если $\lambda_1=-\lambda_2=a$, где $a>0$, то уравнение (1) представляет собой уравнение малых поперечных колебаний струны и рассматриваемая задача подробно изучается в курсе «Уравнения математической физики». В частности, доказывается, что при выполнении естественных условий согласования и гладкости начальных и граничных данных задача (1), (2), (3) имеет единственное классическое решение [1, с. 34]. Заметим, что этот случай характеризуется тем, что через точку $(0;0)$ проходит только одна характеристика уравнения (1) $x=at$, пересекающая область Ω. В настоящей статье характеристики уравнения (1), проходящие через точку $(0;0)$, не пересекают область Ω, что влечет иной характер разрешимости.

Пусть функция $u=u(t;x)$ является классическим решением задачи (1), (2), (3). Рассмотрим функцию $v=v(\xi;\eta)$, где $\xi=x-\lambda_1 t$, $\eta=x-\lambda_2 t$, причем $u(t,x)=v(\xi(t;x);\eta(t;x))$.

Несложно убедиться в том, что функция v удовлетворяет условиям

$$v_{\xi\eta}\equiv 0\quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi<\eta,\ \xi>\eta\right), \tag{4}$$

$$v\big|_{\eta=\xi}=\varphi(\xi)\quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\le\eta\right), \tag{5}$$

$$-\lambda_1 v_\xi\big|_{\eta=\xi}-\lambda_2 v_\eta\big|_{\eta=\xi}=\psi(\xi)\quad \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\le\eta\right), \tag{6}$$

$$v\big|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi}=\alpha\left(-\frac{\xi}{\lambda_1}\right)\quad (\xi>\eta). \tag{7}$$

Выберем произвольную точку $(\xi;\eta)\in\mathbf{R}^2\left(\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\le\eta\le\xi\right)$ и проинтегрируем тождество (4) по переменной η от $\eta=\lambda_2\xi/\lambda_1$ до $\eta=\xi$:

$$v_\xi(\xi;\xi)-v_\xi\left(\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)\equiv 0 \Leftrightarrow v_\xi(\xi;\xi)\equiv v_\xi\left(\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right). \tag{8}$$

Проинтегрируем тождество (4) по переменной ξ от $\xi=\eta$ до $\xi=\lambda_1\eta/\lambda_2$:

$$v_\eta\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\eta;\eta\right)-v_\eta(\eta;\eta)\equiv 0 \Leftrightarrow v_\eta\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\eta;\eta\right)\equiv v_\eta(\eta;\eta)\,. \tag{9}$$

Заменив в последнем равенстве $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}\eta=\xi$, получим

$$v_\eta\left(\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)\equiv v_\eta\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right). \tag{10}$$

Значения $v_\xi\big|_{\eta=\xi}$ и $v_\eta\big|_{\eta=\xi}$ найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} v_\xi\big|_{\eta=\xi}+v_\eta\big|_{\eta=\xi}=\varphi'(\xi), \\ -\lambda_1 v_\xi\big|_{\eta=\xi}-\lambda_2 v_\eta\big|_{\eta=\xi}=\psi(\xi) \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} v_\xi\big|_{\eta=\xi}&=\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\big(\psi(\xi)+\lambda_2\varphi'(\xi)\big), \\ v_\eta\big|_{\eta=\xi}&=\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\big(\psi(\xi)+\lambda_1\varphi'(\xi)\big). \end{aligned} \tag{11}$$

Тогда, с учетом формул (7)–(11), имеем

$$\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\alpha\left(-\frac{\xi}{\lambda_1}\right)\right)=-\frac{1}{\lambda_1}\alpha'\left(-\frac{\xi}{\lambda_1}\right)=v_\xi\big|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi}+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}v_\eta\big|_{\eta=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi}=v_\xi\left(\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)+$$

$$+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}v_\eta\left(\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)=v_\xi(\xi;\xi)+\frac{\lambda_2}{\lambda_1}v_\eta\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi;\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)=\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\big(\psi(\xi)+\lambda_2\varphi'(\xi)\big)+$$

$$+\frac{\lambda_2}{\lambda_1(\lambda_1-\lambda_2)}\left(\psi\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)+\lambda_1\varphi'\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)\right). \tag{12}$$

Следовательно,

$$\alpha\left(-\frac{\xi}{\lambda_1}\right)-\alpha(0)=\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\int_0^{\xi}\psi(\tau)d\tau+\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\varphi(\xi)+\frac{-\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\varphi(0)+$$

$$+\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi}\psi(\tau)d\tau+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\xi\right)+\frac{-\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi(0).$$

Так как $\varphi(0)=\alpha(0)$, то, заменяя в последнем равенстве $\xi=-\lambda_1 t$, получим

$$\alpha(t)\equiv\frac{\lambda_1\varphi(-\lambda_2 t)-\lambda_2\varphi(-\lambda_1 t)}{\lambda_1-\lambda_2}+\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_{-\lambda_1 t}^{-\lambda_2 t}\psi(\xi)d\xi. \tag{13}$$

Покажем, что если функции φ,ψ,α удовлетворяют тождеству (13), то решение задачи (1), (2), (3) существует.

«Общим» решением дифференциального уравнения (1) является семейство функций вида

$$u(t;x)=f(x-\lambda_1 t)+g(x-\lambda_2 t), \tag{14}$$

где $f,g\in C^2(\mathbf{R})$ произвольны. Подставив «общее» решение (14) в начальные и граничные условия (2), (3), получим систему для определения неизвестных функций f и g:

$$\begin{cases} f(x)+g(x)=\varphi(x) & (x\ge 0),\\ -\lambda_1 f'(x)-\lambda_2 g'(x)=\psi(x) & (x\ge 0),\\ f(-\lambda_1 t)+g(-\lambda_2 t)=\alpha(t) & (t\ge 0). \end{cases} \tag{15}$$

Из первых двух уравнений системы (15) нетрудно найти, что при $x\ge 0$:

$$f(x)=\frac{-\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi(x)-\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^x\psi(\xi)d\xi-C, \tag{16}$$

$$g(x)=\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^x\psi(\xi)d\xi+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi(x)+C, \tag{17}$$

где C – произвольная постоянная. Подставив функции (16), (17) в третье уравнение системы (15), получим

$$\frac{-\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi(-\lambda_1 t)-\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^{-\lambda_1 t}\psi(\xi)d\xi+\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_0^{-\lambda_2 t}\psi(\xi)d\xi+\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\varphi(-\lambda_2 t)=\alpha(t),$$

что выполняется в силу тождества (13).

Сформулируем итоговое утверждение.

Теорема. *Пусть* $\varphi,\alpha\in C^2[0;+\infty),\psi\in C^1[0;+\infty)$. *Классическое решение задачи (1), (2), (3) существует тогда и только тогда, когда выполняется тождество (13), при этом решение задачи единственно и имеет вид*

$$u(t;x)=\frac{\lambda_1\varphi\left(x-\lambda_2 t\right)-\lambda_2\varphi(x-\lambda_1 t)}{\lambda_1-\lambda_2}+\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\int_{x-\lambda_1 t}^{x-\lambda_2 t}\psi(\xi)d\xi.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1. Шубин, М. А. Лекции об уравнениях математической физики / М. А. Шубин. – М. : МЦНМО, 2003. – 303 с.

Т. А. ЯЦУК, А. И. БАСИК
Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ (СЛУЧАЙ $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$)

Пусть $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$, $\Omega = \{(t;x) \in \mathbf{R}^2 \mid t > 0, x > 0\}$. Рассмотрим задачу отыскания решения $u \in C^2(\overline{\Omega})$ уравнения

$$u_{tt} + (\lambda_1 + \lambda_2)u_{xt} + \lambda_1\lambda_2 u_{xx} = 0 \quad ((t,x) \in \Omega), \tag{1}$$

удовлетворяющего начальным условиям

$$u\big|_{t=0} = \varphi(x),\ u_t\big|_{t=0} = \psi(x) \quad (x \geq 0) \tag{2}$$

и граничному условию

$$u\big|_{x=0} = \alpha(t) \quad (t \geq 0). \tag{3}$$

В настоящей работе доказывается, что при выполнении естественных требований на гладкость и согласованность начальных и граничных условий задача (1), (2), (3) имеет бесконечно много решений. Неединственность решения вызвана тем, что при выполнении неравенства $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$ две характеристики уравнения (1), проходящие через точку (0;0), пересекают область Ω в отличие от случая $\lambda_1 = -\lambda_2 = a > 0$, который подробно рассматривается в курсе «Уравнения математической физики» [1, с. 34].

Пусть $u \in \overline{\Omega}$ – классическое решение рассматриваемой задачи. Тогда

$$u(0;0) = (u\big|_{t=0})\big|_{x=0} = \varphi(x)\big|_{x=0} = \varphi(0)$$

и

$$u(0;0) = (u\big|_{x=0})\big|_{t=0} = \alpha(t)\big|_{t=0} = \alpha(0),$$

следовательно,

$$\varphi(0) = \alpha(0). \tag{4}$$