

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1977. – Т. 3 : Электричество. – 688 с.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ ПРИ НАЛИЧИИ ВЕТРА

В процессе изучения дисциплины «Основы математического моделирования» в качестве примера можно исследовать задачу о полете тела под углом к горизонту, хорошо известную из школьного курса физики, но на школьном уровне решаемую без учета сопротивления воздуха и тем более ветра. Более точная математическая модель, учитывающая указанные факторы, математически слишком сложна для школьного курса, в котором по официальной программе не изучаются ни дифференциальные уравнения, ни численные методы их решения (если они не решаются аналитически), но вполне допустима для вузовского уровня подготовки по физике, математике и информатике.

Сформулируем задачу следующим образом.

Пусть некоторое тело в момент времени $t = 0$ начинает движение с поверхности Земли из пункта, в котором находится начало координат, под заданным углом α к горизонту с заданной начальной скоростью \vec{v}_0 . При этом считается, что: а) поверхность Земли в районе полета тела является плоской; б) гравитационное поле постоянно, т. е. ускорение свободного падения \vec{g} не зависит от высоты; в) сила сопротивления воздуха содержит слагаемые, пропорциональные первой степени и второй степени скорости движения тела относительно воздуха [1, с. 104, 496]; г) ветер дует параллельно горизонтальной составляющей скорости тела, а его скорость \vec{u} относительно поверхности Земли постоянна во времени и не меняется с высотой.

Отметим, что в отсутствие ветра скорость движения тела \vec{v} относительно поверхности Земли совпадает со скоростью движения тела относительно воздуха. При наличии ветра скорость движения относительно воздуха становится равной $\vec{v} - \vec{u}$ [2]. Если выбрать положительное направление оси x в соответствии с горизонтальной составляющей скорости тела, то проекцию скорости ветра u на ось x будем считать положительной при попутном ветре и отрицательной – при встречном. Если m – масса тела, то уравнение его движения в векторном виде в системе отсчета, связанной с поверхностью Земли, запишется следующим образом:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - k_1(\vec{v} - \vec{u}) - k_2|\vec{v} - \vec{u}|(\vec{v} - \vec{u}), \quad (1)$$

где \vec{a} – ускорение, k_1 и k_2 – коэффициенты сопротивления. Первое слагаемое в правой части (1) – сила тяжести, второе и третье – сила сопротивления воздуха.

Если направить ось y вертикально вверх и обозначить через v_x и v_y проекции скорости \vec{v} на оси x и y , то проекции силы сопротивления на оси x и y будут выглядеть следующим образом:

$$F_x^{comp} = -k_1(v_x - u) - k_2(v_x - u)\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}, \quad (2)$$

$$F_y^{comp} = -k_1v_y - k_2v_y\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}. \quad (3)$$

Учитывая, что

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt, \quad (4)$$

а сила тяжести направлена вертикально вниз, т. е. против положительного направления оси y , можно записать (1)–(3) в виде системы скалярных уравнений с учетом начальных условий, изложенных выше:

$$\begin{aligned} m \frac{dv_x}{dt} &= -k_1(v_x - u) - k_2(v_x - u)\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2}, \\ m \frac{dv_y}{dt} &= -k_1v_y - k_2v_y\sqrt{(v_x - u)^2 + v_y^2} - g, \\ v_x(0) &= v_{x0} = v_0 \cos \alpha, \quad v_y(0) = v_{y0} = v_0 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) решается только численно. Материалы данной публикации могут быть использованы на лабораторных занятиях по дисциплине «Основы математического моделирования».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.
2. Расчет коэффициентов сопротивления движению по выбегу автомобиля при наличии ветра [Электронный ресурс] / В. П. Волков [и др.]. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/raschet-koeffitsientov-soprotivleniya-dvizheniyu-po-vybegu-avtomobilya-pri-nalichii-vetra>. – Дата доступа: 13.04.2021.

А. И. СЕРЫЙ, З. Н. СЕРАЯ

Беларусь, Брест, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

О ЛИНЕЙНОСТИ МОДЕЛЕЙ И АЛГОРИТМОВ

В процессе изучения дисциплины «Основы математического моделирования» одним из важнейших понятий является линейность. Поскольку этот термин многозначен, представляется интересным дать сравнительную характеристику различных вариантов смыслового содержания этого термина. Результаты соответствующих исследований представлены в таблице 1.