Тексты, относящиеся к программному обеспечению, служат для будущих учителей математики ценным источником информации о том, где и как используется программное обеспечение, какие результаты получены с его использованием и как их описания отражаются в индексе цитирования. Эти метрики могут использоваться для выбора математического программного обеспечения в научных и образовательных целях. Для улучшения работы сервиса, swMATH предоставляет пользователям инструменты обратной связи, что делает его важным коммуникативным элементом математического сообщества и придает ему дополнительную дидактическую значимость в контексте современного математического образования.

Е. П. КУЗНЕЦОВА
Беларусь, Минск, УО «БГПУ имени Максима Танка»

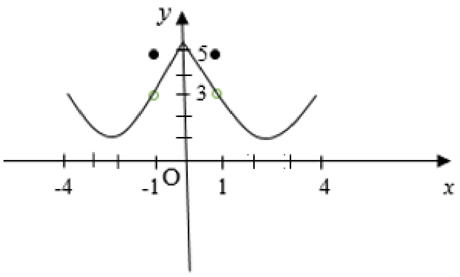
ФОРМИРОВАНИЕ У СТУДЕНТОВ НАВЫКОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ, СВЯЗАННЫХ С ИДЕЕЙ АКТУАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Многолетний опыт обучения студентов дисциплине «Методика преподавания математики» (МПМ) показывает, что существуют традиционные проблемы восприятия и усвоения ряда понятий как школьного курса математики, так и курса МПМ. Трудно формируются понятия «иррациональное число», «действительное число», «длина отрезка», «площадь фигуры», «объем многогранника», «предел функции», «дифференцируемость», «несчетность множества точек отрезка», «мощность несчетного множества – континуум». Заметим, что указанные понятия так или иначе связаны с идеей измерения, а также с понятием действительного числа. Образование этих математических понятий связано с абстракцией актуальной бесконечности, т. е. абстракцией бесконечности в малом. Такой вид абстракции усваивается (воспринимается) значительно тяжелее, чем идея потенциальной бесконечности.

Школьники и студенты легко принимают свойства бесконечности натурального ряда, бесконечности плоскости и прямой, поскольку представления о них образованы посредством абстракции потенциальной осуществимости (бесконечности). Но принять, например, бесконечность количества точек на отрезке длиной 1 см оказывается значительно труднее. Когда студентам рассказываешь, что 10 точек – самый массовый ошибочный ответ на подобный вопрос (о числе точек на сантиметровом отрезке), они смеются. А когда добавляешь, что среди респондентов были люди самых разных возрастов и уровня образования (в том числе и с высшим техническим), – удивляются. Еще большее удивление вызывает наличие среди неверных ответов вариантов «2 точки» и «3 точки». У некоторых эта информация вызывает желание проверить указанные факты, т. е. повторить опрос. Таким образом, возникает мотивация для участия ряда студентов в педагогическом констатирующем эксперименте посредством анкетирования.

На этом простом примере можно разъяснить желающим азы организации экспериментальной работы, например, в ходе педагогической практики [1].

Подобное экспериментирование, хотя бы с целью перепроверки утверждений преподавателя о типичных ошибках учащихся, можно предложить при изучении методики введения других понятий. Естественным продолжением является последующая статистическая обработка результатов анкетирования и разработка вопросов и заданий для поискового, а затем и формирующего эксперимента.



Хорошо известно, что большие затруднения вызывает чтение некоторых свойств функции по изображению ее графика. Например, при написании курсовой работы студентка предложила для учащихся 11 класса, изучающих математику на повышенном уровне, следующее задание: «Используя график функции *f* (он изображен на рисунке), ответьте на вопросы: 1. Есть ли у функции *f* точки максимума? Сколько их? Если они есть, укажите эти точки. 2. Есть ли на графике функции точки, в которых функция *f* не имеет производной? Сколько их? Если они есть, то укажите эти точки и поясните, почему в каждой из них нет производной».

Ответы на эти вопросы обычно вызывают затруднения не только у учащихся, но и у будущих учителей (а порой и у состоявшихся). В таблице приведены результаты опроса 17 студентов-добровольцев 3–4 курсов физико-математического факультета БГПУ, которые уже завершили изучение курса математического анализа. Верные ответы на эти вопросы смогли указать соответственно два человека (11,8 %) и один человек (5,9 %):

1) есть; их три; в точках $x_1 = –1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$;

2) есть; их пять; в точках $x_1 = –4$; $x_2 = –1$; $x_3 = 0$; $x_4 = 1$; $x_5 = 4$; в точках –4 и 4 производной нет, так как около этих точек нет двусторонней окрестности; в точке 0 производной нет, так как в ней график функции *f* имеет не единственную касательную; в точках –1 и 1 производной нет, так как в этих точках функция *f* имеет разрывы [2].

Даже такой незначительный по объему опрос, подтверждающий наличие серьезных методических проблем, стимулирует будущего учителя на участие в экспериментальной работе по методике преподавания предмета. Аналогичное анкетирование по известным проблемным моментам может быть и частью практических занятий по МПМ. Можно предложить для опроса, а затем для взаимной проверки, следующие задания:

● Приведите по пять примеров математических объектов, образованных с использованием абстракции: а) идеализации; б) отождествления; в) потенциальной осуществимости (бесконечности); г) актуальной бесконечности.

● Среди перечисленных ниже математических понятий выберите то, которое образовано с помощью абстракции потенциальной осуществимости (бесконечности).

А. Число 5. **Б.** Натуральный ряд. **В.** Треугольник. **Г.** Предел функции. **Д.** Окружность.

При обсуждении на занятиях по МПМ проблем изучения числовых множеств практически у всех студентов приходится фиксировать ошибочный ответ на вопрос «Какая математическая операция над рациональными числами дает расширение множества рациональных чисел до множества действительных чисел?». Обычно все отвечают, что это операция извлечения корня. Так отвечают, к сожалению, даже после введения определения действительного числа α как предела последовательности его десятичных приближений a_n по недостатку (избытку) с точностью до 10^{-n} при $n \to \infty$, т. е. $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$. Таким образом, студенты не замечают операцию предельного перехода в последовательности с рациональными членами как операцию, дающую полное расширение множества Q до множества R. Именно эта операция дает выход на все элементы дополнения $R \backslash Q = I$, в то время как результаты операции извлечения корней любой степени из рациональных чисел заполняют очень незначительную часть I – множества иррациональных чисел. Среди корней нет, например, таких иррациональных чисел, как π, sin 1, lg 5, *e*, *Φ*, φ, arcctg 7 и т. д.

Проведение экспериментальной проверки этого факта в разных аудиториях подтверждает массовость этой теоретической ошибки и заставляет студентов задуматься о причинах ее возникновения и подходах к ее преодолению. Ведь, как правило, необходимый математический материал в учебных пособиях для этого имеется.

Целесообразно обратить внимание студентов на тот факт, что иррациональные числа, в отличие от рациональных, невозможно записать конечным количеством цифр. Иррациональное число как бы носит «маску» из букв или иных символов, и, не зная рационального приближения этого иррационального числа, невозможно правдоподобно отметить его положение на координатной прямой.

Акцентирование внимания студентов на проблемах восприятия содержания традиционно трудных математических понятий и привлечение их к проведению хотя бы констатирующих экспериментов постепенно формируют необходимые в будущей профессии исследовательские навыки, критическое мышление, умение замечать методические проблемы, искать и находить их решения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецова, Е. П. Как организовать констатирующий и/или поисковый эксперимент по проблемам обучения математике / Е. П. Кузнецова, Л. Л. Тухолко // Матэматыка. – 2019. – № 6. – С. 50–54.

2. Наливко, Н. В. Особенности графических заданий при изучении функций в общеобразовательной школе / Н. В. Наливко, Е. П. Кузнецова // Матэматыка. – 2020 – № 6. – С. 43–50.