Ю. П. ЗОЛОТУХИН, А. С. АРБУЗОВ
Беларусь, Гродно, УО «ГрГУ имени Янки Купалы»

УРАВНЕНИЕ И ГРАФИК РАВНОМЕРНОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ К ЦЕНТРАЛИЗОВАННОМУ ТЕСТИРОВАНИЮ ПО МАТЕМАТИКЕ

В последние годы в варианты централизованного тестирования по математике регулярно включаются задачи на графики равномерного прямолинейного движения. В школьных учебниках математики эта тема практически не отражена.

В статье [1] была предложена схема введения понятия «график движения материальной точки», основанная на использовании именованной системы координат «время – расстояние», несколько отличающейся от привычной числовой системы координат. В продолжение темы приведем материалы, которые можно использовать при обучении абитуриентов умению решать задачи указанного типа.

Рассмотрим систему координат «время – расстояние» Ots на плоскости (напомним, что координаты ее точек – именованные числа соответствующих величин). Пусть материальная точка движется равномерно по координатной прямой *Os*, не меняя направления, со скоростью *v* ($v = const \geq 0$). Пусть, далее, s_0 – ее ордината в момент времени *t* = 0 (ордината начальной точки движения), а *s* (или *s*(*t*)) – ее ордината в момент времени *t* (здесь и всюду далее $t \geq 0$). Тогда расстояние $|s - s_0|$, пройденное точкой за время *t* (модуль перемещения точки), согласно формуле из физики равно vt.

Равенство

$$|s - s_0| = vt \qquad (1)$$

называют как *уравнением равномерного движения материальной точки* по прямой *Os*, так и *формулой, которой задается его график* в плоскости *Ots*. В случае когда точка начинает свое движение из начала координат (т. е. $s_0 = 0$), оно упрощается: $|s| = vt$.

Очевидно, в случае движения в положительном направлении равенство (1) можно переписать в виде $s = vt + s_0$, а в случае движения в противоположном (отрицательном) направлении $s = -vt + s_0$.

Если же материальная точка находится в состоянии покоя (не движется), т. е. *v* = 0, то $s = s_0$.

Итак, график равномерного движения материальной точки, движущейся по оси *Os*, именованной координатной плоскости *Ots*, задается линейной функцией $s = kt + b$, где $|k| = v$, $b = s_0$ (v – скорость движения, s_0 – ордината начальной точки). При этом если направление движения совпадает с направлением оси *Os*, то $k = v > 0$; если противоположно ему, то $k = -v < 0$; если точка находится в состоянии покоя, то $k=0$. Механический смысл коэффициента k, как видим, заключается в том, что он с точностью до знака совпадает со скоростью v равномерного движения.

В отличие от числовых линейных функций переменные и параметры, входящие в формулу $s=kt+b$, являются численными значениями соответствующих величин, взятыми с их размерностями. Например, если размерность s и b – [*км*], t – [*ч*], то размерность коэффициента k – [*км/ч*].

Несмотря на то что масштабные отрезки осей Ot и Os, вообще говоря, разные, графиком функции $s=kt+b$ в плоскости Ot является прямая. Координаты ее точек – именованные числа величин t и s соответственно. Величина k называется *угловым коэффициентом* этой прямой, а угол α, отсчитываемый от положительного направления оси Ot до этой прямой против часовой стрелки, называется ее *углом наклона* (к оси Ot).

Известно, что если единичные масштабные отрезки имеют одинаковые длины, то $k=tg\alpha$. Как правило, системы координат «время – расстояние» таким свойством не обладают, и для заданных в них прямых $k\neq tg\alpha$. При этом если $k>0$, то α – острый угол, если $k<0$, то α – тупой угол, а если $k=0$, то прямая параллельна оси Ot. Соответственно, если график равномерного движения материальной точки лежит на прямой $s=kt+b$, то при $k>0$ эта точка движется в положительном направлении оси Os (функция s возрастает), при $k<0$ – в отрицательном (функция s убывает), а при $k=0$ – находится в состоянии покоя (функция s постоянная).

Замечание. Если в координатной плоскости «время – расстояние» Ots заменить единицы измерения времени t или расстояния s на другие, то соответствующим образом изменится и уравнение графика движения материальной точки. Пусть, например, уравнение графика движения материальной точки в плоскости Ots (t – в часах, s – в километрах) имеет вид $|s-s_0|=vt$, где $v=const\geq 0$ (v – в км/ч). Заменив часы на минуты, а километры – на метры, получим плоскость $Ot's'$ (t' – в минутах, s' – в метрах), где $t'=60t$, $s'=1000s$. Относительно новой системы координат уравнение графика будет иметь вид $|s'-s'_0|=\left(\frac{50}{3}v\right)t'$ (v – в м/мин). Как и следовало ожидать, угловые коэффициенты численно отличаются, хотя скорости движения, найденные по тому и другому уравнениям, естественно, одинаковы: $\frac{50}{3}v$ м/мин = v км/ч.

Итак, график равномерного движения материальной точки расположен в плоскости Ots на прямой, не параллельной оси Os. Зная координаты $(t_1;s_1)$ и $(t_2;s_2)$ двух точек этой прямой, ее уравнение можно найти так же, как и в случае обычной («безразмерной») прямой – подставляя эти координаты в формулу $s=kt+b$ и решая полученную систему уравнений относительно величин k и b (с учетом их размерностей).

Пример 1. На рисунках 1 и 2 изображены графики движения двух материальных точек в разных координатных плоскостях «время – расстояние» *Ots* (*t* – в часах, *s* – в километрах). Уравнение первого из них $s = 2t$ (находим, подставляя в уравнение $s = kt + b$ координаты точек (0 *ч*; 0 *км*) и (1 *ч*; 2 *км*)), угловой коэффициент и, соответственно, скорость движения равны 2 км/ч, а угол наклона α равен 45°. Уравнение второго $s = t$, угловой коэффициент и скорость равны 1 км/ч, а угол наклона β равен $arctg\ 2$.

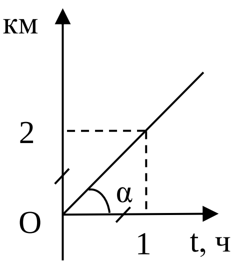

Рисунок 1

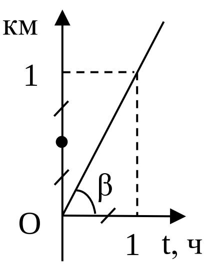

Рисунок 2

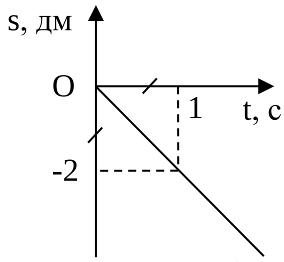

Рисунок 3

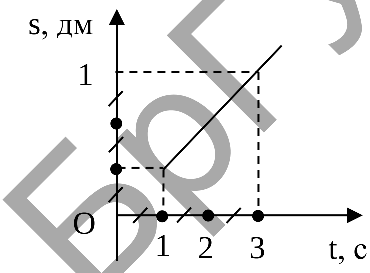

Рисунок 4

Упражнение 1. На рисунках 3 и 4 изображены графики движения двух материальных точек в разных координатных плоскостях «время – расстояние» *Ots* (*t* – в секундах, *s* – в дециметрах). Найдите их уравнения, угловые коэффициенты (*k*), скорости движения (*v*) и углы наклона (α).

Ответы: $s = -2t$, $k = -v = -2$ дм/с, $\alpha = 135°$; $s = \frac{1}{3}t$, $k = v = \frac{1}{3}$ дм/с, $\alpha = 45°$.

По графику (не находя его уравнения) скорость материальной точки, *движущейся в одном и том же направлении* равномерно, можно найти по очевидной формуле

$$v = \frac{|s(t_2) - s(t_1)|}{|t_2 - t_1|},$$

где t_1, t_2 – любые два момента времени ее движения (рисунок 5, 6). При этом единицей измерения *v* будет частное единиц измерения s и t.

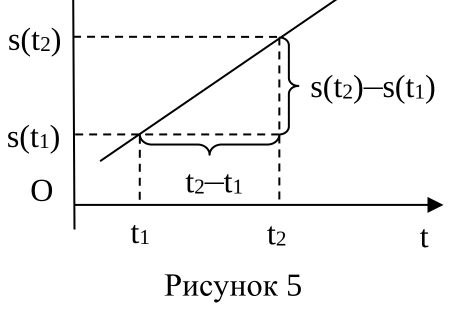

Рисунок 5

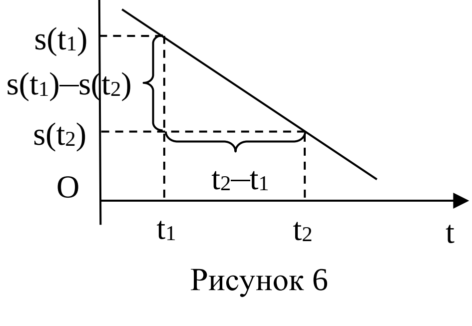

Рисунок 6

Пример 2. Скорость движения материальной точки, график движения которой приведен на рисунке 7, равна $v=\frac{|3-2|}{|10-4|}=\frac{1}{6}$ мм/с.

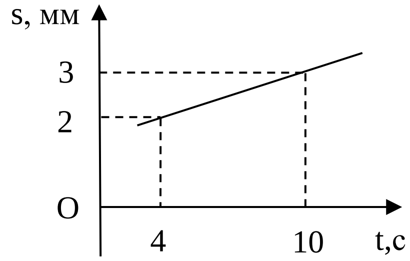

Рисунок 7

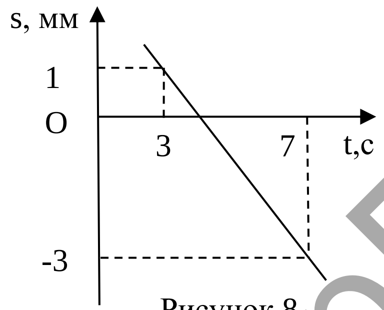

Рисунок 8

Упражнение 2. Найдите скорость движения материальной точки, график движения которой приведен на рисунке 8.

Ответ: 1 мм/с.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Золотухин, Ю. П. Один способ введения понятия «график движения материальной точки» / Ю. П. Золотухин, А. С. Арбузов // Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф., Брест, 8–9 апр. 2020 г. / редкол.: Е. П. Гринько [и др.]. – Брест : БрГУ, 2020. – С. 53–56.

Н. А. КАЛЛАУР, Е. О. МАКСИМОВИЧ
Брест, Беларусь, УО «БрГУ имени А. С. Пушкина»

РАБОТА С ОДАРЕННЫМИ УЧАЩИМИСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ ПОСРЕДСТВОМ ПЛАТФОРМЫ ZOOM В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Текущая неблагоприятная эпидемиологическая ситуация в мире предполагает переход на дистанционный вид работы многих сфер человеческой деятельности, в том числе и сферы образования. Учителя в своей педагогической деятельности активно и успешно используют разнообразные платформы для осуществления дистанционного образования школьников. Так как дистанционное образование предполагает под собой непосредственную коммуникацию учителя и учащихся не напрямую, а на расстоянии, то учитель должен использовать все свои знания, умения и навыки для того, чтобы у учащихся не возникало трудностей в усвоении изучаемого материала и применении его на практике.

Рассмотрим самую распространенную и достаточно несложную в использовании платформу для осуществления дистанционного образования по математике – Zoom. Данная платформа позволяет проводить занятия в режиме online или же offline. Для учителей она хороша тем, что помогает им не только совершенствовать навыки посредством участия в конференциях, вебинарах или