

Міністэрства адукацыі Рэспублікі Беларусь  
Установа адукацыі «Брэсцкі дзяржаўны ўніверсітэт  
імя А.С. Пушкіна»

# *Вучоныя запіскі*

*Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта  
імя А.С. Пушкіна*

---

---

*Зборнік навуковых прац*

*Выпуск 8*

*Частка 2  
Прыродазнаўчыя навукі*

**Брэст • 2012**

Ministry of education of Republic of Belarus  
Educational establishment «Brest state university  
named after A.S. Pushkin»

# *Scientific Proceeding*

*Of Brest state university named  
after A.S. Pushkin*

---

*Collection of scientific works*

*Issue 8*

*Part 2  
Natural Sciences*

**Brest • 2012**

# Вучоныя запіскі



Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна

ЗБОРНИК НАВУКОВЫХ ПРАЦ

2012 • Вып. 8 • Ч. 2

## ЗМЕСТ

### МАТЭМАТЫКА

**Матысик О.В., Савчук В.Ф.** О регуляризации некорректных задач с приближенным оператором явным методом итераций .....7

**Философ К.Ф.** Один способ вычленения простых чисел .....14

### ФІЗІКА

**Плетюхов В.А., Андрусевич П.П.** О внутренней симметрии Дираковских и Дирак-Кэлеровских полей.....25

### ХІМІЯ

**Ступень Н.С.** Эффективные добавки в цементные и бетонные композиции .....46

### БІЯЛОГІЯ

**Абрамова И.В., Гайдук В.Е.** Экология обыкновенного скворца *Sturnus Vulgaris L.* (*Sturnidae, Passriformes*) в юго-западной Беларуси .....56

**Жигар М.П., Матусевич Н.М.** Значение данных анатомии вегетативных органов растений для систематики.....62

**Шкуратова Н.В.** Современное состояние исследований в области экологической анатомии древесных растений .....67

### НАВУКІ АБ ЗЯМЛІ

**Богдасаров М.А., Луцык Н.С., Мазец О.А.** Теоретико-методологическая основа оценки туристско-рекреационного потенциала белорусской части Прибужья .....74

**Богдасаров А.А., Богдасаров М.А.** К вопросу о биостимулирующих особенностях янтарной кислоты и ее производных .....82

**Ломтев В.Л., Нагорных Т.В., Сафонов Д.А.** К строению и сейсмотектонике Курильской дуги и желоба .....88

Звесткі аб аўтарах ..... 102

# Scientific Proceeding



Brest state university named after A.S. Pushkin

COLLECTION OF SCIENTIFIC WORKS

---

---

2012 • Issue 8 • Part 2

---

## INDEX

### MATHEMATIS

- Matysik O.V., Savchuk V.F.** About Regularization of Incorrect Problems with Approximately Operator on a Explicit Iteration Method .....7
- Filozof K.F.** The Method of Finding of Prime Numbers.....14

### PHYSIS

- Pletyukhov V.A., Andrusevich P.P.** On Internal Symmetries of the Dirac and Dirac-Kähler Fields.....25

### CHEMISTRY

- Stupen N.S.** Effective Additives in Cement and Concrete Composition.....46

### BIOLOGY

- Abramova I.V., Gaiduk V.E.** The Ecology of Starling *Sturnus Vulgaris* L. (Sturnidae, Passriformes) in the South-West of Belarus.....56
- Zhigar M.P., Matusevich N.M.** Value Anatomy of Vegetative Organs Plant Systematics.....62
- Shkuratova N.V.** The Modern Directions in the Research of Ecological Anatomy of Woody Plants .....67

### SCIENES ON EARTH

- Bogdasarov M.A., Lutsyk N.S., Mazets O.A.** Theoretical and Methodological Basis of the Assessment of Tourist and Recreational Potential of the Belarusian Part of Pribuzhye .....74
- Bogdasarov A.A., Bogdasarov M.A.** To the Question of Biostimulating Peculiarities of Succinic Acid and its Derivative.....82
- Lomtev V.L., Nagornyh T.V., Safonov D.A.** Peculiarities of the Structure and Seismotectonics of the Kuril Arc & Trench .....88

- 
- 
- Information about the authors .....102
- 
-

Заснаваны ў 2005 годзе

*Галоўны рэдактар*

**М.Э. Часноўскі**

*Намеснікі галоўнага рэдактара:*

А.А. Гарбацкі, А.М. Сендзер (*гуманітарныя і грамадскія навукі*)

К.К. Красоўскі, У.А. Плещохоў (*прыродазнаўчыя навукі*)

*Рэдакцыйны савет:*

А.А. Высоцкі, Л.Г. Лысюк, Б.М. Ляпешка, В.Е. Гайдук, А.Ф. Равінскі, М.П. Ярчак

*Міжнародны савет:*

В.Р. Бязрогаў (Расія), Я.А. Грэбенікаў (Расія), А.М. Круглашоў (Украіна), В.А. Несцяроўскі (Украіна),

Е. Нікітаровіч (Польшча), М. Пілкінгтон (Францыя), А. Юўка (Польшча)

*Рэдакцыйная калегія:*

Г.І. Займіст (*адказны рэдактар па гуманітарных і грамадскіх навук*),

Н.С. Ступень (*адказны рэдактар па прыродазнаўчых навук*),

У.В. Амелькін, С.В. Арцёменка, М.А. Багдасараў, В.Ф. Байнёў, А.В. Брэскі, В.М. Ватыль, А.М. Вітчанка,

А.Л. Гулевіч, М.П. Жыгар, Г.А. Зорын, М.С. Кавалевіч, Т.А. Кавальчук, Ч.С. Кірвель,

М.І. Ляўчук, У.Ф. Мартынаў, А.А. Махнач, А.В. Мацвееў, З.П. Мельнікава, М.І. Мішчанчук,

Я.М. Мясэчка, А.В. Пятроўская, Я.В. Радына, С.В. Рашэтнікаў, Д.Г. Ротман, Б.В. Саліхаў,

У.В. Салтанаў, В.Ф. Саўчук, У.С. Секяржыцкі, У.А. Сенькавец, Я.У. Скакун, А.С. Сляповіч, А.І. Смолік,

В.А. Сцепановіч, В.І. Сянкевіч, М.М. Труш, У.М. Хоміч, А.В. Чарнавалаў, А.В. Чычурын,

Л.В. Шукевіч, Т.І. Якавук, Я.К. Ялавічава, Я.С. Яскевіч

**Адрас рэдакцыі:**

224665, г.Брэст, бульвар Касманаўтаў, 21

тэл.: 21-47-63

e-mail [vesnik@brsu.brest.by](mailto:vesnik@brsu.brest.by)

**ISBN 978-985-473-810-9 (ч. 2)**  
**ISBN 978-985-473-772-0**

© УА «БрДУ імя А.С.Пушкіна», 2012

Founded 2005

*Editor-in-chief*

M.E. Chasnoyski

*Editor-in-chief Deputies*

A.A. Garbatski, A.N. Sender (*the humanities and social sciences*)

K.K. Krasovski, V.A. Pletsyuhov (*natural sciences*)

*Editorial council:*

O.A. Vysotski, L.G. Lysyuk, B.M. Lyapeshko, V.E. Gaiduk, A.F. Ravinski, N.P. Yarchak

*International council:*

V.G. Bezrogov (Russia), E.A. Grebenikov (Russia), A.N. Kruglashov (Ukraine), V.A. Nesterovski (Ukraine),  
Ezhy Nikitarovich (Poland), Mark Pilkington (France), A. Yuvka (Poland)

*Editorial board:*

G.I. Zaimist (*the humanities and social sciences managerial editor*),

N.S. Stupen (*natural sciences managerial editor*),

V.V. Amelkin, S.V. Artyemenko, M.A. Bagdasarov, V.F. Bainev, O.V. Breski, V.N. Vaty, A.N. Vitchenko,

A.L. Gulevich, M.P. Zygar, G.A. Zoryn, M.S. Kovalevich, T.A. Kovalchuk, C.S. Kirvel,

M.I. Levchuk, Y.F. Martynov, A.A. Makhnach, A.V. Matveev, Z.P. Melnikova,

M.I. Mishchenchuk, E.N. Meshechko, O.V. Petrovskaya, Y.V. Radyno, S.V. Reshetnikov,

D.G. Rotman, B.V. Salikhov, V.V. Saltanov, V.F. Savchuk, V.S. Sekerzhitski, V.A. Senkovets, E.V. Skakun,

E.S. Slepovich, A.I. Smolik, V.A. Stepanovich, V.I. Senkevich, N.N. Trush, V.M. Homich, A.V. Chernovalov,

A.V. Chichurin, L.V. Shukevich, T.I. Yakovuk, Y.K. Yalovicheva, Y.S. Yaskevich

**Publishing house address:**

224665, Brest, Bulvar Kosmonavtov, 21

tel.: 21-47-63

e-mail [vesnik@brsu.brest.by](mailto:vesnik@brsu.brest.by)

ISBN 978-985-473-810-9 (ч. 2)

ISBN 978-985-473-772-0

© EE «BrSU named after A.S. Pushkin», 2012



УДК 519.6+517.983.54

**О.В. Матысик, В.Ф. Савчук**

## **О РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИБЛИЖЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ ЯВНЫМ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ**

В гильбертовом пространстве предлагается явный метод итераций решения операторных уравнений I рода с неотрицательным самосопряженным и несамосопряженным ограниченным оператором. Доказана сходимость метода в случае априорного выбора числа итераций в исходной норме гильбертова пространства, в предположении, что погрешности имеются не только в правой части уравнения, но и в операторе. Получены оценки погрешности и априорный момент останова.

В статье предлагается итерационный метод явного типа решения некорректных задач. Случай приближенной правой части уравнения и точного оператора для рассматриваемого метода изучен в работе [1]. Там исследован априорный и апостериорный выбор параметра регуляризации, изучен случай неединственного решения задачи, доказана сходимость метода в энергетической норме. Сравнение предлагаемого метода с хорошо известным методом простой итерации  $x_{n+1} = x_n + \alpha(y - Ax_n)$ ,  $x_0 = 0$  [2–4] показывает, что по мажорантным оценкам погрешности эти методы одинаковы. Однако предлагаемый метод имеет преимущество по сравнению с методом простой итерации в следующем: выполнение здесь одного шага итераций равносильно выполнению двух шагов по методу простой итерации.

В данной статье продолжено изучение предлагаемого метода: доказана его сходимость в случае априорного выбора числа итераций и получены априорные оценки погрешности в предположении, что оператор задан приближенно.

### **1. Постановка задачи**

Пусть  $H$  и  $F$  – гильбертовы пространства и  $A \in \mathcal{L}(H, F)$ , т.е.  $A$  – линейный непрерывный оператор, действующий из  $H$  в  $F$ . Предполагается, что нуль принадлежит спектру оператора  $A$ , но не является его собственным значением. Решается уравнение

$$Ax = y. \quad (1)$$

Задача отыскания элемента  $x \in H$  по элементу  $y \in F$  является некорректной, так как сколь угодно малые возмущения в правой части  $y$  могут вызывать сколь угодно большие возмущения решения.

Предположим, что точное решение  $x^* \in H$  уравнения (1) существует и является единственным. Будем искать его с помощью итерационного процесса

$$x_{n+1} = (E - \alpha A)^2 x_n + 2\alpha y - \alpha^2 Ay, \quad x_0 = 0, \quad (2)$$

где  $E$  – тождественный оператор.

Считаем, что оператор  $A$  и правая часть  $y$  уравнения (1) заданы приближенно, т.е. вместо  $y$  известно приближение  $y_\delta$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ , а вместо оператора  $A$  известен



оператор  $A_\eta$ ,  $\|A - A_\eta\| \leq \eta$ . Предполагаем, что  $0 \in Sp(A_\eta)$ ,  $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$ . Тогда метод (2) примет вид

$$x_{n+1} = (E - \alpha A_\eta)^2 x_n + 2\alpha y_\delta - \alpha^2 A_\eta y_\delta, \quad x_0 = 0. \quad (3)$$

Докажем сходимость метода (3) в случае априорного выбора параметра регуляризации при решении уравнения  $A_\eta x = y_\delta$  с приближенным оператором  $A_\eta$  и приближенной правой частью  $y_\delta$ , получим априорные оценки погрешности. Подобные вопросы изучались в [3], но только для других методов.

## 2. Случай самосопряжённых неотрицательных операторов

Пусть  $H = F$ ,  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$ ,  $0 < \eta \leq \eta_0$ . Итерационный метод (3) запишем в виде:

$$x_n = g_n(A_\eta) y_\delta, \quad (3^1)$$

где  $g_n(\lambda) = \lambda^{-1} [1 - (1 - \alpha\lambda)^{2n}]$ . В [1] получены условия для функций  $g_n(\lambda)$ :

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma n, \quad \gamma = 2\alpha, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{M}, \quad n > 0; \quad (4)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^s |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_s n^{-s}, \quad (n > 0), \quad 0 < s < \infty, \quad \gamma_s = \left(\frac{s}{2\alpha e}\right)^s, \quad 0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}, \quad (5)$$

(здесь  $s$  – степень истокорпредставимости точного решения  $x^* = A^s z$ ,  $s > 0$ ,  $\|z\| \leq \rho$ );

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_0, \quad \gamma_0 = 1, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{M}, \quad n > 0; \quad (6)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty, \quad 0 < \alpha < \frac{2}{M}. \quad (7)$$

Справедлива

**Лемма 1.** Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $\|A_\eta - A\| \leq \eta$ ,  $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$ ,  $(0 < \eta \leq \eta_0)$ ,  $0 < \alpha < \frac{2}{M}$  и выполнены условия (6), (7). Тогда  $\|G_{n\eta} v\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ ,  $\eta \rightarrow 0 \quad \forall v \in N(A)^\perp = \overline{R(A)}$ , где  $N(A) = \{x \in H | Ax = 0\}$  и  $G_{n\eta} = E - A_\eta g_n(A_\eta)$ .

Доказательство.

В силу (6)  $\|G_{n\eta}\| = \|E - A_\eta g_n(A_\eta)\| \leq \gamma_0$ ,  $(n > 0, \quad 0 < \eta \leq \eta_0)$ . Для элементов вида  $v = Aw$ , образующих в  $\overline{R(A)}$  плотное подмножество, на основании (7) имеем

$$\|G_{n\eta} v\| = \|G_{n\eta} Aw\| \leq \|G_{n\eta} (A - A_\eta) w\| + \|G_{n\eta} A_\eta w\| \leq \left( \gamma_0 \eta + \sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)| \right) \|w\| \rightarrow 0$$

при  $n \rightarrow \infty$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Лемма 1 доказана.

Условие сходимости для метода (3) дает





**Тэарэма 1.** *Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $\|A_\eta - A\| \leq \eta$ ,  $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$ ,  $(0 < \eta \leq \eta_0)$ ,  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$ ,  $y \in R(A)$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$  и выполнены условия (4), (6), (7). Выберем параметр  $n = n(\delta, \eta)$  в приближении (3) так, чтобы  $(\delta + \eta)n(\delta, \eta) \rightarrow 0$  при  $n(\delta, \eta) \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Тогда  $x_{n(\delta, \eta)} \rightarrow x^*$  при  $\delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ .*

Доказательство.

Из (3<sup>1</sup>) имеем  $x_n = g_n(A_\eta)y_\delta$ . Тогда

$$\begin{aligned} x_n - x^* &= g_n(A_\eta)y_\delta - x^* = -G_{n\eta}x^* + G_{n\eta}x^* + g_n(A_\eta)y_\delta - x^* = \\ &= -G_{n\eta}x^* + (E - A_\eta g_n(A_\eta))x^* + g_n(A_\eta)y_\delta - x^* = -G_{n\eta}x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*). \end{aligned}$$

Следовательно,  $x_n - x^* = -G_{n\eta}x^* + g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)$ .

Так как по условию (4)  $\|g_n(A_\eta)\| \leq \sup_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma n$ , то

$$\|y_\delta - A_\eta x^*\| \leq \|y_\delta - y\| + \|y - A_\eta x^*\| = \|y_\delta - y\| + \|Ax^* - A_\eta x^*\| \leq \delta + \|A - A_\eta\| \|x^*\| \leq \delta + \eta \|x^*\|.$$

Следовательно,  $\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \leq \|G_{n\eta}x^*\| + \|g_n(A_\eta)(y_\delta - A_\eta x^*)\| \leq \|G_{n\eta}x^*\| + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|)$ .

Из леммы 1 следует, что  $\|G_{n\eta}x^*\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ ,  $\eta \rightarrow 0$ , а по условию теоремы 1  $n(\delta + \eta) \rightarrow 0$  при  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Таким образом,  $\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \rightarrow 0$ ,  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Теорема 1 доказана.

**Тэарэма 2.** *Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $\|A_\eta - A\| \leq \eta$ ,  $Sp(A_\eta) \subseteq [0, M]$ ,  $(0 < \eta \leq \eta_0)$ ,  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$ ,  $y \in R(A)$ ,  $\|y_\delta - y\| \leq \delta$  и выполнены условия (4), (5). Если точное решение истокорпредставимо, т.е.  $x^* = A^s z$ ,  $s > 0$ ,  $\|z\| \leq \rho$ , то справедлива оценка погрешности*

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|), \quad 0 < s < \infty.$$

Доказательство.

Имеем, используя истокорпредставимость точного решения,

$$\|G_{n\eta}x^*\| = \|G_{n\eta}A^s z\| \leq \|G_{n\eta}(A^s - A_\eta^s)z\| + \|G_{n\eta}A_\eta^s z\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho,$$

так как по лемме 1.1 [3, с. 91]  $\|A_\eta^s - A^s\| \leq c_s \eta^{\min(1, s)}$ ,  $c_s = \text{const}$ , ( $c_s \leq 2$  для  $0 < s \leq 1$ ).

Тогда

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_s n^{-s} \rho + \gamma n(\delta + \eta \|x^*\|), \quad 0 < s < \infty. \quad (8)$$



Теорема 2 доказана.

Если минимизировать правую часть оценки (8) по  $n$ , то получим значение априорного момента останова:

$$n_{\text{опт}} = \left[ \frac{s\gamma_s \rho}{\gamma(\delta + \|x^*\| \eta)} \right]^{1/(s+1)} = d_s \rho^{1/(s+1)} \left[ \delta + \eta \|x^*\| \right]^{-1/(s+1)},$$

где  $d_s = \left( \frac{s\gamma_s}{\gamma} \right)^{1/(s+1)}$ . Отсюда  $n_{\text{опт}} = s(2\alpha)^{-1} e^{-s/(s+1)} \rho^{1/(s+1)} (\delta + \eta \|x^*\|)^{-1/(s+1)}$ . Подставим  $n_{\text{опт}}$  в оценку (8), получим

$$\begin{aligned} \|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\|_{\text{опт}} &\leq \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_s \rho (d_s \rho^{1/(s+1)})^{-s} (\delta + \eta \|x^*\|)^{s/(s+1)} + \\ &\quad + \gamma (\delta + \eta \|x^*\|) d_s \rho^{1/(s+1)} (\delta + \eta \|x^*\|)^{-1/(s+1)} = \\ &= \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + (\delta + \eta \|x^*\|)^{s/(s+1)} (d_s^{-s} \gamma_s \rho^{1/(s+1)} + \gamma d_s \rho^{1/(s+1)}) = \\ &= \gamma_0 c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + \rho^{1/(s+1)} c'_s (\delta + \eta \|x^*\|)^{s/(s+1)}, \end{aligned}$$

где  $c'_s = d_s^{-s} \gamma_s + \gamma d_s = (s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)}) \gamma^{s/(s+1)} \gamma_s^{1/(s+1)} = (1+s) e^{-s/(s+1)}$ . Отсюда

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\|_{\text{опт}} \leq c_s \eta^{\min(1, s)} \rho + (1+s) e^{-s/(s+1)} \rho^{1/(s+1)} (\delta + \eta \|x^*\|)^{s/(s+1)}.$$

**Замечание.** Оптимальная оценка погрешности не зависит от  $\alpha$ , но  $n_{\text{опт}}$  зависит от  $\alpha$ . Следовательно, для уменьшения объёма вычислительной работы следует брать  $\alpha$  возможно большим из условия  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$  и таким, чтобы  $n_{\text{опт}}$  было целым.

### 3. Случай несамосопряжённых операторов

В случае несамосопряжённой задачи итерационный метод (3) примет вид

$$x_{n+1} = (E - \alpha A_\eta^* A_\eta)^2 x_n + 2\alpha A_\eta^* y_\delta - \alpha^2 (A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* y_\delta, \quad x_0 = 0. \quad (9)$$

Его можно записать так

$$x_n = g_n (A_\eta^* A_\eta) A_\eta^* y_\delta. \quad (10)$$

Из леммы 1 следует

**Лемма 2.** Пусть  $A, A_\eta \in \mathcal{L}(H, F)$ ,  $\|A_\eta - A\| \leq \eta$ ,  $\|A_\eta\|^2 \leq M$ ,  $0 < \alpha < \frac{2}{M}$  и выполнены условия (6), (7). Тогда



$$\|K_{n\eta}v\| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0, \forall v \in N(A)^\perp = \overline{R(A^*)}, \quad (11)$$

$$\|\tilde{K}_{n\eta}z\| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0, \forall z \in N(A^*)^\perp = \overline{R(A)}, \quad (12)$$

где  $K_{n\eta} = E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)$ ,  $\tilde{K}_{n\eta} = E - A_\eta A_\eta^* g_n(A_\eta A_\eta^*)$ .

Используем лемму 2 для доказательства следующей теоремы.

**Теорема 3.** Пусть  $A, A_\eta \in \mathcal{L}(H, F)$ ,  $\|A - A_\eta\| \leq \eta$ ,  $\|A_\eta\|^2 \leq M$ ,  $(0 < \eta \leq \eta_0)$ ,  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$ ,  $y \in R(A)$ ,  $\|y_\delta - y\| \leq \delta$  и выполнены условия (4), (6), (7). Выберем параметр  $n = n(\delta, \eta)$  так, чтобы

$$(\delta + \eta)^2 n(\delta, \eta) \rightarrow 0 \text{ при } n(\delta, \eta) \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0. \quad (13)$$

Тогда  $x_{n(\delta, \eta)} \rightarrow x^*$  при  $\delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ .

Доказательство.

Для погрешности приближения  $x_{n(\delta, \eta)}$  имеем

$$x_{n(\delta, \eta)} - x^* = -K_{n\eta}x^* + g_n(A_\eta^* A_\eta)A_\eta^*(y_\delta - A_\eta x^*) \quad (14)$$

Здесь  $\|g_n(A_\eta^* A_\eta)A_\eta^*\| = \|g_n(A_\eta^* A_\eta)(A_\eta^* A_\eta)^{1/2}\| \leq \gamma_* n^{1/2}$ , где

$$\gamma_* = \sup_{n>0} \left( n^{-1/2} \sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^{1/2} |g_n(\lambda)| \right) \leq \left( \frac{35}{27} \alpha \right)^{1/2} [1].$$

Поскольку

$$\|y_\delta - A_\eta x^*\| \leq \|y_\delta - y\| + \|y - A_\eta x^*\| = \|y_\delta - y\| + \|Ax^* - A_\eta x^*\| \leq \delta + \eta \|x^*\|,$$

то  $\|g_n(A_\eta^* A_\eta)A_\eta^*(y_\delta - A_\eta x^*)\| \leq \left( \frac{35}{27} \alpha \right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \eta \|x^*\|)$ . Поэтому

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \leq \|K_{n\eta}x^*\| + \|g_n(A_\eta^* A_\eta)A_\eta^*(y_\delta - A_\eta x^*)\| \leq \|K_{n\eta}(x^*)\| + \left( \frac{35}{27} \alpha \right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \eta \|x^*\|).$$

Из леммы 2 следует, что  $\|K_{n\eta}x^*\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty, \eta \rightarrow 0$ , а из условия (13)

$n(\delta + \eta)^2 \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ . Отсюда  $\left( \frac{35}{27} \alpha \right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \eta \|x^*\|) \rightarrow 0$ ,

$n \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ . Таким образом,  $\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \rightarrow 0, n \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$ .

Теорема 3 доказана.

Справедлива



**Теорема 4.** Пусть  $A, A_\eta \in \mathcal{L}(H, F)$ ,  $\|A - A_\eta\| \leq \eta$ ,  $\|A_\eta\|^2 \leq M$ ,  $(0 < \eta \leq \eta_0)$ ,  $0 < \alpha \leq \frac{5}{4M}$ ,  $y \in R(A)$ ,  $\|y_\delta - y\| \leq \delta$ . Если точное решение представимо в виде  $x^* = |A|^s z$ ,  $s > 0$ ,  $\|z\| \leq \rho$ ,  $|A| = (A^* A)^{1/2}$  и выполнены условия (4), (5), то справедлива оценка погрешности

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| \leq \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2} \rho + \left(\frac{35}{27} \alpha\right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \|x^*\| \eta), \quad 0 < s < \infty.$$

Доказательство.

В случае истокообразно представимого точного решения  $x^* = |A|^s z = (A^* A)^{s/2} z$  из (5) получим  $\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^{s/2} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_{s/2} n^{-s/2}$ , где  $\gamma_{s/2} = \left(\frac{s}{4\alpha e}\right)^{s/2}$ . Тогда

$$\|K_{m\eta} |A_\eta|^s z\| = \| |A_\eta|^s [E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)] z \| = \| (A_\eta^* A_\eta)^{s/2} [E - A_\eta^* A_\eta g_n(A_\eta^* A_\eta)] z \| \leq \gamma_{s/2} n^{-s/2} \rho.$$

Отсюда

$$\|K_{m\eta} x^*\| = \|K_{m\eta} |A|^s z\| = \|K_{m\eta} (|A_\eta|^s - |A|^s) z\| + \|K_{m\eta} |A_\eta|^s z\| \leq \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2} \rho,$$

так как из [3, с. 92] имеем  $\left| |A_\eta|^s - |A|^s \right| \leq c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)}$ ,  $c_s = \text{const}$ , ( $c_s \leq 2$  для  $0 < s \leq 1$ ). Из (14)

$$\begin{aligned} \|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\| &\leq \|K_{m\eta} x^*\| + \gamma_* n^{1/2} (\delta + \|x^*\| \eta) = \|K_{m\eta} x^*\| + \left(\frac{35}{27} \alpha\right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \|x^*\| \eta) \leq \\ &\leq \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} \rho + \gamma_{s/2} n^{-s/2} \rho + \left(\frac{35}{27} \alpha\right)^{1/2} n^{1/2} (\delta + \|x^*\| \eta), \quad 0 < s < \infty. \end{aligned} \quad (15)$$

Теорема 4 доказана.

Минимизируя правую часть (15) по  $n$ , получим значение априорного момента останова:

$$\begin{aligned} n_{\text{опт}} &= \left(\frac{s \gamma_{s/2}}{\gamma_*}\right)^{2/(s+1)} \rho^{2/(s+1)} (\delta + \|x^*\| \eta)^{-2/(s+1)} = \\ &= \left(\frac{35}{27}\right)^{-1/(s+1)} s^{(2+s)/(s+1)} (4e)^{-s/(s+1)} \alpha^{-1} \rho^{2/(s+1)} (\delta + \|x^*\| \eta)^{-2/(s+1)}. \end{aligned}$$

Подставив  $n_{\text{опт}}$  в оценку (15), получим оптимальную оценку погрешности для метода итераций (9)



$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\|_{\text{опт}} \leq \gamma_0 c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} \rho + c_s'' \rho^{1/(s+1)} (\delta + \|x^*\| \eta)^{s/(s+1)}, \quad 0 < s < \infty,$$

$$\text{где } c_s'' = \left( s^{1/(s+1)} + s^{-s/(s+1)} \right) \gamma_*^{s/(s+1)} \gamma_{s/2}^{1/(s+1)} = \left( \frac{35}{27s} \right)^{s/(2(s+1))} (s+1)(4e)^{-s/(2(s+1))}.$$

Таким образом,

$$\|x_{n(\delta, \eta)} - x^*\|_{\text{опт}} \leq c_s (1 + |\ln \eta|) \eta^{\min(1, s)} \rho + \left( \frac{35}{27s} \right)^{s/(2(s+1))} (s+1)(4e)^{-s/(2(s+1))} \rho^{1/(s+1)} (\delta + \|x^*\| \eta)^{s/(s+1)}, \quad 0 < s < \infty.$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савчук, В.Ф. Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В.Ф. Савчук, О.В. Матысик. – Брест : Изд-во БрГУ, 2008. – 195 с.
2. Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики / М.М. Лаврентьев. – Новосибирск : Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
3. Вайникко, Г.М. Итерационные процедуры в некорректных задачах / Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. – М. : Наука, 1986. – 178 с.
4. Самарский, А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.

#### ***O.V. Matysik, V.F. Savchuk. About Regularization of Incorrect Problems with Approximately Operator on a Explicit Iteration Method***

The explicit iteration method for solution of the first-kind operator equations with a self-conjugated and non self-conjugated non negative bounded operator in the Hilbert space is proposed. Convergence of a method is proved in case of an apriori choice of number of iterations in usual norm of Hilbert space, supposing that not only the right part of the equation but the operator as well have errors. The estimations of an error and apriori moment of stop are received.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 14.09.2012



УДК 511.2(075.8)

**К.Ф. Филозоф**

## ОДИН СПОСОБ ВЫЧЛЕНЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

В работе рассмотрен способ отыскания простых чисел на отрезках натурального ряда, базирующийся на методе «решета» Эратосфена. Множество чисел рассматриваемого отрезка разбивается на подмножества (арифметические прогрессии), содержащиеся в классах вычетов по некоторому модулю  $m$ . Обоснован оптимальный вариант выбора модуля  $m$  для  $2 \leq m \leq 200$ , позволяющий исследовать на простоту минимально достаточное количество чисел выбранного отрезка. Эффективность предложенного способа проиллюстрирована примерами.

### Введение

Множество натуральных чисел является базовым для построения различных математических теорий, в конечном итоге – для всей математики. Исследование натуральных чисел ведется с древних времен. Уже в IV-м веке до н.э. в пифагорейской школе были получены важные результаты, имеющие фундаментальное значение для этой отрасли математической науки, получившей название «теоретическая арифметика», или более современное «теория чисел». В частности, были заложены основы теории делимости в кольце целых чисел, выделены простые и составные числа, выявлены их основные свойства. Число называется простым, если оно имеет всего два натуральных делителя, и составным, если у него имеется больше двух натуральных делителей. Число «один», таким образом, не относится ни к простым, ни к составным. Каждое составное число может быть записано в виде произведения простых чисел, и это представление единственно, если не учитывать порядок записи множителей (основная теорема арифметики). Представление натурального числа  $n$ , отличного от единицы, в виде  $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_k^{\alpha_k}$ , где  $p_i$  – различные простые числа, а  $\alpha_i$  – натуральные числа,  $i = \overline{1, k}$ , называется каноническим разложением числа  $n$  на простые множители. Отсюда видно, какую важную роль играют простые числа, являясь, по сути, «кирпичиками» всего здания математической науки. Уже древнегреческим математикам был известен критерий простого числа: число  $a$  будет простым тогда и только тогда, когда оно не делится ни на одно простое число, не превосходящее  $\sqrt{a}$ . В III-м веке до н.э. в своих знаменитых «Началах» Эвклид изложил систематическое построение теории делимости, привел алгоритм нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух чисел, доказал, что множество простых чисел бесконечно. Эратосфен (276–196 гг. до н.э.) предложил способ отыскания простых чисел, не превышающих данного натурального числа  $a$  («решето» Эратосфена). Он состоит в том, что из данного множества вычеркивают все числа, делящиеся на простые числа  $p$ , где  $p \leq \sqrt{a}$ , кроме самих этих простых чисел. Причем для выяснения того, делится ли данное число на простое число  $p$ , необязательно знать признаки делимости или выполнять непосредственное деление на  $p$ . Ведь на  $p$  делится каждое  $p$ -е число в натуральном ряду после любого числа, делящегося на  $p$ . Вычеркивая таким образом все числа, начиная с  $2p$  (и даже с  $p^2$ ), для всех простых  $p \leq \sqrt{a}$ , включая и вычеркнутые ранее, получим на отрезке  $[1; a]$  невычеркнутыми только все простые числа и число 1. В настоящее время составлены таблицы про-



стых чисел до 15000000 (разумеется, не «вручную»). Расцвет теории чисел начался в VII–VIII вв. (труды Ферма, Паскаля, Декарта, Эйлера, Гаусса). И еще более значительные успехи в теоретико-числовых исследованиях были достигнуты в XIX–XX вв., когда были открыты новые, революционные по своей сущности методы и получены принципиально новые результаты (Дедекин, Риман, Коши, Дирихле, Чебышев, Чеботарев, Шнирельман, Виноградов, Хинчин, Линник и др.). Интерес к теоретико-числовым проблемам, задачам не ослабевает и сейчас.

Относительно рассматриваемой в нашей работе темы отметим следующее: 1) очень много задач на простые и составные числа, имеющих, казалось бы, простую формулировку, не решены до сих пор; 2) даже решенные задачи, проблемы могут дать много полезного для развития математического мышления тех, кто изъявит желание найти свой способ их решения. Этот второй аспект мы считаем тоже важным, можно даже сказать, прикладным аспектом математической науки. Именно он явился мотивационным для выбора темы нашей работы, ее основной целью; 3) тематика статьи входит в вузовский курс алгебры и теории чисел, являющийся базовым в подготовке бакалавра по специальности «математика». Предложенная нами работа может оказаться интересной студентам при изучении этого предмета. Изложение темы не предполагает углубленных познаний в теории чисел, поэтому доступно не только студентам, но и ученикам старших классов средней школы, занимающихся в математических кружках или изучающих математику глубже на факультативных занятиях. Поэтому мы приводим достаточно детализированные выкладки, многие из которых очевидны для специалистов. Учителю несложно будет предварительно адаптировать ДЛЯ учеников неизвестные им математические понятия и факты, имеющиеся в работе.

И если после ознакомления с нашей работой у кого-то возникнет интерес к затронутым в ней вопросам, желание углубить свои познания о простых числах, мы будем считать свою цель достигнутой.

### **Постановка задачи, обоснование способа решения**

Решим задачу: выделить все простые числа, не превышающие некоторого натурального числа  $a$ .

Как было отмечено выше, задачу можно решить с помощью классического «решета» Эратосфена. Но при больших значениях  $a$  приходится исследовать огромное количество чисел. Это, понятно, громоздкий процесс.

Зададимся целью найти оптимальный способ решения нашей задачи, то есть сократить до определенного минимума количество проверяемых на простоту чисел, не упустив ни одного простого числа.

При этом используем следующие свойства простых и составных чисел:

- каждое число или делится на простое число, или взаимно простое с ним;
- каждое составное число имеет по крайней мере один простой делитель;
- минимальный простой делитель составного числа  $a$  не превышает  $\sqrt{a}$ , а также упомянутый во вступлении критерий простого числа, являющийся следствием этих свойств.

Сократить количество проверяемых чисел можно, например, так: отбросить все четные, кроме числа 2, являющегося единственным простым четным. Тогда для проверки останется половина от начального количества чисел. Но и половина – это еще много. Рассмотрим теперь любое натуральное число  $m$ , допустим, в пределах  $2 < m \leq 50$  и выделим из нашего множества отдельные подмножества чисел, имеющие





при делении на  $m$  одинаковые остатки. Такие числа называются конгруэнтными по модулю  $m$ , а классы конгруэнтных по модулю  $m$  чисел называются классами вычетов по модулю  $m$ . Факт конгруэнтности чисел  $a$  и  $b$  по модулю  $m$  записывают так:  $a \equiv b \pmod{m}$ . В зависимости от остатка при делении чисел одного класса вычетов на модуль  $m$  можно все такие классы обозначить символами:  $K_0^{(m)}, K_1^{(m)}, K_2^{(m)}, \dots, K_{m-1}^{(m)}$ . Их объединение составляет множество  $Z$  всех целых чисел. Но символы внизу не обязательно должны быть остатками от деления чисел из этого класса на  $m$ , сюда можно поставить любое число из данного класса. Итак,  $K_r^{(m)} = \{x : x \equiv r \pmod{m}\} = \{r + mt, t \in Z\}$ . Легко доказывается теорема о том, что все числа из одного класса вычетов по модулю  $m$  имеют с модулем  $m$  один и тот же НОД, то есть если  $a \in K_r^{(m)}$ , то  $(a, m) = (r, m)$ . Из этого следует, что если хоть одно число из класса  $K_r^{(m)}$  будет взаимно простым с модулем, то и все числа из этого класса будут взаимно просты с модулем (говорят еще: весь класс взаимно прост с модулем).

Если для решения поставленной нами задачи разбить множество данных натуральных чисел из отрезка  $[1; a]$  на подмножества, содержащиеся, например, в классах вычетов по модулю 7, то получим, что класс  $K_0^{(7)}$  состоит из составных чисел, делящихся на 7, за исключением самого числа 7, являющегося простым. Значит, этот класс можно и не рассматривать, выписав лишь из него само число 7. Но остальные шесть классов по модулю 7 содержат в себе как простые, так и составные числа. Следовательно, эти классы, содержащие  $\frac{6}{7}$  от всего количества чисел, подлежат исследованию. Получили еще хуже результат, чем при распределении на четные и нечетные числа. То есть при выборе  $m = 2$  чисел для проверки остается намного меньше, чем при выборе  $m = 7$ .

Разобьем теперь наш отрезок по классам вычетов по модулю 30. Получаем совсем другую картину: на нашем отрезке в классах  $K_2^{(30)}, K_3^{(30)}, K_5^{(30)}$  будет всего по одному простому числу 2, 3 и 5 соответственно, все остальные числа в них составные, кратные указанным простым. Далее, во всех других классах  $K_r^{(30)}$ , где  $(r, 30) > 1$ , простых чисел быть не может. Действительно, любое число  $n$ , принадлежащее классу  $K_r^{(30)}$  в рассматриваемом нами множестве  $[1; a]$ , имеет вид  $n = r + 30k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , причем  $(n, 30) = (r, 30) > 1$ . И тогда  $n$  делится хотя бы на один простой делитель числа 30, не совпадая с этим простым делителем. Значит, оно составное. Итак, все такие классы можно не рассматривать. Для исследования остаются только классы, взаимно простые с модулем. Их количество равно  $\varphi(30) = 8$  (по определению функции Эйлера), остальные 22 класса не рассматриваем, ибо в них нет простых чисел, за исключением трех отмеченных ранее чисел 2, 3 и 5. Например, если взять  $a = 600$ , то эти 600 чисел мы распределим в зависимости от остатков при делении на 30 в 30 классов по 20 чисел в каждом, а для проверки останется лишь 160 чисел, то есть меньше трети чисел, имеющих вначале.

Приведенные примеры позволяют сделать некоторые предварительные выводы.

Во-первых, если распределить числа в классы вычетов по модулю  $m$ , то для проверки следует оставить только  $\varphi(m)$  классов, взаимно простых с модулем, в других классах нет простых чисел, за исключением простых делителей модуля, которые можно записать с самого начала.





Во-вторых, не стоит брать простой модуль  $p$ , так как  $\varphi(p) = p - 1$ , и слишком много чисел остается для проверки.

В-третьих, очевидно, что в случае, если  $\varphi(m_1) = \varphi(m_2)$ , а  $m_1 > m_2$ , что тоже не исключено, более эффективным будет модуль  $m_1$ , то есть больший из этих модулей, поскольку классов для проверки остается одинаковое количество, но в классах по большему модулю содержится меньше чисел.

В-четвертых, очевидно, что эффективность модуля определяется отношением  $\frac{\varphi(m)}{m}$ : чем оно меньше, тем лучше подходит число  $m$  в роли модуля для распределения имеющихся чисел по классам вычетов по данному модулю, состоящих из чисел вида  $mk + r$ , где  $(r, m) = 1$ . Этот вывод является главным для решения нашей задачи.

Мы исследовали все числа  $m$ , не превосходящие числа 200. Простые числа  $p$  сразу отбрасываем, поскольку отношение  $\frac{\varphi(p)}{p} = \frac{p-1}{p}$  слишком близко к единице.

В таблице 1 приведены результаты для составных  $m$ , где  $10 \leq m \leq 50$ .

Таблица 1

$m$	$\varphi(m)$	$\frac{\varphi(m)}{m}$	$m$	$\varphi(m)$	$\frac{\varphi(m)}{m}$	$m$	$\varphi(m)$	$\frac{\varphi(m)}{m}$
10	4	0,4	25	20	0,8	38	18	0,473...
12	4	0,(3)	26	12	0,461...	39	24	0,615...
14	6	0,428...	27	18	0,(6)	40	16	0,4
15	8	0,533...	28	12	0,428...	<b>42</b>	<b>12</b>	<b>0,285...</b>
16	8	0,5	<b>30</b>	<b>8</b>	<b>0,2(6)</b>	44	20	0,454...
18	6	0,(3)	32	16	0,5	45	24	0,533...
20	8	0,4	33	20	0,606...	46	22	0,478...
21	12	0,571...	34	16	0,470...	48	16	0,(3)
22	10	0,454...	35	24	0,685...	49	42	0,875...
24	8	0,(3)	36	12	0,(3)	50	20	0,4

Таблица показала, что минимальное отношение  $\frac{\varphi(m)}{m}$  будет при единственном

$m = 30$ :  $\frac{\varphi(30)}{30} = 0,2(6)$ . Незначительно отличается результат для  $m = 42$ :

$\frac{\varphi(42)}{42} = 0,285...$  Все остальные отношения больше этих двух.

Рассмотрев все остальные  $m$ , не превышающие числа 200, мы получили следующие результаты:

$$\frac{\varphi(60)}{60} = \frac{\varphi(90)}{90} = \frac{\varphi(120)}{120} = \frac{\varphi(150)}{150} = \frac{\varphi(180)}{180} = \frac{\varphi(30)}{30} = 0,2(6).$$

$$\frac{\varphi(84)}{84} = \frac{\varphi(126)}{126} = \frac{\varphi(168)}{168} = \frac{\varphi(42)}{42} = 0,(285714).$$

Укажем также, для каких еще чисел  $m$  рассматриваемое отношение незначи-



тельно отличается от минимального и является меньшим, чем одна треть.

$$\frac{\varphi(66)}{66} = \frac{\varphi(132)}{132} = \frac{\varphi(198)}{198} = 0,(30); \quad \frac{\varphi(78)}{78} = \frac{\varphi(156)}{156} = 0,(307692);$$
$$\frac{\varphi(102)}{102} = 0,313\dots; \quad \frac{\varphi(114)}{114} = 0,315\dots; \quad \frac{\varphi(138)}{138} = 0,318\dots; \quad \frac{\varphi(186)}{186} = 0,322\dots$$

Для всех остальных значений модуля интересующее нас отношение является не меньшим одной трети.

Итак, мы нашли оптимальный модуль  $m = 30$  (либо 60, 90, 120, 150, 180). Остановим свой выбор на  $m = 30$ . Тогда исследуемые числа распределяем по таким классам, взаимно простым с 30:  $K_1^{(30)}$ ,  $K_7^{(30)}$ ,  $K_{11}^{(30)}$ ,  $K_{13}^{(30)}$ ,  $K_{17}^{(30)}$ ,  $K_{19}^{(30)}$ ,  $K_{23}^{(30)}$ ,  $K_{29}^{(30)}$ . Условимся числа одного класса записывать в столбик (хотя это не обязательно, можно и по строкам). Запись чисел в каждом столбике очень легка: каждое последующее число получаем из предыдущего прибавлением числа 30 (модуля), это следует из определения конгруэнтных чисел. Значит, все числа в каждом классе представляют собой арифметическую прогрессию с разностью, равной выбранному модулю. Более того, при наших оптимальных модулях все члены прогрессии даже оканчиваются на одну и ту же цифру, что очень удобно для записи чисел в таблицу. Количество столбиков равняется  $\varphi(m)$ , для  $m = 30$  их число равно 8, для  $m = 60$  их будет  $\varphi(60) = 16$  и т.д. Количество строчек зависит от данного в условии числа  $a$ .

Как было установлено, минимально достаточное количество чисел, подлежащих рассмотрению на простоту, для модулей 30, 60, 90, 120, 150, 180 одинаково. Но может возникнуть вопрос: будут ли все исследуемые числа при этих разных модулях тоже одними и теми же? Не случится ли так, что при одном из этих модулей какое-то число подлежит исследованию, а при другом модуле оно выпадет из поля зрения? Ответ получим, исходя из канонического разложения этих модулей.

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5; \quad 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5;$$
$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5; \quad 150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2; \quad 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Видим, что все числа имеют одни и те же простые делители. В нашей таблице мы записываем только те числа, которые взаимно просты с модулем. Обратимся теперь к следующему свойству взаимно простых чисел: число  $n$  будет взаимно простым с числом  $m$ , если  $n$  не делится ни на один простой делитель числа  $m$ . Отсюда вывод: представленные в таблицах, составленных по указанным модулям, множества чисел, взаимно простых с каждым из этих модулей, полностью совпадают.

Чтобы получить при помощи «решета» Эратосфена все простые числа в так составленной таблице, надо в каждом столбике вычеркнуть каждое число, делящееся на простое  $p$ , кроме самого  $p$ , для всех  $p \leq \sqrt{a}$  (напомним, что  $a$  – максимальное число таблицы). Покажем, что и в нашей таблице принцип вычеркивания остается таким же, как и в классическом «решете» Эратосфена: на 7 делится каждое седьмое после найденного любого в столбике, делящегося на 7; на 11 – каждое одиннадцатое и т.д.

Действительно, в каждом столбике  $K_r^{(30)}$  каждое  $x_k \in K_r^{(30)}$  имеет вид  $x_k = r + 30k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , а седьмым после него в столбике является  $x_{k+7} = r + 30(k+7)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , то есть  $x_{k+7} = x_k + 30 \cdot 7$ . Если  $x_k : 7$ , то получится, что и  $x_{k+7} : 7$ , причем между ними чисел, делящихся на 7, нет, так как число  $x_{k+s} = x_k + 30 \cdot s$  при  $1 < s < 7$  на 7 не делится. Аналогично будет для всех остальных простых чисел и, соответственно, моду-



лей. Поэтому будет легко вычеркивать соответствующие составные числа в таблице, отыскав любое из них (чаще всего первое в столбике). На том, как находить это первое число в нетривиальных случаях, мы остановимся ниже, рассматривая примеры. После выполнения процедуры вычеркивания для всех простых  $p \leq \sqrt{a}$  в таблице останутся только простые числа, кроме простых делителей модуля, и число 1. Таким образом будут найдены все простые числа, не превышающие числа  $a$ . Задача решена.

### Примеры

*Пример 1.* Составить таблицу простых чисел, не превышающих числа 600.

*Решение.* Как было установлено, все натуральные числа, не превышающие числа 600, можно распределить по классам вычетов по модулю 30 (или по модулям, равноценным этому с точки зрения оптимальности решения). Поэтому для проверки останутся всего 160 чисел из 600. Они будут записаны в 8 столбиках и 20 строчках. В таблице 2 мы выписали только первые и последние три строки.

Таблица 2

$K_1^{(30)}$	$K_7^{(30)}$	$K_{11}^{(30)}$	$K_{13}^{(30)}$	$K_{17}^{(30)}$	$K_{19}^{(30)}$	$K_{23}^{(30)}$	$K_{29}^{(30)}$
1	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	49	53	59
61	67	71	73	77	79	83	89
...	...	...	...	...	...	...	...
511	517	521	523	527	529	533	539
541	547	551	553	557	559	563	569
571	577	581	583	587	589	593	599

Далее:  $\sqrt{600} \approx 25$ .

Выписываем все простые числа, не превышающие 25, начиная с 7: 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Затем вычеркнем согласно описанному выше алгоритму все составные числа, делящиеся на эти простые. К оставшимся невычеркнутыми числам, кроме числа 1, не забудем добавить простые делители числа 30, о которых сказано вначале, и тогда получаем все простые числа, не превышающие числа 600. Мы их записали в таблице 3.

Таблица 3

2	31	73	127	179	233	283	353	419	467	547
3	37	79	131	181	239	293	359	421	479	557
5	41	83	137	191	241	307	367	431	487	563
7	43	89	139	193	251	311	373	433	491	569
11	47	97	149	197	257	313	379	439	499	571
13	53	101	151	199	263	317	383	443	503	577
17	59	103	157	211	269	331	389	449	509	587
19	61	107	163	223	271	337	397	457	521	593
23	67	109	167	227	277	347	401	461	523	599
29	71	113	173	229	281	349	409	463	541	



В следующем примере мы рассмотрим более удаленные от начала отрезки натурального ряда и найдем на них все простые числа.

*Пример 2.* Найти все простые числа на отрезке  $[5201; 5534]$ .

*Решение.* На этом отрезке есть 334 натуральных числа. Как и в предыдущем примере, распределим их по классам вычетов по модулю 30, и тогда останется для проверки только 90 чисел (таблица 4). Выписываем все простые числа  $p \leq \sqrt{5534} \approx 75$ , кроме 2, 3, 5 (как было сказано выше, в таблице нет чисел, кратных этим простым числам): 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73. Для каждого такого простого  $p$  находим в каждом столбике первое число, делящееся на  $p$ , вычеркиваем его и каждое  $p$ -е после него. Например, для  $p = 7$  будут вычеркнуты числа (по столбикам): 5341; 5257 и 5467; 5383; 5327; 5299 и 5509; 5243 и 5453; 5369.

Таблица 4

$K_1^{(30)}$	$K_7^{(30)}$	$K_{11}^{(30)}$	$K_{13}^{(30)}$	$K_{17}^{(30)}$	$K_{19}^{(30)}$	$K_{23}^{(30)}$	$K_{29}^{(30)}$
		5201	5203	5207	<b>5209</b>	5213	5219
5221	<b>5227</b>	<b>5231</b>	<b>5233</b>	<b>5237</b>	5239	5243	5249
5251	5257	<b>5261</b>	<b>5263</b>	5267	5269	<b>5273</b>	<b>5279</b>
<b>5281</b>	5287	5291	5293	<b>5297</b>	5299	<b>5303</b>	<b>5309</b>
5311	5317	5321	<b>5323</b>	5327	5329	<b>5333</b>	5339
5341	<b>5347</b>	<b>5351</b>	5353	5357	5359	<b>5363</b>	5369
5371	5377	<b>5381</b>	5383	5387	5389	<b>5393</b>	<b>5399</b>
5401	<b>5407</b>	5411	<b>5413</b>	<b>5417</b>	<b>5419</b>	5423	5429
<b>5431</b>	<b>5437</b>	<b>5441</b>	<b>5443</b>	5447	<b>5449</b>	5453	5459
5461	5467	<b>5471</b>	5473	<b>5477</b>	<b>5479</b>	<b>5483</b>	5489
5491	5497	<b>5501</b>	<b>5503</b>	<b>5507</b>	5509	5513	<b>5519</b>
<b>5521</b>	<b>5527</b>	<b>5531</b>	5533				

После выполнения всех вычеркиваний в таблице получим невычеркнутыми 42 числа, это и есть все искомые простые числа на отрезке  $[5201; 5534]$ . Здесь они выделены жирным шрифтом. Из них 8 пар так называемых чисел- «близнецов», то есть простых чисел, разность между которыми равна 2. В таблице они подчеркнуты.

*Замечание 1.* Чтобы упростить поиск чисел, делящихся на  $p$ , можно поступить следующим образом: найти минимальное и максимальное значение  $q_{\min}$  и  $q_{\max}$  частного от деления на  $p$  чисел этой таблицы, потом для  $q \in [q_{\min}; q_{\max}]$  найти произведения  $qp$ , являющиеся искомыми составными числами, делящимися на  $p$ . Еще отметим, что из всех таких  $q$  можно сразу отбросить делящиеся либо на 2, либо на 3, либо на 5, поскольку заведомо известно, что чисел вида  $2t$ ,  $3t$ ,  $5t$  ( $t \in \mathbb{N}$ ) в таблице нет. Например, для  $p = 43$  получаем  $\frac{5201}{43} = 120,9\dots$ ;  $\frac{5533}{43} = 128,6\dots$ ; таким образом,  $q_{\min}(43) = 121$  и  $q_{\max}(43) = 128$ . Из этих  $q \in [120; 128]$  отсеиваем кратные 2, 3, 5, после чего остаются всего два значения:  $q = 121$  и  $q = 127$ . Получили, что в нашей таблице есть только два числа, делящихся на 43:  $121 \cdot 43 = 5203$  и  $127 \cdot 43 = 5461$ . Для  $p = 47$  получаем



$\frac{5201}{47} = 110,6\dots$ ;  $\frac{5533}{47} = 117,7\dots$ ; то есть  $q_{\min}(47) = 111$  и  $q_{\max}(47) = 117$ . Из этих  $q \in [111; 117]$  отсеиваем кратные 2, 3, 5, после чего остается всего одно значение  $q = 113$ . Получили, что в нашей таблице есть только одно число, делящееся на 43:  $113 \cdot 47 = 5311$ . Кстати, для многих простых  $p$  здесь будет всего одно или два числа, кратных  $p$ , поэтому процесс вычеркивания будет не особо громоздким.

Если таблица довольно большая, то отыскать в каждом столбике  $K_r^{(m)}$  первое (как и любое) число, делящееся на данное простое  $p$ , можно при помощи конгруэнций. Если  $x \div p$ , то  $x \equiv 0 \pmod{p}$ , или  $r + mt \equiv 0 \pmod{p}$ . Допустимые значения параметра  $t$  получим из неравенств  $a \leq x \leq b$ , где  $a$  и  $b$  – минимальное и максимальное числа в этом столбике. Можно ограничиться лишь одним неравенством  $x \geq a$ , если искать только первое число столбика, делящееся на  $p$ . Найдем таким способом, например, числа в первом столбике таблицы 4, делящиеся на 13 и на 17. Для этого решаем две конгруэнции:  $1 + 30t \equiv 0 \pmod{13}$  и  $1 + 30k \equiv 0 \pmod{17}$ ,  $t, k \in \mathbb{N}$ . Обозначим  $x = 1 + 30t$  и  $y = 1 + 30k$ .

$$\begin{aligned} 1 + 30t &\equiv 0 \pmod{13}; & 1 + 30k &\equiv 0 \pmod{17}; \\ 30t &\equiv -1 \pmod{13}; & 30k &\equiv -1 \pmod{17}; \\ 4t &\equiv 12 \pmod{13}; & -4k &\equiv 16 \pmod{17}; \\ t &\equiv 3 \pmod{13}; & k &\equiv -4 \pmod{17}; \\ t &= 3 + 13m; \quad m \in \mathbb{N}; & k &= -4 + 17s; \quad s \in \mathbb{N}; \\ x &= 1 + 30 \cdot (3 + 13m) = 91 + 390m. & y &= 1 + 30 \cdot (-4 + 17s) = -119 + 510s. \end{aligned}$$

Допустимые значения параметров находим из неравенств  $5221 \leq x \leq 5521$ ,  $5221 \leq y \leq 5521$ . Получим:  $13 \frac{2}{13} \leq m \leq 13 \frac{12}{13}$ ;  $10 \frac{8}{17} \leq s \leq 11 \frac{1}{17}$ , откуда видим, что таких натуральных  $m$  нет, а из второго неравенства следует, что  $s = 11$ . Значит, в первом столбике нет чисел, делящихся на 13, и имеется всего одно число  $y = -119 + 510 \cdot 11 = 5491$ , делящееся на 17.

*Замечание 2.* Как было сказано ранее, все числа таблицы 4 можно было бы распределить по-другому, взяв, например, модуль  $m = 60$ . Тогда мы получили бы таблицу 5.

Таблица 5

$K_1^{(60)}$	$K_7^{(60)}$	$K_{11}^{(60)}$	$K_{13}^{(60)}$	$K_{17}^{(60)}$	$K_{19}^{(60)}$	$K_{23}^{(60)}$	$K_{29}^{(60)}$	$K_{31}^{(60)}$	$K_{37}^{(60)}$	$K_{41}^{(60)}$	$K_{43}^{(60)}$	$K_{47}^{(60)}$	$K_{49}^{(60)}$	$K_{53}^{(60)}$	$K_{59}^{(60)}$
										5201	5203	5207	5209	5213	5219
5221	5227	5231	5233	5237	5239	5243	5249	5251	5257	5261	5263	5267	5269	5273	5279
5281	5287	5291	5293	5297	5299	5303	5309	5311	5317	5321	5323	5327	5329	5333	5339
5341	5347	5351	5353	5357	5359	5363	5369	5371	5377	5381	5383	5387	5389	5393	5399
5401	5407	5411	5413	5417	5419	5423	5429	5431	5437	5441	5443	5447	5449	5453	5459
5461	5467	5471	5473	5477	5479	5483	5489	5491	5497	5501	5503	5507	5509	5513	5519
5521	5527	5531	5533												

Эта таблица ничем не хуже предыдущей, за исключением наличия большего количества пустых клеточек.

*Замечание 3.* Интересен вопрос об арифметических прогрессиях, состоящих лишь из простых чисел. Понятно, что их разность  $d$  – четное число. Приведем примеры: 5, 11,



17, 23, 29;  $d = 6$ . Это единственная прогрессия с данной разностью, состоящая из пяти членов, так как среди любых последовательных пяти членов арифметической прогрессии один (и только один) делится на 5 (в нашей задаче мы обосновывали аналогичное утверждение для вычеркивания составных чисел). Будучи простым, этот член должен равняться числу 5, и понятно, что это число является первым в такой прогрессии. Остальные прогрессии с разностью 6 содержат максимум 4 члена (простых). Например, 251, 257, 263, 269; еще 1741, 1747, 1753, 1759. В нашей таблице 4 тоже видим две прогрессии с разностью 6, одна из них содержит три члена – 5407, 5413, 5419, а другая – четырехчленная: 5431, 5437, 5443, 5449.

В таблице 4 существуют и другие арифметические прогрессии, состоящие из одних простых чисел. Количество их членов  $n$  от трех до пяти, разность  $d = 30; 60; 90; 120; 150; 180$ . Мы выписали их в таблице 6.

Таблица 6

$d$	$n$	Члены прогрессии
30	3	5419, 5449, 5479
60	3	5273, 5333, 5393
60	3	5381, 5441, 5501
90	3	5297, 5387, 5477
90	3	5303, 5393, 5483
90	3	5347, 5437, 5527
120	3	5231, 5351, 5471
120	3	5279, 5399, 5519
150	3	5231, 5381, 5531
30	4	5441, 5471, 5501, 5531
90	4	5233, 5323, 5413, 5503
90	4	5261, 5351, 5441, 5531
30	5	5273, 5303, 5333, 5363, 5393

Среди известных подобных прогрессий наибольшую длину имеет прогрессия, состоящая из 12 членов. Она была найдена В.А. Голубевым, ее первый член равен 23143, разность 30030 [5, с. 35].

Пока неизвестно, существует ли арифметическая прогрессия любой длины, состоящая из одних простых членов.

### Заключение

Рассмотренный нами способ выделения простых чисел на отрезках натурального ряда является частичным случаем задачи о нахождении простых чисел в арифметических прогрессиях, так как каждый столбик в составленной таблице является арифметической прогрессией – подмножеством класса вычетов по выбранному модулю. Мы рассматривали классы, взаимно простые с модулем, а в них – конечные арифметические прогрессии, все их члены взаимно просты с модулем. Еще в 1788 г. Лежандр высказал предположение о том, что в каждой бесконечной арифметической прогрессии, в которой первый член взаимно прост с модулем, содержится бесконечное количество простых чисел. Эту теорему доказал Дирихле в 1837 г.

Простые числа оставались объектом исследования и в дальнейшем. Были получены важные результаты в этой области. Приведем некоторые из них, касающиеся те-





мы нашей работы.

Метод «решета» Эратосфена впервые модифицировал Лежандр (1798 г.), используя при этом функцию Мебиуса. Применив новое «решето», он показал, что  $\pi(x) = o(x)$ , где  $\pi(x)$  – количество простых чисел, не превышающих числа  $x$  [2, с. 38]. Это был один из первых важных результатов в исследовании функции  $\pi(x)$ .

Современные модификации этого метода принадлежат норвежским математикам В. Бруну (1920 г.) и А. Сельбергу (1947 г.), советскому математику Ю. Линнику [4, с. 6, 7, 15, 44].

Еще в 1737 г. Л. Эйлер доказал, что ряд величин, обратных к простым числам, сходится, что еще раз свидетельствует о бесконечности множества простых чисел. Но известно, что ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  является сходящимся. Поэтому имеем, что в определенном смысле простые числа расположены гуще в натуральном ряду, чем квадраты целых чисел.

Природу функции  $\pi(x)$  изучали многие математики. П.Л. Чебышев установил (1850 г.) асимптотический закон распределения простых чисел в натуральном ряду:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \pi(x) : \frac{x}{\ln x} = 1$ , то есть  $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln x}$ . А в 1896 г. почти одновременно Адамар и Валле

Пуссен доказали, используя дзета-функцию Римана, что  $\pi(x) \sim \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$ , причем погрешность при вычислениях с помощью интегрального логарифма меньше, чем дает

функция  $\frac{x}{\ln x}$  [2, с. 54]. В настоящее время установлено также много критериев простоты числа [6, с. 31–40].

Разные «решета» Бруна (двойные, тройные и вообще многократные) служат для «просеивания» чисел в арифметических прогрессиях с начальным членом  $a > 0$  и разностью  $m > 0$ , где  $(a, m) = 1$ . Этим же методом можно оценить сверху количество «близнецов» – пар простых чисел  $p-2$  и  $p$ , где  $p \leq x$ . Существует 152892 пары «близнецов» меньших, чем  $x = 30000000$  [5, с. 17]. Известны также очень большие «близнецы», например 8004119 и 8004121, 10006427 и 10006429, 1000000009649 и 1000000009651. Пока не установлено, является ли множество «близнецов» бесконечным. Но В. Брун доказал (в 1919 г.), что даже если это и так, то ряд, состоящий из обратных к ним чисел, является сходящимся. Это свидетельствует о том, что «близнецы» в натуральном ряду встречаются очень редко.

С использованием «решета» Сельберга доказана красивая теорема о простых числах в арифметических прогрессиях: если  $1 \leq m < x$ ,  $0 \leq a < m$ ,  $(a, m) = 1$ ,  $\pi(x, m, a)$  – количество простых чисел в арифметической прогрессии с первым членом  $a$  и разностью  $m$ , не превосходящих числа  $x$ , то  $\pi(x, m, a) < c \cdot \frac{x}{\varphi(m) \cdot \ln \frac{x}{m}}$ , где  $c$  – некоторая абсолютная постоянная. Также установлено, что  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x, m, a)}{\pi(x)} = \frac{1}{\varphi(m)}$ . Обратим внимание на то, что этот предел не зависит от  $a$ . Из этого следует, что все классы вычетов, взаимно простые с модулем, содержат асимптотически равное количество простых чисел.



Ю. Линник доказал, что существует такая абсолютная постоянная  $C_{50}$ , что для любого натурального  $m$  в каждом классе вычетов по модулю  $m$ , взаимно простом с  $m$ , имеется простое число  $p < m^{C_{50}}$  [1, с. 94].

Общий член каждого класса вычетов по модулю  $m$  выражается линейной функцией от одной переменной, это частичный случай многочлена с целыми коэффициентами от одной переменной. По теореме Дирихле видим, что среди множества значений линейной функции  $f(x) = a + mx$ , где  $(a, m) = 1$ , существует бесконечно много простых чисел. Закономерен вопрос о существовании хоть одного многочлена  $f(x) \in Z[x]$ , который при всех натуральных значениях  $x$  принимает только простые значения. Оказалось, что такого многочлена не существует: среди значений каждого многочлена  $f(x) \in Z[x]$  с положительным старшим коэффициентом имеется бесконечное множество составных [1, с. 24, с. 117], [2, с. 18–19], [4, с. 18]. Но доказано, что существует такое вещественное  $A > 1$ , что целая часть  $[A^{3^n}]$  всегда проста [2, с. 19]. Отметим еще один интересный результат, полученный ленинградским математиком Ю.В. Матиясевичем: существует многочлен  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  с целыми коэффициентами такой, что множество его положительных значений совпадает с множеством простых чисел, когда переменные принимают все целые значения. В первой работе автора это был многочлен 21-й степени от 21 переменной [2, с. 19–20].

Мы привели лишь немногие из различных многочисленных результатов, которыми обогатилась теория чисел в последние десятилетия. Они очень интересны, как и предмет теории чисел в целом. Поэтому эта наука увлекает не только специалистов-математиков, но и любителей математики [3], сумевших увидеть ее красоту. И все же, несмотря на значительные достижения, с простыми числами связано значительно больше вопросов, нежели уже доказанных фактов, разрешенных проблем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов, И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – М.: Наука, 1981. – 182 с.
2. Воронин, С.М. Простые числа / С.М. Воронин. – М.: Знание, 1978. – 64 с.
3. Орешкин, П. Восьмеричный путь к простым числам / П. Орешкин // Техника – молодежи. – 1970. – №2. – С.41–42.
4. Прахар, К. Распределение простых чисел / К. Прахар. – М.: Мир, 1967. – 512 с.
5. Серпинский, В. Что мы знаем и чего не знаем о простых числах / В. Серпинский. – М.-Л.: Физматгиз, 1963. – 92 с.
6. Трост, Э. Простые числа / Э. Трост. – М.: Физматгиз. – 1959. – 136 с.

#### ***K.F. Filozof. The Method of Finding of Prime Numbers***

A method of finding of prime numbers on segments of natural sequence is considered in the article. It is based on the idea of Eratosthenes sieve. Set of numbers of the considered segment is divided into subsets (arithmetic progressions), which are contained in the residue classes with respect to modulo  $m$ . Optimum alternative is validated for selection of arithmetical progressions on this segment with difference  $2 \leq m \leq 200$ , which allows to test primality of minimal sufficient quantity of numbers of the selected segment. The efficiency of the proposed method is illustrated.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 23.05.2012





УДК 539.12:530.145

**В.А. Плетюхов, П.П. Андрусевиц**

## **О ВНУТРЕННЕЙ СИММЕТРИИ ДИРАКОВСКИХ И ДИРАК-КЭЛЕРОВСКИХ ПОЛЕЙ**

Исследована внутренняя симметрия лагранжиана  $4n$ -компонентных дираковских полей ( $n=1, 2, 3, 4$ ), а также комплексного и вещественного поля Дирака-Кэлера на классическом и квантовом уровнях. Используется метод, основанный на приведении соответствующих уравнений к вещественной форме. Показано, что группы симметрии, которые при этом обнаруживаются, существенно шире симметрий, обычно сопоставляемых данным полям. Полученные результаты могут найти применение в современных калибровочных теориях фундаментальных частиц и их взаимодействий.

### **Введение**

Обычно под преобразованиями внутренней симметрии релятивистских волновых уравнений (РВУ), записанных в стандартной матричной форме

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + m)\Psi = 0 \quad (1)$$

( $\Psi$  – многокомпонентная волновая функция,  $\Gamma_\mu$  – квадратные матрицы,  $m$  – массовый параметр), понимаются преобразования

$$\Psi'(x_\mu) = Q\Psi(x_\mu), \quad (2)$$

удовлетворяющие условию

$$[\Gamma_\mu, Q]_- = 0. \quad (3)$$

Если, однако, применить условия (3), например, непосредственно к уравнению Дирака, получим, что матрица  $Q$  кратна единичной. В то же время известно, что лагранжева формулировка массивного дираковского поля обладает зарядовой симметрией, описываемой группой  $SO(2,1)$  [1, 2].

Таким образом, обычно используемый подход не всегда позволяет установить в матричной формулировке РВУ полную группу внутренней симметрии теории.

### **1.1 Уравнение Дирака**

Рассмотрим уравнение Дирака с  $m \neq 0$

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi = 0, \quad (1.1)$$

где  $\psi$  – биспинор первого ранга,  $\gamma_\mu$  – матрицы Дирака размерности  $4 \times 4$  вида

$$\gamma_i = \sigma_2 \otimes \sigma_i, \gamma_4 = \sigma_3 \otimes I_2 \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1.2)$$

$\sigma_i$  – матрицы Паули.

Приведем уравнение (1.1) к другому виду. Для этого возьмем от (1.1) комплексное сопряжение и, учитывая, что  $\gamma_1^* = -\gamma_1$ ,  $\gamma_2^* = \gamma_2$ ,  $\gamma_3^* = -\gamma_3$ ,  $\gamma_4^* = \gamma_4$ ,  $\partial_i^* = \partial_i$ ,  $\partial_4^* = -\partial_4$ , будем иметь:

$$(-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m)\psi^* = 0. \quad (1.3)$$

Складывая и вычитая уравнения (1.1) и (1.3) и вводя функции

$$\psi^r = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi + \psi^*), \quad \psi^i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi - \psi^*), \quad (1.4)$$



получаем систему, которая может быть записана в стандартной форме (1), где волновая функция  $\Psi$  имеет структуру

$$\Psi = (\psi^r, \psi^i) - \text{столбец} \quad (1.5)$$

( $\psi^r$  – вещественные,  $\psi^i$  – чисто мнимые компоненты), а матрицы  $\Gamma_\mu$  приобретают вид:

$$\Gamma_1 = \sigma_1 \otimes \gamma_1, \quad \Gamma_2 = I_2 \otimes \gamma_2, \quad \Gamma_3 = \sigma_1 \otimes \gamma_3, \quad \Gamma_4 = \sigma_1 \otimes \gamma_4. \quad (1.6)$$

Нетрудно убедиться, что при выборе (1.5), (1.6) система уравнений (1) становится вещественной. Поэтому будем называть ее вещественной формой уравнения Дирака, или 8-компонентным вещественным полем Дирака.

Аналогичным образом можно записать в вещественной форме любое РВУ первого порядка с дираковской алгеброй матриц  $\Gamma_\mu$ . Данная запись позволяет установить полную группу внутренней симметрии РВУ как в классическом, так и в квантовом случаях.

Заметим, что переход к вещественной форме РВУ эквивалентен введению волновой функции  $\Psi = (\psi, \bar{\psi})$ , поскольку последняя связана с функцией (1.5) посредством унитарного преобразования:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_4 & I_4 \\ \gamma_4 & -\gamma_4 \end{pmatrix}, \quad S^{-1} = S^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_4 & \gamma_4 \\ I_4 & -\gamma_4 \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

Диракоподобность матриц  $\Gamma_\mu$  (1.4) позволяет привести их к виду

$$\Gamma_\mu = I_2 \otimes \gamma_\mu \quad (1.8)$$

(соответствующий базис назовем «фермионным»). Переход к нему из базиса (1.5) осуществляется посредством унитарного преобразования в пространстве волновой функции  $\Psi$ , задаваемого матрицей

$$A = \frac{1}{2} [I_2 \otimes (I_4 + i\gamma_2) + \sigma_1 \otimes (I_4 - i\gamma_2)], \quad (1.9)$$

$$A^{-1} = A^+ = \frac{1}{2} [I_2 \otimes (I_4 - i\gamma_2) + \sigma_1 \otimes (I_4 + i\gamma_2)].$$

Наиболее общий вид матрицы преобразования  $Q$ , которая коммутирует со всеми матрицами  $\Gamma_\mu$  (1.8), в фермионном базисе таков:

$$Q = q \otimes I_4 = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \otimes I_4, \quad (1.10)$$

где  $q_{mn}$  ( $m, n = 1, 2$ ) – произвольные комплексные числа.

В базисе (1.4), (1.5) матрица  $Q$  имеет вид:

$$Q = \frac{1}{2} [(q + \sigma_1 q \sigma_1) \otimes I_4 + (\sigma_1 q - q \sigma_1) \otimes i\gamma_2], \quad (1.11)$$

который представим в блочной форме

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix} \otimes I_4 + \begin{pmatrix} -\rho & -\lambda \\ \lambda & \rho \end{pmatrix} \otimes i\gamma_2, \quad (1.12)$$

где



$$\alpha = \frac{1}{2}(q_{11} + q_{22}), \quad \lambda = \frac{1}{2}(q_{11} - q_{22}),$$
$$\beta = \frac{1}{2}(q_{12} + q_{21}), \quad \rho = \frac{1}{2}(q_{12} - q_{21}).$$
(1.13)

Рассматриваемые преобразования не должны нарушать вещественный характер поля, т.е. должны удовлетворять условию, заключающемуся в следующем: если  $\Psi_A$  – вещественная (мнимая) функция, то и  $\Psi'_A = Q_{AB}\Psi_B$  – также вещественная (мнимая).

Налагая на матрицу  $Q$  (1.12) данное условие, приходим к тому, что параметры  $\alpha$  и  $\lambda$  должны быть вещественными, а  $\beta$  и  $\rho$  – чисто мнимыми.

Дальнейший анализ удобно провести в базисе, в котором

$$\Psi = (\psi, \psi^*) - \text{столбец.}$$
(1.14)

Переход к нему из базиса (1.5) осуществляется с помощью унитарного преобразования

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \otimes I_4.$$
(1.15)

Для матрицы  $Q$  в базисе (1.14) получается выражение

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha + \beta & \\ & \alpha - \beta \end{pmatrix} \otimes I_4 - \begin{pmatrix} & i(\rho - \lambda) \\ i(\rho + \lambda) & \end{pmatrix} \otimes \gamma_2.$$
(1.16)

Для установления групповой структуры данного преобразования параметризуем его посредством эрмитовских матриц  $J^i$  ( $i=1,2,3$ ), которые в фермионном базисе, а также в базисах (1.5), (1.14) имеют соответственно вид:

$$J^i = \sigma_i \otimes I_4,$$
(1.17)

$$J^1 = \sigma_1 \otimes I_4, \quad J^2 = -\sigma_3 \otimes \gamma_2, \quad J^3 = \sigma_2 \otimes \gamma_2,$$
(1.18)

$$J^1 = \sigma_3 \otimes I_4, \quad J^2 = -\sigma_1 \otimes \gamma_2, \quad J^3 = -\sigma_2 \otimes \gamma_2.$$
(1.19)

Сопоставляя матрицы (1.19) с выражением (1.16) для матрицы  $Q$ , получим, что однопараметрическим преобразованиям с генераторами  $J^i$  соответствуют параметры

$$\omega_1 = \beta, \quad \omega_2 = i\rho, \quad \omega_3 = \lambda,$$
(1.20)

среди которых один мнимый ( $\omega_1$ ) и два вещественных ( $\omega_2, \omega_3$ ).

Лагранжиан уравнения (1) с матрицами (1.6)

$$L = -\bar{\Psi}(\Gamma_\mu \partial_\mu + m)\Psi = -\Psi^+ \eta (\Gamma_\mu \partial_\mu + m)\Psi$$
(1.21)

эквивалентен лагранжиану исходного уравнения Дирака (1.1) при выборе матрицы билинейной лоренц-инвариантной формы  $\eta$  в виде

$$\eta = I_2 \otimes \gamma_4.$$
(1.22)

Требование инвариантности лагранжиана (1.21) относительно преобразований внутренней симметрии накладывает на матрицу  $Q$  ограничение

$$Q^+ \eta \Gamma_\mu Q = \eta \Gamma_\mu,$$
(1.23)

которое с учетом коммутации  $Q$  с матрицами  $\Gamma_\mu$  приводится к виду

$$Q^+ \eta Q = \eta.$$
(1.24)

Отсюда для бесконечно малых однопараметрических преобразований



$$Q = 1 + \omega J \quad (1.25)$$

получаем условие:

$$(\omega J)^+ \eta = -\eta \omega J. \quad (1.26)$$

Налагая на преобразования, задаваемые генераторами  $J^i$  (1.19), условие (1.26), можно убедиться, что оно выполняется для всех таких преобразований. Следовательно, внутренняя симметрия лагранжиана уравнения Дирака с  $m \neq 0$  совпадает с симметрией самого уравнения и описывается группой  $SO(2,1)$ .

Для того чтобы выяснить, сохраняется ли установленная выше симметрия уравнения Дирака на квантовом уровне, надо проверить инвариантность перестановочных соотношения для операторов рождения и уничтожения относительно соответствующих преобразований. Здесь естественно использовать принятый в квантовой теории базис, в котором 8-компонентная волновая функция  $\Psi$  имеет вид:

$$\Psi = (\psi, \bar{\psi}) - \text{столбец}. \quad (1.27)$$

Разложим  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  по «чистым» состояниям  $\psi_s^{(+)}$ ,  $\psi_s^{(-)}$ ,  $\bar{\psi}_s^{(+)}$ ,  $\bar{\psi}_s^{(-)}$ , представляющим решения уравнения Дирака с положительными и отрицательными частотами и проекцией спина  $s = 1/2, -1/2$ :

$$\begin{aligned} \psi &= a_s \psi_s^{(+)} + b_s^+ \psi_s^{(-)}, \\ \bar{\psi} &= a_s^+ \bar{\psi}_s^{(+)} + b_s \bar{\psi}_s^{(-)}. \end{aligned} \quad (1.28)$$

При квантовании коэффициенты разложения  $a_s^+$ ,  $b_s^+$ ,  $a_s$ ,  $b_s$  принимают смысл операторов рождения и уничтожения, удовлетворяющих антикоммутиационным соотношениям:

$$[a_s, a_{s'}^+]_+ = [b_s, b_{s'}^+]_+ = \delta_{ss'}, \quad (1.29)$$

и все остальные антикоммутанты равны нулю.

Для проверки инвариантности этих соотношений относительно однопараметрических преобразований, которые задаются генераторами  $J^i$ , необходимо установить соответствующие трансформационные свойства операторов рождения и уничтожения. В базисе (1.27) генераторы  $J^i$ , а также матрицы  $\hat{\Gamma}_4$  и  $\hat{S}_3 = -\frac{i}{4} \Gamma_{[1}\Gamma_{2]}$ , играющие роль операторов полного набора, приобретают соответственно вид:

$$J^1 = \sigma_3 \otimes I_4, \quad J^2 = -i\sigma_2 \otimes \gamma_2\gamma_4, \quad J^3 = i\sigma_1 \otimes \gamma_2\gamma_4, \quad (1.30)$$

$$\hat{\Gamma}_4 = \text{diag}(1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1), \quad (1.31)$$

$$\hat{S}_3 = \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1). \quad (1.32)$$

Располагая операторы рождения и уничтожения в столбец в порядке, соответствующем выражениям (1.31), (1.32), и рассматривая, например, однопараметрическое преобразование с генератором  $J^3$ , получим следующий закон преобразования этих операторов в матричном виде:



$$\begin{pmatrix} a'_{1/2} \\ a'_{-1/2} \\ (b_{1/2}^+)' \\ (b_{-1/2}^+)' \\ (a_{-1/2}^+)' \\ (a_{1/2}^+)' \\ b'_{-1/2} \\ b'_{1/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ i\omega_3 & & & & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1/2} \\ a_{-1/2} \\ b_{1/2}^+ \\ b_{-1/2}^+ \\ a_{-1/2}^+ \\ a_{1/2}^+ \\ b_{-1/2} \\ b_{1/2} \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Отсюда имеем:

$$\begin{aligned} a'_{1/2} &= a_{1/2} + i\omega_3 b_{1/2}, & a'_{-1/2} &= a_{-1/2} - i\omega_3 b_{-1/2}, \\ (b_{1/2}^+)' &= b_{1/2}^+ + i\omega_3 a_{1/2}^+, & (b_{-1/2}^+)' &= b_{-1/2}^+ - i\omega_3 a_{-1/2}^+, \\ (a_{-1/2}^+)' &= a_{-1/2}^+ - i\omega_3 b_{-1/2}^+, & (a_{1/2}^+)' &= a_{1/2}^+ + i\omega_3 b_{1/2}^+, \\ b'_{-1/2} &= b_{-1/2} - i\omega_3 a_{-1/2}, & b'_{1/2} &= b_{1/2} + i\omega_3 a_{1/2}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Для генераторов  $J^1$  и  $J^2$  соответственно получим

$$\begin{aligned} a_{1/2}' &= a_{1/2} + \omega_1 a_{1/2}, & a_{-1/2}' &= a_{-1/2} + \omega_1 a_{-1/2}, \\ (b_{1/2}^+)' &= b_{1/2}^+ + \omega_1 b_{1/2}^+, & (b_{-1/2}^+)' &= b_{-1/2}^+ + \omega_1 b_{-1/2}^+, \\ (a_{-1/2}^+)' &= a_{-1/2}^+ - \omega_1 a_{-1/2}^+, & (a_{1/2}^+)' &= a_{1/2}^+ - \omega_1 a_{1/2}^+, \\ b_{-1/2}' &= b_{-1/2} - \omega_1 b_{-1/2}, & b_{1/2}' &= b_{1/2} - \omega_1 b_{1/2}, \end{aligned} \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} a_{1/2}' &= a_{1/2} - \omega_2 b_{1/2}, & a_{-1/2}' &= a_{-1/2} + \omega_2 b_{-1/2}, \\ (b_{1/2}^+)' &= b_{1/2}^+ - \omega_2 a_{1/2}^+, & (b_{-1/2}^+)' &= b_{-1/2}^+ + \omega_2 a_{-1/2}^+, \\ (a_{-1/2}^+)' &= a_{-1/2}^+ + \omega_2 b_{-1/2}^+, & (a_{1/2}^+)' &= a_{1/2}^+ - \omega_2 b_{1/2}^+, \\ b_{-1/2}' &= b_{-1/2} + \omega_2 a_{-1/2}, & b_{1/2}' &= b_{1/2} - \omega_2 a_{1/2}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Теперь, используя (1.34), вычислим, например, антикоммутирующую  $[a'_{1/2}, (b_{1/2}^+)]_+$ :

$$\begin{aligned} [a'_{1/2}, (b_{1/2}^+)]_+ &= [a_{1/2}, b_{1/2}^+]_+ + i\omega_3 [a_{1/2}, a_{1/2}^+]_+ + i\omega_3 [b_{1/2}, b_{1/2}^+]_+ = \\ &= [a_{1/2}, b_{1/2}^+]_+ + 2i\omega_3 \neq [a_{1/2}, b_{1/2}^+]_+. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Этот результат означает, что данный антикоммутирующая, а значит и в целом условия квантования уравнения Дирака, не инвариантны относительно преобразования, задаваемого генератором  $J^3$ . Аналогичный вывод получается и для генератора  $J^2$ . Генератор  $J^1$  соответствует обычному фазовому преобразованию.

Физической причиной возникновения симметрии дираковского поля, описываемого группой  $SO(2,1)$ , является наличие у уравнения Дирака двух типов решений, соответствующих в рамках релятивистской квантовой механики состояниям с положительной и отрицательной энергиями. Эта симметрия может быть рассмотрена в качестве теоретико-группового истолкования такого известного в теории Дирака явления как *Zitterbewegung* (см., напр., [3]). «Невыживание» внутренней симметрии на вторично-



квантованном уровне объясняется тем, что здесь «появляются» перестановочные соотношения между  $\psi$  и  $\bar{\psi}$ , что, по сути, эквивалентно введению дополнительных условий.

## 1.2 Система двух уравнений Дирака

Рассмотрим систему из двух уравнений Дирака

$$\begin{aligned}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 &= 0, \\ (\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2 &= 0,\end{aligned}\tag{1.38}$$

где  $\psi_1, \psi_2$  – биспиноры первого ранга,  $\gamma_\mu$  – матрицы Дирака вида (1.2). Соответствующий системе (1.38) лагранжиан выберем в виде

$$L = L_1 + L_2 = -\bar{\psi}_1(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 - \bar{\psi}_2(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2.\tag{1.39}$$

Возьмем от (1.38) комплексное сопряжение и получим уравнения:

$$\begin{aligned}(-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m)\psi_1^* &= 0, \\ (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m)\psi_2^* &= 0.\end{aligned}\tag{1.40}$$

Объединяя (1.40) с исходными уравнениями (1.38), приходим к системе уравнений, которая может быть записана в универсальной матричной форме (1). Для такой системы матрицы  $\Gamma_\mu$  16x16 и матрица  $\eta$  в базисе

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_1^*, \psi_2^*) \text{ – столбец}\tag{1.41}$$

будут иметь вид:

$$\Gamma_1 = \gamma_4 \otimes \gamma_1, \Gamma_2 = I_4 \otimes \gamma_2, \Gamma_3 = \gamma_4 \otimes \gamma_3, \Gamma_4 = \gamma_4 \otimes \gamma_4, \eta = I_4 \otimes \gamma_4.\tag{1.42}$$

Поступая далее так же, как и в п. 1.1, и вводя функции

$$\begin{aligned}\psi_1^r &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_1^*), \quad \psi_2^r = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_2 + \psi_2^*), \\ \psi_1^i &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_1^*), \quad \psi_2^i = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_2 - \psi_2^*),\end{aligned}\tag{1.43}$$

получим эквивалентную исходной 16-компонентную систему уравнений, которая также может быть записана в форме (1). Если расположить вещественные ( $\psi_1^r, \psi_2^r$ ) и чисто мнимые ( $\psi_1^i, \psi_2^i$ ) компоненты волновой функции в последовательности

$$\Psi = (\psi_1^r, \psi_2^r, \psi_1^i, \psi_2^i) \text{ – столбец},\tag{1.44}$$

матрицы  $\Gamma_\mu$  трансформируются к виду

$$\Gamma_1 = -\gamma_5 \otimes \gamma_1, \Gamma_2 = I_4 \otimes \gamma_2, \Gamma_3 = -\gamma_5 \otimes \gamma_3, \Gamma_4 = -\gamma_5 \otimes \gamma_4,\tag{1.45}$$

где  $\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$ . Для матрицы  $\eta$  сохраняется выражение (1.42).

Переведем матрицы (1.45) в фермионный базис, в котором

$$\Gamma_\mu = I_4 \otimes \gamma_\mu.\tag{1.46}$$

Переход из базиса (1.44), (1.45) в фермионный осуществляется посредством унитарного преобразования

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2}[I_4 \otimes (I_4 + i\gamma_2) - \gamma_5 \otimes (I_4 - i\gamma_2)], \\ A^{-1} &= A^+ = \frac{1}{2}[I_4 \otimes (I_4 - i\gamma_2) - \gamma_5 \otimes (I_4 + i\gamma_2)].\end{aligned}\tag{1.47}$$



Группа внутренней симметрии 16-компонентного вещественного дираковского поля может быть задана с помощью генераторов, которые содержатся в наборе

$$\Gamma'_\mu, \Gamma'_5, \Gamma'_\mu \Gamma'_5, \Gamma'_{[\mu} \Gamma'_{\nu]} = \frac{1}{2}(\Gamma'_\mu \Gamma'_\nu - \Gamma'_\nu \Gamma'_\mu), \Gamma'_5 = \Gamma'_1 \Gamma'_2 \Gamma'_3 \Gamma'_4, \quad (1.48)$$

определяющую внутреннюю SU(4)-симметрию 16-компонентного комплексного поля Дирака. Здесь  $\Gamma'_\mu$  – квадратные матрицы размерности 16x16, удовлетворяющие, как и  $\Gamma_\mu$ , алгебре матриц Дирака, взаимно коммутирующие с  $\Gamma_\mu$  и имеющие в фермионном базисе вид  $\Gamma'_\mu = \gamma_\mu \otimes I_4$ .

Для того чтобы выделить в (1.48) генераторы, определяющие группу внутренней симметрии системы (1.38), записанной в вещественной форме, поступим следующим образом. С помощью преобразования  $A^{-1}$  (1.47) переведем генераторы (1.48) из фермионного базиса в базис (1.44), в котором вещественные и мнимые компоненты волновой функции разделены. В результате получим:

$$\begin{aligned} J^1 &= \Gamma'_1 = i\gamma_1 \gamma_5 \otimes \gamma_2, & J^2 &= \Gamma'_2 = i\gamma_2 \gamma_5 \otimes \gamma_2, \\ J^3 &= \Gamma'_3 = i\gamma_3 \gamma_5 \otimes \gamma_2, & J^4 &= \Gamma'_4 = i\gamma_4 \gamma_5 \otimes \gamma_2, \\ J^5 &= \Gamma'_5 = \gamma_5 \otimes I_4, & J^6 &= \Gamma'_1 \Gamma'_5 = i\gamma_1 \otimes \gamma_2, \\ J^7 &= \Gamma'_2 \Gamma'_5 = i\gamma_2 \otimes \gamma_2, & J^8 &= \Gamma'_3 \Gamma'_5 = i\gamma_3 \otimes \gamma_2, \\ J^9 &= \Gamma'_4 \Gamma'_5 = i\gamma_4 \otimes \gamma_2, & J^{10} &= \Gamma'_{[2} \Gamma'_{3]} = \gamma_2 \gamma_3 \otimes I_4, \\ J^{11} &= \Gamma'_{[3} \Gamma'_{1]} = i\gamma_3 \gamma_1 \otimes I_4, & J^{12} &= \Gamma'_{[1} \Gamma'_{2]} = \gamma_1 \gamma_2 \otimes I_4, \\ J^{13} &= \Gamma'_{[1} \Gamma'_{4]} = i\gamma_1 \gamma_4 \otimes I_4, & J^{14} &= \Gamma'_{[2} \Gamma'_{4]} = \gamma_2 \gamma_4 \otimes I_4, \\ J^{15} &= \Gamma'_{[3} \Gamma'_{4]} = i\gamma_3 \gamma_4 \otimes I_4. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Условие вещественности налагает на соответствующие параметры  $\omega_N \leftrightarrow J^N$  следующие ограничения:

$$\begin{aligned} \omega_1, \omega_3, \omega_4, \omega_{[31]}, \omega_{[14]}, \omega_{[34]}, \omega_{25} &\text{ – вещественные;} \\ \omega_2, \omega_5, \omega_{[23]}, \omega_{[12]}, \omega_{[24]}, \omega_{15}, \omega_{35}, \omega_{45} &\text{ – мнимые.} \end{aligned} \quad (1.50)$$

Теперь, с учетом (1.50), проверяем, для каких однопараметрических преобразований (1.25) с генераторами (1.49) выполняется условие (1.26). В результате получаем 10-параметрическую группу матричных преобразований, задаваемую следующими генераторами

$$\Gamma'_1, \Gamma'_3, \Gamma'_4, \Gamma'_5, \Gamma'_1 \Gamma'_5, \Gamma'_3 \Gamma'_5, \Gamma'_4 \Gamma'_5, \Gamma'_{[3} \Gamma'_{1]}, \Gamma'_{[1} \Gamma'_{4]}, \Gamma'_{[3} \Gamma'_{4]}, \quad (1.51)$$

которым соответствуют 6 вещественных  $(\omega_1, \omega_3, \omega_4, \omega_{[31]}, \omega_{[14]}, \omega_{[34]})$  и 4 мнимых  $(\omega_5, \omega_{15}, \omega_{35}, \omega_{45})$  параметра. Все генераторы (1.51) являются эрмитовскими. Нетрудно убедиться, что эти генераторы удовлетворяют алгебре генераторов группы SO(3,2).

Обнаруженное в данном подходе расширение симметрии по сравнению с ожидаемой группой SU(2) (или SO(3) в присоединенном представлении) в рамках релятивистской квантовой механики соответствует перемешиванию состояний с противоположными значениями энергии, в том числе и для решений из двух различных уравнений Дирака. Группа SO(3), ответственная за перемешивание однотипных по знаку энергии и проекции спина состояний из различных уравнений, содержится в SO(3,2) в



качестве подгруппы и задается генераторами

$$\Gamma'_{[3\Gamma'_1]}, \Gamma'_{[1\Gamma'_4]}, \Gamma'_{[3\Gamma'_4]}. \quad (1.52)$$

Проверим, сохраняется ли установленная выше SO(3,2)-симметрия 16-компонентного вещественного дираковского поля на квантовом уровне. Переведем генераторы (1.51) из базиса, в котором они имеют вид (1.49), в базис

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2) - \text{столбец}, \quad (1.53)$$

где  $\bar{\psi}_i = \psi_i^+ \gamma_4 (i=1, 2)$ . В результате получим выражения:

$$\begin{aligned} \Gamma'_1 &= -i\gamma_1 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad \Gamma'_3 = -i\gamma_3 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \\ \Gamma'_4 &= -i\gamma_5 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad \Gamma'_5 = -i\gamma_4 \otimes I_4, \\ \Gamma'_1 \Gamma'_5 &= -\gamma_1 \gamma_4 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad \Gamma'_3 \Gamma'_5 = -\gamma_3 \gamma_4 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \\ \Gamma'_4 \Gamma'_5 &= -\gamma_5 \gamma_4 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad \Gamma'_{[3\Gamma'_1]} = \gamma_3 \gamma_1 \otimes I_4, \\ \Gamma'_{[1\Gamma'_4]} &= \gamma_1 \gamma_5 \otimes I_4, \quad \Gamma'_{[3\Gamma'_4]} = \gamma_3 \gamma_5 \otimes I_4. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Разложим  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  по «чистым» состояниям:

$$\begin{aligned} \psi_i &= \sum_s a_{is} \psi_{is}^{(+)} + \sum_s b_{is}^+ \psi_{is}^{(-)}, \\ \bar{\psi}_i &= \sum_s a_{is}^+ \bar{\psi}_{is}^{(+)} + \sum_s b_{is} \bar{\psi}_{is}^{(-)}. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Для коэффициентов разложения  $a_{is}^+$ ,  $b_{is}^+$ ,  $a_{is}$ ,  $b_{is}$  постулируются антикоммутирующие соотношения

$$[a_{is}, a_{i's'}^+]_+ = [b_{is}, b_{i's'}^+]_+ = \delta_{ii'} \delta_{ss'}, \quad (1.56)$$

и все остальные антикоммутанты равны нулю.

В данном случае в качестве операторов полного набора выступают операторы знака энергии  $\hat{\Gamma}_4$ , проекции спина  $\hat{S}_3 = -\frac{i}{4} \Gamma_{[1\Gamma_2]}$  и внутренней четности

$\hat{\Pi} = I_2 \otimes (\hat{\sigma}_3 \otimes I_4)$ , которые в базисе (1.53) имеют вид:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_4 &= \text{diag}(1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1), \\ \hat{S}_3 &= \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1), \end{aligned} \quad (1.57)$$

$$\hat{\Pi} = \text{diag}(1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1).$$

Далее, по аналогии с параграфом 1.1, устанавливаем трансформационные свойства операторов рождения и уничтожения относительно преобразований, задаваемых генераторами (1.54).

В результате получим:

$$\begin{aligned} a'_{1s} &= a_{1s} + \omega a_{2s}, \quad a'_{2s} = a_{2s} - \omega a_{1s}, \\ (a'_{1s})^+ &= a_{1s}^+ + \omega a_{2s}^+, \quad (a'_{2s})^+ = a_{2s}^+ - \omega a_{1s}^+, \\ b'_{1s} &= b_{1s} + \omega b_{2s}, \quad b'_{2s} = b_{2s} - \omega b_{1s}, \\ (b'_{1s})^+ &= b_{1s}^+ + \omega b_{2s}^+, \quad (b'_{2s})^+ = b_{2s}^+ - \omega b_{1s}^+. \end{aligned} \quad (1.58)$$





$$\begin{aligned}a'_{1s} &= a_{1s} + \omega b_{2s}, & a'_{2s} &= a_{2s} + \omega b_{1s}, \\(a'_{1s})^+ &= a_{1s}^+ + \omega b_{2s}^+, & (a'_{2s})^+ &= a_{2s}^+ + \omega b_{1s}^+, \\b'_{1s} &= b_{1s} - \omega a_{2s}, & b'_{2s} &= b_{2s} - \omega a_{1s}, \\(b'_{1s})^+ &= b_{1s}^+ - \omega a_{2s}^+, & (b'_{2s})^+ &= b_{2s}^+ - \omega a_{1s}^+.\end{aligned}\tag{1.59}$$

$$\begin{aligned}a'_{1s} &= a_{1s} + \omega b_{2s}, & a'_{2s} &= a_{2s} + \omega b_{1s}, \\(a'_{1s})^+ &= a_{1s}^+ + \omega b_{2s}^+, & (a'_{2s})^+ &= a_{2s}^+ + \omega b_{1s}^+, \\b'_{1s} &= b_{1s} - \omega a_{2s}, & b'_{2s} &= b_{2s} - \omega a_{1s}, \\(b'_{1s})^+ &= b_{1s}^+ - \omega a_{2s}^+, & (b'_{2s})^+ &= b_{2s}^+ - \omega a_{1s}^+.\end{aligned}\tag{1.60}$$

$$\begin{aligned}a'_{1s} &= a_{1s} + \omega b_{2s}, & a'_{2s} &= a_{2s} + \omega b_{1s}, \\(a'_{1s})^+ &= a_{1s}^+ + \omega b_{2s}^+, & (a'_{2s})^+ &= a_{2s}^+ + \omega b_{1s}^+, \\b'_{1s} &= b_{1s} - \omega a_{2s}, & b'_{2s} &= b_{2s} - \omega a_{1s}, \\(b'_{1s})^+ &= b_{1s}^+ - \omega a_{2s}^+, & (b'_{2s})^+ &= b_{2s}^+ - \omega a_{1s}^+.\end{aligned}\tag{1.61}$$

Непосредственная проверка показывает, что антикоммутиационные соотношения (1.56) инвариантны относительно преобразований (1.58) – (1.61), соответствующих генераторам  $\Gamma'_{[3}\Gamma'_{1]}$ ,  $\Gamma'_{[1}\Gamma'_{4]}$ ,  $\Gamma'_{[3}\Gamma'_{4]}$ ,  $\Gamma'_5$ . Первые три из них образуют совпадающий с (1.52) набор генераторов, который ассоциируется с группой инвариантности SU(2) (SO(3)) классического 8-компонентного дираковского поля в обычном подходе. Генератор  $\Gamma'_5$  соответствует фазовому преобразованию, при котором  $\psi_1 \rightarrow \psi_1 e^{i\omega_5}$ ,  $\psi_2 \rightarrow \psi_2 e^{-i\omega_5}$ .

### 1.3 Вещественное поле Дирака-Кэлера

Уравнение Дирака-Кэлера (Д-К) представляет собой максимально общее линейное дифференциальное уравнение первого порядка над полем комплексных чисел для полного набора антисимметричных тензорных полей в пространстве Минковского. Его тензорная формулировка имеет, как известно, вид (см., напр., [4] и цитированную здесь литературу):

$$\begin{aligned}\partial_\mu \psi_\mu + m\psi_0 &= 0, \\ \partial_\mu \tilde{\psi}_\mu + m\tilde{\psi}_0 &= 0, \\ \partial_\nu \psi_{[\mu\nu]} + \partial_\mu \psi_0 + m\psi_\mu &= 0, \\ \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \psi_{[\alpha\beta]} + \partial_\mu \tilde{\psi}_0 + m\tilde{\psi}_\mu &= 0, \\ -\partial_\mu \psi_\nu + \partial_\nu \psi_\mu + \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\alpha \tilde{\psi}_\beta + m\psi_{[\mu\nu]} &= 0,\end{aligned}\tag{1.62}$$

где  $\tilde{\psi}_\mu = \frac{1}{3!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \psi_{[\nu\alpha\beta]}$  – аксиальный вектор,  $\tilde{\psi}_0 = \frac{1}{4!} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \psi_{[\mu\nu\alpha\beta]}$  – псевдоскаляр,  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  – тензор Леви-Чивита ( $\varepsilon_{1234} = -i$ ).

Система (1.62) может быть записана в стандартной матричной форме (1). При выборе волновой функции в виде



$$\Psi = (\psi_0, \tilde{\psi}_0, \psi_\mu, \tilde{\psi}_\mu, \psi_{[\mu\nu]}) - \text{столбец}, \quad (1.63)$$

вводя собирательный индекс  $A = o, \tilde{o}, \mu, \tilde{\mu}, [\mu\nu]$ , пробегающий значения от 1 до 16, матрицы  $\Gamma_\mu$  можно выразить через элементы  $e^{AB}$  полной матричной алгебры [5, с. 181] следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= \beta_\mu^{(+)} + \beta_\mu^{(-)}, \\ \beta_\mu^{(+)} &= e^{\tilde{o}\tilde{\mu}} + e^{\tilde{\mu}\tilde{o}} + e^{\lambda[\lambda\mu]} + e^{[\lambda\mu]\lambda}, \\ \beta_\mu^{(-)} &= e^{o\mu} + e^{\mu o} + \frac{i}{2} \varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta} (e^{\tilde{\lambda}[\alpha\beta]} + e^{[\alpha\beta]\tilde{\lambda}}). \end{aligned} \quad (1.64)$$

Нетрудно убедиться, что матрицы  $\Gamma_\mu$  (1.64) удовлетворяют перестановочным соотношениям алгебры матриц Дирака.

С точки зрения теории релятивистских волновых уравнений, система Д-К описывает частицу с набором спинов 0, 1 и двукратным вырождением состояний по пространственной четности. Лагранжева формулировка теории Д-К инвариантна относительно преобразований группы внутренней (диальной) симметрии  $SO(4,2)$  [6], генераторами которой являются матрицы

$$\Gamma'_\mu, \Gamma'_5, \Gamma'_\mu \Gamma'_5, \Gamma'_{[\mu} \Gamma'_{\nu]} = \frac{1}{2} (\Gamma'_\mu \Gamma'_\nu - \Gamma'_\nu \Gamma'_\mu). \quad (1.65)$$

Здесь  $\Gamma'_\mu$  – второй набор матриц размерности  $16 \times 16$ , удовлетворяющих, как и  $\Gamma_\mu$ , алгебре матриц Дирака, взаимно коммутирующих с матрицами  $\Gamma_\mu$  и имеющих в базисе (1.63) вид

$$\Gamma'_\mu = \beta_\mu^{(+)} - \beta_\mu^{(-)}. \quad (1.66)$$

Диальная симметрия позволяет сопоставить полю Д-К набор из четырех дираковских полей с некомпактной группой внутренней симметрии  $SU(2,2)$  [7, 6, 8], то есть описывать на его основе (причем как на классическом, так и на квантовом уровне) дираковскую частицу с дополнительными (помимо спина) внутренними степенями свободы.

Рассмотрим возможность описания частиц со спином  $1/2$  и дополнительными внутренними степенями свободы на основе вещественного поля Д-К. Вещественным полем Д-К [9] называется такой выбор полевых функций в (1.63), при котором система исходных тензорных уравнений (1.62) становится вещественной. Это возможно, например, если выбрать компоненты  $\psi_0, \tilde{\psi}_0, \psi_i, \tilde{\psi}_i, \psi_{[ij]}$  вещественными, а  $\psi_4, \tilde{\psi}_4, \psi_{[i4]}$  – чисто мнимыми (либо наоборот, что по существу одно и то же). Поскольку число независимых компонент (степеней свободы) у такого поля в два раза меньше, чем у комплексного поля Д-К, то очевидно, что речь в данном случае может идти о сопоставлении вещественному полю Д-К набора из двух дираковских полей. Необходимым условием эквивалентности этих теорий является соответствие их свойств внутренней симметрии. Покажем, что такое соответствие существует.

Для удобства выберем базис, в котором волновая функция  $\Psi$  имеет структуру

$$\begin{aligned} \Psi = (\psi_1, \psi_{[23]}, \psi_2, \psi_{[31]}, \psi_3, \psi_{[12]}, i\tilde{\psi}_4, \psi_0, \\ i\tilde{\psi}_1, \psi_{[14]}, i\tilde{\psi}_2, \psi_{[24]}, i\tilde{\psi}_3, \psi_{[34]}, \psi_4, i\tilde{\psi}_0) \end{aligned} - \text{столбец}, \quad (1.67)$$

где первые восемь компонент являются вещественными, а последние восемь – чисто мнимыми. В базисе (1.67) генераторы (1.65) и матрица билинейной формы  $\eta = \Gamma_4 \Gamma'_4$



принимают соответственно вид:

$$\begin{aligned}
 \Gamma'_1 &= -\gamma_2 \gamma_5 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad \Gamma'_2 = \gamma_2 \gamma_5 \otimes \gamma_2 \gamma_5, \quad \Gamma'_3 = \gamma_4 \otimes \gamma_2, \\
 \Gamma'_4 &= \gamma_4 \gamma_5 \otimes \gamma_1 \gamma_3, \quad \Gamma'_5 = \gamma_5 \otimes I_4, \quad \Gamma'_{[1} \Gamma'_{5]} = -\gamma_2 \otimes \gamma_2 \gamma_4, \\
 \Gamma'_{[2} \Gamma'_{5]} &= \gamma_2 \otimes \gamma_2 \gamma_5, \quad \Gamma'_{[3} \Gamma'_{5]} = \gamma_4 \gamma_5 \otimes \gamma_2, \quad \Gamma'_{[4} \Gamma'_{5]} = \gamma_4 \otimes \gamma_1 \gamma_3, \\
 \Gamma'_{[2} \Gamma'_{3]} &= \gamma_1 \gamma_3 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[3} \Gamma'_{1]} = \gamma_1 \gamma_3 \otimes \gamma_4, \quad \Gamma'_{[1} \Gamma'_{2]} = I_4 \otimes \gamma_5 \gamma_4, \\
 \Gamma'_{[1} \Gamma'_{4]} &= -\gamma_2 \gamma_4 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[2} \Gamma'_{4]} = -\gamma_2 \gamma_4 \otimes \gamma_4, \quad \Gamma'_{[3} \Gamma'_{4]} = \gamma_5 \otimes \gamma_4 \gamma_5, \\
 \eta &= -i \gamma_4 \otimes \gamma_1 \gamma_2.
 \end{aligned} \tag{1.68}$$

Принимая во внимание блочную структуру генераторов (1.68), записанных в явном виде, структуру (1.67) волновой функции и, исходя из (3), (1.24) и условия вещественности, устанавливаем, какие из параметров в (3) должны быть вещественными, а какие – мнимыми. Далее, с учетом этого, находим однопараметрические преобразования, которые удовлетворяют условию (1.24). Тем самым выделяем искомую группу внутренней симметрии лагранжиана вещественного поля Д-К с одновременной её явной параметризацией.

Проделав данный анализ, находим, что «хорошими» являются генераторы

$$\Gamma'_\mu, \quad \Gamma'_{[\mu} \Gamma'_\nu], \tag{1.70}$$

при этом шесть параметров  $\omega_i, \omega_{[ij]}$  – вещественные, а четыре  $\omega_4, \omega_{[i4]}$  – мнимые. Таким образом, устанавливаем группу инвариантности  $SO(3,2)$  внутренней симметрии лагранжевой формулировки вещественного поля Д-К (см. также [10], где указанная симметрия рассмотрена в рамках кватернионного подхода).

Теперь рассмотрим систему двух уравнений Дирака (1.38) с лагранжианом

$$L = L_1 - L_2, \tag{1.71}$$

который соответствует выбору

$$\eta = \sigma_3 \otimes \gamma_4 \tag{1.72}$$

матрицы билинейной формы.

Размерность вещественного поля Дирака, соответствующего системе (1.38), совпадает с размерностью вещественного поля Д-К. Волновые функции (1.44) и (1.66) имеют одинаковое число вещественных и мнимых компонент, и оба поля являются диракоподобными в смысле алгебры матриц  $\Gamma_\mu$ . Установив группу внутренней симметрии рассматриваемого 16-компонентного поля Дирака с лагранжианом (1.71), получим, что искомая группа задается в данном случае десятью генераторами

$$\Gamma'_2, \quad \Gamma'_3, \quad \Gamma'_4, \quad \Gamma'_5, \quad \Gamma'_2 \Gamma'_5, \quad \Gamma'_3 \Gamma'_5, \quad \Gamma'_4 \Gamma'_5, \quad \Gamma'_{[2} \Gamma'_{3]}, \quad \Gamma'_{[2} \Gamma'_{4]}, \quad \Gamma'_{[3} \Gamma'_{4]}, \tag{1.73}$$

которым соответствует шесть мнимых и четыре вещественных параметра.

И хотя набор генераторов (1.73) отличается от набора (1.68), данное отличие не имеет принципиального значения, поскольку с помощью унитарного преобразования базиса

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i & & \\ -i & 1 & & \\ & & -1 & -i \\ & & -i & -1 \end{pmatrix}, \quad U^{-1} = U^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i & & \\ i & 1 & & \\ & & -1 & i \\ & & i & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.74}$$

матрицу  $\gamma_5$  можно перевести в  $\gamma_1$ , не изменяя при этом вида матриц  $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ .



Это означает, что система двух дираковских полей с лагранжианом (1.71), как и вещественное поле Д-К, обладает внутренней симметрией  $SO(3,2)$ .

Итак, вещественному полю Д-К может быть поставлена в соответствие система двух дираковских полей. С теоретико-групповой точки зрения данная возможность объясняется тем, что рассмотренная выше группа преобразований  $SO(3,2)$  образует для случая поля Д-К полупрямое произведение с преобразованиями Лоренца. При переходе от полупрямого произведения этих групп к прямому, что достигается соответствующим переопределением лоренцевских трансформационных свойств волновой функции, получаем уже систему дираковских полей [7]. В работах [11, 12] было показано, что обе полевые системы допускают непротиворечивое квантование (с использованием индефинитной метрики) как по статистике Ферми–Дирака, так и Бозе–Эйнштейна.

#### 1.4 Система двух дираковских полей разных типов

Рассмотрим систему, состоящую из двух различных типов уравнений Дирака

$$\begin{aligned}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 &= 0, \\ (\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi_2 &= 0,\end{aligned}\tag{1.75}$$

лагранжиан которой выберем в виде

$$L = -\bar{\psi}_1(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 - \bar{\psi}_2(\gamma_\mu \partial_\mu - m)\psi_2.\tag{1.76}$$

Для удобства исследования перепишем систему (1.75) следующим образом:

$$\begin{aligned}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 &= 0, \\ (-\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2 &= 0.\end{aligned}\tag{1.77}$$

Приведем систему (1.77) к 16-компонентной вещественной форме. В базисе (1.44) для матриц  $\Gamma_\mu$  получим

$$\Gamma_1 = -i\gamma_3\gamma_4 \otimes \gamma_1, \quad \Gamma_2 = -i\gamma_1\gamma_2 \otimes \gamma_2, \quad \Gamma_3 = -i\gamma_3\gamma_4 \otimes \gamma_3, \quad \Gamma_4 = -i\gamma_3\gamma_4 \otimes \gamma_4.\tag{1.78}$$

Матрица билинейной формы  $\eta$  в данном случае имеет вид

$$\eta = I_4 \otimes \gamma_4.\tag{1.79}$$

Переход в фермионный базис осуществляется здесь с помощью преобразования  $C = AB$ ,

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2}[I_4 \otimes (I_4 + i\gamma_2) - \gamma_5 \otimes (I_4 - i\gamma_2)], \\ A^{-1} = A^+ &= \frac{1}{2}[I_4 \otimes (I_4 - i\gamma_2) - \gamma_5 \otimes (I_4 + i\gamma_2)], \\ B = B^+ = B^{-1} &= \frac{1}{2}[(I_4 - i\gamma_1\gamma_2) \otimes I_4 + (I_4 + i\gamma_1\gamma_2) \otimes \gamma_5].\end{aligned}\tag{1.80}$$

Генераторы (1.48) унитарной группы преобразований внутренней симметрии, переводятся в базис (1.44) посредством матрицы  $C^{-1} = BA^{-1}$  и имеют в этом базисе вид:

$$\begin{aligned}\Gamma'_1 &= -\gamma_2\gamma_5 \otimes \gamma_2\gamma_5, \quad \Gamma'_2 = \gamma_1\gamma_5 \otimes \gamma_2\gamma_5, \quad \Gamma'_3 = -\gamma_4 \otimes \gamma_2, \\ \Gamma'_4 &= \gamma_3 \otimes \gamma_2, \quad \Gamma'_5 = \gamma_5 \otimes I_4, \quad \Gamma'_1\Gamma'_5 = -i\gamma_2 \otimes \gamma_2\gamma_5, \\ \Gamma'_2\Gamma'_5 &= i\gamma_1 \otimes \gamma_2\gamma_5, \quad \Gamma'_3\Gamma'_5 = -i\gamma_4\gamma_5 \otimes \gamma_2, \quad \Gamma'_4\Gamma'_5 = i\gamma_3\gamma_5 \otimes \gamma_2, \\ \Gamma'_{[2}\Gamma'_{3]} &= i\gamma_2\gamma_3 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[3}\Gamma'_{1]} = i\gamma_3\gamma_1 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[1}\Gamma'_{2]} = i\gamma_1\gamma_2 \otimes I_4, \\ \Gamma'_{[1}\Gamma'_{4]} &= i\gamma_1\gamma_4 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[2}\Gamma'_{4]} = i\gamma_2\gamma_4 \otimes \gamma_5, \quad \Gamma'_{[3}\Gamma'_{4]} = i\gamma_3\gamma_4 \otimes I_4.\end{aligned}\tag{1.81}$$



Условие вещественности поля приводит здесь к вещественности параметров  $\omega_1, \omega_3, \omega_4, \omega_{15}, \omega_{35}, \omega_{45}, \omega_{[23]}, \omega_{[12]}, \omega_{[24]}$  и мнимости параметров  $\omega_2, \omega_5, \omega_{25}, \omega_{[31]}, \omega_{[14]}, \omega_{[34]}$ . С учетом данного обстоятельства нетрудно убедиться, что условию (1.26) удовлетворяют генераторы (1.73), которым по-прежнему соответствуют шесть вещественных и четыре мнимых параметра.

Таким образом, группа внутренней симметрии системы двух уравнений Дирака разных типов с лагранжианом (1.76) совпадает с группой внутренней симметрии системы (1.38) с лагранжианом (1.71).

Исследуем внутреннюю симметрию системы (1.75) с лагранжианом (1.76) на квантовом уровне. Генераторы (1.73) для системы (1.75) в базисе (1.53) принимают вид:

$$\begin{aligned}\Gamma'_2 &= -\gamma_1\gamma_4 \otimes \gamma_1\gamma_3, & \Gamma'_3 &= \gamma_4\gamma_5 \otimes \gamma_2\gamma_4, \\ \Gamma'_4 &= \gamma_3\gamma_4 \otimes \gamma_2\gamma_4, & \Gamma'_5 &= -\gamma_4 \otimes I_4, \\ i\Gamma'_2\Gamma'_5 &= i\gamma_1 \otimes \gamma_1\gamma_3, & i\Gamma'_3\Gamma'_5 &= i\gamma_5 \otimes \gamma_2\gamma_4, \\ i\Gamma'_4\Gamma'_5 &= -i\gamma_3 \otimes \gamma_2\gamma_4, & i\Gamma'_{[2}\Gamma'_{3]} &= i\gamma_1\gamma_5 \otimes \gamma_5, \\ i\Gamma'_{[2}\Gamma'_{4]} &= -i\gamma_1\gamma_3 \otimes \gamma_5, & i\Gamma'_{[3}\Gamma'_{4]} &= i\gamma_3\gamma_5 \otimes I_4.\end{aligned}\tag{1.82}$$

Квантовая формулировка дираковского поля, описываемого системой (1.75), базируется на антикоммутирующих соотношениях

$$\begin{aligned}[a_{1s}(p), a_{1s}^{(+)}(p')]_+ &= [b_{1s}(p), b_{1s}^{(+)}(p')]_+ = \delta_{ss'}\delta(p-p'), \\ [a_{2s}(p), a_{2s}^{(+)}(p')]_+ &= [b_{2s}(p), b_{2s}^{(+)}(p')]_+ = -\delta_{ss'}\delta(p-p').\end{aligned}\tag{1.83}$$

Операторы знака энергии  $\hat{\Gamma}_4$ , проекции спина  $\hat{S}_3$  и внутренней четности  $\hat{\Pi}$  в рассматриваемом случае принимают вид:

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_4 &= \text{diag}(1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1), \\ \hat{S}_3 &= \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1), \\ \hat{\Pi} &= \text{diag}(1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1).\end{aligned}\tag{1.84}$$

Проверка инвариантности перестановочных соотношений (1.83) относительно однопараметрических преобразований (1.25) с генераторами (1.82) показывает, что условия квантования инвариантны относительно преобразований с генераторами  $\Gamma'_2, \Gamma'_5, i\Gamma'_2\Gamma'_5$ , перемешивающих состояния частицы и античастицы из различных уравнений Дирака и образующих группу SO(3), а также преобразования  $\Gamma'_{[3}\Gamma'_{4]}$ , соответствующего в данном случае фазовому преобразованию  $\psi_1 \rightarrow \psi_1 e^{i\varphi}$ ,  $\psi_2 \rightarrow \psi_2 e^{-i\varphi}$ .

### 1.5 Система трех уравнений Дирака

Найдем внутреннюю симметрию системы трех уравнений Дирака с  $m \neq 0$ :

$$\begin{aligned}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 &= 0, \\ (\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2 &= 0, \\ (\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_3 &= 0.\end{aligned}\tag{1.85}$$

Для сопряженных функций  $\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*$  получим уравнения:



$$\begin{aligned} (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m) \psi_1^* &= 0, \\ (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m) \psi_2^* &= 0, \\ (-\gamma_1 \partial_1 + \gamma_2 \partial_2 - \gamma_3 \partial_3 - \gamma_4 \partial_4 + m) \psi_3^* &= 0. \end{aligned} \quad (1.86)$$

Рассматривая системы (1.85) и (1.86) совместно, приходим к 24-компонентной системе уравнений, которую можно представить в универсальной матричной форме (1).

При выборе волновой функции  $\Psi$  в (1) в виде

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*) \quad (1.87)$$

для матриц  $\Gamma_\mu$  будем иметь выражения:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_1, \quad \Gamma_2 = I_6 \otimes \gamma_2, \\ \Gamma_3 &= \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_3, \quad \Gamma_4 = \sigma_3 \otimes I_3 \otimes \gamma_4. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Для дальнейшего, как и ранее, удобно перейти к представлению, в котором вещественные и мнимые компоненты волновой функции разделены:

$$\begin{aligned} \Psi &= (\psi_1^r, \psi_2^r, \psi_3^r, \psi_1^i, \psi_2^i, \psi_3^i) \quad (1.89) \\ \psi_{1,2,3}^r &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{1,2,3} + \psi_{1,2,3}^*), \quad \psi_{1,2,3}^i = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_{1,2,3} - \psi_{1,2,3}^*) \end{aligned}$$

Указанный переход от представления (1.87) осуществляется с помощью унитарного преобразования базиса в пространстве волновой функции  $\Psi$ :

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_{12} & I_{12} \\ I_{12} & -I_{12} \end{pmatrix}, \quad u^{-1} = u^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_{12} & I_{12} \\ I_{12} & -I_{12} \end{pmatrix} \quad (1.90)$$

Матрицы  $\Gamma_\mu$  и  $\eta$  при этом принимают вид:

$$\Gamma_1 = \sigma_1 \otimes I_3 \otimes \gamma_1, \quad \Gamma_2 = I_6 \otimes \gamma_2, \quad (1.91)$$

$$\Gamma_3 = \sigma_1 \otimes I_3 \otimes \gamma_3, \quad \Gamma_4 = \sigma_1 \otimes I_3 \otimes \gamma_4,$$

$$\eta = I_6 \otimes \gamma_4. \quad (1.92)$$

Инвариантность уравнения (1) с матрицами  $\Gamma_\mu$  (1.91) относительно преобразований (2) в фермионном базисе, в котором  $\Gamma_\mu$  по определению имеют форму  $\Gamma_\mu = I_6 \otimes \gamma_\mu$ , обеспечивается матрицей вида:

$$Q = q \otimes I_4, \quad (1.93)$$

где  $q$  – комплексная матрица  $6 \times 6$ , на которую накладываются ограничения, связанные с сохранением вещественного характера уравнения (1). При этом матрицы  $Q$  и  $\Gamma_\mu$  удовлетворяют перестановочным соотношениям (3).

Преобразования, задаваемые матрицей (1.93), можно параметризовать посредством 36-ти базисных операторов

$$\begin{aligned} J_{00} &= I_{24}, \quad J_{i0} = (\sigma_i \otimes I_3) \otimes I_4, \\ J_{0A} &= (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \quad J_{iA} = (\sigma_i \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \end{aligned} \quad (1.94)$$

где  $\alpha_A$  ( $A = 1 \div 8$ ) – генераторы группы  $SU(3)$ , которые выберем в виде:



$$\begin{aligned} \alpha_1 &= e^{11} - e^{33}, \quad \alpha_2 = e^{22} - e^{33}, \quad \alpha_3 = e^{23} + e^{32}, \\ \alpha_4 &= e^{13} + e^{31}, \quad \alpha_5 = e^{12} + e^{21}, \quad \alpha_6 = -i(e^{23} - e^{32}), \\ \alpha_7 &= -i(e^{31} - e^{13}), \quad \alpha_8 = -i(e^{12} - e^{21}). \end{aligned} \quad (1.95)$$

Здесь  $e^{ij}$  – элементы полной матричной алгебры.

С помощью преобразования

$$A = \frac{1}{2}[I_6 \otimes (I_4 + i\gamma_2) + (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes (I_4 - i\gamma_2)], \quad (1.96)$$

$$A^{-1} = [I_6 \otimes (I_4 - i\gamma_2) + (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes (I_4 + i\gamma_2)]$$

переведем операторы (1.94) в базис (1.89). В результате получим:

$$\begin{aligned} J_{00} &= I_{24}, \quad J_{10} = (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes I_4, \quad J_{20} = -(\sigma_3 \otimes I_3) \otimes \gamma_2, \\ J_{30} &= (\sigma_2 \otimes I_3) \otimes \gamma_2, \quad J_{0A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2, \quad J_{1A} = (\sigma_1 \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \\ J_{2A} &= -(\sigma_3 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2, \quad J_{3A} = (\sigma_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2. \end{aligned} \quad (1.97)$$

Условие вещественности налагает на соответствующие параметры  $\omega_N \leftrightarrow J^N$  следующие ограничения:

$$\begin{aligned} \omega_{00}, \omega_{20}, \omega_{30}, \omega_{01}, \dots, \omega_{05}, \omega_{16}, \omega_{17}, \\ \omega_{18}, \omega_{21}, \dots, \omega_{25}, \omega_{31}, \dots, \omega_{35} &\text{ — вещественные;} \\ \omega_{10}, \omega_{06}, \omega_{07}, \omega_{08}, \omega_{11}, \dots, \omega_{15}, \omega_{26}, \\ \omega_{27}, \omega_{28}, \omega_{36}, \omega_{37}, \omega_{38} &\text{ — мнимые.} \end{aligned} \quad (1.98)$$

Требование инвариантности лагранжиана относительно преобразований внутренней симметрии (2), которое для матрицы  $Q$  принимает вид (1.24), накладывает 15 связей на параметры этих преобразований. В результате получаем 21-параметрическую группу матричных преобразований, задаваемую следующими генераторами (за исключением единичного  $J_{00}$ ):

$$J_{10}, J_{06}, J_{07}, J_{08}, J_{11}, \dots, J_{15}, J_{20}, J_{30}, J_{21}, \dots, J_{25}, J_{31}, \dots, J_{35}. \quad (1.99)$$

Генераторы (1.99) образуют унитарную группу с 12 вещественными ( $\omega_{21}, \dots, \omega_{25}, \omega_{31}, \dots, \omega_{35}$ ) и 9 мнимыми ( $\omega_{06}, \omega_{07}, \omega_{08}, \omega_{11}, \dots, \omega_{15}$ ) параметрами, изоморфную группе  $SO(4,3)$  и являющуюся группой внутренней симметрии лагранжиана системы трех массивных уравнений Дирака [13].

Выясним, какая группа внутренней симметрии системы (1.85) «выживает» на квантовом уровне.

При проведении процедуры вторичного квантования наряду с волновой функцией  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ , вводится, как и в случае одного уравнения Дирака, функция  $\bar{\psi} = (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3)$ , где  $\bar{\psi}_k = \psi_k^+ \gamma_4$ . Другими словами, фактически используется 24-компонентная волновая функция

$$\Psi = (\psi, \bar{\psi}) = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3) \text{ — столбец.} \quad (1.100)$$

Функции  $\Psi$  (1.89) и  $\bar{\Psi}$  (1.100) заданы в одном и том же пространстве. Унитарное преобразование базиса в этом пространстве, осуществляющее переход от  $\Psi$  (1.89) к  $\bar{\Psi}$  (1.100), имеет вид:



$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_6 & I_6 \\ I_3 \otimes \gamma_4 & -I_3 \otimes \gamma_4 \end{pmatrix}. \quad (1.101)$$

Для генераторов (1.97) в базисе (1.100) получим выражения:

$$\begin{aligned} J_{10} &= (\sigma_1 \otimes I_3) \otimes I_4, \quad J_{20} = -(\sigma_3 \otimes I_3) \otimes \gamma_2, \\ J_{30} &= (\sigma_2 \otimes I_3) \otimes \gamma_2, \quad J_{0A} = (I_2 \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \\ J_{1A} &= (\sigma_3 \otimes \alpha_A) \otimes I_4, \quad J_{2A} = -i(\sigma_2 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2 \gamma_4, \\ J_{3A} &= i(\sigma_1 \otimes \alpha_A) \otimes \gamma_2 \gamma_4, \quad J_{00} = I_{24}, \end{aligned} \quad (1.102)$$

В разложении

$$\begin{aligned} \psi &= \sum_{k=1}^3 \sum_{s=-1/2}^{1/2} a_{ks} \psi_{ks}^{(+)} + \sum_{k=1}^3 \sum_{s=-1/2}^{1/2} b_{ks}^+ \psi_{ks}^{(-)}, \\ \bar{\psi} &= \sum_{k=1}^3 \sum_{s=-1/2}^{1/2} a_{ks}^+ \bar{\psi}_{ks}^{(+)} + \sum_{k=1}^3 \sum_{s=-1/2}^{1/2} b_{ks} \bar{\psi}_{ks}^{(-)}, \end{aligned} \quad (1.103)$$

функций  $\psi$  и  $\bar{\psi}$  по плоским волнам, квантовое число  $k$  соответствует оператору, различающему трехкратное вырождение состояний рассматриваемой полевой системы (обозначим его  $\hat{\Pi}$ , собственные значения  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ). При квантовании коэффициенты разложения  $a_{ks}^+, b_{ks}^+, a_{ks}, b_{ks}$  принимают смысл операторов рождения и уничтожения, для которых постулируются антикоммутиационные соотношения

$$[a_{ks}, a_{k's'}^+]_+ = [b_{ks}, b_{k's'}^+]_+ = \delta_{kk'} \delta_{ss'}, \quad (1.104)$$

и все остальные антикоммутанты равны нулю.

В базисе (1.100) операторы знака энергии  $\hat{\Gamma}_4$ , проекции спина  $\hat{S}_3 = -\frac{i}{4} \Gamma_{[1} \Gamma_{2]}$  и оператор  $\hat{\Pi}$ , выступающие в качестве операторов полного набора, имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_4 &= d a (I_2 g - I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, -I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, I_2), \\ \hat{S}_3 &= \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \\ &\quad -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, ), \\ \hat{\Pi} &= \text{diag}(\lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_3, \lambda_3, \lambda_3, \\ &\quad \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_3, \lambda_3, \lambda_3, ). \end{aligned} \quad (1.105)$$

Располагая операторы рождения и уничтожения в столбец в последовательности, определяемой выражениями (1.105), и проводя над ним преобразования (1.25), где в качестве  $J$  берутся по очереди генераторы (1.99), устанавливаем трансформационные свойства этих операторов.

Проверка показывает, что инвариантность условий квантования выполняется для следующих 9 генераторов  $J_{10}, J_{11}, J_{12}, J_{13}, J_{14}, J_{15}, J_{06}, J_{07}, J_{08}$ , с мнимыми параметрами  $\omega$ . Таким образом, получаем (исключая генератор  $J_{00}$ , который соответствует фазовому преобразованию) группу  $SU(3)$ .

## 1.6 Система четырех уравнений Дирака

Исследуем, наконец, систему из четырех уравнений Дирака

$$(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_1 = 0,$$





$$\begin{aligned}(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_2 &= 0, \\(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_3 &= 0, \\(\gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi_4 &= 0.\end{aligned}\tag{1.106}$$

( $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$  – биспиноры першого ранга,  $\gamma_\mu$  – матрицы Дирака), с лагранжианом

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4\tag{1.107}$$

и матрицей билинейной формы

$$\eta = I_4 \otimes \gamma_4.\tag{1.108}$$

При переходе к эквивалентной (1.106) 32-компонентной вещественной системе уравнений, записанной в виде (1), в базисе

$$\begin{aligned}\Psi &= (\psi_{1,2,3,4}^r, \psi_{1,2,3,4}^i) - \\ \psi_{1,2,3,4}^r &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{1,2,3,4} + \psi_{1,2,3,4}^*), \\ \psi_{1,2,3,4}^i &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{1,2,3,4} - \psi_{1,2,3,4}^*).\end{aligned}\tag{1.109}$$

для матриц  $\Gamma_\mu$  и  $\eta$  получим выражения:

$$\Gamma_1 = -I_2 \otimes (\gamma_5 \otimes \gamma_1), \Gamma_2 = I_8 \otimes \gamma_2,\tag{1.110}$$

$$\Gamma_3 = -I_2 \otimes (\gamma_5 \otimes \gamma_3), \Gamma_4 = -I_2 \otimes (\gamma_5 \otimes \gamma_4),$$

$$\eta = I_2 \otimes (I_4 \otimes \gamma_4) = I_8 \otimes \gamma_4.\tag{1.111}$$

В фермионном базисе, в котором матрицы  $\Gamma_\mu$  (1.110) принимают вид  $\Gamma_\mu = I_8 \otimes \gamma_\mu$ , наиболее общий вид преобразований, коммутирующих со всеми матрицами  $\Gamma_\mu$ , таков:

$$Q = q \otimes I_4\tag{1.112}$$

( $q$  – произвольная комплексная матрица размерности 8x8).

В качестве генераторов преобразования  $q$  можно взять матрицы:

$$\gamma_\mu \otimes \sigma_i, \gamma_\mu \otimes I_2, \gamma_5 \otimes \sigma_i, \gamma_5 \otimes I_2, \gamma_\mu \gamma_\nu \otimes \sigma_i, \gamma_\mu \gamma_\nu \otimes I_2, I_4 \otimes \sigma_i, I_8.\tag{1.113}$$

Тогда генераторы преобразования  $Q$  (1.112) в фермионном базисе примут вид:

$$\begin{aligned}J_{\mu i} &= (\gamma_\mu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{\mu 4} = (\gamma_\mu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{5i} &= (\gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{54} = (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{[\mu\nu]i} &= (\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{[\mu\nu]4} = (\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{\mu 5i} &= (\gamma_\mu \gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{\mu 54} = (\gamma_\mu \gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_i &= (I_4 \otimes \sigma_i) \otimes I_4.\end{aligned}\tag{1.114}$$

Для того чтобы выделить в (1.114) генераторы, определяющие группу внутренней симметрии системы (1.106), записанной в вещественной форме, приведем все генераторы к эрмитовскому виду. Далее с помощью преобразования



$$A^{-1} = A^+ = \frac{1}{2}[I_8 \otimes (I_4 + i\gamma_2) - (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes (I_4 - i\gamma_2)], \quad (1.115)$$

$$A = \frac{1}{2}[I_8 \otimes (I_4 - i\gamma_2) - (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes (I_4 + i\gamma_2)],$$

переводим генераторы (1.114) в базис (1.109), в котором вещественные и мнимые компоненты волновой функции разделены. Получим:

$$\begin{aligned} J_{\mu i} &= -i(\gamma_\mu \gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes \gamma_2, \quad J_{\mu 4} = -i(\gamma_\mu \gamma_5 \otimes I_2) \otimes \gamma_2, \\ J_{5i} &= (\gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{54} = (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{[\mu\nu]i} &= i(\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{[\mu\nu]4} = i(\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{\mu 5i} &= (\gamma_\mu \otimes \sigma_i) \otimes \gamma_2, \quad J_{\mu 54} = (\gamma_\mu \otimes I_2) \otimes \gamma_2, \\ J_i &= (I_4 \otimes \sigma_i) \otimes I_4. \end{aligned} \quad (1.116)$$

Затем устанавливаем, какие из параметров  $\omega$  являются вещественными, а какие – мнимыми, проверяем, для каких однопараметрических преобразований с генераторами (1.116) выполняется условие (1.26), и, таким образом, находим группу внутренней симметрии лагранжиана рассматриваемого дираковского поля с одновременной ее явной параметризацией.

Проверка показывает, что условию (1.26) удовлетворяют 36 генераторов

$$\begin{aligned} J_{11}, J_{13}, J_{14}, J_{22}, J_{31}, J_{33}, J_{34}, J_{41}, J_{43}, J_{44}, J_{51}, J_{53}, J_{54}, J_{151}, \\ J_{153}, J_{154}, J_{252}, J_{351}, J_{353}, J_{354}, J_{451}, J_{453}, J_{454}, J_{[12]2}, J_{[23]2}, J_{[31]1}, \\ J_{[31]3}, J_{[31]4}, J_{[14]1}, J_{[14]3}, J_{[14]4}, J_{[24]2}, J_{[34]1}, J_{[34]3}, J_{[34]4}, J_2, \end{aligned} \quad (1.117)$$

которым соответствуют 20 вещественных ( $\omega_{11}, \omega_{13}, \omega_{14}, \omega_{22}, \omega_{31}, \omega_{33}, \omega_{34}, \omega_{41}, \omega_{43}, \omega_{44}, \omega_{151}, \omega_{153}, \omega_{154}, \omega_{252}, \omega_{351}, \omega_{353}, \omega_{354}, \omega_{451}, \omega_{453}, \omega_{454}$ ) и 16 мнимых ( $\omega_{51}, \omega_{53}, \omega_{54}, \omega_{[12]2}, \omega_{[23]2}, \omega_{[31]1}, \omega_{[31]3}, \omega_{[14]3}, \omega_{[14]4}, \omega_{[24]2}, \omega_{[34]1}, \omega_{[34]3}, \omega_{[34]4}, \omega_2$ ) параметров.

Таким образом, получаем группу внутренней симметрии, изоморфную группе SO(5,4).

Выясним, сохраняется ли установленная выше симметрия лагранжиана (1.107) системы (1.106) на квантовом уровне. Переведем генераторы (1.117) из базиса (1.109) в базис

$$\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4, \bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \bar{\psi}_3, \bar{\psi}_4) - \quad (1.118)$$

где  $\bar{\psi}_k = \psi_k^+ \gamma_4$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ). Указанный переход осуществляется с помощью матрицы

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} I_{16} & I_{16} \\ I_4 \otimes \gamma_4 & -I_4 \otimes \gamma_4 \end{pmatrix}. \quad (1.119)$$

Разложим  $\psi_k$  и  $\bar{\psi}_k$  по «чистым» состояниям:

$$\begin{aligned} \psi_k &= \sum_s a_{ks} \psi_{ks}^{(+)} + \sum_s b_{ks}^+ \psi_{ks}^{(-)}, \\ \bar{\psi}_k &= \sum_s a_{ks}^+ \bar{\psi}_{ks}^{(+)} + \sum_s b_{ks} \bar{\psi}_{ks}^{(-)}. \end{aligned} \quad (1.120)$$

При квантовании для операторов рождения и уничтожения постулируются антикоммутирующие соотношения:

$$[a_{krs}(p), a_{kr's'}^{(+)}(p')]_+ = [b_{krs}(p), b_{kr's'}^{(-)}(p')]_+ = \delta_{rr'} \delta_{ss'} \delta(p-p'), \quad (1.121)$$



и все остальные антикоммутанты равны нулю.

Для проверки инвариантности соотношений (1.121) относительно однопараметрических преобразований, задаваемых генераторами (1.117), надо установить соответствующие трансформационные свойства операторов рождения и уничтожения. В базисе (1.118)  $\hat{\Gamma}_4$ ,  $\hat{S}_3$  и операторы внутренней четности  $\hat{\Pi} = I_4 \otimes (\hat{\sigma}_3 \otimes I_4)$  и  $\hat{\Pi}' = \gamma_4 \otimes (\hat{\sigma}_3 \otimes I_4)$ , выступающие в данном случае в качестве операторов полного набора, имеют вид:

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_4 &= d a \quad (I_8 - I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, \\ &\quad -I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, I_2, -I_2, I_2), \\ \hat{S}_2 &= \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \\ &\quad -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1), \\ \hat{S}_3 &= \frac{1}{2} \text{diag}(1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \\ &\quad -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1), \\ \hat{\Pi} &= \text{diag}(I_4, -I_4, I_4, -I_4, -I_4, I_4, -I_4, I_4), \\ \hat{\Pi}' &= d a \quad (I_8 - I_4, I_4, -I_4, I_4, -I_4, I_4, -I_4, -I_4).\end{aligned}\tag{1.122}$$

Располагая операторы рождения и уничтожения в столбец в последовательности, определяемой выражениями (1.122), и проводя над столбцом преобразования (1.23), где в качестве  $J$  берутся генераторы (1.117), устанавливаем искомые трансформационные свойства этих операторов. Расчеты показывают, что инвариантность условий квантования (1.121) имеет место для следующих 16 генераторов:

$$\begin{aligned}J_{51} &= i\sigma_3 \otimes (\gamma_2\gamma_3 \otimes I_4), \quad J_{53} = i\sigma_3 \otimes (\gamma_1\gamma_2 \otimes I_4), \\ J_{54} &= -\sigma_3 \otimes I_{16}, \quad J_{[12]2} = iI_2 \otimes (\gamma_2\gamma_5 \otimes I_4), \\ J_{[23]2} &= iI_2 \otimes (\gamma_2\gamma_4 \otimes I_4), \quad J_{[31]1} = -I_2 \otimes (\gamma_1 \otimes I_4), \\ J_{[31]3} &= -I_2 \otimes (\gamma_3 \otimes I_4), \quad J_{[31]4} = -iI_2 \otimes (\gamma_4\gamma_5 \otimes I_4), \\ J_{[14]1} &= i\sigma_3 \otimes (\gamma_1\gamma_4 \otimes I_4), \quad J_{[14]3} = i\sigma_3 \otimes (\gamma_3\gamma_4 \otimes I_4), \\ J_{[14]4} &= \sigma_3 \otimes (\gamma_5 \otimes I_4), \quad J_{[24]2} = \sigma_3 \otimes (\gamma_2 \otimes I_4), \\ J_{[34]1} &= i\sigma_3 \otimes (\gamma_1\gamma_5 \otimes I_4), \quad J_{[34]3} = i\sigma_3 \otimes (\gamma_3\gamma_5 \otimes I_4), \\ J_{[3]14} &= {}_4\sigma_3 \otimes (\gamma_4 \otimes I_4), \quad J_2 = -iI_2 \otimes (\gamma_3\gamma_1 \otimes I_4).\end{aligned}\tag{1.123}$$

Они образуют набор генераторов, который ассоциируется с группой инвариантности  $SU(4)$ .

### 1.7 Уравнение Дирака-Кэлера

В параграфе 1.3 была изучена внутренняя симметрия вещественного поля Дирака-Кэлера. Теперь исследуем внутреннюю симметрию комплексного уравнения Дирака-Кэлера, записанного в вещественной 32-компонентной форме. Для такого уравнения матрица билинейной формы в фермионном базисе имеет вид

$$\eta = I_2 \otimes (\gamma_4 \otimes \gamma_4).\tag{1.124}$$

Как и в случае системы четырех уравнений Дирака, для генераторов внутренней симметрии в фермионном базисе будем иметь:



$$\begin{aligned} J_{\mu i} &= (\gamma_\mu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{\mu 4} = (\gamma_\mu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{5i} &= (\gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{54} = (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{[\mu\nu]i} &= (\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{[\mu\nu]4} = (\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{\mu 5i} &= (\gamma_\mu \gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{\mu 54} = (\gamma_\mu \gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_i &= (I_4 \otimes \sigma_i) \otimes I_4. \end{aligned} \quad (1.125)$$

Поступим так же, как и в параграфе 1.5. Переводим генераторы (1.125) в базис, в котором вещественные и мнимые компоненты волновой функции разделены. Получим:

$$\begin{aligned} J_{\mu i} &= -i(\gamma_\mu \gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes \gamma_2, \quad J_{\mu 4} = -i(\gamma_\mu \gamma_5 \otimes I_2) \otimes \gamma_2, \\ J_{5i} &= (\gamma_5 \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{54} = (\gamma_5 \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{[\mu\nu]i} &= i(\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes \sigma_i) \otimes I_4, \quad J_{[\mu\nu]4} = i(\gamma_\mu \gamma_\nu \otimes I_2) \otimes I_4, \\ J_{\mu 5i} &= (\gamma_\mu \otimes \sigma_i) \otimes \gamma_2, \quad J_{\mu 54} = (\gamma_\mu \otimes I_2) \otimes \gamma_2, \\ J_i &= (I_4 \otimes \sigma_i) \otimes I_4. \end{aligned} \quad (1.126)$$

Затем по обычной схеме находим, какие из параметров  $\omega$  являются вещественными, а какие – мнимыми, и проверяем, для каких однопараметрических преобразований с генераторами (1.126) выполняется условие (1.26). В результате придем к группе SO(5,4) с набором генераторов

$$\begin{aligned} J_{12}, J_{21}, J_{23}, J_{24}, J_{31}, J_{33}, J_{34}, J_{41}, J_{43}, J_{44}, J_{51}, J_{53}, J_{54}, J_{152}, J_{251}, \\ J_{253}, J_{254}, J_{351}, J_{353}, J_{354}, J_{451}, J_{453}, J_{454}, J_{[12]2}, J_{[23]3}, J_{[23]3}, \\ J_{[23]4}, J_{[31]2}, J_{[14]2}, J_{[24]1}, J_{[24]3}, J_{[24]4}, J_{[31]1}, J_{[34]3}, J_{[34]4}, J_2, \end{aligned} \quad (1.127)$$

которым соответствуют 20 вещественных ( $\omega_{31}, \omega_{33}, \omega_{34}, \omega_{41}, \omega_{43}, \omega_{44}, \omega_{351}, \omega_{353}, \omega_{354}, \omega_{451}, \omega_{453}, \omega_{454}, \omega_{[23]1}, \omega_{[23]3}, \omega_{[23]4}, \omega_{[31]2}, \omega_{[14]2}, \omega_{[24]1}, \omega_{[24]3}, \omega_{[24]4}$ ) и 16 мнимых ( $\omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{23}, \omega_{24}, \omega_{51}, \omega_{53}, \omega_{54}, \omega_{152}, \omega_{251}, \omega_{253}, \omega_{254}, \omega_{[12]2}, \omega_{[31]1}, \omega_{[34]3}, \omega_{[34]4}, \omega_2$ ) параметров.

Аналогичный результат получается для системы четырех уравнений Дирака (1.106) в случае выбора лагранжиана в виде:

$$L = L_1 + L_2 - L_3 - L_4. \quad (1.128)$$

Это означает, что система четырех дираковских полей с лагранжианом (1.128), как и комплексное поле Д-К, обладает внутренней симметрией SO(5,4).

### Заключение

Итак, установлено, что в рамках лагранжевой формулировки внутренняя симметрия системы из двух уравнений Дирака для частиц с массой отличной от нуля, описывается группой SO(3,2), для трех уравнений – SO(4,3), для четырех уравнений – SO(5,4). В квантовой теории эти группы редуцируются соответственно к группам SU(2), SU(3), SU(4). Внутренняя симметрия вещественного поля Дирака-Кэлера описывается группой SO(3,2), поля Дирака-Кэлера, записанного в вещественной форме, – группой SO(5,4). Указанные группы существенно шире симметрий, обычно сопоставляемых данным полям в литературе.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стражев, В.И. О группе зарядовой симметрии релятивистских волновых уравнений / В.И. Стражев, П.Л. Школьников // Извест. вузов. Физика. – 1981. – № 11. – С. 115–117.
2. Pursey, D.L. Symmetries of the Dirac equation / D.L. Pursey, J.F. Plebanski // Phys. Rev. – 1984. – V. 29. – P. 1848–1850.
3. Пенроуз, Р. Структура пространства-времени. / Р. Пенроуз. – М. : Мир, 1972. – 182 с.
4. Стражев, В.И. Спиновые степени свободы и калибровочные симметрии : автореф. дисс. ... докт. физ.-матем. наук – Минск, 1985. – 25 с.
5. Богуш, А.А. Введение в теорию классических полей / А.А. Богуш, Л.Г. Мороз. – Минск, 1968. – 368 с.
6. Плетюхов, В.А. Симметрия безмассовых полей дираковского типа / В.А. Плетюхов // Вестн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Физика. Математика. – 2010. – № 2. – С. 32–38.
7. Нишиджима, К. Фундаментальные частицы / К. Нишиджима. – М. : Мир, 1965. – 462 с.
8. Фушич, В.И. О новом методе исследования групповых свойств уравнений математической физики / В.И. Фушич // ДАН СССР. – 1979. – Т. 246, № 4. – С. 846–850.
9. Плетюхов, В.А. Вещественное поле Дирака-Кэлера и дираковские частицы / В.А. Плетюхов, В.И. Стражев // Вестн. БГУ. Сер. 1. – 2009. – №2. – С. 3–7.
10. Плетюхов, В.А. Релятивистские волновые уравнения с кратными представлениями группы Лоренца и внутренние степени свободы частиц : автореф. дисс. ... докт. физ.-матем. наук – Минск, 1992.
11. Сатиков, О квантовом описании поля Дирака-Кэлера / И.А. Сатиков, В.И. Стражев // ТМФ. – 1987. – Т. 73, № 1. – С. 16–25.
12. Плетюхов, В.А., Стражев В.И. // Acta Phys. Pol. 1988. Vol. B19. № 9. P. 751.
13. Andrusevich, P.P. On Internal symmetry of the system of three Dirac fields / P.P. Andrusevich, V.A. Pletyukhov, V.I. Strazhev // NPC'S'2010 (Nonlinear Phenomena in Complex Systems) / Joint Institute for Power and Nuclear Research – Sosny of NASB, Minsk, Belarus, 19–21 May, 2010.

***V.A. Pletyukhov, P.P. Andrusevich. On Internal Symmetries of the Dirac and Dirac-Kähler Fields***

The internal symmetry of the Lagrangian  $4n$ -component Dirac fields ( $n = 1, 2, 3, 4$ ), and the complex and real field Dirac-Kähler is investigated for the classical and quantum levels. Method based on the reduction of the corresponding equations for the real form is used. It is shown that the symmetry group, which in this case are found, much wider symmetries, usually attributed to this fields. The results obtained can be used in modern gauge theories of fundamental particles and their interactions.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 13.09.2012



УДК 691.544: 666.941.2

***Н.С. Ступень***

## **ЭФФЕКТИВНЫЕ ДОБАВКИ В ЦЕМЕНТНЫЕ И БЕТОННЫЕ КОМПОЗИЦИИ**

В статье дан аналитический обзор эффективных добавок в цементные и бетонные композиции, улучшающих свойства бетона.

Задача повышения эффективности и качества бетона и железобетона была и остается весьма актуальной и в полной мере не может быть успешно решена без использования в технологии бетона химических добавок.

Химические добавки, являясь одним из самых простых и доступных технологических приемов совершенствования свойств бетона, позволяют существенно снизить уровень затрат на единицу продукции, повысить качество и эффективность большой номенклатуры железобетонных конструкций, увеличить срок службы как конструкций, так и зданий и сооружений в целом. Поэтому применению химических добавок в технологии бетона в мировой практике уделяется огромное внимание. Так, например, к началу 2000-го года доля бетона с добавками различного назначения в Японии составляла более 80%, в США, Германии, Франции и Италии – более 70% [1]. Разработано множество методических рекомендаций и различного рода пособий отраслевых научно-исследовательских институтов по вопросам применения химических добавок для бетонов и растворов.

Развитие строительной индустрии в последнее десятилетие осуществляется под знаком возрастающих требований по рациональному и эффективному использованию сырьевых и энергетических ресурсов. Это затрагивает все отрасли промышленности строительных материалов, и прежде всего изготовление сборных и монолитных бетонных и железобетонных конструкций.

Практическое решение проблемы эффективного использования сырьевых и энергетических ресурсов в производстве сухих и готовых растворных и бетонных смесей, бетона и железобетона, как сборного, так и монолитного, в полной мере возможно лишь при широком и всестороннем использовании химических добавок.

По прогнозам специалистов, доля бетонов с добавками в нашей стране в ближайшие годы должна возрасти до 50% и более. При этом основной упор, вероятно, будет сделан на производство и применение пластификаторов, комплексных добавок различного назначения, суперпластификаторов и противоморозных добавок.

Добавки представляют собой химические вещества (реагенты) как органического, так и неорганического строения, сложного или простого состава. Они вводятся в состав бетона, как правило, с водой затворения и могут иметь жидкое, твердое или пастообразное состояние. В ряде случаев в качестве добавок для бетонов используют химические продукты с постоянным, нормируемым соответствующими нормативными документами (стандартами) составом. Это могут быть соли, кислоты, щелочи и другие продукты химического производства.

Назначение добавок весьма разнообразно. Количество применяемых в производстве раствора, бетона и железобетонных конструкций составляет более 300 наименований. В стадии исследования и промышленного испытания находится около 1000 наименований добавок.



Столь широкая номенклатура химических добавок для бетона обусловлена в большинстве случаев стремлением использовать их для улучшения свойств бетона, снижения расхода цемента или уменьшения энергетических затрат при производстве железобетона, различных отходов и попутных продуктов многих отраслей промышленности. С другой стороны, необходимость поиска все новых добавок обуславливается избирательным характером их модифицирующего эффекта, который зависит не только от химического состава добавок, но и от химического и минералогического состава цемента, тонкости его помола, наличия и количества щелочей в составе цемента. Величина модифицирующего эффекта многих добавок зависит и от удельного расхода цемента в бетонной смеси, содержания и типа минеральных добавок, водоцементного отношения, режимов тепловой обработки железобетонных конструкций. Таким образом, выбор добавок для совершенствования свойств бетона и технологии изготовления железобетонных конструкций является весьма непростой задачей. Поэтому для правильного выбора добавок применительно к конкретным условиям производства, назначению выпускаемой продукции и поставленным целям необходимо четкое представление о классификации добавок по их назначению и о механизме их действия. Выделяют 3 основные группы добавок [2].

**Первая группа** – это добавки, регулирующие свойства готовых к употреблению бетонных и растворных смесей:

- пластифицирующие – водоредуцирующие (суперпластифицирующие, сильнопластифицирующие, пластифицирующие);
- стабилизирующие; регулирующие сохранность подвижности;
- поризующие (воздухововлекающие, пенообразующие, газообразующие).

**Вторая группа** объединяет добавки, изменяющие свойства бетонов и растворов: регулируют кинетику твердения (ускорители, замедлители), повышают прочность; снижают проницаемость; повышают защитные свойства по отношению к стальной арматуре; повышают морозостойкость; повышают коррозионную стойкость (повышают сульфатостойкость, стойкость против коррозии цементного камня); регулируют процессы усадки и расширения.

**К третьей группе** относят добавки, придающие бетонам и растворам специальные свойства:

- противоморозные;
- гидрофобизирующие;
- биоцидные;
- повышающие стойкость к высолообразованию.

Принадлежность любой химической добавки, в том числе и новой, к той или иной группе определяется по критериям эффективности по методикам согласно ГОСТу.

Особое место занимают добавки, повышающие защитные свойства бетона по отношению к стальной арматуре. К ним относятся нитриты щелочных и щелочноземельных металлов, хроматы и дихроматы калия или натрия, тетрабораты натрия или калия, бензоат натрия, фосфаты щелочных металлов и некоторые амины.

На базе указанных добавок могут использоваться комплексные добавки, например сочетание нитрита натрия с бензоатом натрия, тетраборатом натрия, с ЛСТ и другие. Как правило, эти добавки одновременно служат и регуляторами скорости твердения бетона. Некоторые из них, например нитрит натрия, нитрит-нитрат кальция, являются эффективными противоморозными добавками.





По механизму их защитного действия на стальную арматуру различают пассиваторы и ингибиторы. Сущность механизма действия пассиваторов заключается в образовании на поверхности металла защитных пленок из оксидов или нерастворимых солей. Такими свойствами обладают нитриты, фосфаты, силикаты, хроматы, бихроматы и некоторые другие соединения. Следует, однако, заметить, что некоторые из перечисленных соединений, действуя в основном на анодный процесс, сокращают площадь анодных участков и в случае малой концентрации способствуют локализации коррозионного процесса в отдельных точках – питтингах. Следовательно, добавки-пассиваторы не всегда обеспечивают надежную защиту стали от коррозии.

Добавки-ингибиторы обеспечивают надежную защиту стали от коррозии, особенно в бетоне с пониженной щелочностью среды. Они образуют на поверхности стали пленки с физической адсорбцией. К таким добавкам относятся амины, фосфорорганические соединения, ряд ПАВ катионактивного действия.

Добавки, замедляющие коррозию, делятся на анодные, катодные и смешанные в зависимости от того, где они преимущественно воздействуют на реакцию коррозии – на анодных или катодных пластинах или на пластинах обоих типов.

Анодные ингибиторы – это вещества, действие которых основано на их способности поглощать электроны. Они подавляют реакции, протекающие на аноде. Большинство добавок, относящихся к этой группе, эффективны только тогда, когда они присутствуют в достаточно высоких концентрациях. Требуемая концентрация часто определяется содержанием хлорида, воздействующего на сталь. Если используются недостаточные дозы добавок, то происходит коррозия, интенсивность которой локализована, что вызывает сильную точечную коррозию.

Из анодных ингибиторов наиболее широко применяют нитриты кальция или натрия, бензоат натрия и хромат натрия. Кроме того, считаются перспективными натриевые соли силикатов и фосфатов, двуххлористое олово и гидразингидрат.

Катодные ингибиторы действуют либо путем замедления катодной реакции, либо путем выборочного осаждения на катодных пластинах. Вещества этой группы – сильные акцепторы протонов, и их действие в отличие от анодных ингибиторов является обычно косвенным.

В качестве катодных ингибиторов обычно применяют основания (N-OH), которые увеличивают значение pH среды и таким образом уменьшают растворимость соединений железа. Большая часть исследований была посвящена изучению анилина и его хлор-, алкил- и нитрозамещенных форм, а также меркаптобензотиазола. Во всех случаях молекулярная структура играет существенную роль в эффективности этих смесей. Увеличение общей электронной плотности и пространственное расположение групп с разветвленной цепью определяют степень хемосорбции на металле и, следовательно, их эффективность.

Смешанные ингибиторы могут одновременно действовать как на анодные, так и на катодные процессы. Смешанный ингибитор обычно более предпочтителен, так как его действие направлено на всеохватывающую поверхностную коррозию, возникающую из-за присутствия хлоридов. Использование смешанного ингибитора дает лучший эффект.

Смешанные ингибиторы содержат молекулы, у которых распределение плотности электронов обуславливает притяжение ингибитора как к анодным, так и к катодным площадкам. Эти молекулы могут иметь более одной ориентированной присоединенной группы, например NH и SH, и обычно характеризуются следующими особенно-





стями: одна основная молекула может содержать структуры, общие для обеих ориентированных групп (аминотиофенол); соль образуется ориентированными группами акцепторов электронов и протонов из двух отдельных молекул.

Каждая группа ингибиторов может включать вещества, действие которых основано на одном из следующих механизмов:

- образование барьерных слоев;
- окисление путем пассивации поверхности;
- влияние на окружающую среду, контактирующую с металлом.

Ниже перечислены требования, которым должны удовлетворять отдельные химические вещества или их смеси для того, чтобы они могли выступать в качестве эффективных ингибиторов коррозии:

- молекулы должны обладать сильно выраженными свойствами принимать или отдавать электроны, либо окислительно-восстановительной двойственностью;
- растворимость должна быть такой, чтобы быстрое насыщение корродирующей поверхности происходило без быстрого выщелачивания вещества;
- эти вещества должны вызывать поляризацию соответствующих электродов при относительно малых значениях силы тока;
- они должны быть совместимы с системой, для которой предназначено вещество, чтобы не вызывать нежелательных побочных эффектов;
- добавки должны быть эффективными при тех значениях pH и температуры окружающей среды, при которых они используются.

Смесь нитрита и нитрата кальция вместе с муравьино-кислым кальцием используется как для ускорения роста прочности, так и для замедления коррозии во время пропаривания. Кроме того, в условиях автоклавной обработки замедление коррозии обеспечивается комбинациями  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  или гипса и ацетата натрия.

Нитрит кальция предлагается на рынке как не содержащий хлорида ускоритель твердения, а также как ингибитор коррозии. При содержании твердых веществ в растворе 25–30% дозировка составляет 2–4% массы цемента. Несмотря на высокую стоимость обработки  $1 \text{ м}^3$  бетона, использование данного метода считается экономически целесообразным по сравнению с другими доступными методами предотвращения вредного действия хлоридов на сталь. Другим преимуществом нитрита кальция по сравнению с нитритом натрия является уменьшение выщелачивания и обесцвечивания, а также меньшая вероятность протекания реакции между примесями реакционноспособного кремнезема в заполнителе и щелочью. Нитрит натрия представляет собой мелкозернистый, свободно текущий порошок. Он эффективно применяется в отсутствие хлоридов, как в обычных, так и в пропариваемых бетонах в дозировке 1–2% массы цемента. В присутствии хлоридов доза должна превышать 2% для того, чтобы предотвращалось развитие активной точечной коррозии.

Использование нитрита натрия ограничено из-за быстрого выщелачивания.

Хроматы натрия и калия используются в дозах 2–4%. Их влияние на процесс коррозии почти такое же, как у нитрита натрия, если не считать зеленого цвета, присутствующего хроматам.

Бензоат натрия в количестве 2–3% замедляет коррозию и вызывает более ранний прирост прочности.

Катодные ингибиторы, состоящие из анилина и его хлоралкиловых и нитрозамещенных форм, а также аминоктанольная группа используются в дозах 1–2% от массы цемента в присутствии 1–2%  $\text{CaCl}_2$ .



Неорганические вещества, такие как NaOH, обычно вводятся в дозах 2–4%. Смешанные ингибиторы используются в дозах 1–2%.

В большинстве случаев ингибиторы коррозии стали – растворимые неорганические вещества, представляющие собой порошки, которые можно вводить вместе с песком, или водой затворения, или после того, как завершен начальный цикл замеса. При добавлении в воду затворения порошок должен быть растворен, чтобы обеспечилась необходимая концентрация до введения в смесь.

Жидкие добавки, такие как нитрит кальция, могут быть введены в смесь с помощью имеющихся в настоящее время автоматических жидкостных смесителей. При использовании ингибиторов коррозии вместе с обычными добавками важно, чтобы они добавлялись отдельно, на различных этапах смешивания.

При низких концентрациях добавок или малом отношении дозы ингибитора к уровню хлоридов коррозия интенсивно локализуется, и ее действие становится значительным. При применении добавок ингибиторов, ускоряющих схватывание бетона, могут потребоваться комбинации добавок-замедлителей, особенно когда температура окружающей среды и смеси превышает 35°C. Аналогичным образом при использовании ингибиторов, замедляющих схватывание бетонной смеси, могут добавляться ускорители твердения для обеспечения заданного роста прочности бетона.

Бетоны, содержащие нитриты щелочных металлов, хроматы и бензоаты, легко подвержены высолообразованию и могут образовывать белую пленку на поверхности затвердевшего бетона, если выдержка во влажном режиме используется в течение продолжительного времени.

Механизм реакции для большинства анодных ингибиторов состоит в окислении растворимого оксида двухвалентного железа и образовании защитной пленки из гидроксида железа на поверхности стали. Постепенно из области действия коррозии исключаются новые участки поверхности стали, и процесс коррозии прекращается. Эффективное замедление обеспечивается только при достаточном количестве добавки, отвечающем необходимому для данной системы отношению ингибитор : хлорид. Если это отношение мало, то конкурирующие реакции восстановления защитной пленки ионом NO<sub>2</sub> и разрушительного действия хлоридов происходят одновременно, причем последняя реакция начинает преобладать. Коррозия интенсивно локализуется, и возникает опасная точечная коррозия.

Катодные ингибиторы действуют либо путем замедления катодной реакции, либо путем селективного осаждения на катодных площадках, что вызывает увеличение электрического сопротивления и уменьшение диффузии продуктов восстановления к катоду. Продукты реакции при этом не связываются с металлом так же сильно, как продукты, полученные при применении анодных ингибиторов.

Неорганические добавки, представляющие собой сильные основания, обычно увеличивают pH среды, вызывая уменьшение растворимости ионов железа.

Для того чтобы добавки уменьшали коррозию стальной арматуры, растворимость добавки должна быть такой, чтобы на корродирующих поверхностях имелось достаточное ее количество. Однако при сильной растворимости она легко выщелачивается из бетона. Нитрит натрия выщелачивается в течение двух лет, в то время как нитрит кальция, который растворим в меньшей степени, более эффективно замедляет коррозию.

Многие добавки, являющиеся основаниями, быстро осаждаются в цементном растворе и, следовательно, теряют свою эффективность.



Вследствие того, что ингибиторы используются в малых количествах, они, как правило, рассеяны по всему объему, а не концентрируются на границе бетона и стали. Недостаточная концентрация анодных ингибиторов приводит к ускоренной коррозии.

Эффективность анодных ингибиторов непосредственно зависит от содержания хлорида в бетоне. При достаточно большом содержании хлорида их эффективность резко уменьшается, и для предотвращения вредного воздействия хлорида требуется введение большого количества ингибитора. Для каждого ингибитора существует критическая концентрация хлорида, ниже которой коррозия приостанавливается.

Цементы, содержащие большее количество  $C_3A$ , обеспечивают более высокую коррозионную стойкость; портландцементы обладают лучшими антикоррозийными свойствами по сравнению со шлакопортландцементом и пуццолановым цементом.

При попеременном увлажнении и высушивании, особенно при повышенных температурах, интенсивность коррозии стали в бетоне возрастает. При таких условиях эффективность добавок-ингибиторов может уменьшаться.

Эффективность органических катодных ингибиторов часто связана с их молекулярной структурой, которую определяют размер молекул, тип связей, длина углеродных цепочек, число боковых групп, пространственное расположение и комплексообразующая способность.

Удобоукладываемость (это характеристика, определяемая значениями пластичности) улучшается при внесении большинства добавок (до 2%), состоящих из неорганических солей. При более высоких дозах добавок удобоукладываемость снижается, особенно если в смеси присутствует  $CaCl_2$ .

Органические ингибиторы, такие как бензоат натрия, как правило, не уменьшают удобоукладываемость.

При использовании большинства неорганических добавок, в том числе нитритов натрия и кальция, наблюдается уменьшение начала и конца времени схватывания.

Неорганические соли влияют на теплоту гидратации примерно так же, как ускорители. Через трое и семь суток наблюдается весьма незначительное изменение прочности при сжатии для бетонов и растворов, содержащих нитрит натрия и хромат калия. Через 28 суток прочность немного ниже, чем у бетонов и растворов без добавок. Более высокие дозы добавок вызывают существенное уменьшение прочности через 28 суток. Прочность бетонов и растворов, содержащих бензоат натрия в рекомендуемой дозе 6%, значительно снижается в любом возрасте. При повышении дозы происходит резкое снижение прочности.

Добавление любой дозы органических ингибиторов обычно приводит к снижению пределов прочности, причем этот эффект возрастает с увеличением дозы. В противоположность этому нитрит кальция дает существенное увеличение прочности в раннем и более позднем возрасте. Значения предела прочности возрастают с увеличением дозы до 5%. Фосфат натрия и двухлористое олово в дозах 2–4% также увеличивают прочность. Предельное значение прочности при растяжении зависит от вида используемой добавки. Для нитрита и бензоата натрия предел прочности уменьшается с увеличением дозы, начиная с 2–4% [3].

При введении хромата калия наблюдается небольшое изменение прочности по мере увеличения дозы выше 2–6%. Нитрит кальция увеличивает предел прочности в любом возрасте с увеличением дозы до 5% как для обычного, так и для пропаренного бетона. Аналогичный эффект обнаружен и при применении двухлористого олова.



Ингибиторы на основе солей натрия могут увеличивать защитный потенциал реакции заполнителя со щелочью, особенно если используются реакционноспособные заполнители. Некоторые ингибиторы коррозии влияют на сцепление стали с бетоном вследствие слабого сопротивления цементного теста в контактной зоне. Это объясняется двумя причинами: во-первых, сильной флокуляцией цементного теста, вызываемой растворителями (например, спиртом), в которых растворяется ингибитор, а, во-вторых, отсутствием непосредственного контакта между продуктами гидратации цемента и сталью из-за наличия на поверхности стали пленок, предотвращающих образование ржавчины.

Хромат калия окрашивает бетон в светло-зеленый цвет, в то время как нитрит натрия и бензоат натрия способствуют его обесцвечиванию.

*Факторы, влияющие на замедление коррозии.* Растворимость добавки должна быть такой, чтобы на корродирующих поверхностях имелось достаточное ее количество. Однако при сильной растворимости она легко выщелачивается из бетона. Нитрит натрия выщелачивается в течение двух лет, в то время как нитрит кальция, который растворим в меньшей степени, более эффективно замедляет коррозию.

Многие добавки, являющиеся основаниями, быстро осаждаются в цементном растворе и, следовательно, теряют свою эффективность.

Вследствие того, что ингибиторы используются в малых количествах, они, как правило, рассеяны по всему объему, а не концентрируются на границе бетона и стали. Недостаточная концентрация анодных ингибиторов приводит к ускоренной коррозии.

Эффективность анодных ингибиторов непосредственно зависит от содержания хлорида в бетоне. При достаточно большом содержании хлорида их эффективность резко уменьшается, и для предотвращения вредного воздействия хлорида требуется большое количество ингибитора, что отрицательно сказывается на свойствах цементного клинкера.

Выпуск ингибиторов коррозии в широких масштабах и их промышленное использование осуществляются сравнительно недавно. Обычно допускают применение ингибиторов в противоморозных добавках. Для оценки этих добавок используются разнообразные методы испытаний, разработанные в процессе создания и развития технологии.

В настоящее время при исследовании процессов коррозии наиболее эффективными как в производственных, так и в лабораторных условиях по-прежнему остаются электрохимические методы измерений, наиболее широко распространены измерения электрического потенциала стали в разомкнутой цепи и поляризационные измерения стали в бетонах при наличии или отсутствии хлоридов.

Измерения поляризации особенно эффективны при быстром отборе и оценке добавок. Результаты измерений электрического напряжения в бетонах, содержащих различные дозы добавок, можно графически представить как функцию времени при постоянных значениях плотности поляризационного тока на единицу площади электрода.

Критерием эффективности добавки является резкое увеличение при малых значениях плотности тока, что указывает на пассивацию. Чем меньше плотность тока, при которой возникает резкое увеличение напряжения, тем более эффективным является ингибитор.

Постепенное увеличение напряжения указывает на развитие процесса коррозии. Поляризационный метод можно также использовать для контроля качества различных замесов с целью обеспечения однородности добавки.



При оценке ингибиторов коррозии нужно принимать во внимание следующие факторы: степень водорастворимости; совместимость с водоцементной фазой; требуемое количество ингибитора; степень потребления ингибитора; различные побочные эффекты, влияющие на процесс схватывания, прочность и долговечность.

Наиболее перспективным направлением улучшения качества цементных и бетонных смесей является применение комплексных химических добавок. Это обусловлено стремлением максимально использовать положительные и устранить отрицательные свойства индивидуальных добавок, главным образом ПАВ и ускорителей твердения. Правильно сочетая типы и количественные соотношения добавок, можно направленно регулировать структуру и, соответственно, физико-механические свойства цементного камня и бетона. Основными преимуществами комплексных добавок перед индивидуальными являются:

- полифункциональность действия, т.е. способность одновременно вызывать несколько эффектов (например, увеличивать подвижность смесей, ускорять твердение и ингибировать стальную арматуру);
- способность усилить какой-либо эффект по принципу аддитивности (например, воздухоовлечение, снижение водопотребности смеси и т.д.);
- возможность нейтрализации нежелательных последствий отдельных добавок, входящих в композицию (например, нейтрализация тормозящего действия ПАВ на гидратацию цемента одновременным введением добавки ускорителя твердения и т.п.);
- способность выравнивать общий эффект воздействия добавок на цементы различного состава;
- способность предупреждать или сокращать деструктивные процессы и ускорять твердение бетона при тепловой обработке изделий.

В настоящее время сложились и успешно развиваются четыре основных направления модификации бетона комплексными добавками.

Первое направление предусматривает применение ПАВ главным образом пластифицирующего действия и электролитов – ускорителей твердения. Широкое распространение получили комплексы на основе технических лигносульфонатов (ССБ, СДБ, ЛСТ) или СП с хлоридом кальция и другие. При таком сочетании добавок электролиты устраняют замедление твердения, вызванное ПАВ, и формируют более плотную структуру цементного камня вследствие образования кристаллизационного каркаса преимущественно из двойных солей гидратов и их последующего обрастания высокодисперсными гидросиликатами кальция. В свою очередь, ПАВ, снижая водоцементное отношение в бетонной смеси, благоприятно влияют на формирование кристаллизационного каркаса в присутствии электролитов. Такое сочетание добавок позволяет формировать структуру смешанного типа с условно замкнутыми порами в более плотном и менее проницаемом цементном камне, что в конечном итоге приводит к снижению расхода цемента на 10–12% либо к сокращению продолжительности тепловой обработки на 15–20%. Комплексные добавки этой группы повышают морозостойкость бетона и его водонепроницаемость в результате формирования более плотной структуры с пониженным содержанием капиллярных пор.

Среди комплексных добавок данного направления наибольшее распространение получила комплексная добавка на базе ЛСТ и сульфата натрия (СН). Оптимальные результаты были получены при введении в бетонные смеси технических лигносульфонатов (ЛСТ) – 0,2% – в сочетании с сульфатом натрия (СН) – 0,5%. Применение данной





комплексной добавки позволяет снизить расход цемента на 7–15% или сократить время тепловой обработки на 3 ч.

Второе направление основано на применении добавок пластифицирующего типа в сочетании с регуляторами структуры, главным образом микрогазообразующего действия. Большее производственное значение получили комплексы на основе лигносульфонатов (ССБ, СДБ, ЛСТ) с СНВ или ГКЖ-94. Эти комплексы широко используются при строительстве ответственных сооружений транспортного и гидротехнического строительства. С помощью лигносульфонатов снижается водопотребность бетонной смеси, а с помощью СНВ или ГКЖ-94 достигается поризация бетона с дополнительной гидрофобизацией поверхности капилляров и пор. При этом следует подчеркнуть, что добавки СНВ и ГКЖ-94 образуют систему замкнутых пор, резко уменьшая количество сообщающихся капилляров. Поэтому комплексные добавки этой группы существенно повышают морозостойкость бетона, его водонепроницаемость и стойкость в агрессивных средах. Еще больший технико-экономический эффект достигается при использовании в составе комплексов добавок СП, например С-3.

Третье направление применения комплексных добавок включает в себя добавки пластифицирующего действия в сочетании с микрогазообразователями и ускорителями твердения бетона. Использование комплексов на основе ЛСТ, С-3, сульфата натрия и ГКЖ-94 обеспечивает высокую скорость твердения бетона с одновременным повышением морозостойкости и коррозионной стойкости железобетонных конструкций.

Четвертое направление предусматривает использование комплексных электролитов, в том числе солей азотной и азотистой кислот, защищающих стальную арматуру от коррозии в сочетании с эффективными ускорителями твердения бетона, например хлоридами, а также обеспечивающих твердение бетона при отрицательных температурах. Использование комплексных добавок этой группы приводит к снижению расхода цемента на 10%, или сокращает время тепловой обработки на 20–30%. Введение хлористого кальция вместе с пластифицирующими добавками приводит к изменению характера температурных кривых. Резко сокращается индукционный период, увеличивается скорость подъема температуры и максимальная температура; спад температуры происходит значительно быстрее. Таким образом, введение комбинированных добавок увеличивает тепловыделение, а значит, и скорость гидратации.

Одновременно было установлено, что комплексные добавки снижают количество пор в цементном камне примерно на 4% в сравнении с количеством пор цементного камня с единичными добавками.

Результаты испытаний комплексных добавок в бетонах показали, что в равнопрочных бетонах оно обеспечивает снижение расхода цемента от 6 до 24% в зависимости от вида добавок, расхода цемента, вида песка и условий твердения. Относительный эффект выше при меньших расходах цемента (ниже 340 кг/м<sup>3</sup>), применении жестких и полужестких смесей и природных песков, а также при пропаривании. Наиболее целесообразно применять исследованные комплексные добавки при производстве сборных железобетонных изделий.

Повышение прочности бетона в присутствии комплексной добавки достигается за счет снижения В/Ц на 8–12%. В результате расход цемента для достижения бетона заданной прочности снижается на 10–15%. Если в составе комплексных добавок обычный пластификатор заменить на суперпластификатор, то появляется возможность использования литых бетонных смесей для конструкций, подвергаемых тепловой обработке по коротким режимам без снижения прочности бетона.



Комплексные добавки для защиты стальной арматуры от коррозии применяются, как правило, в бетонах с пониженными защитными свойствами по отношению к стали (например, в арболите, гипсобетоне и его модификациях), а также при введении значительного количества активных заполнителей, когда щелочность жидкой фазы снижается до критического значения концентрации водородных ионов (рН меньше 11,8), обязательным является применение ингибиторов коррозии арматуры в сочетании с другими видами добавок. Хороший эффект дает применение комплексных добавок типа ингибитор + пластификатор. Совместное введение в бетон добавок этих групп позволяет снизить проницаемость защитного слоя бетона и обеспечить надежную защиту арматуры в бетоне от воздействия агрессивных веществ. Применение большинства комплексных добавок вызывает незначительное увеличение капитальных затрат, связанных с оборудованием узла приготовления химических добавок. Однако эти затраты многократно окупаются за счет сокращения затрат на последующий ремонт и восстановление строительных конструкций в период их эксплуатации. Наиболее распространены комплексные добавки на основе лигносульфонатов в сочетании с нитритом натрия, нитрит-нитратом кальция, нитрит-нитрат-сульфатом натрия. Эти добавки защищают стальную арматуру от коррозии в слабо- и среднеагрессивных средах с относительной влажностью воздуха до 60%, в том числе и содержащих хлор и хлорид водорода. Добавки вводят с водой затворения в количествах: ЛСТ и его модификации 0,1–0,5%; ННК 3–4%; нитрит натрия 1–2% от массы цемента.

Таким образом, комплексное использование химических добавок в цементные и бетонные смеси позволяет улучшить качество строительных композиций, снизить скорость коррозии цементного клинкера и стальной арматуры, придать полезные свойства.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вавржин, Ф. Химические добавки в строительстве / Ф. Вавржин, Р. Крчма ; пер. с чешского. – М. : Стройиздат, 1994. – 270 с.
2. Ратинов, В.Б. Добавки в бетон. / В.Б. Ратинов, Т.И. Розенберг. – М. : Стройиздат, 2008. – 215 с.
3. Пособие по применению химических добавок в производстве сборного железобетона. – М. : НИИЖБ, 1991. – 35 с.

#### *N.S. Stupen. Effective Additives in Cement and Concrete Composition*

In the article is an analytical review of effective additives in cement and concrete-like songs, which improve the properties of concrete.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 24.09.2012



УДК 598

*И.В. Абрамова, В.Е. Гайдук*

## ЭКОЛОГИЯ ОБЫКНОВЕННОГО СКВОРЦА *STURNUS VULGARIS L. (STURNIDAE, PASSRIFORMES)* В ЮГО-ЗАПАДНОЙ БЕЛАРУСИ

Обыкновенный скворец в Беларуси – обычный гнездящийся перелетный и транзитно мигрирующий вид. Распространен на всей территории. Период размножения продолжается около двух с половиной месяцев (вторая половина апреля – июнь). В полной кладке – 4–7 яиц. Птенцы появляются во второй – третьей декадах мая, летные молодые в первой – второй декадах июня. Численность обыкновенного скворца в 2000–2010 гг. в регионе оценивается в 280–300 тысяч пар.

### Материалы и методы

Материал по экологии обыкновенного скворца был собран в 1967–2012 гг. в различных районах Брестской области (Брестский, Березовский, Ганцевичский, Жабинковский, Ивацевичский, Каменецкий, Малоритский, Столинский и др.). Географические координаты крайних точек области: 51°30'–53°24' с.ш., 23°11'–27°37' в.д. Количество собранного материала указано в таблицах и тексте. При изучении экологии вида применяли общепринятые методы полевых и камеральных исследований.

### Результаты исследований

В Беларуси многочисленный гнездящийся перелетный, транзитно мигрирующий и зимующий в небольшом количестве вид. Скворец является одним из видов воробьиных птиц, биология которого в республике относительно хорошо изучена. Ему посвящены специальные работы [1, 2, 3] или очерки в монографиях [4, 5, 6].

Обыкновенный скворец распространен в Европе и Азии до Байкала и Пакистана. Интродуцирован в Северной Америке, южной Африке, Австралии, Новой Зеландии и Полинезии. Зимует в южной части гнездового ареала, северной Африке, южной Азии, восточном Китае [7]. В Беларуси встречается на всей территории.

Миграции. Весной прилет и пролет скворцов (174 регистрации) происходит во второй половине февраля – марте (рисунок 1), в среднем 11.03.

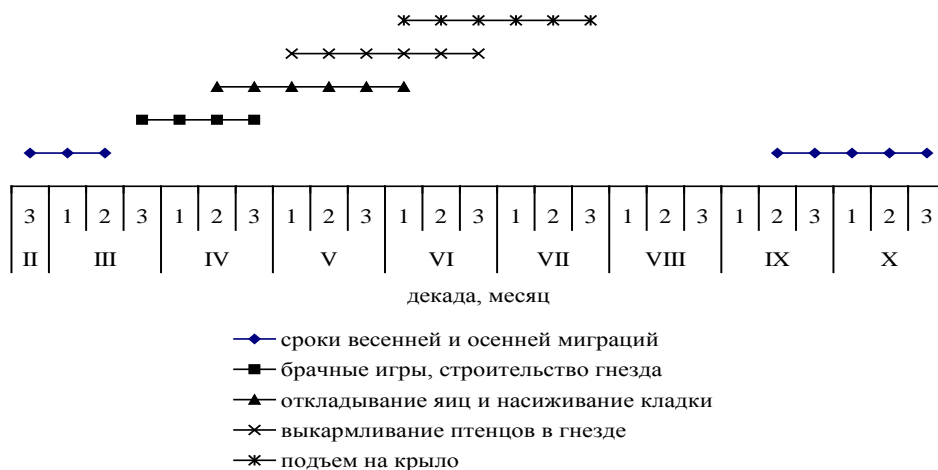


Рисунок 1 – Биоритмы миграций и размножения обыкновенного скворца





Сроки прилета изменяются довольно сильно в зависимости от погодных условий весной. Во время весенней миграции скворцы летят широким фронтом, небольшими стайками на высоте 50–70 м.

Сведения различных авторов о прилете скворцов в Беларусь обобщены в монографии [6]: в западных районах республики птицы появлялись в первой декаде марта, в восточных – в третьей. Средняя дата их появления в Беларуси – 10.03. В Беловежской пушке наиболее ранняя дата прилета птиц – 19.02, самая поздняя – 27.03, средняя дата – 10.03 [8]. Отлет и пролет (142 регистрации) скворцов в регионе происходит во второй декаде сентября – октябре, отдельные стайки встречаются до конца ноября. В 1950-е гг. в Беловежской пушке было окольцовано значительное количество скворцов, к 1980 г. было возвращено 123 кольца из 13 стран, в том числе из Бельгии – 17, Франции – 59, Италии – 18, Испании – 17, что даёт возможность проследить пути миграций и зимовок птиц [4].

Зимой мы встречали скворцов (86 регистраций) в некоторые годы в 1967–2010 гг. в городах и селах Брестской области (гг. Барановичи, Жабинка, Ивацевичи, Пинск, Каменец, Кобрин, Столин, дд. Томашовка, Любищицы и др.). А.В. Федюшин и М.С. Долбик [6] отмечали, что скворцы в Беларуси встречаются и зимой, но очень редко и нерегулярно. Одиночные зимующие птицы встречались в Беловежской пушке в январе – феврале 1970–1980 гг. [4].

Скворцы населяют (330 регистраций) при наличии условий для гнездования рощи (12,1%), разреженные опушки леса (9,1%), древостои вдоль дорог (15,2%), поселения человека (24,3%), сады и парки (9,1%), дачные поселки (12,1%), агроландшафты с куртинами древесных насаждений (18,1%).

В Беларуси в середине XX в. проводились значительные работы по привлечению скворцов в леса и населенные пункты путем развешивания дуплянок и дощатых домиков. В 1948 г. было развешено в лесах республики более 13 тыс. искусственных гнезд. В охваченных учетом населенных пунктах в 1967 г. было выявлено 366 536 скворечников, по одному на каждый двор сельского населенного пункта. Для 350 535 известна заселенность их птицами. В Брестской области было учтено 26 736 гнездовий, их них 90,8% было занято скворцами, 6% – воробьями, 3,2% были пустыми [5]. В последние 30 лет мероприятия по привлечению птиц, в том числе и скворцов, в поселения человека в Брестской области продолжаются.

**Размножение.** В течение некоторого времени после прилета скворцы держатся стайками. Ночуют на опушках леса, в тростниковых зарослях в поймах рек, рыбхозов, озер, водохранилищ. За одним местом ночевки птиц мы вели наблюдение в 1980–2011 гг. На ночевку птицы слетались в заболоченную пойму р. Мухавец в микрорайоне Ковалево (г. Брест), поросшую тростниковыми зарослями с куртинами ивняка. За 40–60 минут до наступления темноты стайки птиц по 60–100 и более особей слетались из окрестных территорий. Количество ночующих птиц составляло от 8 до 15 тысяч. Рано утром они разлетались по городу и его окрестностям в поисках корма. Массовые ночевки скворцов продолжались до наступления периода размножения, который в различные годы наступает 10.03–10.04.

Птицы разбиваются на пары, занимают гнездовья, самцы начинают петь. Период регулярного интенсивного пения скворцов длится с апреля до первой половины мая. В конце мая – начале июня оно постепенно снижается. За несколько дней до вылупления птенцов активность пения резко падает. Одна из особенностей песни скворца – подражание голосам других видов птиц. Самцы подражают голосам более 20 видов птиц, в том



числе чечевицы (песня), иволги (песня и мяукающий сигнал), белобровика (песня). Они разнообразят свою песню свистом погоньши, песней пеночки-веснички, щебетом деревенской ласточки, тревожными сигналами зяблика, песней вертишейки, криком пустельги, брачным криком самки кукушки и др. У скворцов в августе – октябре наблюдается осеннее пение у дупел и скворечников. Взрослые птицы поют обычно утром.

Значение дупел для гнездования птиц в последние 40 лет значительно уменьшилось как в лесах, так и парках. Дуплистых деревьев стало меньше, а возможность гнездиться в скворечниках и нишах зданий увеличилась. Скворцы обычно гнездятся отдельными парами или небольшими группами (до 70 пар). Например, в 1950-е гг. в старом парке д. Каменюки на площади 0,5 га из 80 развешенных искусственных домиков скворцы ежегодно занимали 50–70 [4].

Размеры и форма гнезда зависят от ниши, в которой они располагаются. В постройке гнезда участвуют оба партнера. Гнездо в дуплянке и скворечниках представляет собой беспорядочную кучу разнообразного строительного материала, лоток гнезда выстилается сухими стеблями растений, перьями, шерстью домашних и диких животных.

Во второй декаде апреля – первой декаде мая самка откладывает 4–7 светло-голубых яиц, средний размер кладок ( $n=46$ ) – 5,1 яйца (таблица 1).

Таблица 1 – Размеры и состояние кладок обыкновенного скворца

Месяц	Декада	Кол-во гнезд, яиц в кладке и степень их насиженности	Регион, местообитание, кол-во гнезд
Апрель	3	2 по 5, 6, 7	г. Брест и его окрестности – 14;
Май	1	4а, 4б, 4г, 2 по 4?, 2 по 5а, 5б, 5в, 3 по 5?, 5г, 6г, 2 по 6?, 7?	Брестский район: Леснянка – 12;
	2	4а, 2 по 4г, 2 по 4?, 5а, 2 по 5в, 3 по 5?, 5г, 6г, 6?, 2 по 7?	у д. Томашовка – 9; Беловежская пуца – 5;
	3	4б, 4г, 4?, 5б, 5г, 5?, 7?	Ивацевичский район: у д. Любищицы – 3;
Июнь	1	4г, 5г, 5?, 6?	другие места – 3

Примечание: п – свежая кладка; а – слегка насиженная кладка; б – насиженная кладка; в – сильно насиженная кладка; г – яйца проклюнуты; ? – степень насиженности неизвестна.

Полные свежие и насиженные кладки находили в третьей декаде апреля – первой декаде июня. Средние размеры яиц ( $n=34$ ) 29,3×20,9 мм, масса ( $n=16$ ) 6,9 г. Насиживают кладку ( $n=6$ ) оба партнера в течение 12–14 дней, поочередно сменяя друг друга. Птенцы разной степени развития появляются в первой – второй декадах мая до третьей декады июня. Количество птенцов в гнездах ( $n=25$ ) варьировало от 3 до 6, в среднем 4,2 (таблица 2). Птенцы находятся в гнезде 29–30 дней. Вылет из гнезда птенцов происходит в третьей декаде мая – второй декаде июня (рисунок 1). Количество слетков в выводках ( $n=21$ ) варьировало от 2 до 6, в среднем 3,6. Слетков родители докармливают еще около 10 дней. Максимальная разница в сроках размножения отдельных птиц в регионе не превышает 30–35 дней. Гнездовой цикл размножения от откладки первого яйца до вылета птенцов из гнезда составляет 38–40 дней.

На юге Беларуси, по сведениям зоологов [6], у скворца бывает две кладки. По данным В.Н. Шнитникова [9], в Полесье первые кладки находили с последней декады апреля, вторые – около середины июня. Нами были найдены 11 кладок скворцов в третьей декаде мая – первой декаде июня, а также отмечен вылет птенцов из гнезд



( $n=12$ ) во второй декаде июня. Поздние выводки встречаются сравнительно редко. У нас, как и у других зоологов Беларуси [6, 9], нет убедительных доказательств, что одна и та же пара скворцов делает две кладки в году. Для этого необходимо массовое мечение размножающихся самок, которое цитируемые выше авторы, как и мы, не проводили. При помощи массового кольцевания в Дарвиновском заповеднике Поливанов установил наличие только одной кладки в году [10].

Таблица 2 – Количество птенцов обыкновенного скворца в гнезде (выводке) и степень их развития

Месяц	Декада	Кол-во гнезд, птенцов и степень их развития	Регион, местообитание, кол-во гнезд (выводков)
Май	2	4, 4?, 5д+1бол., 2 по 5?	г. Брест и его окрестности – 12; Брестский район: Леснянка – 12;
	3	3 по 3з, 3?, 4+1 бол., 4е, 2 по 4?, 2 по 4з, 5ж, 2 по 5?, 5з, 2 по 6?	
Июнь	1	2з, 2?, 3 по 3ж, 3?, 3з, 4ж, 2 по 4?, 2 по 4з, 5ж, 5?, 2 по 5з	Ивацевичский район: у д. Любищицы – 3; другие места – 3
	2	2з, 3 по 3з, 2 по 4з, 2 по 5з, 6ж	

Примечание: п – слепые птенцы; д – птенец в пеньках; е – полуоперенные птенцы; ж – оперены почти полностью; з – подлетки или слетки; ? – возраст птенцов неизвестен; бол. – болтун.

После вылета выводки живут около недели в районе гнездовой, затем родители уводят молодых в кормные места: в поймы рек, на луга и поля, пастбища, стаи залетают в сады, огороды, населенные пункты. В стаях сеголетков присутствуют и взрослые птицы. Отметим, что стаи кочующих птиц встречаются в апреле – первой половине мая, они состоят в основном из холостых негнездящихся особей. Напомним, что половая зрелость у скворцов наступает в возрасте одного года. По некоторым данным [10], большая часть скворцов в годовалом возрасте не приступает к размножению. Кроме того, часть взрослых птиц не участвует в размножении из-за нехватки подходящих мест для гнездования, неблагоприятных погодных условий и других факторов.

**Питание.** Скворцы, по нашим (248 наблюдений, 20 вскрытых желудков) и литературным данным [6, 10], питаются в основном животными кормами: жуками, пауками, дождевыми червями, муравьями, гусеницами, мелкими моллюсками. Корм добывают в основном с поверхности земли и в верхних слоях почвы. Летом и осенью употребляют плоды вишни, черешни, винограда и др.

Птенцов выкармливают насекомыми. Наблюдения в первой – второй декадах мая за четырьмя гнездами, в которых находилось 4–5 птенцов в возрасте 8–9 суток (Брестский район, дачный поселок Леснянка), показало, что родители приносят корм птенцам за 16–17 часов 270–314 раз. «Рабочий день» у родителей начинается обычно в 5 часов и заканчивается в 22 часа. Более интенсивно кормление птенцов происходило в утренние и вечерние часы.

В Московской и других областях России количество беспозвоночных, которых добывают скворцы в процессе выкармливания 5 птенцов за 18–19 дней их пребывания в гнезде ( $n=23$ ), составляет 9–13 тыс. экземпляров [11, 12].



Численность обыкновенного скворца стабильна, в Беларуси оценивается в 1,5–1,7 млн пар [13], в регионе 280–300 тыс. пар.

Было показано [14], что плотность (ос./км<sup>2</sup>) в 18 экосистемах летом колеблется от 2,0 в черноольховых лесах в Пожеженском и Малоритском лесничествах Малоритского лесхоза и 2,6 в Беловежской пуще до 150,0 в индивидуальной застройке г. Бреста и 100,8 ос./км<sup>2</sup> в д. Любищицы (Ивацевичский район). В Беловежской пуще в 1981 г. в населенных пунктах было учтено 189 ос./км<sup>2</sup>, а в 1982 г. на окраине пущи у дд. Каменюки и Бородичи – 223 ос./км<sup>2</sup> [4]. Средняя плотность гнездования в пойменных монодоминантных черноольшаниках в Беларуси составляет 0,43 пар/га [15].

### Заклучение

Обыкновенный скворец является обычным видом орнитофауны юго-запада Беларуси. Прилетает в регион во второй половине февраля – марте, в отдельные годы позже или раньше средних многолетних сроков в зависимости от характера весны. Птицы приступают к размножению во второй декаде марта – первой декаде апреля. Делают обычно одну кладку за сезон размножения. Некоторые пары в случае гибели кладки приступают к повторной. В полной кладке 4–7 яиц, в среднем 5,1 шт. Численность обыкновенного скворца в юго-западной Беларуси оценивается в 280–300 тыс. гнездящихся пар, носит стабильный характер.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуткоўская, Г.Ф. Да пытання вывучэння колькасці і размеркавання шпака ў Беларусі / Г.Ф. Гуткоўская // Вес. АН БССР. Сер. біял. навук. – 1977. – № 4. – С. 99–101.
2. Гуткоўская, Г.Ф. Размеркаванне гракоў у Беларусі / Г.Ф. Гуткоўская // Вес. АН БССР. Сер. біял. навук. – 1980. – № 2. – С. 108–112.
3. Долбик, М.С. Асаблівасці ўнутыярэальнага размеркавання шпака ў культурным ландшафце Беларусі / М.С. Долбик, Ю.А. Вязовіч // Вес. АН БССР. Сер. біял. навук. – 1969. – № 2. – С. 96–100.
4. Дацкевич, В.А. Исторический очерк и некоторые итоги орнитологических исследований в Беловежской пуще (1945–1985 гг.) / В.А. Дацкевич. – Витебск : ВГУ, 1998. – 115 с.
5. Долбик, М.С. Ландшафтная структура орнитофауны Белоруссии / М.С. Долбик. – Минск : Наука и техника, 1974. – 312 с.
6. Федюшин, А.В. Птицы Белоруссии / А.В. Федюшин, М.С. Долбик. – Минск : Наука и техника, 1967. – 519 с.
7. Птушкі Еўропы / агул. рэд. М.Я. Нікіфарова. – Варшава : Навук. выд-ва. ПВН, 2000. – 350 с.
8. Дацкевич, В.А. Сезонное развитие явлений природы в Беловежской пуще (1946–1969) / В.А. Дацкевич // Заповедники Белоруссии. – Минск : Ураджай, 1977. – Вып. 1. – С. 5–23.
9. Шнитников, В.Н. Птицы Минской губернии / В.Н. Шнитников. – М. : И. Н. Кушнерев и К°, 1913. – 475 с.
10. Птицы Советского Союза : в 6 т. / Г.П. Дементьев [и др.]; под общ. ред. Г.П. Дементьева. – М. : Советская наука, 1954. – Т. 5. – 803 с.
11. Иноземцев, А.А. Роль насекомоядных птиц в лесных биогеоценозах / А.А. Иноземцев. – Л. : ЛГУ, 1978. – 264 с.



12. Иноземцев, А.А. Птицы и лес / А.А. Иноземцев. – М. : Агропромиздат, 1987. – 302 с.
13. Птицы Беларуси на рубеже XXI века / М.Е. Никифоров [и др.]. – Минск : Н.А. Королев, 1997. – 188 с.
14. Абрамова, И.В. Структура и динамика населения птиц экосистем юго-запада Беларуси / И.В. Абрамова. – Брест : Изд-во БрГУ, 2007. – 208 с.
15. Сахвон, В.В. Экологическая характеристика сообществ птиц пойменных лесов Беларуси : автореф. дис. ... канд. биол. наук : 03.02.08 / В.В. Сахвон ; НПЦ НАН Беларуси по биоресурсам. – Минск, 2011. – 25 с.

***I.V. Abramova, V.E. Gaiduk. The Ecology of Starling *Sturnus vulgaris* L. (Sturnidae, Passeriformes) in the South-West of Belarus***

Common starling in Belarus is a usual nesting passage and transmigrating species. Extended to the entire territory. The breeding period lasts about 3,5 months (in the second half of April - June). In a full laying 4–7 eggs contain. Nestlings appear in the second – the third decade of May, year olds in the first or second decade of June. The number of starling in 2000–2010 in the region is estimated 280 – 300 thousand pairs.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 14.09.2012



УДК 581.821 : 582.734

*М.П. Жигар, Н.М. Матусевич*

## **ЗНАЧЕНИЕ ДАННЫХ АНАТОМИИ ВЕГЕТАТИВНЫХ ОРГАНОВ РАСТЕНИЙ ДЛЯ СИСТЕМАТИКИ**

Решение проблем диагностики, таксономии, филогении требует привлечения данных разных разделов ботаники, в том числе и анатомии растений. Анатомические признаки позволяют более объективно судить о направлении структурных преобразований. Поэтому изучение внутренней структуры органов растений очень важно для решения как теоретических, так и практических проблем.

В современной биологии много проблем, решение которых имеет огромное научное и практическое значение. Однако центральной проблемой является создание филогенетической системы живых организмов, в том числе растений, что подчеркивали и великий Карл Линней («без названья нет познания»), и наш современник А.Л. Тахтаджян («систематика – фундамент и венец биологии»).

Ботаники уже давно пришли к единому мнению, что решение проблем диагностики, таксономии, филогении требует привлечения данных разных разделов ботаники, в том числе и анатомии растений. Анатомические признаки являются более консервативными, чем морфологические признаки, и позволяют более объективно судить о направлении структурных преобразований. Поэтому изучение внутренней структуры органов растений очень важно для решения как теоретических, так и практических проблем.

Исследования в указанных направлениях до сих пор проводятся преимущественно на примере древесины, цветка, плодов, а в последние 40–50 лет началось активное изучение одного из компонентов стебля древесного растения – его коры. Исследователями доказана возможность использования признаков анатомического строения коры для уточнения объемов семейств, разделения их на таксоны более низких рангов, расширения кодекса родовых и видовых признаков. Гистологический состав коры однолетнего стебля значительно богаче древесины и обладает большим набором диагностических признаков, в ее составе находятся ткани как первичного происхождения (эпидерма, колленхима, паренхима первичной коры, первичное механическое кольцо, первичная флоэма), так и вторичные (перидерма, вторичная флоэма). Однако следует отметить, что большая часть работ посвящена не коре в целом как комплексу тканей, а ее отдельным тканям. Проводимые на кафедре ботаники и экологии Брестского государственного университета имени А.С.Пушкина исследования анатомии коры как единого комплекса носят системный характер, что дает дополнительную информацию для целей систематики и филогении. Преподаватели кафедры изучают кору стебля как систему тканей не только отдельных видов, а крупных таксонов, в частности целых семейств.

Так, доцент В.И. Бойко провел детальное изучение анатомического строения коры однолетних, двулетних и многолетних стеблей более 30 видов из 12 родов семейства Вересковых (Ericaceae D.C.) и впервые дал его монографическое описание [1]. Изучение коры проведено в сравнительно-анатомическом аспекте, что позволило выявить основные закономерности формирования и возрастного развития этой системы тканей, имеющие как частный, так и общебиологический характер. К закономерностям частного характера относятся признаки изменения длины ситовидных элементов, числа и высоты лучей, количество клеток кристаллоносной паренхимы, степени развития перидермы. К закономерностям общебиологического плана автор считает возможным отне-





сти наличие одинаковых признаков у представителей разных родов как проявление закона гомологических рядов.

В результате изучения установлено большое сходство в строении коры у Вересковых (время и место формирования первой перидермы, структура первичной коры, формирование кольца первичных механических тканей, отсутствие механических элементов во вторичной флоэме), что говорит о монолитности этого семейства. Обнаруженные различия у видов подсемейств Брусничных и Рододендровых не столь существенны, чтобы подтвердить правомерность выделения подсемейства Брусничных в самостоятельное семейство.

Несмотря на большое сходство в строении коры, которое не дает возможности по одному признаку вычленивать практически ни один вид, по совокупности признаков каждый вид очерчивается довольно четко.

Диагностическое значение имеют следующие признаки: тип трихом, наличие или отсутствие колленхимы, структура первичной коры, механического кольца и феллемы, место и время заложения феллогена, форма ситовидных полей, дилатация лучей, наличие и место локализации кристаллов оксалата кальция. В совокупности эти и другие признаки оказались специфичными не только для родов, но и для видов. В диагностическом отношении у Вересковых, как и у других древесных покрытосеменных, более показательной является кора молодых стеблей, чем стволовой части.

Выявленные различия в анатомической структуре стелющихся и приподнимающихся стеблей, которые присущи многим видам Вересковых, обусловлены влиянием экологических факторов и проявляются только в изменении количественных характеристик элементов, находясь в рамках генотипических признаков.

Среди покрытосеменных растений до сих пор недостаточно изученным является и семейство Розоцветных. В частности, предметом дискуссий остается таксономический состав семейства. В 1894 г. была опубликована система Розоцветных В. Фоке в книге А. Engler, К. Prantl «Die natürlichen Pflanzenfamilien». Она отразила общепринятые воззрения того времени по систематике этого семейства. В. Фоке делит семейство Rosaceae на 6 подсемейств: Spiraeoideae, Pomoideae, Rosoideae, Neuradoideae, Prunoideae, Chrysobalanoideae. В свою очередь подсемейства Rosoideae, Spiraeoideae, Chrysobalanoideae подразделялись на трибы.

Интерес к систематике Розоцветных проявили и цитологи. Так, Сакс по числу хромосом ( $n$ ) делит Rosaceae на Spiraeoideae ( $n = 8$  и  $9$ ), Rosoideae ( $n = 7$  и  $8$ ), Prunoideae ( $n = 8$ ), Pomoideae ( $n = 17$ ). Г. Шульце-Менц разделил семейство Rosaceae на 4 подсемейства: Spiraeoideae, Rosoideae, Maloideae, Amygdaloideae (Prunoideae). В составе подсемейства Спирейные им выделено 7 триб, в подсемействе Розовые – 8, у Яблоневых – 2 трибы. Б.М. Козо-Полянский в семейство Розановые (Rosaceae) включает подсемейства Spiraeoideae (Таволговые), Prunoideae (Вишневые), Chrysobalanoideae, Neuradoideae, Rosoideae (Розовые). В ранге самостоятельного он выделяет семейство Яблочные (Malaceae, или Pomaceae). В то же время многие исследователи признают традиционно 4 подсемейства – Spiraeoideae, Prunoideae, Rosoideae, Maloideae – в составе семейства Rosaceae и обсуждают их в своих работах. А.Л. Тахтаджян в семейство Rosaceae включает 7 подсемейств [3], а в своей новейшей системе – 12 [4]. При этом в подсемействе Spiraeoideae автор выделяет 6 триб, в Pomoideae (Maloideae) – 4, Amygdaloideae – 4 трибы.

В пределах Rosaceae еще до сих пор имеются роды, самостоятельность и видовой состав которых трактуются неоднозначно. П.М. Жуковский в составе семейства отмечает свыше 120 родов и более 2000 видов, Б.М. Козо-Полянский – 80 родов и более 1000 видов, А.Л. Тахтаджян – около 115 родов и более 3000 видов, В.Н. Гладкова –



около 100 родов и 3000 видов. По мнению К. Калькмана, существующие системы не окончательные и для решения вопросов систематики следует более широко использовать характеристики вегетативных органов растений.

Доцент кафедры ботаники и экологии Н.М. Матусевич исследовала анатомическое строение коры как целостной системы тканей у однолетних стеблей 48 видов древесных растений, относящихся к 20 родам семейства Розоцветных (*Rosaceae* Juss.), в том числе и таких видов, таксономический ранг и систематическое положение которых являются спорными. Она выявила особенности коры, имеющие диагностическое значение, а также их связь с положением того или иного таксона в семействе [2]. Ею были составлены ключи для определения изученных Розоцветных по микроскопическим признакам коры, и на основе полученных данных проанализированы некоторые системы семейства *Rosaceae*.

Было показано, что семейство *Rosaceae* по анатомическому строению коры однолетних стеблей полиморфно и гетеробатмично. Такие признаки коры, как гистологический состав и топография ее тканей, место заложения перидермы и особенности ее строения, степень развития колленхимы, тип механического кольца, типы ситовидных пластинок в члениках ситовидных трубок, типы сердцевинных лучей, форма кристаллов оксалата кальция и их размещение, имеют диагностическое значение и могут применяться для таксономических построений.

У представителей триб *Maleae* и *Crataegeae* подсемейства *Maloideae* архитектура коры внутри триб очень сходная. Входящие в состав коры ткани также проявляют много общих признаков. Это свидетельствует о значительном единообразии Яблоневых. Сходство коры в гистологическом и топографическом отношении отмечено для видов подсемейства *Prunoideae*. В то же время в подсемействе *Spiraeoideae* структура коры более разнообразна, в связи с чем у изученных видов Спирейных автором выделено 6 типов ее строения.

Выявленные отличия в строении коры указывают на целесообразность выделения из трибы *Spiraeae* трибы *Sibiraeae*; рода *Sorbaria* – в самостоятельную трибу *Sorbarieae* (в составе подсемейства *Spiraeoideae*), а также свидетельствуют в пользу перемещения *Holodiscus* на правах члена трибы *Holodisceae* в подсемейство *Spiraeoideae* и исключения из состава *Spiraeoideae* родов *Quillaja* и *Exochorda*. Роды *Quillaja* и *Exochorda*, на основе данных по анатомии коры заслуживают повышения таксономического ранга до уровня подсемейств – *Quillajoideae* и *Exochordoideae*. Анатомическое строение коры свидетельствует о самостоятельности родов *Amygdalus*, *Armeniaca*, *Cerasus*, *Padus*, *Louiseania* и *Prunus*, что признается не всеми ботаниками.

Проведенные исследования показали целесообразность разделения *Rosoideae* на 2 подсемейства. Границы выделенных А.Л. Тахтаджяном в его системе 1997 года [4] подсемейств *Ruboideae* и *Rosoideae* полностью подтвердились данными по анатомии коры.

Доцентом кафедры Н.В. Шкуратовой проведено сравнительное изучение анатомического строения коры у 44 видов семейства Ивовых (*Salicaceae* Mirb.), определены структурные признаки этого комплекса тканей и дана таксономическая оценка признаков, показана возможность их применения для целей корректировки системы семейства, составлены ключи для видовой диагностики Ивовых по анатомическим признакам коры [5].

В результате детального анализа коры выявлено более 50 диагностических признаков, имеющих таксономическое значение разного уровня и использованных при построении ключей для определения Ивовых по анатомическим признакам коры. Как и у представителей других семейств, для коры Ивовых наибольшее количество диагностических признаков присуще коре молодых стеблей как наиболее гистологически богатой.





Анализ возможности применения анатомических признаков коры для целей таксономии показал, что применительно к роду *Chosenia* они обладают меньшей таксономической ценностью, чем морфологические признаки. Роды *Populus* и *Salix* очень четко разграничиваются и по анатомическим признакам (структура феллемы, тип механических тканей во вторичной флоэме, выраженность танидоносных идиобластов, склерификация лучей). В такой связи исследователь считает возможным сделать предложение о повышении ранга рода *Populus* до уровня подсемейства, и потому система *Salicaceae* А. Kimura представляется более приемлемой, чем система А.К. Скворцова. Для признания тополей в ранге самостоятельного семейства, как предлагают палинологи, анатомические признаки коры оснований не дают.

Доцентом кафедры С.В. Зеркалем было проведено сравнительно-анатомическое изучение анатомии листа у 66 представителей семейства Сосновых (*Pinaceae* Lindl.) [6]. Было показано, что диагностическое значение имеют более 40 признаков структуры листа, наиболее важные из них сосредоточены в эпидерме, мезофилле, эндодерме и проводящих тканях листа. Эти диагностические признаки подтверждают ныне существующие родовые и видовые границы таксонов, чего нельзя сказать о трибах и подсемействах. Анализ признаков позволяет полагать следующее. Достаточно четко от всех родов *Pinaceae* отграничивается род *Pinus*. У его представителей наблюдается 6 типов устьичных аппаратов, которые не отмечены ни у одного из видов других родов, и только 4 типа являются общими с представителями других родов. Для них же характерен и однотипный мезофилл, расположение устьиц рядами вдоль хвоинки, равномерно распределенными по всей ее поверхности.

Очень близкими оказались роды *Picea*, *Larix* и *Pseudotsuga*. Из 10 признаков, используемых исследователем для сравнения, общими для них являются 9: тип устьичного аппарата, количество смоляных ходов и их расположение, волнистый характер стенок клеток мезофилла, число проводящих пучков и др. Эти данные подтверждают системы А.В. Ярмоленко и В.М. Еремина.

Виды *Cedrus* по анатомическим признакам листа обнаруживают очень большое сходство с представителями подрода *Strobus* рода *Pinus* (9 признаков из 10) и с видами рода *Picea* (7 общих признаков).

Довольно монолитную группу формируют *Abies*, *Keteleeria*, *Tsuga* и *Pseudolarix*, однако последний род выделяется среди них по количеству смоляных ходов, местоположению устьиц (с обеих сторон листа) и тонкостенности гиподермы, что подтверждает систему А.В. Ярмоленко.

Все роды, представители которых имеют укороченные побеги и объединены А.Л. Тахтаджяном в одну трибу *Lariceae*, по структурным особенностям листа оказываются довольно далекими друг от друга. Сравнительный анализ наиболее близких групп родов, выделенных по признакам листа, подтверждает распределение родов в системе В.М. Еремина, разработанной им на основании анатомических признаков коры. Группы родов, очерченные С.В. Зеркалем, обнаруживают очень большое сходство с подсемействами классификации А.В. Ярмоленко; границы *Piceoideae* по А.В. Ярмоленко полностью подтверждаются и анатомическими признаками листа. Исключение составляет род *Cedrus*, который по этим признакам не может быть отнесен к Пихтовым.

Таким образом, анатомические признаки листа далеко не всегда обнаруживают совпадение с морфологическими, но тесно коррелируют с анатомическими признаками стебля. Поэтому, как это подтверждают и исследования вторичной ксилемы и флоэмы, структурные особенности вегетативных органов растений обязательно должны прини-



матся во внимание в таксономических построениях. Проведенные сравнительные исследования анатомии листа Сосновых показали, что по комплексу его структурных признаков виды очень четко разграничиваются.

Сравнительно-анатомическое изучение черешков листьев *Rosa rugosa* и *Rubus idaeus*, проведенное на кафедре ботаники и экологии профессором М.П. Жигар и доцентом Н.М. Матусевич, выявило ряд структурных признаков, которые можно интерпретировать как диагностические и использовать для решения спорных вопросов таксономии *Rosoideae*. Среди них форма поперечника черешка, особенности клеток эпидермальной ткани, степень опушения, тип колленхимы, число проводящих пучков в черешке и степень их армированности, вид кристаллов оксалата кальция и их размещение.

Таксономический состав подсемейства *Rosoideae* до сих пор остается предметом дискуссий. В. Фоке разделил Розовые на 6 триб, среди которых триба *Roseae* с родом *Rosa* и триба *Rubeae* с родом *Rubus*. Г. Шульце-Менц включил в *Rosoideae* 8 триб, среди них – трибы *Rubeae* и *Roseae*. В своей системе 1997 года А.Л. Тахтаджян выделяет уже в качестве самостоятельных подсемейства *Rosoideae* и *Ruboideae*. Исследования анатомического строения черешков листьев розы и малины, выявленные у них отличительные признаки подтверждают выводы А.Л. Тахтаджяна о разделении Розовых на два самостоятельных подсемейства – *Rosoideae* и *Ruboideae* – согласно его системе 1997 года [4].

Таким образом, анатомические исследования, проводимые на кафедре ботаники и экологии Брестского университета имени А.С. Пушкина, подтверждают, что структурные особенности вегетативных органов растений обязательно должны приниматься во внимание в таксономических построениях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойко, В.И. Анатомическое строение коры видов сем. *Ericaceae* D.C. : дисс. ... канд. биол. наук: 03.00.05 / В.И. Бойко ; БрГУ имени А.С. Пушкина. – Воронеж, 1996. – 237 с.
2. Матусевич, Н.М. Таксономический анализ древесных представителей сем. *Rosaceae* по признакам анатомической структуры коры их однолетних стеблей : дисс. ... канд. биол. наук : 03.00.05 / Н.М. Матусевич ; БрГУ имени А.С. Пушкина. – Минск, 2005. – 99 с.
3. Тахтаджян, А.Л. Система магнолиофитов / А.Л. Тахтаджян. – Л. : Наука, 1987.
4. Takhtajan, A. Diversity and classification of flowering plants / A. Takhtajan. – New York, 1997.
5. Шкуратова, Н.В. Сравнительная анатомия коры представителей сем. *Salicaceae* Mirb. : дисс. ... канд. биол. наук : 03.00.05 / Н.В. Шкуратова ; БрГУ имени А.С. Пушкина. – Минск, 2005. – 222 с.
6. Зеркаль, С.В. Сравнительная анатомия листа сосновых (*Pinaceae* Lindl.) : дисс. ... канд. биол. наук : 03.00.05 / С.В. Зеркаль ; БрГУ имени А.С. Пушкина. – Минск, 2000. – 269 с.

#### *M.P. Zhigar, N.M. Matusевич. Value Anatomy of Vegetative Organs Plant Systematics*

Solution to the problems of diagnosis, taxonomy, phylogeny requires the use of data from different sections of botany, including plant anatomy. Anatomical features allow for a more objective judgment about the direction of structural change. Therefore, the study of the internal structure of plants is very important to address both theoretical and practical problems.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 24.09.2012



УДК 581

*Н.В. Шкуратова*

## **СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ АНАТОМИИ ДРЕВЕСНЫХ РАСТЕНИЙ**

В статье приводится обзор современных направлений исследования в области экологической анатомии, таких как: изучение реакции древесины на действие факторов среды, изучение реакции коры на действие факторов среды, изучение ассимиляционного аппарата древесных растений в разных условиях освещения, исследование особенностей анатомических структур растений разных экологических групп и жизненных форм, выявление реакции анатомических структур растений на техногенные загрязнения.

Актуальность эколого-анатомических исследований древесных растений на сегодняшний день не вызывает сомнений. Многими исследователями показано, что только на основании знаний о закономерностях и характере изменений структур в зависимости от условий обитания могут быть отобраны признаки, не зависящие от факторов среды, и только такие признаки могут использоваться для целей диагностики, филогении и таксономии. Исследования в области экологической анатомии актуальны и потому, что грамотное и рациональное планирование лесохозяйственных мероприятий должно базироваться на знании биологических особенностей растений, их реакций на изменяющиеся условия, что определяет выбор способа лесовозобновления, подбор ассортимента древесных пород для лесных культур, производительность насаждений. Кроме того, в целях мониторинга необходимо применять такие показатели, которые имеют минимальные диапазоны естественной изменчивости и наиболее чувствительны к воздействию факторов. Поэтому перспективным для контроля и прогноза реакции экосистем в ответ на антропогенные воздействия при биологическом мониторинге является широкое применение анализа наиболее устойчивых систем древесных растений – систем анатомических признаков.

Как указывал еще в 1954 году А.А. Яценко-Хмелевский, проведение исследований в названной области представляет значительные трудности, так как древесные растения многолетние, одновременно испытывают на себе влияние целого комплекса внешних условий и установить точную дозировку конкретного фактора для выявления его влияния в течение всей жизни невозможно [1]. Сказанное обуславливает ограниченность экологических исследований в области анатомии древесных растений.

Ниже приводим обзор основных направлений, сложившихся на сегодняшний день в области эколого-анатомических исследований древесных растений.

### *1. Изучение реакции древесины на действие факторов среды.*

В этом направлении проведено наибольшее количество работ, что вполне естественно, так как древесина – широко применяемый материал. Наиболее чуткой на изменение условий среды является ширина годичного кольца. Уменьшение ширины годичного прироста при ухудшении внешних условий установлено еще в XVI веке. Реакция древесины изучается с целью выявления влияния внешних условий как на накопление и качество древесины, так и на закономерности формирования структуры и изменения признаков. Последний аспект характерен для петербургской школы анатомов. В работах Е.С. Чавчавадзе и О.Ю. Сизоненко на обширном материале растений арктической флоры России выявлены основные направления формирования тканей и их признаков в суровых условиях Севера [2].



Е.С. Чавчавадзе и её коллеги в своих исследованиях показали, что с подъемом в горы по мере снижения энергии особей снижается среднее значение ксилотомических признаков, таких как ширина годовичных слоев, диаметр просвета сосудов, уменьшается длина члеников сосудов и волокон либриформа. Это количественное перераспределение признаков, связанное с увеличивающейся с высотой над уровнем моря аридизацией, является важным фактором в борьбе растений за существование [3].

Ш.Г. Додашев [4] отмечает, что аридные условия ускоряют темп формирования структуры древесины.

Изучение древесины ивы козьей в условиях техногенного загрязнения показало резкое усиление ксероморфизма не только фотосинтетического аппарата, но и гидросистемы [5].

В.К. Ширнин разделил признаки древесины на следующие группы:

- признаки, обусловленные влиянием среды: ширина годовичного кольца, процент поздней древесины, доля сосудов, механических тканей, древесной паренхимы и т.д.;
- признаки, формирующиеся под влиянием среды и генотипа: длина и диаметр трахеид и волокон либриформа, поперечник сосудов, число сосудов и т.д.;
- признаки, наиболее важные в селекционном плане: толщина оболочек, густота сердцевинных лучей, доля участия лучевой паренхимы в гистологическом составе, число широких сердцевинных лучей, количество одиночных сосудов, поперечник смоляных ходов [6].

Структурно-функциональные показатели древесины характеризуют ее реакцию на экологические условия и используются в самых разнообразных аспектах, в том числе для целей дендроиндикации.

## 2. Изучение реакции коры на действие факторов среды.

В последние десятилетия в эколого-анатомические исследования был вовлечен такой важнейший комплекс тканей древесного стебля, как кора. Из всех комплексов тканей древесных растений в экологическом плане меньше всего изучена кора. При этом кора голосеменных и покрытосеменных растений обладает большим, чем древесина, набором анатомических признаков, имеющих диагностическое, таксономическое значение [7].

Довольно обширные работы проведены на примере представителей семейства сосновых В.М. Ереминым [8, 9]. Были выявлены основные закономерности реакций коры, продемонстрировавшие, что качественные признаки не подвержены влиянию условий обитания (тип лучей, тип кристаллов оксалата кальция, форма ситовидных полей, тип феллемы и механических элементов), основное влияние испытывают количественные признаки; характер проявления реакции не является видоспецифичным и не зависит от природы фактора (содержание металлов в почве, тип техногенных выбросов и их состав, абиотические факторы среды).

Подобная методика использована Л.В. Талалуевой по отношению к видам рода *Betula*, правильность оценки которых подтвердилась их хорошим состоянием после засух 1984 года [10]. Перестройки носят адаптивный характер и позволяют растениям успешно существовать в изменяющихся условиях среды. При этом адаптация к засушливым условиям происходит в сторону усиления ксероморфных признаков. В структуре коры это проявляется в большем развитии слоя феллемы, усилении склерификации, уменьшении объема проводящей флоэмы. На основании таких показателей, как объем механических тканей и флоэмы в коре, структура паренхимы коры, могут быть отобраны и предложены для лесоразведения засухоустойчивые виды.



А.М. Луговской на примере сосны обыкновенной и дуба черешчатого показал, что реакция тканей коры на загрязнение атмосферы носит количественный характер, качественные признаки: гистологический состав, форма ситовидных полей на стенках ситовидных клеток, структура феллемы повторных перидерм, форма и величина кристаллов оксалата кальция, тип лучей – остаются без изменения [11].

Ю.Ф. Рой и В.М. Еремин на примере ряда голо- и покрытосеменных показали, что качественный аспект в формировании стебля, в том числе и коры, как системы тканей в разных условиях освещения выражается в изменении соотношения различных тканей, их долевого участия в структуре и степени паренхиматизации, насыщенности водопроводящими элементами [12].

*3. Изучение ассимиляционного аппарата древесных растений в разных условиях освещения.*

Свет является важнейшим фактором, обуславливающим длительность ростовых процессов и параметры побега. При этом если длительность роста обусловлена влиянием света на гормональный обмен, то параметры определяются в результате синтеза пластических веществ.

Листья голосеменных и покрытосеменных растений являются чрезвычайно пластичными, обнаруживая широкий диапазон анатомо-морфологических показателей. Сильнее влиянию внешних условий подвержены: мезофилл листа, степень его дифференциации, характер утолщения эпидермальных клеток. В игольчатом листе неблагоприятные условия способствуют развитию признаков ксероморфности: возрастает мощность кутикулярного покрова, утолщаются стенки эпидермальных и гиподермальных клеток, уменьшается площадь поперечного сечения.

Свет оказывает непосредственное влияние на количественные характеристики анатомо-морфологических признаков листа, особенно сильное влияние света проявляется на количественных характеристиках у хвои первого года [13].

Работ в этом направлении выполнено очень много, прекрасный анализ их дан в сводках В. Лархера [14], П.Б. Раскатова [15] и др. Из современных исследователей в этом направлении работают О.Г. Бендер [16], И.М. Кравкина [17], Е.А. Адамчик и И.С. Антонова [18] и другие.

*4. Исследование особенностей анатомических структур растений разных экологических групп и жизненных форм.*

И.Г. Серебряков еще в 1962 году отмечал, что изучение жизненных форм в пределах какого-либо естественного таксона позволяет судить о путях и направлениях эволюции как самих жизненных форм, так и самих таксонов. Проблема жизненных форм состоит также в выявлении законов формирования в онтогенезе, закономерностей становления и формирования в ходе эволюции таксонов на фоне изменения среды.

Жизненная форма – это динамичная морфолого-экологическая система, а гистологические структуры отражают ход процессов роста, органогенеза и отмирания в большей степени, чем морфологические. Наиболее корректно сравнение анатомического строения разных жизненных форм в пределах определенных таксонов (рода, семейства) и экологических групп (ксерофиты, мезофиты и др.) [14].

А.А. Бутник отмечает, что у ксерофитов в направлении от древесных растений к полудревесным и травянистым в пределах каждого семейства в осевых органах уменьшается объем клеток либриформа и толщина его оболочек, увеличивается число паренхимных клеток за счет дилатации лучей и облитерации терминальной паренхимы [19].





Т.В. Арсеньева на примере кустарниковых и стланниковых форм можжевельника обыкновенного показала: при смене жизненных форм в связи с изменением условий произрастания при подъеме над уровнем моря качественного изменения в анатомической структуре не происходит. Автор указывает, что с высотой над уровнем моря наблюдается изменение типа тяжелой паренхимы и уменьшается объем паренхимных элементов, так как снижается их запасающая функция [20].

В.М. Ереминым установлено, что адаптация сосны обыкновенной к произрастанию на болотах сопровождается формированием болотных форм, имеющих специфичный габитус и произрастающих в определенных типах растительных сообществ. Причиной габитуральных особенностей является интенсивность роста деревьев, что коррелирует с появлением отличий в анатомической структуре однолетних стеблей и хвои. При этом в анатомической структуре однолетних стеблей отмечается увеличение размера древесины, ее элементов, коры, а также количества смоляных ходов в коре и другие в направлении от медленно к быстро растущим формам [8].

*5. Выявление реакции анатомических структур растений на техногенные загрязнения.*

Исследования влияния техногенных загрязнений на анатомические структуры растений в последние десятилетия приобрели очень широкие масштабы.

Растения являются наиболее чувствительными и надежными индикаторами загрязненности атмосферы и гидросферы. Изменение температурного и радиационного режимов воздуха, воды и почвы, а также изменение их специфических физиолого-химических особенностей нарушают нормальный ход онтогенеза растений, вызывают у последних появление патологических реакций, патологических процессов, болезней и патологических состояний. Большая чувствительность растительных организмов к внешним воздействиям позволяет использовать параметры их жизнедеятельности в качестве индикаторов загрязнения среды. Измерение ширины годичных колец и площади поврежденной поверхности листьев, определение содержания хлорофилла, активности некоторых ферментов и продуктивности, выявление аномалий роста позволяют выявить негативное воздействие загрязнителей.

При экологическом мониторинге загрязнений с целью выявления негативных антропогенных воздействий на биосферу использование растений-индикаторов часто дает более ценную информацию, чем прямая оценка загрязнения приборами, так как первые реагируют сразу на весь комплекс загрязнений. Действие совокупности загрязнителей атмосферы за сравнительно длительный период времени можно наблюдать, если взять долгоживущие древесные объекты, позволяющие сделать вывод о целостной реакции на загрязнение и составить прогноз [21, 22].

Первым отрицательное влияние испытывает ассимиляционный аппарат, следствием чего является резкое снижение интенсивности процесса фотосинтеза. Листьям растений, подверженных воздействию поллютантов, характерно явление мелкоклеточности, происходит увеличение коэффициентов палисадности и прозенхимности, уменьшается доля межклетников, что препятствует проникновению вредных газов внутрь растений и способствует лучшему расположению хлоропластов для поглощения солнечной энергии. В проводящей системе листа сокращается доля проводящих тканей и увеличивается процентное содержание склеренхимной обкладки [25].

Как отмечает А.М. Луговой, структурная реакция стебля на загрязнение атмосферы вторична, причем наиболее подвержена влиянию фитотоксикантов структура одно-, двухлетних стеблей и в меньшей мере структура взрослого стебля [11].



Н.Е. Косиченко и В.И. Спесивцева установили, что под влиянием промышленных выбросов смещаются сроки наступления фенологических фаз в результате сокращения их продолжительности, а также происходит нарушение деятельности вторичных меристем (камбия и феллогена), что вызывает изменение в соотношении тканей [24].

А.В. Абатуров и Н.И. Гольцова, изучая рост сосны по диаметру после радиоактивного облучения в районе аварии Чернобыльской АС, установили, что пострадиационный прирост деревьев показывает нарушение деятельности камбия и даже гибель его отдельных инициалей [25].

В условиях техногенной нагрузки происходит уменьшение прироста проводящих тканей древесины и флоэмы, изменение параметров структурных элементов флоэмы и древесины, а также большая склерификация паренхимы флоэмы, древесины и первичной коры. В паренхиме первичной коры сосны обыкновенной под действием фитотоксикантов происходит лизис клеточных стенок и образование крупных межклетников.

Кроме того, авторы указывают на сходство реакции стеблей голосеменных и покрытосеменных на антропогенное воздействие и сходство в ответных реакциях на другие стрессовые факторы. В.М. Еремин отмечает, что проявление реакции не является видоспецифичным и не зависит от природы фактора [26]. Варьирование признаков происходит в пределах нормы реакции, которая у каждого вида (а порой и особи) закреплена наследственно и реализуется индивидуально. Различия между видами заключаются в степени выраженности реакций на стрессовые воздействия. Как показывают исследования генетиков, количественные признаки являются «индикаторами» и отражают воздействие факторов среды на организм.

В дальнейшем расширение числа объектов исследований и расширение спектра изучаемых факторов позволит выявить степень выраженности реакций отдельных видов на внешние воздействия, устойчивые и неустойчивые к тому или иному фактору виды. Установление основных тенденций в адаптации видов к токсикантам на анатомическом уровне и экологической видоспецифичности по отношению к различному уровню загрязнения позволяет понять структурные основы устойчивости видов и выработать рекомендации для использования отдельных видов в защитных лесонасаждениях и для создания техногенных ландшафтов и т.п.

Таким образом, исследования в области экологической анатомии древесных растений устанавливают закономерности и характер изменений структур в зависимости от условий обитания, выявляют независящие от факторов среды анатомические признаки, применяемые в диагностике, филогении и таксономии растений, а также помогают грамотно планировать лесохозяйственные мероприятия. Современное состояние экологической анатомии древесных растений позволяет выделить пять основных направлений исследований, которые приобрели довольно широкий характер: изучение реакции древесины на действие факторов среды; изучение реакции коры на действие факторов среды; изучение ассимиляционного аппарата древесных растений в разных условиях освещения; исследование особенностей анатомических структур растений разных экологических групп и жизненных форм; выявление реакции анатомических структур растений на техногенные загрязнения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яценко-Хмелевский, А.А. Основы и методы анатомического исследования древесины / А.А. Яценко-Хмелевский. – М. : Изд-во АН СССР, 1954. – 337 с.



2. Чавчавадзе, Е.С. Структурные особенности древесины кустарников и кустарничков арктической флоры России / Е.С. Чавчавадзе, О.Ю. Сизоненко. – СПб. : Росток, 2002. – 272 с.
3. Чавчавадзе, Е.С. Анатомио-физиологические особенности древесины некоторых видов р. жестер (*Rhamnus L.*) из горных местообитаний / Е.С. Чавчавадзе, М.У. Умаров, О.Ю. Сизоненко // Современные проблемы анатомии растений : материалы Междунар. конф., Брест, окт. 1996 г. / М-во образования и науки Респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т. – Брест : Изд-во БрГУ, 1996. – С. 49.
4. Додашев, Ш.Г. К формированию древесины некоторых ксерофитов полупустынь Азербайджана / Ш.Г. Додашев // Современные проблемы экологической анатомии : материалы I Всесоюз. совещ. по экологич. анатомии раст., Ташкент, 27–29 авг. 1986 г. / АН ССР, Ин-т ботаники Узбек. отд. ВБО. – Ташкент, 1987. – С. 44–45.
5. Чавчавадзе, Е.С. Исследование структуры древесины ивы козьей как индикатора техногенного загрязнения / Е.С. Чавчавадзе, М.У. Умаров, С.Б. Волкова // Современные проблемы анатомии растений : материалы Междунар. конф., Брест, окт. 1996 г. / М-во образования и науки Респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т. – Брест : Изд-во БрГУ, 1996. – С. 48.
6. Ширнин, В.К. Экологическая генетическая обусловленность количественных признаков вторичной ксилемы / В.К. Ширнин // Современные проблемы экологической анатомии : материалы I Всесоюз. совещ. по экологич. анатомии раст., Ташкент, 27–29 авг. 1986 г. / АН ССР, Ин-т ботаники Узбек. отд. ВБО. – Ташкент, 1987. – С. 101–102.
7. Анатомия коры деревьев и кустарников : монография / В.М. Еремин [и др.] ; под ред. В.М. Еремина. – Брест : Изд-во Брестского гос. ун-та, 2001. – 187 с.
8. Еремин, В.М. Влияние избыточного увлажнения на анатомическую структуру коры сосны обыкновенной / В.М. Еремин // Лесн. журн. – 1975. – №2. – С. 7–11.
9. Еремин, В.М. О влиянии абиотических факторов среды на анатомическое строение коры / В.М. Еремин // Лесн. журн. – 1982. – № 4. – С. 23–27.
10. Талалуева, Л.В. Эколого-биологические особенности видов рода *Betula L.* интродуцированных в сухостепной зоне Нижнего Поволжья : дисс. ... канд. биол. наук : 03.00.05 / Л.В. Талалуева; Центр. ботан. сад УССР. – Киев, 1984. – 25 с.
11. Луговской, А.М. Анатомические изменения стебля сосны обыкновенной и дуба черешчатого при загрязнении атмосферы : дисс. ... канд. биол. наук : 03.00.05 / А.М. Луговской. – Воронеж, 1992. – 210 с.
12. Рой, Ю.Ф. Структурные преобразования однолетнего стебля деревьев в процессе его формирования : монография / Ю.Ф. Рой, В.М. Еремин. – Южно-Сахалинск, 2008. – 2003 с.
13. Волосюк, С.Н. Влияние света на анатомо-морфологическую структуру листа ели колючей / С.Н. Волосюк, С.В. Зеркаль // V Межвуз. науч.-практ. конф. молодых ученых: сб. материалов, Брест 29–30 мая 2003 г. / М-во образования Респ. Беларусь, Брест. гос. ун-т. – Брест: Изд-во БрГУ, 2003. – С. 12–13.
14. Лархер, В. Экология растений / В. Лархер. – М. : Мир, 1978. – 382 с.
15. Раскатов, П.Б. Экологическая анатомия вегетативных органов деревьев и кустарников / П.Б. Раскатов. – Воронеж : Изд-во Воронеж. гос. ун-та, 1979. – 180 с.
16. Бендер, О.Г. Морфо-анатомические особенности формирования хвои кедра сибирского на различных высотах произрастания / О.Г. Бендер // Тр. II Междунар. конф. по анатомии и морфологии растений, С.-Петербург, 14–18 окт. 2002 г. / Рос. акад. наук, Ботан. ин-т им. В.Л. Комарова. – СПб., 2002. – С. 261.
17. Кравкина, И.М. Реакция листа на избыток тяжелых металлов / И.М. Кравкина // Проблемы ботаники на рубеже XX–XXI вв. : тез. докл. II (X) съезда Рус. ботан.





общ-ва, С.-Петербург, 26–29 мая 1998 г. / Рос. акад. наук, Ботан. ин-т им. В.Л. Комарова. – СПб., 1998. – Т. 1. – С. 46.

18. Адамчик, Е.А. Особенности строения листа *Aesculus hippocastanum* в различных условиях среды / Е.А. Адамчик, И.С. Антонова // Тр. Междунар. конф. по анатомии и морфологии растений (посвящ. 150-летию со дня рождения И.И. Бородина) / Рос. акад. наук, Ботан. ин-т им. В.Л. Комарова. – СПб., 1997. – С. 219–220.

19. Бутник, А.А. Значение анатомических признаков в характеристике жизненных форм / А.А. Бутник // Тр. II Междунар. конф. по анатомии и морфологии растений : тез. докл. конф., С.-Петербург, 14–18 окт. 2002 г. / Рос. акад. наук, Ботан. ин-т им. В.Л. Комарова. – СПб., 2002. – С. 266.

20. Арсеньева, Т.В. Сравнительно-анатомическое изучение древесины *Juniperus communis* (Cupressaceae) в связи с изменением жизненной формы / Т.В. Арсеньева // Проблемы ботаники на рубеже XX–XXI вв. : тез. докл. II (X) съезда Рус. ботан. общ-ва, С.-Петербург, 26–29 мая 1998 г. / Рос. акад. наук, Ботан. ин-т им. В.Л. Комарова. – СПб., 1998. – Т. 1. – С. 6–7.

21. Lötscher, W. Characteristics of tree bark as an indicator in high-immission areas / W. Lötscher, H.-J. Köhm // Oecologie. – 1977. – 27. – № 1. – P. 47–64.

22. Слепян, Э.И. Техногенная фитопатология / Э.И. Слепян // Биологические методы оценки природной среды. – М. : Наука, 1978. – С. 208–232.

23. Хватова, В.Н. Воздействие промышленных выбросов на структурно-функциональную организацию однолетних побегов представителей семейства *Salicaceae* L.: автореф. дис. ... канд. биол. наук : 03.00.16 / В.Н. Хватова ; – Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж, 2001. – 24 с.

24. Косиченко, Н.Е. Структурные особенности устойчивости сосны к промышленным выбросам металлургических предприятий / Н.Е. Косиченко, В.И. Спесивцева // Современные проблемы экологической анатомии : материалы I Всесоюз. совещ. по экологич. анатомии раст., Ташкент, 27–29 авг. 1986 г. / АН СССР, Ин-т ботаники Узбек. отд. ВБО. – Ташкент, 1987. – С. 82–184.

25. Абатуров, А.В. Рост сосны по диаметру после радиоактивного облучения (район аварии Чернобыльской АС) / А.В. Абатуров, Н.И. Гольцова // Современные проблемы экологической анатомии растений : материалы II Всесоюз. совещ. по экологии и анатомии растений, Владивосток, 10–16 сент. 1990 г. / АН СССР, Дальневосточ. гос. ун-т. – Владивосток : Изд-во Дальневосточ. гос. ун-та, 1990. – С. 3–4.

26. Еремин, В.М. Анатомия стебля сосны обыкновенной, произрастающей в районе биогехимической провинции, обогащенной цинком / В.М. Еремин ; Брест. гос. пед. ин-т. – Брест, 1990. – 9 с. – Деп. в ВИНТИ 17.05.90, № 2688–В90 // РЖ: 04. Биол. Разд. 04В. Ботан. 04В1 Ботан. (Высш. раст.). – 1990. – № 9. – 9В1179 ДЕП. – С. 20.

**N.V. Shkuratova. The Modern Directions in the Research of Ecological Anatomy of Woody Plants**

This article provides an overview of current trends in research in the field of ecological anatomy, such as the study of the reaction timber effect of environmental factors, the study of the reaction of the cortex to the effect of environmental factors, the study of the assimilation apparatus of trees in different lighting conditions, the study of anatomical features of plants of various environmental groups and life forms, identification of anatomic structures of plant response to man-made pollution.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 19.09.2012



УДК 528.94 (476-14)

*М.А. Богдасаров, Н.С. Луцкы, О.А. Мазец*

## **ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКАЯ ОСНОВА ОЦЕНКИ ТУРИСТСКО-РЕКРЕАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА БЕЛОРУССКОЙ ЧАСТИ ПРИБУЖЬЯ**

В работе рассмотрены теоретические и методологические основы оценки туристско-рекреационного потенциала территории на примере белорусской части Прибужья: определена суть понятий рекреационные ресурсы, туризм, туристско-рекреационный потенциал территории; дана классификация туризма по различным признакам; освещены типы, виды и методы оценки туристско-рекреационного потенциала территории.

Полноценный отдых для восстановления физических и моральных сил, психологического состояния является важнейшим и неотъемлемым элементом жизнедеятельности человека наряду с обеспечением материально-пищевыми ресурсами. Во все времена объектом и источником отдыха служила природная среда. Необходимым условием нормальной человеческой жизни, средством компенсации напряжения, восстановления работоспособности, всестороннего развития духовного мира человека, а также условием продолжения самого производства является такой избирательный вид деятельности, как рекреация.

До сих пор нет единого подхода к определению понятия «рекреация». В связи с этим возникает большая трудность в определении круга понятий, связанных с рекреационной деятельностью. В современной литературе под этим термином понимается расширенное воспроизводство физических, интеллектуальных и эмоциональных сил человека; любая игра, развлечение и досуг, используемые для восстановления физических и умственных сил; цивилизованный отдых, обеспечиваемый различными видами профилактики заболеваний в стационарных условиях, организацией экскурсионно-туристических мероприятий, а также процессом занятий физическими упражнениями. Природными предпосылками рекреации выступают природно-территориальные и аквальные комплексы различных рангов, их компоненты и отдельные свойства, в том числе такие, как аттрактивность, контрастность и ритм ландшафтов, возможность преодоления препятствий, географическая специфика, экзотичность, уникальность или, наоборот, типичность, размеры и формы природных объектов и их визуально-географическое положение.

Природные элементы и комплексы первоначально выступают как условия рекреационной деятельности. В силу развития и изменения структуры общественных потребностей и возникновения рекреационного спроса после затрат на их изучение, оценку и подготовку к эксплуатации природные элементы и комплексы переходят в категорию рекреационных ресурсов.

Переход природных комплексов в класс рекреационных ресурсов происходит по следующей схеме:

1. Природные комплексы существуют как естественные образования, из-за отсутствия туристского спроса они не имеют характера ресурсов.
2. Возникновение туристского спроса требует изучения и бонитировки (оценки) природных комплексов.



3. В силу действия общественных потребностей и вложения живого труда и средств наиболее ценные природные комплексы превращаются в ресурсы.

4. Увеличение объемов туристского спроса приводит к переходу и менее благоприятных по свойствам природных комплексов в класс ресурсов после их мелиорации [1].

Рекреационные ресурсы являются важнейшей составной частью рекреационного потенциала. Под ними понимаются компоненты природной среды, объекты хозяйственной деятельности, обладающие уникальностью, оригинальностью, эстетической привлекательностью, целебно-оздоровительной значимостью, могущие быть использованы для организации различных видов и форм рекреационных занятий.

Рекреационные ресурсы обладают рядом свойств:

1. Историчны, т.е. могут видоизменяться по мере роста рекреационных потребностей, технико-экономических и социальных возможностей.

2. Обладают территорией, т.е. занимают большие площади; отдых как социально-экономическое явление уже сейчас требует территорий, почти равных используемым в сельском и лесном хозяйствах.

3. Обладают организующей ролью, способствуя формированию особых рекреационных пунктов, районов и зон, имеющих ту или иную специализацию, набор рекреационных предприятий.

4. Их использование осуществляется комплексно. Так, теплое море для рекреанта само по себе не представляет особого интереса, важно, чтобы выпало большое количество солнечных дней, был красивый пейзаж и т.п.

5. Характерна социокультурная пространственная и временная относительность, контрастность по отношению к привычной среде обитания человека и сочетание различных природных и культурных сред [2].

Важнейшими характеристиками рекреационных ресурсов являются следующие:

1. Объем запасов, необходимый для определения потенциальной емкости, уровня освоенности, оптимизации нагрузок.

2. Площадь распространения ресурсов, позволяющая определить потенциальные рекреационные угодья, установить округа санитарной охраны.

3. Период возможной эксплуатации, определяющий сезонность туризма, ритмичность туристских потоков.

4. Территориальная неподвижность большинства видов ресурсов, обуславливающая тяготение рекреационной инфраструктуры и потоков к местам их концентрации.

5. Сравнительно низкая капиталоемкость и невысокая стоимость эксплуатационных затрат, что позволяет достаточно быстро создавать инфраструктуру и получать социальный и экономический эффекты, а также самостоятельно использовать отдельные виды ресурсов.

6. Возможность многократного использования при соблюдении норм рационального природопользования и проведении необходимых мероприятий по рекультивации и благоустройству [1].

В настоящее время отдых рассматривается не только как специфическая сфера жизни и активной деятельности, способствующей укреплению здоровья человека и лучшему использованию свободного времени, но и как область экономической деятельности, когда предоставление условий отдыха становится не только услугой, но и товаром. Процесс развития культуры раскрывается во взаимодействии человека с природой и в виде общественного производства. Одна из необходимостей этого взаи-



модействія – восстанавленне сіл, здароўя, запаса энергіі, расшырэнне кругозора і пазнанне міра. Этым працэсам і цэлям адказвае турызм.

К исходу XX века турызм стаў нормай жыцця сучаснага чалавека. У дынамічна развіваючымся свеце турызм з'яўляецца адным з эфектыўных сродкаў удзялення досуговых патрэбнасцей насельніцтва і ў цяперашняе час прымае сапраўды масавы характар. Турызм – гэта курс географіі і гісторыі, архітэктуры і эстэтыкі, суправаджаемы востаргам адкрыццяў, звязаных з падарожжам. Ісклучацельна веліка яго сацыяльнае, культурна-воспятацельнае і пазнавательнае значэнне. Імянна благадаря турызму сучасны чалавек можа рэалізавать стремленне пазнаць новае.

У сучасным значэнні турызм – гэта дятельнасць, звязаная з масавым турыстычэским дывіжэннем, асудцвяляемая з іспользаваннем прыродна-кліматычэских і гісторыка-культурных турыстычэских рэсурсаў, матэрыяльна-тэхнічэской базы турызма і дрыхіх важных фактараў, котрыя адредыляють урвень і качэство абслужыванія. Па адредыленню Всемірнай турыстычэской арганізацыі, «турызм – гэта дятельнасць людэй, падарожніцкуючых і астанаўліваючыхся ў месцах вна іх абывчнага акружэння на перыяд не балеэ паследавательнага года для досуга, бізнэса ілі с дрыхімі цэлямі, не сапрыжэннымі с дятельнасцю, падлежачэй вазнаграждэнню ў месце прэбыванія». Некотрыя ісследавателі пры адредыленні турызма ісходять з яго сапаставлення с рекрэацыяй. На аснове інаго, што турызм сацэтает разлічныя віды рекрэацыянаго дятельнасці – оздаравленне, аддых, востанавленне прадудцельных сіл чалавека, – мажно сказаць, што турызм – гэта разнавіднасць рекрэацыі, адін з відаў актывнаго аддыха, ў працэсе котрого востанавленне работаспабаснасці сацэтается с пазнавательнаго дятельнасцю.

Турызм – сляжное і магоплановае паняцце. Ачэнь сляжно выдэліць фармы і віды турызма. Классіфікацыя ў турызме абозначает выявление яго адредыльных форм і відаў ў завасымасці аг асновнаго паказателя – крерыя. Как всякая дрыхая классіфікацыя, классіфікацыя відаў турызма магаает балеэ доскональна ізучыць развіццэ турызма, яго відаізмэнэння і асновныя тэндэнцыі.

Турызм мажно классіфіцыраваць па разлічным крерыям:

1. По цэлі пездкы. Эгот крерыі імеет рэшаючэе значэнне, потому что імянна цэль пездкы балеэ всого вліяет на фарміраванне тура і арганізацыю турыстычэского абслужыванія; падарожніцкуючы, турист маже ставыць перад сабой несколько цэляў, но толькы адна з інах будэ домінаруючэй. У завасымасці аг цэлі адредычают следыуючыя віды турызма:

- деловаго – ў аснове лежыць неабходнасць выпаўнення служэбных ілі профэссыянальных задач;
- пазнавательнаго, ілі культурна-развлэкательнаго – пездкы людэй ў цэлях азнакомлення с прыроднымі і/ілі гісторыка-культурнымі достопрімечательнасцямі;
- рекрэацыянаго – перадвйжэнне людэй ў савабоднае врэмя ў цэлях аддыха, неабходнаго для востанавлення фізычэских і душевных сіл;
- релігійнаго (паломнічэского) – перадвйжэнне людэй к «святым месцам» с цэлю посэщэння храмаў і манастырэй, асвятчэнных істочнакаў;
- спортываго – прэдусмаатрывает пездкы для участія ў разлічных спортываго сацызаніях;
- учебнаго – прэдусмаатрывает пездкы с цэлю полудченія ілі улудшэння савагох знаній;



- экзотический – связан с желанием увидеть, познать и почувствовать нечто необычное, не присущее повседневной жизни;

- экологический – получил наиболее широкое распространение и признание в наше время, поскольку экология с каждым днем приобретает все большее значение, а бережное отношение к природе и окружающей среде является одним из привлекательных элементов туризма;

- этнический – посещение родственников, места рождения (своего или родителей, предков).

2. По способу передвижения: пешеходный, велосипедный, конный, альпинизм, лыжный, мототуризм, авиационный, водный туризм и т.д.

3. По сроку пребывания. Поездки делятся на продолжительные, краткосрочные и туры выходного дня.

4. По организации: самостоятельный и плановый туризм.

5. По форме участия: индивидуальный, групповой, семейный туризм.

6. По сезонности: летний (с конца мая по середину сентября), зимний (с середины декабря до конца февраля), межсезонный (полусезонный), несезонный туризм.

7. По направленности туристических потоков: въездной туризм – путешествие по стране лиц, постоянно проживающих в других странах; выездной туризм – путешествие лиц постоянно проживающих в стране, в другую страну; внутренний туризм – путешествие по стране лиц, постоянно в ней проживающих.

В последние годы стал весьма популярным экологический туризм. Экотуризм в современном представлении – отдых в рекреационно привлекательных регионах, мало нарушенных человеческой деятельностью, сохранивших традиционный уклад жизни местного населения. К экологическим относится широкий спектр видов туризма, например водный, конный, пешеходный, горный и т.д. Этот список включает все тесно связанные и не наносящие вреда природе виды туризма.

Классификация в туризме имеет большое значение для его практики. Она позволяет решать проблемы его территориальной организации, планировать развитие материальной базы, выявлять спрос и формировать рынок туризма, производить и реализовать туристический продукт. Необходимым условием развития туристической деятельности является богатый туристический потенциал. Термин туристско-рекреационный потенциал вошел в научный обиход сравнительно недавно. Существует объективная и субъективная его трактовка. Первая связана с объектом, потенциал которого характеризуется, вторая определяется целевой установкой, конкретной задачей, для которой предполагается использовать потенциал (рекреационный, туристский). Под туристско-рекреационным потенциалом понимается совокупность природных, природно-антропогенных и антропогенных ресурсов туристского региона, которые используются или могут быть использованы в индустрии туризма с учетом тенденций их развития для удовлетворения изменяющихся потребностей туристов. Территориальные сочетания компонентов туристско-рекреационного потенциала оказывают влияние на специализацию туристско-рекреационных систем и оцениваются с позиции возможности их использования для организации различных туристско-рекреационных занятий в регионе.

Туристско-рекреационные ресурсы – это компоненты природной среды и феномены социокультурного характера, которые, благодаря определенным свойствам, могут быть использованы для организации туристической деятельности [3].

Туристические ресурсы можно классифицировать на следующие группы:





1. Природные – совокупность естественных элементов окружающей среды, которые на данном уровне развития общества могут быть использованы для организации отдыха, оздоровления и туризма, удовлетворения физических, эстетических и познавательных потребностей человека.

2. Культурно-исторические – представлены различными видами исторических памятников, мемориальных мест, промыслами, музеями.

3. Инфраструктура – включает средства размещения, предприятия питания, транспорт, торговлю и бытовое обслуживание, учреждения лечебно-оздоровительного отдыха, уровень экономического развития (наличие средств связи, наличие подъездных путей, автопарки, прокат транспорта).

Для туристических ресурсов характерна контрастность с привычной средой обитания человека и сочетание различных природных и культурных сред. Рекреационным ресурсом признается чуть ли не любое место, отвечающее следующим критериям:

1) отличается от привычной среды обитания человека;

2) представлено сочетанием двух и более различных в природном отношении сред.

Критерии оценки туристско-рекреационной привлекательности территорий:

1. Природно-климатические условия (разнообразие природных ландшафтов, наличие водных объектов, средняя температура воздуха, количество солнечных дней в году и др.).

2. Эстетическая и рекреационная ценность территории, наличие туристических объектов, в том числе:

- природных: водные объекты, пригодные для организации сплавов, купания, памятники природы, уникальные природные комплексы, места рыбалки, охоты и др.;

- историко-культурных: памятники истории (археологии, архитектуры), музеи, традиционные народные ремесла и промыслы и др.

3. Количество и качество предоставляемых услуг, включая наличие мобильной связи, обеспечение мест размещения.

4. Транспортная доступность, качество автодорог.

5. Существующий (скрытый) спрос на туристические услуги.

6. Возможность организации маршрутов различной категории сложности и развития различных видов туризма.

Привлекательностью для организации отдыха в той или иной степени обладает любой природный объект. Статистически наиболее привлекательны краевые зоны, стык различных природных сред: вода – суша, лес – поляна, холм – равнина и т.д.

Туристические ресурсы количественно ограничены. В связи с этим выделяют уникальные ресурсы (неповторимые в своем роде) и массовые ресурсы (те, которые можно заменить).

Одной из главных задач научного исследования рекреационных ресурсов является разработка методики их всесторонней, в том числе и экономической, оценки. Это обусловлено растущей экономической эффективностью отрасли туризма.

При рассмотрении туристско-рекреационных ресурсов чаще всего используются два вида оценок – качественная и количественная.

Количественная оценка включает в себя [5]:

1. Показатели объема запасов;

2. Показатели площади распространения ресурсов;

3. Продолжительность комфортного сезона использования рекреационных ресурсов.



Качественная оценка рекреационных ресурсов характеризуется степенью благоприятных свойств для определенного вида или цикла рекреационных занятий: выразительностью, контрастностью, величественностью, способностью природных рекреационных ресурсов пробуждать положительные эмоции.

Экономическая оценка рекреационных ресурсов призвана объективно отразить, что теряет народное хозяйство и общество в целом при уничтожении рекреационного ресурса или отказе от его использования на территории, где этот ресурс предназначен для другой хозяйственной деятельности [2].

Экономически оценить природные рекреационные ресурсы довольно сложно. Для экономической оценки природных ресурсов применяется балльный метод (но он не лишен субъективности и не дает расчетных показателей, поддающихся экономическому анализу). В то же время многие характеристики природных ресурсов могут измеряться лишь относительными величинами, при этом использование балльных методов является единственно возможным методом оценки. Основой для определения экономической оценки природных рекреационных ресурсов должен стать кадастр, который на основании учетных и оценочных показателей географического, экологического и экономического характера позволяет решить задачу рационального природопользования в сочетании с удовлетворением рекреационных потребностей населения [4]. Проблема экономической оценки природных ресурсов с использованием кадастра природных рекреационных ресурсов стала особенно актуальной. Существующие методы оценки природных ресурсов, такие как метод рентных оценок (на основе дифференциальной ренты), оценка по затратам освоения и др., практически неприменимы к природным рекреационным ресурсам, так как оценивают ресурсы с точки зрения их промышленного и сельскохозяйственного использования – по конечной продукции.

В рекреационной географии сложились три основных типа оценки рекреационных ресурсов:

1. Медико-биологический – выявление степени комфортности природно-ландшафтной среды для организации отдыха.
2. Психолого-эстетический – анализ характера эмоционального воздействия природной среды на отдыхающих, привлекательность природных и культурно-исторических объектов.
3. Технологический – определение пригодности ресурсов для организации различных видов туризма и отдыха.

Комплексный характер рекреационных ресурсов требует сочетания трех типов оценки для определения интегральной ценности ресурсов. Оценка рекреационных ресурсов должна проводиться с учетом комплекса показателей и четким указанием объекта оценки (тип ресурсов, объектов, территорий) и ее субъекта (вид туризма, цикл рекреационных занятий, категория отдыхающих).

Эффективное развитие туристическо-рекреационной сферы возможно только при проведении комплексных исследований по анализу туристическо-рекреационного потенциала территории.

Для того чтобы провести оценку туристическо-рекреационного потенциала, первоначально необходимо разработать методику изучения данной территории. Для оценки туристическо-рекреационного потенциала могут быть использованы следующие методы:

1. анализ – при наличии определенного количества информации ее можно проанализировать и тем самым достичь какой-то цели.





2. Диалектический – выявление взаимосвязей между объектами, процессами, событиями.

3. Картографический – использование карт для познания изображенных на них объектов и явлений.

4. Описательный – позволяет достаточно быстро, легко и достоверно описать изучаемые объекты и явления.

5. Сравнительный – позволяет сопоставлять и выявлять сходства и различия в изучаемых объектах и явлениях.

В связи с увеличением потребности населения в отдыхе роль туризма в Беларуси стала неуклонно возрастать. Планируемое изучение геолого-геоморфологических объектов белорусской части Прибужья даст возможность использовать их в организации туристическо-рекреационной деятельности. В результате проводимых исследований будут оценены отдельные компоненты геолого-геоморфологического потенциала исследуемой территории, выявлены участки с наибольшим количеством потенциальных объектов.

Для региона характерно наличие различных видов туристических ресурсов. Привлекательные ландшафты лесов, озер и рек притягивают туристов отдыхать на территории региона. Население предпочитает отдых на свежем воздухе отдыху дома, в закрытых помещениях. В первую очередь это вызывает эстетическое чувство к природе, а также способствует восстановлению физических сил отдыхающих. Важным условием при этом является наличие мест, где можно было бы отдохнуть.

В пределах территории белорусской части Прибужья есть для этого необходимая инфраструктура: санатории, базы и дома отдыха, детские лагеря. Ко всем местам отдыха имеются подъезды на автобусах и маршрутных такси. В последнее время наблюдается тенденция расширения зоны покрытия мобильных операторов на городские поселки в пределах региона. Регион также отличается большим числом объектов культурно-исторического наследия – церкви, костелы, замки, места боев. Это одно из важных условий привлечения туристов в регион, так как именно особенности культуры и история развития территории являются способом знакомства с краем.

Изучение геолого-геоморфологических компонентов комплексного туристическо-рекреационного потенциала белорусской части Прибужья позволит уточнить наиболее перспективные районы для дальнейшего освоения. Перспективное развитие туризма в данном регионе может принести достаточно большие доходы в экономику области и республики, для чего в первую очередь нужно оптимизировать материальную и техническую базу в непосредственной близости от наиболее интересных объектов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пирожник, И.И. Основы географии туризма и экскурсионного обслуживания : учеб. пособие / И.И. Пирожник. – Минск : Университетское, 1985. – 253 с.

2. Боголюбова, С.А. Эколого-экономическая оценка рекреационных ресурсов / С.А. Боголюбова. – Москва : Академия, 2009. – 256 с.

3. Богдасаров, М.А. Теоретические аспекты оценки рекреационно-туристического потенциала Прибугского Полесья / М.А. Богдасаров, Н.Ф. Гречаник, А.А. Лазарук // Краеведение в учебно-воспитательном процессе школ и вузов : материалы II респ. науч.-метод. конф., посвящ. 85-летию со дня рожд. М.В. Омелянчука,



Брест, 29–30 апр. 2009 г. / Брест. гос. ун-т ; редкол.: К.К. Красовский [и др.]. – Брест, 2009. – С. 106–108.

4. Голуб, А.А. Экономика природных ресурсов / А.А. Голуб, Е.Б. Струкова. – Москва : Аспект Пресс, 1999. – 319 с.

5. Дурович, А.П. Маркетинг в туризме : учеб. пособие / А.П. Дурович. – Минск : Новое знание, 2001. – 495 с.

***M.A. Bogdasarov, N.S. Lutsyk, O.A. Mazets. Theoretical and Methodological Basis of the Assessment of Tourist and Recreational Potential of the Belarusian Part of Pribuzhye***

The work gives the information about theoretical and methodological bases of an assessment of tourist and recreational capacity of the territory on an example of the Belarusian part of Pribuzhye. There are considered: the concept essence recreational resources, tourism, tourist and recreational capacity of the territory is defined; classification of tourism by various signs is given; types, types and methods of an assessment of tourist and recreational capacity of the territory are shined.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 11.09.2012



УДК 550.42 (476)

*А.А. Богдасаров, М.А. Богдасаров*

## **К ВОПРОСУ О БИОСТИМУЛИРУЮЩИХ ОСОБЕННОСТЯХ ЯНТАРНОЙ КИСЛОТЫ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫХ**

В работе приводятся данные о содержании янтарной кислоты в белорусских ископаемых смолах и подробно рассматриваются основные механизмы ее воздействия на организм животных и человека. Показано, что янтарная кислота в клетках организма играет роль энергетического субстрата, а ее соли обладают адаптивной способностью и оказывают антигипоксическое, антистрессовое и нейротропное действие, нормализуют энергетический и пластический обмен и общее физиологическое состояние организма.

Медицинская геология, изучая вопросы взаимоотношений человека и объектов геосферы, является одним из наиболее перспективных направлений в области научного пограничья. Опираясь на опыт и знания многих дисциплин, она объединяет различные ветви медико-биологических, географических, геологических наук в единую систему знаний о здоровье живых организмов. Медицинская геология – стратегически значимая социально ориентированная дисциплина. Изучение обстановок, факторов и механизмов воздействия геологических объектов и процессов на здоровье людей и состояние биоты позволяет разрабатывать профилактические меры, необходимые для успешного решения текущих и планирования перспективных задач экономики хозяйствования и воплощения в жизнь различных социальных проектов, в основе которых лежат интересы всех слоев населения.

Янтарь с древнейших времен считался во многих странах средством для лечения различных заболеваний. В Древнем Риме даже небольшое украшение из янтаря стоило дороже молодого раба на невольничьем рынке, ибо доставка янтаря в Рим из Прибалтики была сопряжена с большими трудностями. Украшения и лекарства из янтаря рекомендовались при самых разных болезнях. Еще римский учёный Плиний Старший [1] был убежден, что янтарные амулеты предохраняют от болезней простаты и душевных расстройств. Крестonosцы во время своих походов перетирали янтарь, смешивали его с вином и пили для поддержания сил. В работе А. Аурифабера [2], придворного медика прусского герцога Альбрехта, приводится несколько рецептов медицинского применения янтаря: «полоскание, приготовленное из янтаря, помогает от закупорок в голове», «если смешать растертый янтарь с медом и розовым маслом, получится эффективное средство от глазных болезней». В те времена считалось, что дым подоженного янтаря снимает боли в сердце, помогает при ревматизме, а сам янтарь защищает от образования камней в почках.

В XVII веке путем перегонки янтаря впервые удалось выделить янтарную кислоту – вещество, являющееся неспецифическим биостимулятором и обладающее противовоспалительным и противострессовым действием. В журнале Хирургической академии в Париже в XVIII–XIX веках публиковались наблюдения по целебным свойствам янтаря. Сегодня учеными достоверно установлено, что многовековой опыт лечения янтарем интуитивно родился на вполне научной основе.

Янтарная кислота (бутандиовая кислота, этан-1,2-дикарбоновая кислота)  $\text{HOOC-CH}_2\text{-CH}_2\text{-COOH}$  – двухосновная карбоновая кислота, представляет собой бесцветные или бело-молочные кристаллы. Легко возгоняется, хорошо растворяется



в воде – 6,8 г в 100 мл воды при температуре 20°C. Молекулярная масса 118,1. Температура плавления 188°C. Соли и эфиры янтарной кислоты называются сукцинатами (лат. *succinum* – янтарь). Термин «сукцинат», обозначающий анион янтарной кислоты, в научно-популярной литературе часто употребляют как синоним термина «янтарная кислота».

Янтарная кислота участвует в процессе клеточного дыхания организмов, являясь важнейшим участником цикла трикарбоновых кислот, или цикла Кребса – центрального звена метаболизма, основного способа получения энергии при окислении органических субстратов, места пересечения многих метаболических путей. Добавление сукцината извне активирует цикл Кребса в соответствии с принципом Ле-Шателье – Брауна (если на систему, находящуюся в устойчивом равновесии, воздействовать извне, изменяя какое-либо из условий равновесия, то в системе усиливаются процессы, направленные на компенсацию внешнего воздействия), что позволяет ускорить процесс вывода недоокисленных продуктов обмена.

На содержание янтарной кислоты авторами исследовались прозрачные (13 зерен), непрозрачные (17 зерен), костяные (4 зерна), а также слабо окисленные (8 зерен) и сильно окисленные (11 зерен) образцы янтаря Беларуси. Полученные результаты оказались сравнимы с имеющимися данными по содержанию янтарной кислоты в образцах Прибалтики и Украины [3, 4, 5]. Содержание свободной янтарной кислоты в прозрачных разностях в целом колеблется от 3,20 до 4,50% (в белорусских образцах – 3,47–3,95%). Оно увеличивается до 3,90–5,87% у полупрозрачных и до 5,34–7,81% у непрозрачных образцов, а максимальных значений 8,22–9,44% достигает у окисленных разностей вне зависимости от степени их прозрачности (но, как правило, непрозрачных) [6].

Биостимулирующим особенностям янтарной кислоты и ее производных посвящена обширная литература, особенно много таких публикаций стало в последние десятилетия. В разработке этой тематики участвовали многие ведущие специалисты в области медицины, биохимии, физиологии, микробиологии, фармакологии, экологии, ботаники, минералогии.

Одной из первых на лечебные свойства янтарной кислоты обратила внимание профессор М.Н. Кондрашова в далеком 1966 году, зарегистрировав заявку на изобретение «Антидиабетическое средство на основе янтарной кислоты» [7]. В лечении и профилактике диабета сукцинат натрия обладает антиацидотическим эффектом, при этом стимулирует секрецию инсулина.

В работе Л.Н. Богатской и Т.Н. Козинец [8] отмечается, что при курсовом введении янтарной кислоты происходит повышение энергетического потенциала миокарда, а полученные данные предполагают возможность использования янтарной кислоты с целью нормализации энергетического и пластического обменов в условиях развития сердечной недостаточности.

Г.Н. Смелякова [9], изучив нарушения дыхательной функции клеток мозга крыс при ишемии и пути коррекции этих нарушений  $\gamma$ -оксимасляной кислотой в сочетании с янтарной кислотой, пришла к выводу, что вводимая в организм  $\gamma$ -оксимасляная кислота в комбинации с янтарной кислотой нормализует показатели дыхания клеток в условиях ишемии, что свидетельствует о противоишемическом действии этого препарата.

Доказано, что препараты янтарной кислоты (сукцинат натрия и сукцинат калия) обладают антиспастическим действием и являются эффективными средствами при лечении бронхиальной астмы [10]. Причем действие этих препаратов направлено



на коррекцию одного из основных патогенетических звеньев заболевания – нарушенного энергетического обмена. Результаты исследований позволили обосновать клиническое применение препаратов янтарной кислоты в комплексном лечении детей и подростков при заболеваниях легких с рецидивирующим и хроническим течением, сопровождающихся обтурационным синдромом. Применение указанных препаратов у больных бронхитом с астматическим компонентом способствует повышению эффективности лечения и нормализации показателей энергетического обмена, что дало основание рекомендовать их для лечения больных с бронхоспастическим синдромом в любом пульмонологическом стационаре.

В лечении бронхолегочных заболеваний применение янтарной кислоты и сукцината натрия повышало эффективность комплексного лечения туберкулеза и других заболеваний, улучшало показатели внешнего дыхания больных [11, 12].

Развитию взглядов на сукцинат натрия как естественный метаболит и эффективное средство коррекции нарушений энергетического метаболизма, а также препарат, предупреждающий неблагоприятные эффекты различного рода стрессовых воздействий, посвящена работа А.К. Рачкова [13]. В результате опытов, проведенных на 50 беспородных белых крысах-самцах, у которых периодическими ударами электрическим током в течение 10 минут вызывали эмоционально-болевым стресс и внутрибрюшинно вводили янтарную и никотиновую кислоты, получены следующие результаты (по введению янтарной кислоты): введение в течение 5 дней янтарной кислоты в дозе 30 мг/кг животным, которые подвергались эмоционально-болевому стрессу, нормализовало уровень адреналина и пирувата в ткани сердца, понижало содержание норадреналина и лактата в ткани сердца и аорты, аэробизировало обмен сердца и аорты.

В этом же номере журнала опубликована статья сотрудников кафедры фармакологии Рязанского медицинского института [14], в которой приводится анализ проведенных экспериментов на 102 белых беспородных крысах-самцах и 60 лягушках. Подчеркивается, что сукцинат способствует усилению центрального звена внутриклеточной энергетики – увеличению окисления янтарной кислоты и активности сукцинатгидрогеназы, что приводит к усилению энергопродукции дыхательной цепи митохондрий. И что особо важно, янтарная кислота при введении в организм плохо проникает в нормальные ткани и значительно легче – в клетки и ткани, находящиеся в состоянии возбуждения или патологически измененные. Сукцинат обладает высокой биологической активностью, благотворно влияя на процессы энергопродукции при недостаточности миокарда, оказывает пробуждающее действие при наркозе, отравлении морфином и барбитуратами.

Миокардиопротекторное действие янтарной кислоты при острой ишемии сердца и при физической нагрузке здоровых людей проявлялось в нормализации кровообращения, антиаритмическом эффекте, повышении толерантности к физическим нагрузкам [15].

Противолучевые свойства янтарной кислоты и сукцината натрия при длительном применении (вследствие низкой токсичности) способствуют формированию статуса повышенной радиорезистенции организма человека [16].

Г.В. Тульчинский в работе «Використання янтарної кислоти при пошкодженнях ЦНС» [17] пишет: «Одним з природних атигіоксантів є янтарна кислота. В організмі людини вона входить до циклотрикарбонічних кислот Кребса, використовується як основний енергетичний субстрат. Має антиоксидантні, антицидотичні властивості, нормалізує енергообмін. В Вінницькому медичному інституті була виконана експериментальна робота з використанням янтарної кислоти в комплексному ліанні захворювань, пов'язаних з порушеннями енергетичного обміну.»



периментальна робота на тваринах, з застосуванням янтарной кyseloty. Наносилось п ошкодження головного мозку пацюків і проводилась терапия янтарной кyselotой. Внутрим'язово вводилось 500 мг маси янтарной кyseloty на протязі 10 дiб. При порiвняннi з контрольною групою у тварин, яким вводилась янтарна кyselota, летальнiсть скоротилась вдвiчi, вiдновлення функцiй ЦНС проходило значно iнтенсивнiше, а також був виявлений анаболiтичний ефект. В нашiй крiнi застосовуються рiзноманiтнi засоби з в икористанням янтарной кyseloty: гiдрокортiзон – сукцинат суспензiя, сукцинат натрiю, левомiцетин гемiсукцинат. Оскiльки янтарна кyselota є природним метаболiтом органiзму людини, вона не викликає побочной дiї та токсичних ефектiв, тому перспектива використання її при рiзноманiтних пошкодженнях ЦНС стає очевидною. На даний час у Францiї випускається препарат на основi янтарной кyseloty, терапевтичний ефект якого – покращання енергообмiну в головному мозку, полiпшення мозкового кровообiгу, широко використовується при рiзноманiтних ураженнях нервової системи. Експериментальнi дослiдження свiдчать про можливiсть використання препаратiв янтарной кyseloty при лiкуваннi хворих в критичних станах з церебральними гiпоксiями».

Высокая активность янтарной кyseloty также нашла применение в растворе для инфузий, в состав которого входит смешанная натрий N-метилглукामीновая соль янтарной кyseloty и микроэлементы в оптимальных концентрациях. Комплексное использование антиоксидантов в ранние сроки развития ишемических поражений мозга является одним из наиболее оптимальных методов патогенетической комплексной нейропротекторной и инфузионной терапии, в частности, у больных с острыми ишемическими нарушениями мозгового кровообращения. Значение такой терапии возрастает по мере углубления тяжести состояния больного [18].

На сегодняшний день ученым ясно, что янтарная кyselota в клетках организма играет роль энергетического субстрата, а ее соли обладают адаптогенной способностью и оказывают антигипоксическое, антистрессовое и нейротропное действие, нормализуют энергетический и пластический обмен и общее физиологическое состояние организма. Янтарная кyselota усиливает биохимические и физиологические восстановительные процессы в различных органах в условиях патологии и интенсивной физической нагрузки, устраняет метаболический ацидоз. Перспективно ее применение с терапевтической целью при астенизации организма и в сочетании с веществами, поддерживающими метаболизм, а также в комплексе с некоторыми лекарственными средствами для усиления их действия или снятия токсических побочных эффектов.

Во многих странах, в том числе в Беларуси, янтарная кyselota входит в международный список веществ, разрешенных к применению, и используется в качестве пищевой добавки (E363). В последние годы янтарная кyselota все больше и больше находит применение в сельском хозяйстве и рационе питания животных и птиц. Так, по данным Института янтаря и региональных ресурсов (Калининград), янтарная кyselota успешно применяется в растениеводстве [19]. Предварительная обработка посадочного материала раствором янтарной кyseloty или двукратная поливка растений в период их роста повышает устойчивость растений к воздействию неблагоприятных факторов (засуха, холод, недостаток влаги, недостаточная освещенность), снижает заболеваемость растений, повышает содержание в листьях хлорофилла, что проявляется в более существенном росте и увеличении урожайности.

Другим природным медицинским препаратом из янтаря является янтарное масло. В основном из-за своего неприятного запаха янтарное масло в чистом виде не находит широкого применения в медицинской практике. Однако в смеси с оливко-





вым, абрикосовым, миндальным маслами в соотношении 1:20 оно используется как средство для массажа, профилактики и лечения кожных заболеваний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плиний Старший. Естествознание. Кн. 33–36 / Плиний Старший ; пер. с лат., предисл. и примеч. Г.А. Тароняна. – М. : Ладомир, 1994. – 939 с.
2. Aurifaber, A. Succini historia / A. Aurifaber. – Königsberg, 1551.
3. Савкевич, С.С. Янтарь / С.С. Савкевич. – Л. : Недра, 1970. – 190 с.
4. Катинас, В.И. Янтарь и янтареносные отложения Южной Прибалтики / В.И. Катинас // Сб. науч. тр. / ЛитНИГРИ. – Вильнюс, 1971. – Вып. 20 : Янтарь и янтареносные отложения Южной Прибалтики. – 150 с.
5. Сребродольский, Б.И. Геологическое строение и закономерности размещения месторождений янтаря СССР / Б.И. Сребродольский. – Киев : Наукова думка, 1984. – 166 с.
6. Богдасаров, М.А. Янтарь и другие ископаемые смолы Евразии / М.А. Богдасаров. – Брест: БрГУ, 2010. – 263 с.
7. Кондрашова, М.Н. Антидиабетическое средство на основе янтарной кислоты / М.Н. Кондрашова. – Заявка на изобретение № 96119910/14 от 27.09.1966 г.
8. Богатская, Л.Н. Особенности энергетического и пластического обменов в условиях развития сердечной недостаточности в старости и влияние на них янтарной кислоты / Л.Н. Богатская, Т.Н. Козинец // Закавказская конференция геронтологов и педиатров : материалы науч. конф., Ереван, 13 мая 1980 г. / Ереван. мед. ин-т ; редкол.: Л.Н. Богатская [и др.]. – Ереван, 1980. – С. 16–18.
9. Смелякова, Г.Н. Регуляция нейромедиаторных механизмов деятельности мозга / Г.Н. Смелякова. – Минск : Мед. ин-т, 1982. – 81 с.
10. К обоснованию лечебного применения препаратов янтарной кислоты у детей и подростков, больных бронхитом с астматическими компонентами / С.А. Кшановский [и др.] // Иммунология и аллергия. – 1982. – Вып. 16. – С. 9–12.
11. Дергач, В.С. Эффективность химиотерапии в сочетании с сукцинатом натрия у впервые выявленных больных деструктивным туберкулезом легких : автореф. дисс. ... канд. мед. наук : 14.00.00 / В.С. Дергач ; Киев. мед. ин-т. – Киев, 1986. – 20 с.
12. Комиссар, О.К. Роль метаболитов трикарбонового цикла в комплексном лечении бронхоспазматических состояний : автореф. дисс. ... канд. мед. наук : 14.00.00 / О.К. Комиссар ; Киев. мед. ин-т. – Киев, 1987. – 19 с.
13. Рачков, А.К. Метаболические эффекты янтарной и никотиновой кислот при эмоционально-болевым стрессе / А.К. Рачков // Фармакология и токсикология. – 1988. – № 3. – С. 33–36.
14. К вопросу о влиянии янтарной кислоты на свертываемость крови и баланс катехоламинов / А.А. Никулин [и др.] // Фармакология и токсикология. – 1988. – № 3. – С. 45–48.
15. Сергеев, П.В. Соотношение антиоксидантного и противоишемического эффектов некоторых энергообеспечивающих средств / П.В. Сергеев [и др.]. – Бюлл. эксперимент. биол. мед. – 1991. – Т. 62, № 10. – С. 381–382.
16. Ивницкий, Ю.Ю. О перспективах использования пищевых веществ для повышения радиорезистентности организма / Ю.Ю. Ивницкий, В.И. Попов // Воен. мед. журн. – 1993. – № 10. – С. 52–54.





17. Тульчінскі, Г.В. Використання янтарної кислоти при пошкодженнях ЦНС / Г.В. Тульчінскі // Актуальні проблеми подання екстрені медичної допомоги при невідкладних станах : матеріали наук.-практ. конф., Київ, 10–12 ліст. 1995 р. / Київ. мед. ін-т ; редкол.: Г.В. Тульчінскі [и др.]. – Київ, 1995. – С. 189.

18. Федін, А.И. Избранные вопросы базисной интенсивной терапии нарушений мозгового кровообращения : метод. указания / А.И. Федін, С.А. Румянцева // Рос. гос. мед. ун-т. – М., 2002. – 54 с.

19. Воротников, Б.Ю. К вопросу реализации комплексной технологии янтаря – янтарная кислота как БАД / Б.Ю. Воротников // Янтарь: знания и технологии : сб. науч. тр. / Калининград. гос. техн. ун-т, Ин-т янтаря и региональных ресурсов ; редкол.: Б.Ю. Воротников [и др.]. – Калининград, 2008. – С. 83–87.

***A.A. Bogdasarov, M.A. Bogdasarov. To the Question of Biostimulating Peculiarities of Succinic Acid and its Derivative***

The work gives the information about succinic acid contained in belarussian fossil resins and main mechanisms of its impact on animals and humans are described in detail. It is shown that succinic acid in the cells of organisms functions as energy substratum and its salts have adaptogenic ability and show antihypoxic, antistress and neurotropic action, normalize plastic and energy exchange and general physiological body state.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 11.09.2012



УДК 550.348:550.834(265.5)

*В.Л. Ломтев, Т.В. Нагорных, Д.А. Сафонов*

## **К СТРОЕНИЮ И СЕЙСМОТЕКТОНИКЕ КУРИЛЬСКОЙ ДУГИ И ЖЕЛОБА**

По данным нового регионального каталога фокальных механизмов 396 сильных ( $M \geq 6,0$ ) кур ило-охотских и частично японских землетрясений за 1964–2009 гг., а также одно- (НСП) и многоканального (МОГТ) сейсмопрофилирования методом отраженных волн (МОВ) анализируются особенности строения и сейсмотектоники Курильской системы дуга-желоб и связанных с ними встречных сейсмофокальных зон Беньюфа и Тараканова. Показано, что первая является глубинным надвигом, по которому Курильская дуга, или тектонический фронт Евразии, надвинута на ложе Пацифики на несколько десятков (до 50–70) километров за последние 0,5–1,0 млн лет (пасаденская глобальная фаза складчатости и орогенеза по Г. Штилле). При надвигании сформировались средняя и нижняя части тихоокеанского склона, шарьяж Пегаса и аккреционная призма (тектонопара), рамповая структура Курильского желоба и, вероятно встречные сейсмофокальные зоны.

### **Введение**

Геология и геофизика Курильской системы дуга-желоб изучается около 100 лет [6, 20, 25, 26]. Основными вехами стали Международный геофизический год (1956–1957), когда ИФЗ АН СССР провел глубинное сейсмическое зондирование, определившее основные черты строения земной коры, и региональная геолого-геофизическая съемка НИС «Пегас» СахКНИИ, включавшая промер, НСП МОВ (непрерывное сейсмопрофилирование методом отраженных волн), драгирование, грави- и магнитометрию [4, 25, 26]. Позднее трест «Дальморнефтегеофизика» отработал несколько профилей МОВ-ОГТ – метод общей глубинной точки [7, 11, 25]. В итоге удалось наметить черты строения и истории развития внешней, невулканической (в настоящее время – Малая Курильская гряда и ее подводное продолжение хребет Витязя) и внутренней, вулканической дуг (Большая Курильская гряда), Курильского желоба. Вместе с тем не сняты расхождения во взглядах и трактовках геолого-геофизических данных, особенно после открытия на ложе СЗ Пацифики по результатам бурения и НСП ИМГиГ континентальных, прибрежных и шельфовых фаций позднего мезозоя – раннего кайнозоя и сменивших их позднекайнозойских глубоководных фанов (конусы выноса) каньонов Японо-Курило-Камчатской окраины на краевом вале Зенкевича (Хоккайдо) и Камчатского контурного мегафана мористее в котловине Тускарора [13, 14, 16].

Сейсмотектоника региона изучается продолжительное время и в основном сахалинскими сейсмологами (ИМГиГ и Сахалинский филиал Геофизической службы РАН) по материалам стационарных наблюдений на сейсмостанциях региона и мировой сети (эпи- и гипоцентрия, фокальные механизмы землетрясений, скоростные неоднородности в коре и верхней мантии, геостатистика), а также при полевом изучении сейсмодислокаций на островах [1, 3, 19, 23–25, 29]. Установлено, что основной вклад в региональную сейсмичность вносят встречные сейсмофокальные зоны Беньюфа и Тараканова, выходящие на внешней дуге и в желобе [24], а также мелкофокусная сейсмичность, вероятно, аллохтонной коры, особенно в молодых орогенных морфоструктурах и их активных разломах [15, 27, 31, 32]. Вместе с тем тектонические аспекты сейсмичности, строение и история развития рассматриваемого региона до сих пор дискутируются. Так, в теории фиксизма предполагают сбросовую или сбросо-оползневую структуру Курильского желоба [4, 5, 7, 27] как структуры растяжения и опускания. Такой подход



основан на прямой интерпретации временных разрезов НСП со сложным волновым полем и многочисленными помехами, что требует их минимизации или устранения и построения глубинных разрезов в реальном (1:1) масштабе. Однако он не объясняет формирование аккреционной призмы, регионального шарьяжа акустического фундамента и смежных поднятий вала Зенкевича и Курильской дуги высотой 5 и 10 км соответственно, изгиб системы дуга-желоб и курильской секции зоны Бенъофа в сторону океана. В тектонике плит на внешнем склоне Курильского желоба обычно предполагают растяжение и опускание блоков субдуцирующей Тихоокеанской плиты по системе нормальных сбросов, а на внутреннем склоне – оползни, сбросы, аккрецию кайнозойского чехла с чешуйчатыми надвигами западной вергентности (см. обзор в [11]) или, напротив, его субдукцию в депрессиях акустического фундамента [17, 30]. Таким образом, на склонах Курильского желоба предполагают разный стиль деформаций и тектонического строения. Не менее значительны расхождения по возрасту, или времени заложения, его и других тихоокеанских желобов, варьирующие от юры-мела до плейстоцена-голоцена (см. обзор в [9]).

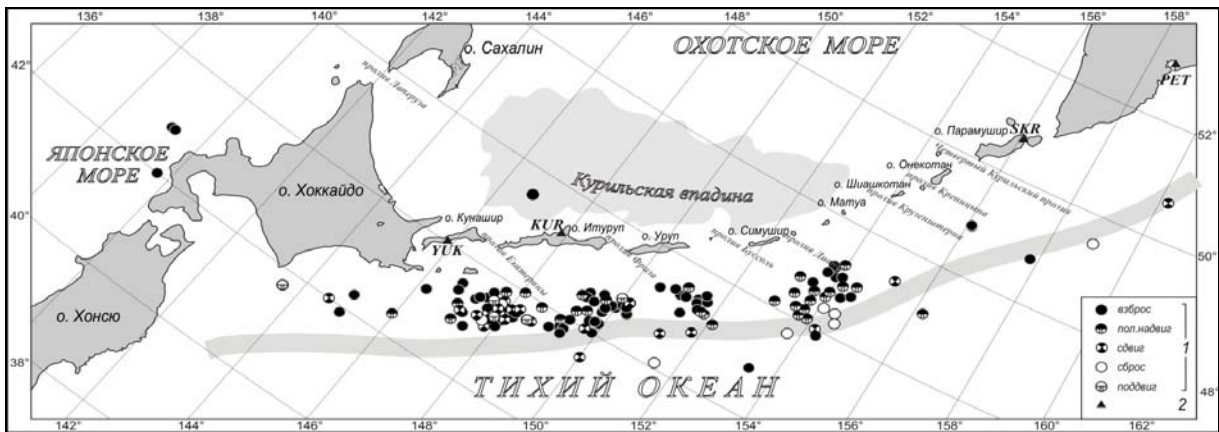
С учетом катастрофических Симуширских 2006–2007 гг. и Великого Японского землетрясений в марте 2011 г., вызвавших цунами высотой более 10–30 м [28, 29], акцент в статье сделан на строении и сеймотектонике зоны Бенъофа, крупнейшего глубинного разлома Земли [24]. В ее основу легли материалы нового каталога фокальных механизмов 396 сильных ( $M \geq 6.0$ ) курило-охотских и частично япономорских землетрясений за 1964–2009 гг. (рисунки 1–7), подготовленного по современным международным стандартам [8], а также глубинные разрезы НСП и МОГТ, построенные способом апланатных поверхностей (оггибающих фронтов волн) в масштабе 1:1 с точностью положения отражающих площадок 50–100 м (рисунки 8–9).

**Материалы каталога.** На основе нового регионального каталога механизмов сильных землетрясений [8] рассмотрены связи между сейсмодислокациями и строением курильской секции зон Бенъофа и Тараканова, в пределах которой они проявляются путем статистической интерпретации результатов определения механизма очага, а также с помощью рассмотрения конкретных картин ориентировки напряжений и других характеристик очагов внутри зоны. Последнее позволит разделить сейсмодислокации по их значимости, что крайне необходимо для определения роли отдельных типов дислокаций в формировании структур зоны. В качестве методической основы решаемой задачи были приняты базовые алгоритмы программы «Механизм» [2]. В ней определяется не одно «наилучшее» решение, а вся совокупность решений, совместимых с наблюдаемыми данными (85-процентная доверительная область), что позволяет полнее охарактеризовать точность и степень неопределенности искомой модели в каждом конкретном случае. Данная программа прошла испытание в Курило-Охотском регионе в 1964–1999 гг. [8].

По данным каталога и рисунков 1–5 отмечается неравномерное распределение очагов землетрясений в плане и по глубине, где выделяются три группы очагов землетрясений на глубинах  $H \leq 80$  км (65,1%), 81–300 км (22,6% от общего числа землетрясений) и 301–700 км (12,3%). Анализ распределения сейсмодислокаций показал (рисунок 6), что подавляющее большинство очагов сильных землетрясений ( $M \geq 6.0$ ) Курило-Охотского региона находилось под воздействием напряжений сжатия, которое обусловило подвижки типа взброса (45% от общего количества данных), пологого надвига (20%) и сдвига (17%). 18% очагов землетрясений находились под воздействием напряжений растяжения, для которых характерны сбросы (7%) и поддвижки (11%). Для детального анализа распределения числа сейсмодислокаций на разных интервалах глубин



былі построены гистограммы (рысунк 6). Из них следует, что для глубин 0–40 км практически, как и для всего каталога механизмов землетрясений, преобладали взбросы – 48,9%, пологие надвиги – 23,3%, сдвиги – 16%, сбросы – 10%, а поддвигов на 50% меньше, чем для всего каталога. Для землетрясений на глубинах 41–80 км увеличилось число взбросов на 32%, а число остальных сейсмодислокаций уменьшилось на 25–41% (рысунк 6б).



1 – типы, 2 – сейсмостанции

Рисунок 1 – Карта сейсмодислокаций на глубинах 0–40 км



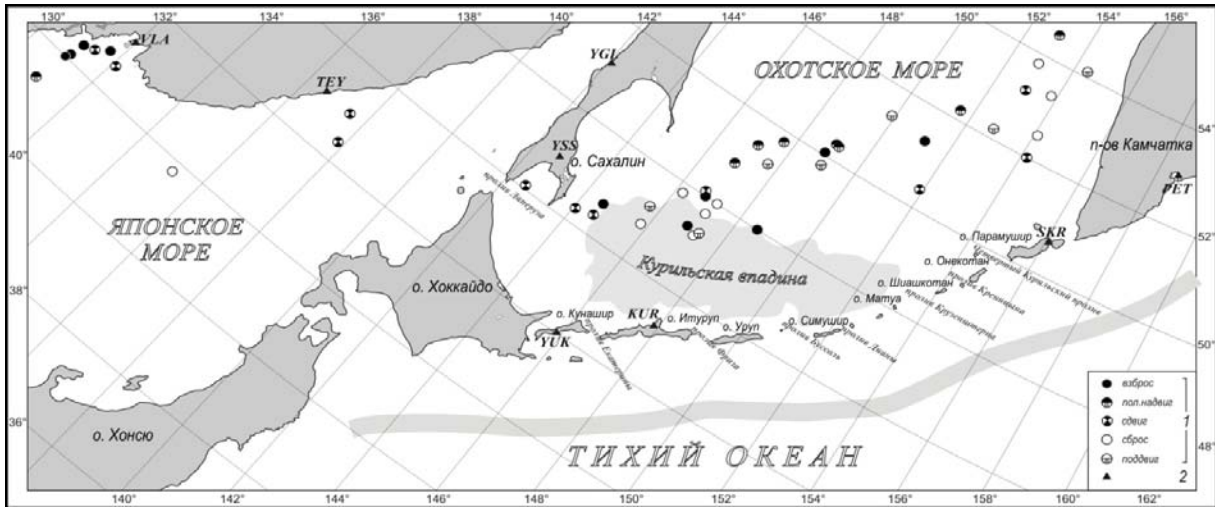
1 – типы, 2 – сейсмостанции

Рисунок 2 – Карта сейсмодислокаций на глубинах 41–80 км



1 – типы, 2 – сейсмостанции

Рисунок 3 – Карта сейсмодислокаций на глубинах 81–300 км



1 – типы, 2 – сейсмостанции

Рисунок 4 – Карта сейсмодислокаций на глубинах 301–700 км

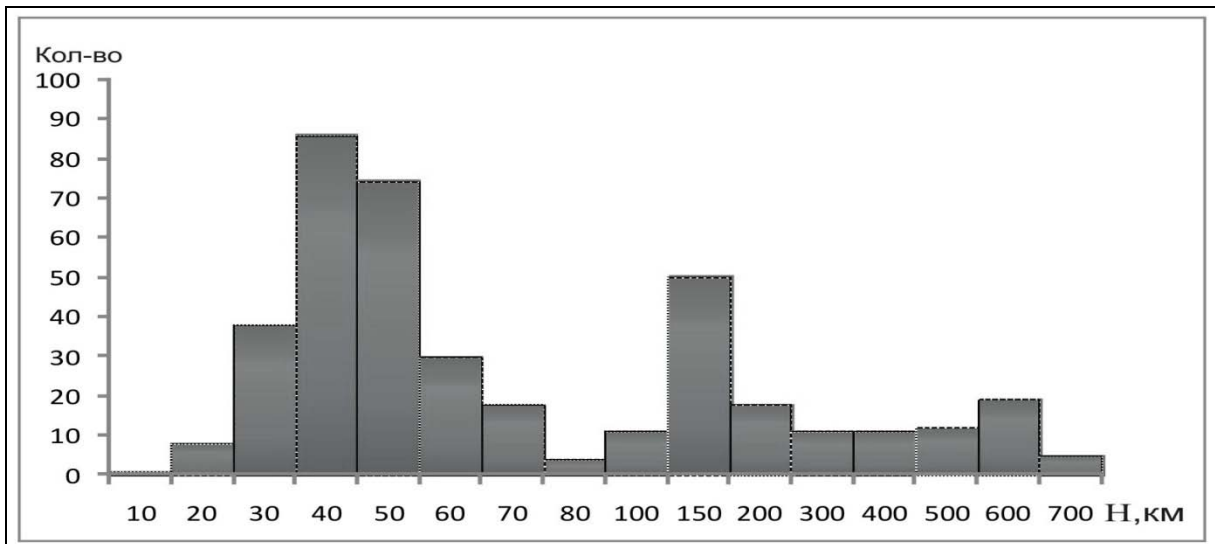


Рисунок 5 – Гистограмма распределения землетрясений по глубинам, км

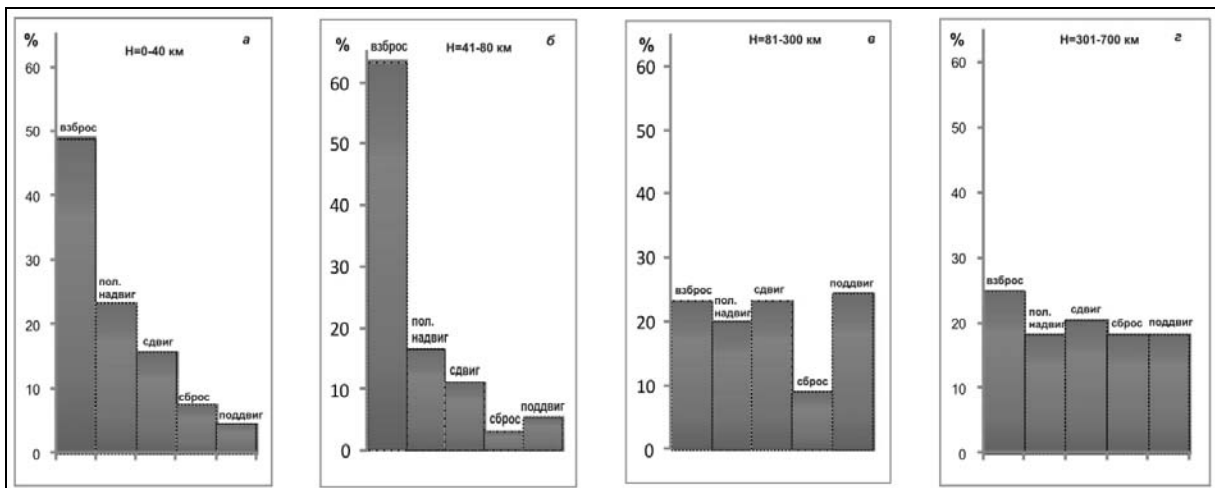


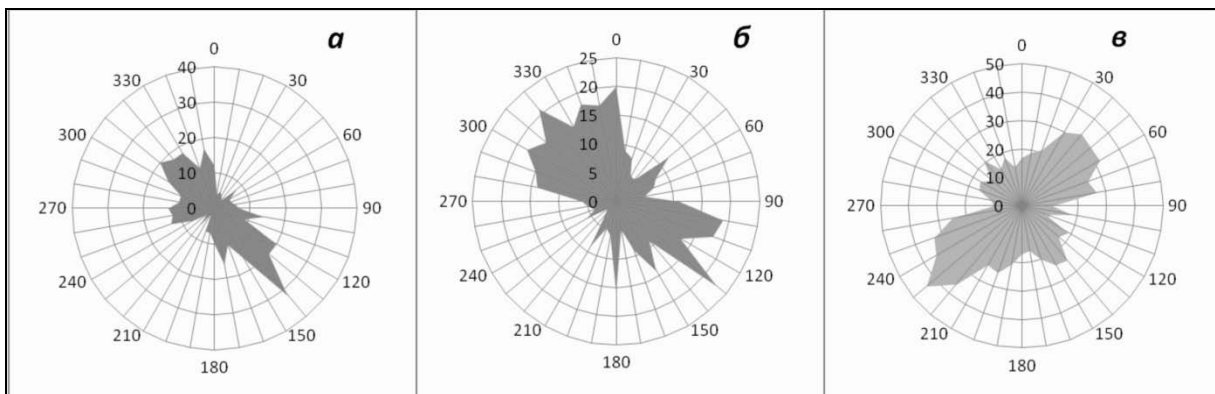
Рисунок 6 – Гистограмма распределения типов сейсмодислокаций по глубинам (а–z)





В дальнейшем с увеличением глубины очагов количество разных типов сейсмодислокаций стало уравниваться. Так, в интервале 81–300 км взбросы составили 23,3%, пологие надвиги – 20%, сдвиги – 23,3%, поддвиги – 21,4%. Исключением являются сбросы – 8,9% (рисунок бв). Для глубин 301–700 км количество типов сейсмодислокаций колебалось от 18% до 23%. Несмотря на многообразие механизмов очагов изученных землетрясений, для них выявляются совершенно отчетливые общие свойства. Для выявления последних нами был применен наиболее наглядный способ – способ построения векторных диаграмм частот повторения тех или иных пространственных параметров, характеризующих механизм очага, осредненный интервал принят в  $10^\circ$ .

На рисунке 7 приведены векторные диаграммы всех параметров механизма очагов изученных землетрясений. Горизонтальные проекции параметров механизма очага имеют два равнозначных направления, отличающихся по азимуту на  $180^\circ$ . Векторная диаграмма распределения осей напряжений сжатия по азимутам относительно направления на зенит имеет два отчетливых максимума (рисунок 7а). Один из них находится в интервале от  $120^\circ$  до  $150^\circ$  (или  $300^\circ$  –  $330^\circ$ ). Для напряжений растяжения выявляются практически те же самые преимущественные направления, что и для напряжений сжатия, хотя общее распределение их по азимутам дает менее отчетливые максимумы: одно из них от  $100^\circ$  до  $150^\circ$  (или  $280^\circ$  –  $360^\circ$ ) в противоположном направлении (рисунок 7б). Особо подчеркнем, что горизонтальная проекция напряжений сжатия ориентирована преимущественно под прямым углом к Курильской дуге и желобу. Этот результат отмечается и в работах Л.М. Балакиной [3].



а – напряжения сжатия; б – напряжения растяжения;  
в – азимуты простираия нодальных плоскостей (NP1, NP2)

### Рисунок 7 – Векторные диаграммы

На рисунке 7в видно, что азимуты простираия нодальных плоскостей имеют тоже два преимущественных направления. Один из них составляет от  $220^\circ$  до  $260^\circ$  относительно направления на север, и подавляющее большинство нодальных плоскостей ориентированы вдоль простираия Курильской дуги со средним углом падения  $\sim 50^\circ$  к западу. Во втором возможном варианте плоскости разрыва ориентированы от  $30^\circ$  до  $80^\circ$  и также обнаруживают неплохую согласованность с простираием островной дуги, но с падением к востоку, что не противоречит данным В.Н. Аверьяновой (1968). Менее отчетливый максимум отмечается в интервале от  $120^\circ$  до  $150^\circ$  и в противоположном направлении от  $290^\circ$  до  $340^\circ$ , но количество землетрясений в этом интервале намного меньше, чем в рассмотренном ранее.



*Основные типы сейсмодислокаций на глубинах 0–40 км.* Мелкофокусные (коровые) землетрясения на рисунке 1 расположены между Курильскими островами и осью одноименного желоба, образуя несколько обособленных групп, в каждой из которых преобладает конкретный тип сейсмодислокаций. Несмотря на то, что большинство коровых землетрясений находились в условиях преобладания близгоризонтальных напряжений сжатия, ортогональному простиранию Курильской дуги, основные типы сейсмодислокаций в этих группах разные. Первая группа довольно компактная (37 событий) расположена напротив пролива Екатерины. В ее очагах преобладали взбросы (40,5%) и сдвиги (32,5%). Вторая и третья компактные группы землетрясений произошли мористее островов Итуруп и Уруп ближе к оси Курильского желоба. В их очагах преобладали взбросы (67%) и пологие надвиги (20–27%). Четвертая группа гипоцентров расположена ближе к желобу мористее о. Симушир. В очагах преобладали пологие надвиги (50%) и взбросы (32%). В эту группу входят и недавние сильнейшие Симуширские события [28]. Первое из них является пологим надвигом, второе – сброс. Дополнительно можно выделить цепочку отдельных сейсмических событий вдоль о. Хоккайдо, где чередуются отдельные сейсмодислокации: поддвиг, сдвиг и два взброса. Вторая цепочка сейсмических событий оконтуривает ось желоба. В ней сейсмодислокации чередуются: для 50% случаев землетрясения произошли в условиях близгоризонтального сжатия, а для остальных – близгоризонтального растяжения.

Особо отметим зоны отсутствия сильных землетрясений с известными механизмами в земной коре на южном и особенно северном флангах Курильской системы дуга-желоб, возможно включая и Южную Камчатку, которые, по С.А. Федотову, могут намечать места возникновения будущих сильных землетрясений. Проведено сопоставление ориентации напряжений сжатия в очагах коровых землетрясений с простиранием Курильской дуги. Отмечено, что для первой и четвертой групп землетрясений преобладают напряжения сжатия, перпендикулярные дуге и близкие к горизонтальным. В остальных группах прослеживаются горизонтальные напряжения сжатия, ориентированные субмеридионально, хотя есть отдельные события субширотного направления.

*Основные типы сейсмодислокаций на глубинах 41–80 км.* Гипоцентры этого интервала расположены между Большой Курильской грядой и осью Курильского желоба, образуя довольно широкую цепочку, которая прерывается к юго-востоку от Средних Курильских островов, переходя в небольшие группы или отдельные события (рисунок 2). В районе Северных Курильских островов количество землетрясений увеличилось, и группы стали более компактные, эпицентры группируются в районе проливов. В этом районе большинство землетрясений находились в условиях преобладания близгоризонтальных напряжений сжатия, ориентированных ортогонально простиранию Курильской дуги или субмеридионально (характерный тип подвижки: взброс – 63,9%, пологий надвиг – 16,7%, сдвиг – 11%). На юго-востоке этой зоны встречаются более крутые субмеридиональные и субширотные напряжения сжатия.

*Основные типы сейсмодислокаций на глубинах 81–300 км.* Эта группа землетрясений произошла в промежуточном интервале глубин (22,6% от общего числа землетрясений) и представляет собой довольно узкую полосу событий непосредственно под Курильскими островами (рисунки 3, 5), разбиваясь на небольшие группы. В этом районе большинство землетрясений находились в условиях преобладания сжимающих напряжений, хотя и не столь существенно. Доминируют довольно крутые субмеридиональные и реже субширотные направления. Для осей растяжения характерны также крутые субмеридиональные и субширотные направления. В общем числе случаев напряжения сжа-





тия, перпендикулярные к структурам островной дуги и близкие к горизонтальным, представляют единичные события. Сейсмодислокации распределены по типам: сдвиги – 25%, взбросы – 24%, поддвиги – 25%, пологие надвиги – 16%, сбросы составляют только 10% от общего количества сейсмодислокаций в группе. Выделяется небольшая группа землетрясений между о. Хоккайдо и побережьем Приморья. Они произошли как в условиях растяжения (поддвиг – 32%, сброс – 17%), так и в условиях сжатия (взброс, пологий надвиг, сдвиг – по 17%), ориентированных диагонально Курильской дуге.

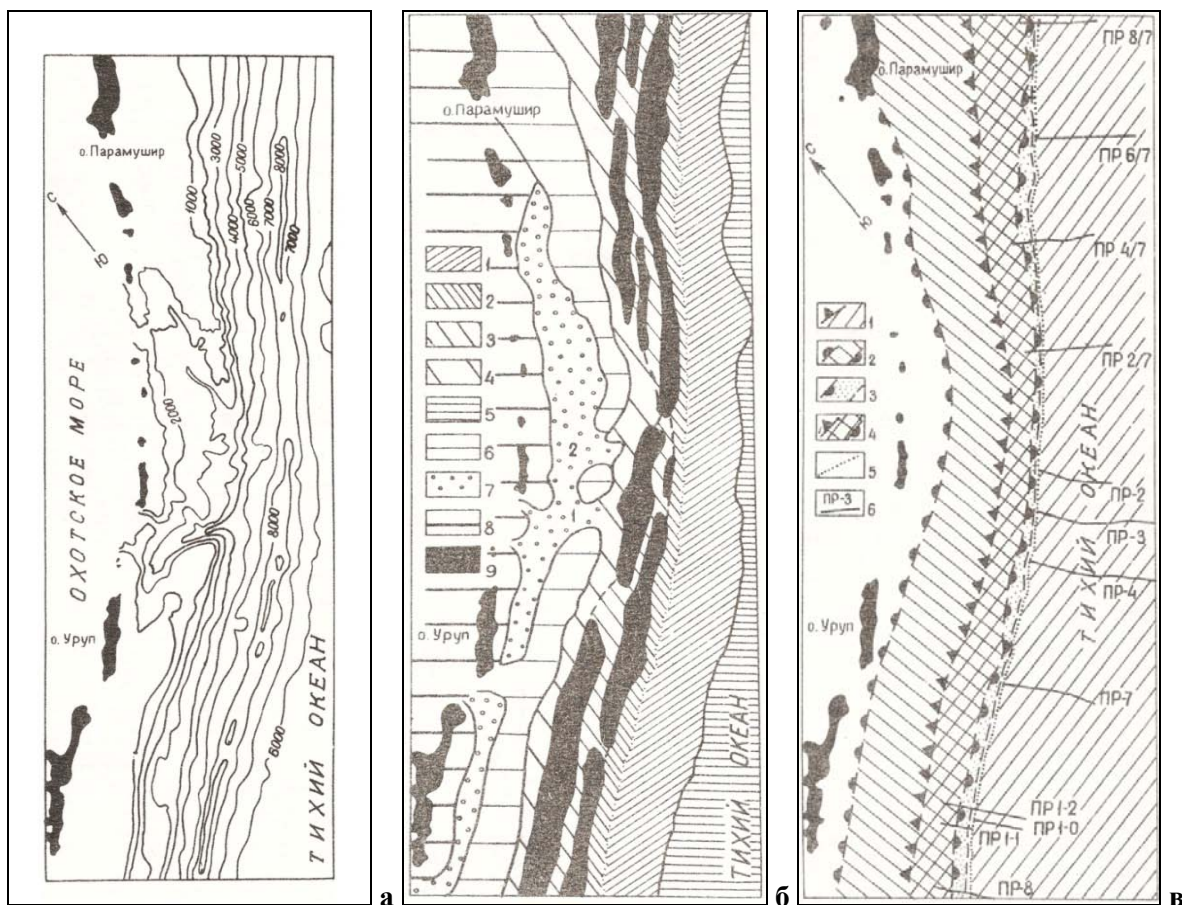
*Основные типы сейсмодислокаций на глубинах 301–700 км.* Эту группу составили глубокофокусные землетрясения (12,3% от общего числа землетрясений), которые протягиваются широкой полосой от западного побережья п-ва Камчатка до залива Петра Великого, образуя разобщенные группы (рисунки 4, 5). В каждой группе преобладают конкретные напряжения и типы сейсмодислокаций. Первая группа широкой полосой тянется вдоль п-ва Камчатка, где преобладали близгоризонтальные растягивающие напряжения, ориентированные субширотно. Распределение по типам сейсмодислокаций: сбросы – 25%, поддвиги – 25%, сдвиги – 25%, пологие надвиги – 17%, взбросы – 8%. Вторая группа эпицентров расположена севернее Курильской впадины. Основной тип сейсмодислокаций – пологий надвиг – 62%, взброс – 13%, поддвиг – 25%, преобладали довольно крутые напряжения сжатия, ориентированные ортогонально или субмеридионально островным структурам. Третья группа землетрясений расположена на северо-западе этой впадины. Они произошли в условиях преобладания близгоризонтальных растягивающих напряжений, ориентированных диагонально Курильской дуге. Основные сейсмодислокации: сбросы – 37%, взбросы – 28%, поддвиги – 21%, сдвиги – 14%. Четвертая группа землетрясений локализована в Японском море напротив сейсмостанции «Владивосток», основные типы сейсмодислокаций: взбросы – 57%, сдвиги – 29%. В данной группе преобладали близгоризонтальные напряжения сжатия, ориентированные субширотно.

Анализ каталога механизмов очагов 396 сильных землетрясений Курило-Охотского региона за 1964–2009 гг. показал, что большинство очагов землетрясений с глубиной  $H \leq 80$  км находились в условиях преобладания близгоризонтальных сжимающих напряжений, ориентированных ортогонально Курильской системе дуга-желоб и крутой ориентацией осей растяжения. Характерный тип дислокации – взброс – 56,3%. Для землетрясений с глубиной очага  $H > 81$  км данная закономерность механизмов очагов исчезает, а число гипоцентров резко сокращается, характерный тип дислокаций не прослеживается.

**Тектоническое строение.** В строении Курильской островной дуги выделяют внутреннюю, вулканическую и внешнюю, невулканическую (в настоящее время) дуги, которые разделяет междуговой Срединно-Курильский прогиб, а также широкую, тихоокеанскую и узкую, охотскую подводные континентальные окраины [6, 20, 27]. Первая выделяется за внешним краем тихоокеанского шельфа Малой Курильской гряды, вершинного аваншельфа ее подводного продолжения (хребты Южного и Северного Витязя) и глубокоководного бенча мористее о-ва Симушир, вторая – за бровкой охотоморских островных шельфов Большой Курильской гряды (рисунки 8, 9). В рельефе тихоокеанского склона по данным промера выделяют верхнюю, среднюю и нижние части склона. Первая и последняя представляют собой крутые (до  $\sim 10^\circ$ ) уступы, разделенные средней, ступенчатой частью склона с крупными, верхней и нижней глубокоководными ступенями (террасами). Нижний уступ высотой 1–2 и шириной до 10–12 км одновременно является и внутренним склоном Курильского желоба, который некоторые авторы



раньше рассматривали в объеме всего тихоокеанского континентального склона. Внешний, пологий ( $3-5^{\circ}$ ) склон желоба высотой 3–4 и шириной 40–50 км имеет характерное для желобов Пацифики ступенчатое, местами клавишно-ступенчатое строение. Он ограничивает с запада уплощенную вершину краевого вала и опирается на дно желоба шириной 5–15 км. Последнее на глубинных разрезах МОВ в масштабе 1:1 представляет собой долину глубиной 500 м со ступенчатыми (террасированными) бортами и уплощенным, аккумулятивным дном шириной 1–3 км на глубинах до 9550–9600 м, а с учетом изменения скорости звука с глубиной – до 9717 м [27].



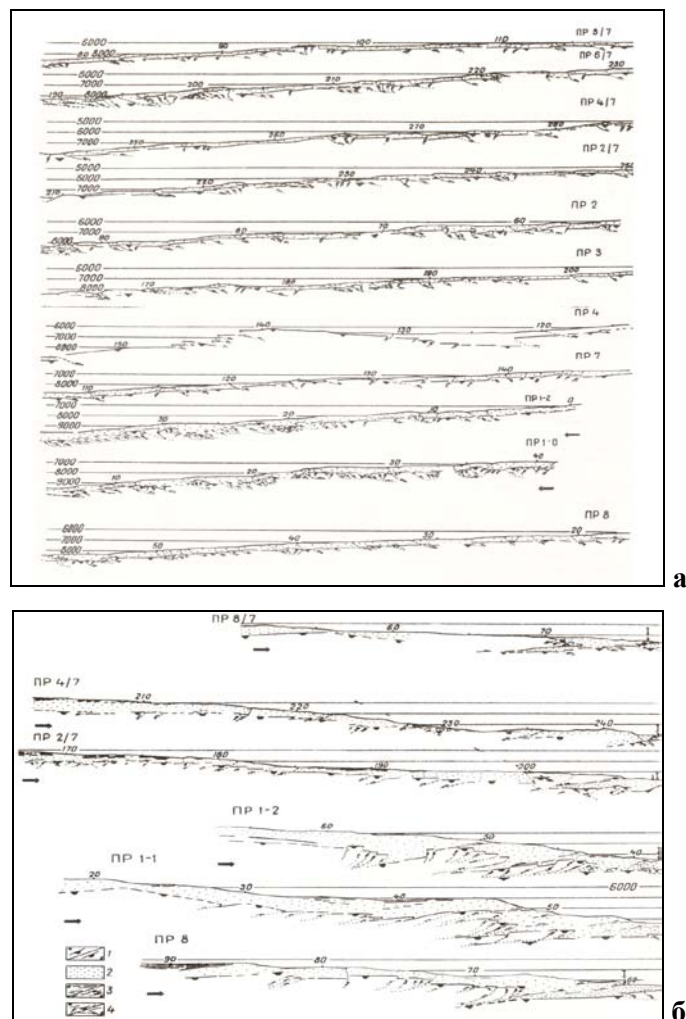
а – батикарта [27], сечение изобат через 1000 м; б – морфографическая схема: 1, 2 – внешний и внутренний склоны желоба соответственно, 3, 4 – средняя, ступенчатая и верхняя части тихоокеанского склона соответственно, 5 – вершина краевого вала, 6 – вершина внешней дуги, 7 – Срединно-Курильский прогиб, 8 – внутренняя, вулканическая дуга, 9 – ступени (террасы); цифры на схеме: 1 – каньон и грабен Буссоль, 2 – глубоководный бенч; в – структурная схема с положением глубинных разрезов МОВ (см. рисунок 9а–б): 1 – выступ акустического фундамента внешнего борта желоба (А), 2 – выступ акустического фундамента тихоокеанского склона (Б), 3 – аккреционная призма, 4 – региональный шарьяж Пегаса, 5 – тальвег Курильского желоба, 6 – профили НСП и МОГТ

### Рисунок 8 – Курильская система дуга-желоб

При описании структуры тихоокеанского склона ключевыми элементами являются выступы акустического фундамента А и Б и аккреционная призма внутреннего склона желоба. Выступ А представляет собой пологонаклонную к Курильской дуге пе-



риферию СЗ плиты Пачіфікі, пагребенную на тихоокеанском склоне под отложениями аккреционной призмы и шарьяжа Пегаса в средней части склона. Западный край выступа погружен на ~10-20 км под верхней глубоководной террасой, где предполагается по минимуму кондуктивного теплового потока и положению оси зоны Мейнеца (линейная отрицательная аномалия силы тяжести в желобах по Г. Штилле), очагам региональных цунами и данным сейсмологии по местоположению выхода зон Беньофа и Тараканова [24, 25]. На соседнем тихоокеанском склоне островной дуги Хонсю западный край выступа А погружен на значительную (10–20 км) глубину, погребен под шарьяжем Ойасио и аккреционной призмой и, вероятно, также обрезан верхней фокальной плоскостью зоны Беньофа [11, 31, 32].



1 – кровля акустического фундамента внешнего борта желоба и СЗ плиты Пачіфікі (а) и тихоокеанского склона Курильской дуги (б); 2 – кайнозойский чехол тихоокеанского склона и аккреционная призма (разрежение точек), кайнозойский океанический чехол (сгущение точек); 3 – отражающие площадки в чехле: а – линзы турбидитов, б – сместители надвигов в аккреционной призме; 4 – разломы акустического фундамента установленные (а) и предполагаемые (б); цифрой I на разрезах обозначен фронт аккреции

**Рисунок 9а–б – Интерпретированные глубинные разрезы по профилям НСП (ПР 8/7, 6/7, 4/7, 2/7, 2-4, 7, 8) и МОГТ (ПР 1-1, 1-0, 1-2)**





При анализе глубинных разрезов на рисунке 9 обратим внимание на раздробленность выступа А, особенно на профилях МОГТ, возрастающую от бровки к основанию внешнего склона желоба. Ширина ступеней варьирует от первых десятков-сотен метров до первых десятков километров (сравни, например, профили МОГТ 1-1, 1-0 с профилями НСП 4, 4/7). При корреляции уступов в кровле акустического фундамента и рельефе дна в большинстве случаев надежно устанавливается наклон сместителей разломов к востоку под краевой вал согласно падению зоны Тараканова [11]. Считая их висячее крыло активным, заключаем, что большинство разломов внешнего склона являются надвигами и взбросами с горизонтальной и вертикальной амплитудами смещения до 0,5–1,5 км. В строении крупных ступеней отметим вергентность разломов: от пологих во фронте до крутых и субвертикальных обратного падения в тылу (складчатые надвиги по Г.Д. Ажгирею). Таким образом, на внешнем склоне Курильского желоба наблюдается скупивание коры с формированием мегадуплекса разломов сжатия преимущественно восточного падения, которое связано с позднекайнозойским гравитационным сползанием слоев 1–4 СЗ плиты [10]. По данным донных сейсмографов, оно сопровождается сейсмической активностью, местами значительной [27].

Выступ Б включает в себя внешнюю дугу, верхнюю и среднюю части ее тихоокеанского склона. Последнюю формирует выступ акустического фундамента посреди склона (по Д.Е. Каригу), и намечается выход верхней фокальной плоскости зоны Беньофа [11]. Профили НСП и МОГТ (ПР1-1, 1-2 на рисунке 9) освещают строение внешней части выступа шириной 20–40 км, где он состоит из нескольких клиновидных пластин, ограниченных пологими надвигами западного падения. Местами в их строении выделяются и более мелкие чешуи, например на ПР1-2 и 1-1. Видимое горизонтальное смещение пластин и чешуй к востоку невелико (3–8 км) в основном из-за недостаточной мощности излучения в сравнении с профилями МОГТ в [26] или в Японском желобе [7, 33]. С учетом изложенного выступ Б можно интерпретировать как региональный шарьяж (Пегаса) акустического фундамента с горизонтальным смещением к востоку на 30–40 км в центре и 50–70 км на флангах (рисунки 8б, 9). Поскольку в плане он маркирует выход верхней плоскости зоны Беньофа аналогично шарьяжу Ойасио на тихоокеанском склоне дуги Хонсю [32], то его можно считать структурным козырьком этой сейсмофокальной зоны, а ее саму – глубинным надвигом Евразии, что согласуется с классической трактовкой [21].

Внешний край выступа Б располагается вдоль нижней глубоководной террасы, за которой начинается внутренний борт Курильского желоба и его аккреционная призма (рисунки 8б, 9). Последняя на временных разрезах полупрозрачна, как и кайнозойский чехол, но насыщена дифракциями [27], связанными в основном с надвигами и складчатостью. Мощность призмы максимальна (1–2 км) у фронта шарьяжа, а к востоку (фронт аккреции) и западу (под шарьяжем) утоняется до 50–100 м и менее. На расстоянии 1–8 км от основания склона призма полого надвинута на кайнозойский океанический чехол, мощность которого под ней заметно сокращается к западу (ПР8, 2/7 и др. на рисунке 9а). Таким образом, аккреционная призма суть пакет тектонических чешуй кайнозойского чехла, сорванных шарьяжем Пегаса, что позволяет объединить их в покровную тектонопару «региональный шарьяж – аккреционная призма» (аллохтон). Последняя оказывает значительное литостатическое давление, определяющее асимметричное опускание автохтона и прилегающего ложа океана (внешний склон). Преимущественно встречное падение разломов сжатия на бортах Курильского желоба позволяет считать его рамповым грабеном, а с учетом широтной асимметрии – полу-



грабеном. Разрыв неоген-раннечетвертичной долинной сети каньонов и абиссальных каналов ложа и ряд других признаков указывают на заложение Курильского желоба в среднем плейстоцене ~0,5–1,0 млн лет назад, что, по Г. Штилле, соответствует началу пасаденской глобальной фазы складчатости и орогенеза [9, 13, 14]. Тот же возраст, вероятно, имеют средняя и нижняя части тихоокеанского склона Курильской дуги, покровная тектонопара «региональный шарьяж – аккреционная призма» и встречные сейсмофокальные зоны Беньофа и Тараканова.

**Обсуждение результатов.** При обсуждении материалов нового каталога фокальных механизмов сильных курило-охотских землетрясений и их связи с данными МОВ выделим факт распространения сейсмодислокаций сжатия (взбросы и пологие надвиги) по всей ширине курильского сегмента зоны Беньофа с доминированием на глубинах менее 80 км. С точки зрения классической тектоники это означает, что она является глубинным надвигом Евразии на ложе Пацифики. Этот вывод коррелирует с векторными диаграммами на рисунке 7, суммирующими ориентировку тектонических напряжений в коре и верхней мантии, ориентированных ортогонально простиранию Курильской системы дуга-желоб и ее изгибом в сторону океана. Вместе с тем определение типа сейсмодислокации по одной из двух нодальных плоскостей, падающих в сторону океана или континента, как и выбор активного крыла разломов в тектонике, пока остается на усмотрение исследователя. Независимо подтверждают факт надвигания Евразии данные МОВ на рисунке 9, в работе [26] и особенно в соседнем Японском желобе, в том числе во время последнего Великого цунамигенного землетрясения 11 марта 2011 г. [29].

Сейсмодислокации сжатия также указывают на обстановку сжатия, особенно в земной коре и подстилающей мантии, что подтверждают и данные МОВ (тектонопара «шарьяж – призма» и рамповая структура Курильского желоба). В этих условиях сейсмодислокации растяжения (сбросы и поддвиги), особенно на глубинах более 80 км, на первый взгляд труднообъяснимы. С нашей точки зрения они связаны с изгибом зоны глубинного надвига [25], при котором возникает относительное продольное растяжение в его подошвенной части и сжатие в кровельной. Между ними располагается асейсмичный слой, в котором эти деформации компенсируются (нейтральная плоскость в моделях изгиба). Подобная трактовка опирается на открытие двухслойной структуры японской зоны Беньофа по микроземлетрясениям и с сейсмодислокациям сжатия в верхней фокальной плоскости и растяжения в нижней [32]. Она позволяет более обоснованно подойти к пониманию дуплета сильных Симуширских цунамигенных землетрясений в 2006 и 2007 годах [28], связывая первое с верхней фокальной плоскостью зоны Беньофа (пологий надвиг к востоку), а второе – со сбросом в ее нижней плоскости.

Сдвиги в очагах сильных землетрясений курильской зоны Беньофа распространены почти равномерно (10–20%). В моделях надвига Евразии или поддвига Тихоокеанской плиты они не имеют сколько-нибудь ясной тектонической природы. Однако с точки зрения гравитационной тектоники, проявляющей себя, например, в коровых, моно- и дивергентных срывах на углах наклона деколлемента (поверхность скольжения) до  $0,1^{\circ}$  [10, 15] или надвиге Евразии к востоку, важно обратить внимание на пологое восстание зоны Беньофа к Камчатке с 600–700 до 200–300 км [25, 27]. Оно позволяет предполагать сползание висячего крыла глубинного надвига к югу, с чем можно связывать формирование орогенной перемычки между Сахалином и Южными Курилами (горная система о. Хоккайдо), входящего структурного угла, образованного Курило-Камчатским и Идзу-Марианским глубинными надвигами [25, 31], небольшой системы



дуга-желоб Хонсю между ними и, возможно, тыловой Курильской (Южно-Охотской) впадины Охотского моря.

Отметим также бимодальный характер распределения исследованных 396 сильных событий по глубине с максимумами в интервалах 30–50 и 150–200 км (рисунок 5). Наиболее значительный из них располагается в области пересечения зон Беньофа и Тараканова, если ориентироваться на материалы по их геометрии на тихоокеанской окраине дуги Хонсю [25, 31]. Второй, менее значительный максимум сейсмичности приходится на зону магмогенерации под Большой Курильской грядой и ее охотской окраиной, предполагаемой многими авторами в кровле зоны Беньофа [18, 24, 26, 27].

Группирование и/или субпоперечные Курильской системе дуга-желоб цепочки сильных землетрясений на картах их эпицентров, например, в районе каньона и грабена Буссоль (рисунки 1–4, 8), вероятно намечают активные разломы и сегментацию висячего крыла глубинного надвига [6, 22, 27].

Особо выделим географию сильных коровых землетрясений в интервале глубин 0–40 км (рисунок 1), которая фиксирует зоны сейсмического затишья на флангах Курильской системы дуга-желоб как места будущих сильных событий (по С.А. Федотову). Ее северный фланг памятен катастрофическим цунамигенным Камчатским землетрясением 1952 года, разрушившим Северо-Курильск.

**Выводы.** Итак, в строении и сейсмотектонике Курильской дуги и желоба, судя по материалам нового каталога фокальных механизмов 396 сильных ( $M \geq 6.0$ ) курило-охотских и частично японских землетрясений, ключевое значение имеет глубинный надвиг по сейсмофокальной зоне Беньофа. По данным НСП и МОГТ, его структурный козырек (шарьяж Пегаса во фронте Курильской дуги) надвинулся на ложе Пацифики на 30–70 км за последние 0,5–1,0 млн лет. Надвигание сопровождалось аккрецией кайнозойского чехла с образованием аккреционной призмы, средней и нижней частей тихоокеанского склона, значительным и асимметричным опусканием краевой части СЗ плиты под нагрузкой аллохтона (покровная тектонопара «региональный шарьяж – аккреционная призма»).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аверьянова, В.Н. Глубинная сейсмоструктура островных дуг / В.Н. Аверьянова. – М. : Наука, 1968. – 219 с.
2. Аптекман, Ж.Я. Массовое определение механизмов очагов землетрясений на ЭВМ / Ж.Я. Аптекман [и др.] // Теория и анализ сейсмических наблюдений. – М. : Наука, 1979. – С. 45–58.
3. Балакина, Л.М. Курило-Камчатская сейсмогенная зона – строение и порядок генерации землетрясений / Л.М. Балакина // Физика Земли. – 1995. – № 12. – С. 48–57.
4. Васильев, Б.И. Геологическое строение юго-западной части Курильской системы дуга-желоб / Б.И. Васильев [и др.]. – М. : Наука, 1979. – 106 с.
5. Верба, М.Л. Отсутствие признаков субдукции в строении Курильского глубоководного желоба (по данным МОВ-ОГТ на опорном профиле 1-ОМ) / М.Л. Верба [и др.] // Современное состояние наук о Земле : материалы междунар. конф., посвящ. памяти В.Е. Хаина. – М. : Изд-во геол. фак. МГУ им. М.В. Ломоносова, 2011. – С. 318–323.
6. Геолого-геофизический атлас Курило-Камчатской островной системы / ред.: К.Ф. Сергеев, М.Л. Красный. – Л. : ВСЕГЕИ, 1987. – 36 л.





7. Гнибиденко, Г.С. Структура глубоководных желобов Тихого океана (по данным МОВ-ОГТ) / Г.С. Гнибиденко. – Владивосток : ДВО АН СССР, 1987. – 50 с.
8. Каталог механизмов очагов сильных  $\geq$ (Мб.0) землетрясений Курило-Охотского региона 1964–2009 гг. – Владивосток : Дальнаука, 2011. – 130 с.
9. Ломтев, В.Л. Методы датирования глубоководных желобов / В.Л. Ломтев // Геология дна Тихого океана и зоны перехода к Азиатскому континенту. – Владивосток : ДВО АН СССР, 1989. – С. 105–111.
10. Ломтев, В.Л. К строению ложа Северо-Западной Пацифики / В.Л. Ломтев // Урал. геофиз. вестн. – 2010. – № 1(16). – С. 21–32.
11. Ломтев, В.Л. Структуры сжатия в Курильском и Японском желобах / В.Л. Ломтев, В.Н. Патрикеев. – Владивосток : ДВНЦ АН СССР, 1985. – 141 с.
12. Ломтев, В.Л. Сейсмические исследования ИМГиГ ДВО РАН в Северо-Западной Пацифике (1980–2005 гг.) / В.Л. Ломтев, В.Н. Патрикеев // Вестн. ДВО РАН. – 2006. – № 1. – С. 59–66.
13. Ломтев, В.Л. Сейсмостратиграфия кайнозойского осадочного чехла Северо-Западной плиты Тихого океана / В.Л. Ломтев [и др.] // Структура и вещественный состав осадочного чехла Северо-Запада Тихого океана. – Южно-Сахалинск : ИМГиГ ДВО РАН, 1997. – С. 21–41.
14. Ломтев, В.Л. Пацифида, Тетис и Пацифика / В.Л. Ломтев [и др.] // Геодинамика, геология и нефтегазоносность осадочных бассейнов Дальнего Востока России. – Южно-Сахалинск : ИМГиГ ДВО РАН, 2004. – Т. 1. – С. 131–144.
15. Ломтев, В.Л. Тектонические аспекты коровой сейсмичности Сахалина / В.Л. Ломтев [и др.] // Вестн. ДВО РАН. – 2007. – № 4. – С. 64–71.
16. Патрикеев, В.Н. Атлас сейсмических разрезов Северо-Западной плиты Тихого океана / В.Н. Патрикеев. – М. : ГЕОС, 2009. – 208 с.
17. Пишон, Ле. К. Тектоника плит / Ле К. Пишон [и др.]. – М. : Мир, 1977. – 288 с.
18. Подводный вулканизм и зональность Курильской островной дуги. – М. : Наука, 1992. – 528 с.
19. Рудик, М.И. Каталог механизмов очагов сильных (Мб.0) землетрясений Курило-Охотского региона (1964–1982 гг.) / М.И. Рудик, Л.Н. Поплавская. – Южно-Сахалинск : ИМГиГ ДВО РАН, 1987. – 211 с.
20. Сваричевский, А.С. Новые данные по геоморфологии южной Курильского глубоководного желоба / А.С. Сваричевский [и др.] // Структура осадочных отложений Курило-Камчатского желоба. – Южно-Сахалинск : СахКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1979. – С. 37–50.
21. Сергеев, К.Ф. Тектоника Курильской островной системы / К.Ф. Сергеев. – М. : Наука, 1976. – 240 с.
22. Сергеев, К.Ф. Поперечные глубинные разломы Курильской островной системы / К.Ф. Сергеев [и др.] // Докл. АН СССР. – 1982. – Т. 264, № 2. – С. 412–417.
23. Симбирева, И.Г. Неоднородность поля напряжений Курило-Камчатской дуги по сейсмическим данным / И.Г. Симбирева [и др.] // Геология и геофизика. – 1976. – № 1. – С. 70–85.
24. Тараканов, Р.З. Новый взгляд на природу сейсмофокальной зоны / Р.З. Тараканов // Геодинамика, геология и нефтегазоносность осадочных бассейнов Дальнего Востока России. – Южно-Сахалинск : ИМГиГ ДВО РАН, 2004. – Т. 1. – С. 157–175.
25. Тараканов, Р.З. Закономерности пространственного распределения гипоцентров Курило-Камчатского и Японского регионов и их связь с особенностями геофизи-



ческих полей / Р.З. Тараканов [и др.] // Геофизические исследования зоны перехода от Азиатского континента к Тихому океану. – М. : Наука, 1977. – С. 67–77.

26. Тектоника и углеводородный потенциал Охотского моря. – Владивосток : ДВО РАН, 2004. – 160 с.

27. Тектоника Курило-Камчатского глубоководного желоба. – М. : Наука, 1980. – 179 с.

28. Тихонов, И.Н. Симуширские землетрясения и цунами 15 ноября 2006 года и 13 января 2007 года / И.Н. Тихонов [и др.] // Тихоокеанская геология. – 2008. – Т. 27, № 1. – С. 3–17.

29. Тихонов, И.Н. Великое Японское землетрясение 11 марта 2011 г.: тектонические и сейсмологические аспекты / И.Н. Тихонов, В.Л. Ломтев // Геофизические процессы и биосфера. – 2011. – Т. 10, № 2. – С. 49–66.

30. Уэда, С. Окраины глубоководных желобов северо-западной части Тихого океана / С. Уэда // Геология континентальных окраин. – М. : Мир, 1978. – Т. 2. – С. 170–191.

31. Хамада, К. Аномалии времен пробега продольных сейсмических волн и строение верхней мантии в Японии / К. Хамада // Геофизические исследования зоны перехода от Азиатского континента к Тихому океану. – М. : Наука, 1977. – С. 40–55.

32. Хасегава, А. Двухслойная структура глубинной сейсмической зоны островной дуги Северо-Восточной Японии / А. Хасегава [и др.] // Новые данные о строении коры и верхней мантии Курило-Камчатского и Японского регионов. – Владивосток : ДВНЦ АН СССР, 1978. – С. 68–75.

33. Initial Reports of the Deep-Sea Drilling Project. Vol. 56, 57. – Washington : U.S. Govern. Printing Office, 1980. – Pt. 1. – 629 p.

***V.L. Lomtev, T.V. Nagornyh, D.A. Safonov. Peculiarities of the Structure and Seismotectonics of the Kuril Arc & Trench***

Peculiarities of structure & seismotectonics of the Kuril arc-trench system and connected with them opposite seismofocal Benoff & Tarakanov zones analyse from the new regional catalogue of focal mechanisms of 396 strong ( $M \geq 6,0$ ) Kuril-Okhotsk and partly Japan earthquakes by 1964-2009 years, and also single- (continuous seismic profiling) & multichannel (CDP) data of wave reflection method. It is showed, that the first is the deep thrust which Kuril arc thrusting at the Pacific abyssal floor by some tens (to 50-70) kilometers at last 0,5-1,0 mln years ago (Pasadenan global phase of folding and orogenesis by H. Stille). Middle and low of the Pacific slope, Pegas nappe and accretionary prism (tectonopiar), ramp structure of the Kuril trench and possibly opposite seismofocal zones are formed by thrusting.

Рукапіс паступіў у рэдкалегію 18.09.2012



## **ЗВЕСТКІ АБ АЎТАРАХ**

- Абрамава І.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт, загадчык кафедры фізічнай геаграфіі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Андрусевіч П.П.** – выкладчык кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Багдасараў А.А.** – кандыдат геалага-мінэралагічных навук, прафесар, сапраўдны член Беларускага геаграфічнага таварыства
- Багдасараў М.А.** – доктар геалага-мінэралагічных навук, дацэнт, загадчык кафедры геаграфіі Беларусі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Гайдук В.Е.** – доктар біялагічных навук, прафесар, прафесар кафедры заалогіі і генетыкі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Жігар М.П.** – кандыдат біялагічных навук, прафесар кафедры батанікі і экалогіі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Ломцеў У.Л.** – кандыдат геалага-мінэралагічных навук, вядучы навуковы супрацоўнік Лабараторыі сейсмікі і марской акустыкі Інстытута марской геалогіі і геафізікі ДУА РАН (г. Южна-Сахалінск, Расійская Федэрацыя)
- Луцык Н.С.** – аспірантка факультэта прыродазнаўства Беларускага дзяржаўнага педагагічнага ўніверсітэта імя М. Танка
- Мазец В.А.** – магістрантка геаграфічнага факультэта Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Матусевіч Н.М.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры батанікі і экалогіі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Матысік А.В.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры алгебры і геаметрыі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Нагорных Т.В.** – навуковы супрацоўнік Лабараторыі фізікі землетрасенняў Інстытута марской геалогіі і геафізікі ДУА РАН (г. Южна-Сахалінск, Расійская Федэрацыя)
- Плецохоў У.А.** – доктар фізіка-матэматычных навук, прафесар кафедры тэарэтычнай фізікі і астраноміі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Саўчук В.Ф.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт, загадчык кафедры інфарматыкі і прыкладной матэматыкі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Сафонаў Д.А.** – кандыдат фізіка-матэматычных навук, навуковы супрацоўнік Лабараторыі фізікі землетрасенняў Інстытута марской геалогіі і геафізікі ДУА РАН (г. Южна-Сахалінск, Расійская Федэрацыя)
- Ступень Н.С.** – кандыдат тэхнічных навук, дацэнт, загадчык кафедры хіміі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна
- Філозоф К.Ф.** – старшы выкладчык кафедры геаметрыі і алгебры матэматычнага факультэта Валынскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Лесі Украінкі (Украіна)
- Шкурагава Н.В.** – кандыдат біялагічных навук, дацэнт кафедры батанікі і экалогіі Брэсцкага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А.С. Пушкіна

## Да ведама аўтараў

У зборніку навуковых прац «Вучоныя запіскі» публікуюцца вынікі навуковых даследаванняў, якія праводзяцца ў Брэсцкім дзяржаўным універсітэце імя А.С. Пушкіна, іншых навуковых устаноў і ВНУ Рэспублікі Беларусь і замежжа.

Рэдкалегія зборніка разглядае рукапісы толькі тых артыкулаў, якія адпавядаюць навуковаму профілю выдання, нідзе не апублікаваныя і не перададзеныя ў іншыя рэдакцыі.

Артыкулы прадстаўляюцца на беларускай, рускай ці англійскай мовах у двух экзэмплярах аб'ёмам ад 0,35 да 0,5 друкарскіх аркушаў, у электронным варыянце на дысकेце 3,5 дм. у фармаце Microsoft Word for Windows (\*.doc; \*.rtf) і павінны быць аформлены ў адпаведнасці з наступнымі патрабаваннямі:

- папера фармату А4 (21x29,7 см);
- палі: зверху – 2,8 см, справа, знізу, злева – 2,5 см;
- шрыфт - гарнітура Times New Roman;
- кегль – 12 pt.;
- міжрадковы інтэрвал – адзінарны;
- двукоссе парнае «...»;
- абзац: водступ першага радка 1,25 см;
- выраўноўванне тэксту па шырыні.

Максімальныя лінейныя памеры табліц і малюнкаў не павінны перавышаць 15x23 см. або 23x15 см. Усе графічныя аб'екты, што ўваходзяць у склад аднаго малюнка, павінны быць згрупаваны паміж сабой. Фотаздымкі ў друк не прымаюцца. Размернасць усіх велічынь, якія выкарыстоўваюцца ў тэксце, павінна адпавядаць Міжнароднай сістэме адзінак вымярэння (СВ). Забараняюцца скарачэнні слоў, акрамя агульнапрынятых.

Спіс цытуемай літаратуры павінен быць аформлены паводле ДАСТА 7.1-2003 і размешчаны ў канцы тэкста. Спасылкі на крыніцы ў тэксце артыкула нумаруюцца адпаведна парадку цытавання ў тэксце. Парадкавыя нумары спасылак павінны быць напісаны ўнутры квадратных дужак (напрыклад: [1, с. 32], [2, с. 52]). Забараняецца выкарыстанне канцавых зносака.

Артыкул уключае наступныя элементы па парадку:

- УДК;
- ініцыялы і прозвішча аўтара (аўтараў);
- назва друкуемага матэрыялу;
- анатацыя ў аб'ёме ад 100 да 150 слоў на мове артыкула (кегль – 10 pt.);
- асноўны тэкст з табліцамі, графікамі і іншымі ілюстрацыйнымі матэрыяламі, і які павінен быць структураваны ў адпаведнасці з патрабаваннямі ВАК да навуковых артыкулаў, якія друкуюцца ў выданнях, уключаных у спіс навуковых выданняў для апублікавання вынікаў дысертацыйных даследаванняў (Уводзіны з пастаўленымі задачамі; Асноўная частка павінна быць структуравана з падзагалюкамі; Заключэнне з дакладна сфармуляванымі высновамі);
- бібліяграфічныя спісы да артыкула ў адпаведнасці з ДАСТАм 7.1-2003;
- рэзюмэ на англійскай мове (альбо на рускай мове, калі артыкул друкуюцца на англійскай) з перакладам назвы друкуемага матэрыялу, прозвішча і ініцыялаў аўтара ці аўтараў (кегль – 10 pt.).

Да рукапісу артыкула абавязкова дадаюцца:

- звесткі пра аўтара на *беларускай* мове (прозвішча, імя, імя па бацьку поўнасю, вучоная ступень і званне, месца працы (вучобы) і пасада, хатні адрас і тэлефон);
- рэкамендацыя калегіяльнага органа ўстановы (падроздзялення), дзе працуе (вучыцца) аўтар;
- рэкамендацыя знешняга рэцэнзента, спецыяліста ў галіне праблемы друкуемага матэрыялу;
- экспертнае заключэнне;

Рэдакцыйная калегія часопіса пакідае за сабой права адбіраць, праводзіць экспертызу атрыманых матэрыялаў, рабіць дадатковае рэцэнзаваанне і рэдагаванне. Рукапісы, аформленыя без уліку выкладзеных правіл, не разглядаюцца.

Карэктары *Л.М. Калілец, Ж.М. Селюжыцкая*  
Камп'ютэрнае макетаванне *Г.Ю. Пархац, С.М. Мініч*

Подписано в печать . . . 2012. Формат 60x84/8. Бумага офсетная.

Гарнітура Таймс. Ризография. Усл. печ. л. . . Уч.-изд. л. . .

Тираж 100 экз. Заказ № . . .

Издатель и полиграфическое исполнение:

УО «Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина».

ЛИ № 02330/277 от 08.04.2009.

224016, Брест, ул. Мицкевича, 28.